Análise dos materiais melódicos da canção *Gute Nacht* a partir do Modelo de Análise Derivativa de Carlos Almada

Luiz Felipe Stellfeld Monteiro Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR) monteiro1794@gmail.com

Resumo: O presente artigo visa apresentar uma análise parcial do material melódico inicial da canção Gute Nacht de Schubert através da aplicação do Modelo de Análise Derivativa (MDA) desenvolvido por Carlos Almada (2021). A análise pretende investigar como os princípios de economia de material musical e o pensamento organicista, ambos fortemente presentes no ideal da música romântica Austro-Germânica, se manifestam e estruturam a canção. Visa-se também propor a utilização do MDA como ferramenta de análise para músicas de estrutura estrófica, em contraste às músicas que apresentