Desvendando o enigma derivativo: uma aplicação do Modelo De Análise Derivativa de Carlos Almada

Ana Miccolis Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ) anamiccolis@yahoo.com.br

Ariane Petri Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ) ariapet@gmail.com

 $\label{eq:max-problem} \begin{array}{c} \operatorname{Max} \operatorname{K\"{u}hn} \\ \operatorname{Universidade} \operatorname{Federal} \operatorname{do} \operatorname{Rio} \operatorname{de} \operatorname{Janeiro} \left(\operatorname{UFRJ}\right) \\ \operatorname{maxkuhn@ufrj.br} \end{array}$

Pedro Zisels Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ) pedrozramos@gmail.com

Resumo: O presente artigo apresenta seis soluções para um enigma musical através da aplicação do *Modelo de Análise Derivativa* (MDA) desenvolvido por Carlos Almada (2020b). O enigma proposto consiste na conexão de dois fragmentos musicais: o primeiro, um trecho da canção *Asa Branca*, de Luiz Gonzaga e Humberto Teixeira; e o segundo, uma derivação do precedente, obtido através da aplicação de operações transformacionais do MDA. As soluções buscam utilizar no máximo cinco operações em cada domínio (alturas e durações/métrica).

Palavras-chave: Modelo de análise derivativa. Variação progressiva. Teoria transformacional. Grundgestalt. Enigmas musicais.

Solving the Derivative Puzzle: An Application of the Model of Derivative Analysis by Carlos Almada

Abstract: This article presents six solutions to a musical puzzle through the application of the *Model of Derivative Analysis* (MDA) developed by Carlos Almada (2020b). The proposed enigma consists in the connection of musical fragments: the first, an excerpt from the Brazilian traditional song *Asa Branca*, by Luiz Gonzaga and Humberto Teixeira; and the second, a derivation of the precedent through the transformational operations of the MDA. The solutions aim to use a maximum of five operations in each domain (pitch and time).

Keywords: Model of derivative analysis. Developing variation. Transformational theory. Grundgestalt. Musical puzzles.

MICCOLIS, Ana; PETRI, Arianne; STELLFELD, Luiz; KÜHN, Max; ZISELS, Pedro. Desvendando o enigma derivativo: uma aplicação do Modelo De Análise Derivativa de Carlos Almada. Congresso Internacional de Música e Matemática, 6. Rio de Janeiro, 2021. *Anais...* Rio de Janeiro: UFRJ, 2022, p. 1-12.

1. Introdução

O presente trabalho surgiu no âmbito de uma disciplina ministrada pelo professor Dr. Carlos Almada no Programa de Pós-Graduação em Música da Universidade Federal do Rio de Janeiro. A disciplina intitulada Análise Derivativa: teoria e aplicações, abordou três tópicos principais: (1) variação descontextualizada, como transformação de unidades básicas; (2) variação em função do tempo, associada aos princípios schoenberguianos da *Grundgestalt* e variação progressiva; e (3) aplicações analíticas, examinando obras organicamente construídas. Esses tópicos foram apresentados à luz da aplicação do Modelo de Análise Derivativa (doravante, MDA) proposto por Almada em seu livro Musical Variation: Toward a Transformational Perspective (2020b). Uma das atividades propostas pelo professor consistiu na resolução de um *enigma musical* definido pelo seguinte enunciado: Dado que P e C são relacionados por variação, determine a menor trajetória derivativa possível entre eles (máximo de 5 etapas em cada domínio), considerando operações transformacionais. Dessa forma, o aluno deveria escolher as operações mais pertinentes para a conexão de dois segmentos musicais distintos (P de parent, pai; C de child, filho). A Figura 1 apresenta um resumo do enunciado.



Figura 1: Resumo do enunciado do enigma musical. O estudante deve propor uma trajetória através de transformações que conectem os dois fragmentos musicais $(P \to C)$ de acordo com operações derivadas do MDA.

O gesto musical que originou o segmento P foi derivado da melodia de uma clássica obra do cancioneiro popular brasileiro, o baião Asa Branca (Figura 2) composto por Luiz Gonzaga (1912-1989) e Humberto Teixeira (1915-1979) em 1947. Logo, P é uma transposição dos primeiros quatro compassos da canção para a tonalidade de Dó Maior e o último compasso sofre uma simplificação através da aglutinação dos últimos dois ataques.

Nosso objetivo é apresentar e detalhar seis soluções distintas propostas pelos estudantes para o enigma derivativo, baseadas nas operações transformacionais descritas pelo MDA. E ainda mencionar algumas interpretações alternativas que surgiram no processo de manipulação das operações.

¹ A fundamentação teórica do MDA será abordada em detalhes na próxima seção.



Figura 2: Asa Branca de Luiz Gonzaga e Humberto Teixeira (adaptado de GONZAGA, 2000, p. 19-20).

2. Pressupostos teóricos

A busca por soluções do enigma musical é baseada nos conceitos apresentados no livro de Almada que trata variação musical de uma perspectiva transformacional (ALMADA, 2020b). Conversando com os princípios da teoria transformacional (LEWIN, 1987; RINGS, 2011), o livro foca na investigação da natureza das relações entre uma ideia referencial musical e suas versões transformadas e oferece através do MDA, desenvolvido desde 2011 (ALMADA, 2019 e 2020a), uma formalização precisa e sistemática para descrever e rotular processos de desenvolvimento de variação e seus resultados.²

Partindo do entendimento que "[variação é] um tipo especial de ação ou 'força' que, quando aplicada a um objeto, é capaz de transformá-lo em outro objeto de tal forma que este último mantenha com aquele alguma relação (em qualquer grau) de semelhança" (ALMADA, 2020b, p. 5), o livro apresenta primeiramente variação na sua forma descontextualizada, foco deste trabalho, enquanto a segunda parte trata de variação no tempo, centrada nos princípios de *Grundgestalt* e variação progressiva.³

Um dos conceitos básicos do MDA é a unidade de significação derivativa (doravante UDS), uma sequência melódica curta, na qual a estrutura de alturas e a estrutura temporal desempenham um papel especial. Com isso, alturas e durações são classificadas como domínios primários. Uma UDS referencial denominada P é transformada em UDS C. Essa transformação pode ser expressa pela equação $\mathbf{C} = \mathbf{V}(\mathbf{P})$, sendo C uma transformação (derivação) de P pela ação da função genérica da variação V. A ideia derivada (variante) mantém uma relação de similaridade com P que se situa em algum ponto entre a duplicata exata (repetição) e a ideia de absoluto contraste.

² Segundo Almada (2020, p. 2), o processo de formalização é inspirado nas ideias de David Lewin (1987) e alguns de seus seguidores, como Edward Gollin (2000), Darin Hoskinson (2006), além do já citado Steven Rings (2011).

³ Os conceitos de *Grundgestalt* e variação progressiva constam "entre as mais poderosas e abrangentes das formulações de Schoenberg nos campos da composição e análise" (ALMADA, 2020b, p. 1).

⁴ O conceito de UDS se assemelha com o que Schoenberg chama de *ideia* (ALMADA, 2020b, p. 9).

⁵Dependendo da UDS, outros domínios (denominados secundários) podem ser considerados relevantes, como contexto harmônico, timbre, dinâmica, textura etc.

⁶ A alocação dessas variantes em um espaço derivativo reflete o impacto derivativo e permite a medição do grau de similaridade entre duas entidades musicais em uma escala de 0 (invariância) a 1 (divergência).

A interação sintática e ordenada dos três elementos P, V e C é chamada de trabalho derivativo, uma concepção de alto nível do processo de variação (ALMADA, 2020b, p. 11). O trabalho derivativo pode operar em dois níveis, o holístico e o decomponível. No nível holístico, V atua sobre uma estrutura considerada indivisível, enquanto no nível decomponível V se manifesta em um ou mais domínios isoladamente.

O processo de variação decomponível se inicia por abstrair a "essência" de cada domínio da UDS P. Em seguida se aplica a variação a este conteúdo abstraído, obtendo a derivação, e, por último, os domínios são reintegrados. Cada domínio é composto por estruturas internas complementares, denominadas *atributos*. O domínio das alturas possui cinco atributos (Figura 3a): p1, que descreve as alturas em notação MIDI (sendo 60 para o Dó3); p2, que descreve as classes de alturas (módulo 12); p3, que traz a sequência intervalar, descrita como intervalos ordenados entre notas; p4, que descreve o contorno melódico (segundo a concepção de Robert Morris (1987)) em sua representação algébrica e p5, que informa a distância intervalar entre o primeiro e o último evento.

O domínio das durações é formado por quatro atributos (Figura 3b): t1, que descreve a sequência das durações, expressas como múltiplos de uma unidade (por padrão, a semicolcheia); t2, que traz a sequência dos *inter-onset intervals*⁷ (IOI); t3, que descreve o contorno métrico - análogo ao contorno melódico, a partir da concepção proposta por Mayr e Almada (2017) - , atribuindo o número 0 ao evento com menor peso métrico, com aumento gradativo e t4, que informa o âmbito temporal, a soma das durações ocupadas pela UDS.

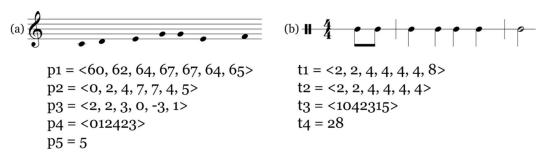


Figura 3: Atributos de altura (a) e atributos temporais (b) da UDS derivada de Asa Branca.

A função da variação acontece por operações transformacionais. Estas diferem nas suas classificações por atuarem em um ou mais domínios, por atingirem atributos distintos e por serem aplicadas de forma *normal* (se fazendo presente na UDS inteira), *mutacional* (agindo em determinado(s) evento(s) da UDS) ou *dual* (prevendo

A ferramenta da medição da similaridade integra a parte 1 do livro, mas não será abordada neste trabalho.

⁷ As durações *inter-onset intervals* são definidas como "as durações entre dois ataques consecutivos" (TOUSSAINT, 2013, p. 10), sem diferenciar se essa distância é preenchida somente por valores de notas ou por notas e pausas.

ambos os tipos de utilização). O repositório original de operações do livro (ALMADA, 2020b, p. 104) conta atualmente com 27 operações e é aberto à inclusão de novas. Servindo como exemplificação das operações, segue a descrição das operações utilizadas pelos autores nas diferentes soluções do enigma (Quadro 1). Os domínios, os atributos alvos e o escopo nos quais estas operações agem são evidenciados no Quadro 2.

Quadro 1: Operações utilizadas nas soluções, descrevendo a ação e suas abreviações.

Procedimento	Símbolo	Descrição da ação adiciona x unidades de intervalo melódico ou duracional entre os elementos escolhidos					
Adição	$\mathbf{ADD}_{\mathrm{x}}$						
Alteração cromática	ALT:	altera determinadas alturas cromaticamente, sendo * substituído pelo símbolo de mais (+) ou					
Deleção	DEL	menos (-) para indicar a alteração ascendente ou descendente exclui um ou mais elementos internos de uma sequência de durações ou alturas					
Deslocamento métrico	MTD_x	desloca a configuração métrica por x unidades					
	MTD', *	desloca a configuração métrica por x unidades, preservando o IOI através do uso de pausas					
Inversão cromática	I	inverte a direção dos intervalos, considerando a escala cromática					
Mudança de registro	OCT.	leva as alturas selecionadas para a oitava acima (+) ou abaixo (-)					
Permutação	PER	troca a ordem dos elementos indicados					
Retrogradação	\mathbf{R}	apresenta os elementos em ordem reversa					
Rotação	ROT_x	retira x elementos do início da sequência, colocando-os ao final					
Subdivisão	SPL	divide durações por padrão em duas metades, podendo se apresentar também em duas partes					
	SFL	com uma subdivisão irregular					
Subtração	SUB_x	subtrai x unidades do intervalo melódico ou duracional entre os elementos escolhidos					
	SUB',*	subtrai x unidades do intervalo melódico ou duracional entre os elementos escolhidos,					
	SUB' x"	preservando o IOI, ou seja, acrescentando pausas aos elementos subtraídos					
Transposição cromática	\mathbf{T}_{x}	transpõe cromaticamente as alturas indicadas por x semitons					

^{*} Estas duas operações foram abstraídas de suas homônimas do modelo original, porém com interpretação diversa, o que será abordado adiante.

Ao utilizar as transformações entre um estado da UDS e outro, a operação é indicada pela sua abreviação, seguida por um eventual símbolo complementar, e, entre aspas, o alvo (atributo e eventual escolha de determinados eventos).⁸

Quadro 2: Operações utilizadas nas soluções.

Operação		Don	Atributo alvo					Escopo			
Procedimento	Símbolo	Altura	Tempo	p1	р3	t1	t2	t3	Normal	Mutacional	Dual
Adição	ADD	•	•		•		•				•
Alteração cromática	ALT	•		•							
Deleção	DEL		•	•		-					
Deslocamento métrico	MTD*		•						•		
Inversão cromática	I										
Mudança de registro	OCT			•							
Permutação	PER	•	•	-		•					
Retrogradação	R			•		-			•		
Rotação	ROT	•	•	-		•			•		
Subdivisão	SPL		•			•					
Subtração	SUB*										
Transposição cromática	Т	•		•							•

^{*} Estas duas operações foram abstraídas de suas homônimas do modelo original, porém com interpretação diversa, o que será abordado adiante.

O enigma musical descrito na parte introdutória deste trabalho é um experimento que elucida a variação descontextualizada e decomponível. Em seguida serão apresentadas as diferentes soluções encontradas pelos autores para chegar da UDS P à UDS C.

 $^{^{8}}$ De acordo com esta terminologia, \mathbf{T}_{-6} (p1, 6) descreve a operação de transposição cromática de seis semitons descendentes do sexto evento do atributo de alturas descrito em MIDI.

3. Soluções

A seguir elencamos cada uma das seis diferentes soluções encontradas por estudantes da disciplina.

3.1 Solução A

3.1.1 Domínio temporal

 $P \rightarrow C1$: deslocamento métrico (**MTD**) de toda a configuração em uma semicolcheia para a esquerda; $C1 \rightarrow C2$: subdivisão (**SPL**) das duas semínimas correspondentes aos terceiro e quarto eventos, em semicolcheia seguida de colcheia pontuada, aumentando a cardinalidade em dois eventos; $C2 \rightarrow C3$: deleção (**DEL**) dos segundo e terceiro eventos retorna a cardinalidade de C3 ao valor original (7); $C3 \rightarrow C4$: permutação (**PER**) dos eventos 2 com 3 (Figura 4)



Figura 4: Solução A.

3.1.2 Domínio das alturas

 $P \to C1$: inversão cromática (I) de todos os intervalos da sequência original; $C2 \to C3$: mudança de registro (OCT) dos eventos 1, 3, 4, 6 e 7; $C3 \to C4$: rotação (ROT) dos eventos começando a partir do penúltimo, o Lá $_{\flat}$; $C4 \to C5$: alteração (ALT) dos eventos 1, 5 e 7 (notas Lá $_{\flat}$ e Fá) em Lá $_{\natural}$ e Fá $_{\sharp}$; $C5 \to C6$: transposição cromática (T) ascendente em oito semitons dos segundo e sétimo eventos.

3.2 Solução B



Figura 5: Solução B.

3.2.1 Domínio temporal

 $P \to C1$: deleção (**DEL**) do primeiro evento; $C1 \to C2$: subdivisão (**SPL**) irregular das duas primeiras semínimas em semicolcheia e colcheia pontuada, assim como ocorreu na solução A; $C2 \to C3$: deleção (**DEL**) da segunda semicolcheia (evento 4), restabelecendo a cardinalidade original (7) e antecipando os eventos 5, 6 e 7 em uma semicolcheia (Figura 5)

3.2.2 Domínio das alturas

 $P \rightarrow C1$: retrogradação (\mathbf{R}) de P; $C1 \rightarrow C2$: inversão cromática (\mathbf{I}) de toda estrutura de C1; $C2 \rightarrow C3$: permutação (\mathbf{PER}) dos eventos 2 com 4 e 3 com 7; $C3 \rightarrow C4$: mudança de registro (\mathbf{OCT}) do segundo evento; $C4 \rightarrow C5$: transposição cromática (\mathbf{T}) ascendente em quatro semitons do primeiro evento; $C5 \rightarrow C6$: transposição cromática (\mathbf{T}) descendente em 6 semitons do quarto evento; $C6 \rightarrow C7$: subtração (\mathbf{SUB}) de um semitom no âmbito entre os últimos dois eventos.

3.3 Solução C

3.3.1 Domínio temporal

 $P \rightarrow C1$: deslocamento métrico (MTD) de toda estrutura em duas

 $^{^9}$ Note-se que essa operação atua em p3, atributo que descreve os intervalos. Assim -5 -1 = -6, o que acaba por aumentar o âmbito entre os eventos.

semicolcheias para a direita; C1 \rightarrow C2: subtração (SUB) de uma semicolcheia nos eventos 2, 3 e 4 (Figura 6)

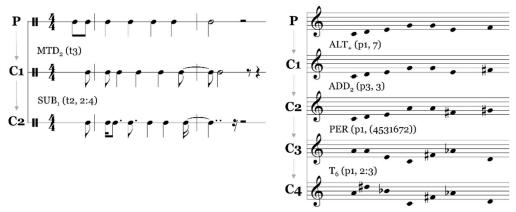


Figura 6: Solução C.

3.3.2 Domínio das alturas

 $P \to C1$: alteração cromática (**ALT**) do último evento; $C1 \to C2$: adição (**ADD**) mutacional de dois semitons no terceiro intervalo (entre os eventos 3 e 4); $C2 \to C3$: permutação (**PER**) de todos os eventos para C3; $C3 \to C4$: transposição cromática (**T**) ascendente em seis semitons dos eventos 2 e 3.

3.4 Solução D^{10}

3.4.1 Domínio temporal

 $P \to C1$: subtração (**SUB'**) de uma semicolcheia nos eventos 2, 3 e 4, porém preenchendo a diferença com pausas de semicolcheia (assim mantendo o IOI); $C1 \to C2$: deslocamento métrico mutacional (**MTD'**) aplicado ao terceiro evento; $C2 \to C3$: deslocamento métrico mutacional (**MTD'**) dos primeiros dois eventos; $C3 \to C4$: deslocamento métrico mutacional (**MTD'**) empregado nos últimos três eventos (Figura 7).

¹⁰ A solução D (Figura 7) utilizou operações do domínio temporal de forma expandida. Nela, as duas primeiras operações, de deslocamento métrico e subtração, são aplicadas de forma diversa daquela descrita por Almada (2020b, p. 88 e 97). As operações são aqui aplicadas de forma mutacional, ou seja, não atuando em todos os eventos do conjunto, apenas naqueles selecionados. Com esse entendimento a aplicação proporciona que a distância entre os ataques (IOI) seja preservada, o que é demonstrado nesta solução pela presença das pausas. Quando aplicadas de maneira mutacional, tais operações são representadas como MTD' e SUB'.



Figura 7: Solução D.

3.4.2 Domínio das alturas

 $P \rightarrow C1$: transposição cromática (**T**) descendente em dois semitons dos eventos 4, 5 e 6; $C1 \rightarrow C2$: mudança de registro (**OCT**) dos eventos 1, 2, 3 e 6; $C2 \rightarrow C3$: transposição cromática (**T**) descendente em três semitons dos eventos 1 e 7; $C3 \rightarrow C4$: transposição cromática (**T**) descendente em quatro semitons dos eventos 3, 4 e 6; $C4 \rightarrow C5$: alteração cromática (**ALT**) dos eventos 2 e 5; $C5 \rightarrow C6$: alteração cromática (**ALT**) dos eventos 3 e 6.

3.5 Solução E



Figura 8: Solução E.

3.5.1 Domínio temporal

 $P \to C1$: deslocamento métrico (MTD) de toda estrutura em duas semicolcheias para a direita; $C1 \to C2$: subtração (SUB) de uma semicolcheia nos eventos 2, 3 e 4 (Figura 8).

3.5.2 Domínio das alturas

P \rightarrow C1: mudança de registro (**OCT**) dos eventos 2 e 3; C1 \rightarrow C2: permutação (**PER**) dos eventos 1 com 4 e 5 com 6; C2 \rightarrow C3: transposição diatônica (**t**) ascendente em um passo dos eventos 1, 5 e 7; C3 \rightarrow C4: alteração cromática (**ALT**) dos eventos 2, 5 e 6 em um semitom (Ré, Fá e Sol para Ré‡, Fᇠe Sol‡, sendo esta última grafada com seu correspondente enarmônico Láb); C4 \rightarrow C5: transposição diatônica (**t**) descendente dos eventos 3 e 7; C5 \rightarrow C6: alteração cromática (**ALT**) do evento 3 em um semitom.

3.6 Solução F

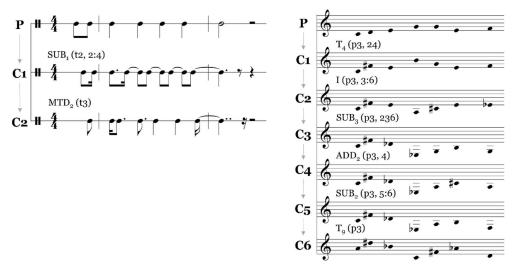


Figura 9: Solução F.

3.6.1 Domínio temporal

 $P \to C1$: subtração (**SUB**) de uma semicolcheia nos eventos 2, 3 e 4; C1 \to C2: deslocamento métrico (**MTD**) de toda estrutura em duas semicolcheias para a direita (Figura 9).

3.6.2 Domínio das alturas

 $P \rightarrow C1$: transposição cromática (**T**) ascendente dos eventos 2 e 4 em quatro semitons; $C1 \rightarrow C2$: inversão cromática (**I**) de todos os intervalos após o terceiro evento; $C2 \rightarrow C3$: subtração (**SUB**) de três semitons do segundo, terceiro e sexto intervalos;

 $C3 \rightarrow C4$: adição (**ADD**) de dois semitons no quarto intervalo; $C4 \rightarrow C5$: subtração (**SUB**) de dois semitons nos quinto e sexto intervalos; $C5 \rightarrow C6$: transposição cromática (**T**) ascendente em 9 semitons de todo o conjunto.

3.7 Solução do professor

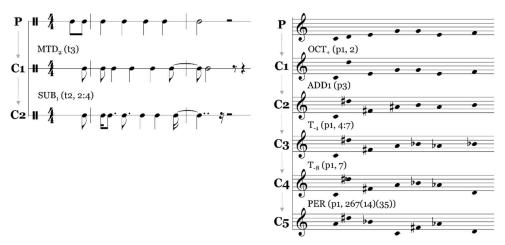


Figura 10: Solução do professor.

3.7.1 Domínio temporal

 $P \to C1$: deslocamento métrico (MTD) de toda estrutura em duas semicolcheias para a direita; $C1 \to C2$: subtração (SUB) de uma semicolcheia nos eventos 2, 3 e 4.

3.7.2 Domínio das alturas

 $P \to C1$: mudança de registro (**OCT**) do segundo evento; $C1 \to C2$: adição (**ADD**) de um semitom em todos os intervalos da sequência; $C2 \to C3$: transposição cromática (**T**) descendente em um semitom dos eventos 4 em diante; $C3 \to C4$: transposição cromática (**T**) descendente em oito semitons do evento 7; $C4 \to C5$: permutação (**PER**) dos eventos 1 com 4 e 3 com 5 (Figura 10).

Considerações Finais

O modelo MDA oferece muitas possibilidades de trajetórias derivativas que conduzem a uma mesma variante. Embora inicialmente a solução ótima fosse aquela cuja quantidade de passos se limitasse a cinco em cada domínio, isso não ocorreu de fato. No domínio das alturas, apenas uma trajetória derivativa limitou-se a essa quantidade. Por tratar-se de um modelo em desenvolvimento, o objetivo maior do trabalho era explorar a riqueza do mesmo através da aplicação das diversas operações transformacionais disponíveis até o momento. Dessa forma, não haveria tempo de testar

exaustivamente todos os caminhos alternativos para escolha do mais curto. Esse pequeno experimento evidencia a dificuldade encontrada por analistas ao se depararem com a tarefa de descrever trabalhos derivativos. O modelo de análise proposto serve, então, como uma tentativa de sistematização desse processo transformacional. Uma forma de estabelecer critérios que facilitem a descrição de variações musicais.

Referências

- ALMADA, Carlos. A Transformational Approach for Musical Variation. *Orfeu*, v. 5, n. 3, 2020a, p. 373-577.
- ALMADA, Carlos. *Musical Variation:* Toward a Transformational Perspective. Localizado no arquivo pessoal do autor. 2020b.
- ALMADA, Carlos L. Variation and Developing Variation under a Transformational Perspective. *Musica Theorica*, v. 4, 2019, p. 30-61.
- GOLLIN, Edward. Representations of Space and Conceptions of Distance in Transformational Music Theories. Tese (PhD in Music). Harvard University, 2000.
- GONZAGA, Luiz. *O melhor de Luiz Gonzaga:* melodias cifradas para guitarra, violão e teclados. São Paulo: Irmãos Vitale, 2000.
- HOSKINSON, Darin. The Grundgestalt and Network Transformations in the Late Choral Works of Anton Webern. 188f. Tese (Doutorado em Música). University of Oregon, Eugene, 2006.
- LEWIN, David. Generalized Musical Intervals and Transformations. New Haven: Yale University Press. 1987.
- MAYR, Desirée; ALMADA, Carlos (2017a). Geometrical and Vector Representation of Metrical Relations. In: Congresso da Associação Nacional de Teoria e Análise Musical, 2. 2017. Florianópolis. *Anais...* Florianópolis: UDESC, p. 10-19.
- MORRIS, Robert. *Composition with Pitch Classes*: A Theory of Compositional Design. New Haven: Yale University Press, 1987.
- RINGS, Steven. Tonality and Transformation. Oxford: Oxford University Press. 2011.
- TOUSSAINT, Godfried T. *The Geometry of Musical Rhythm:* What Makes a "Good" Rhythm Good? Boca Raton, FL: CRC Press, 2013.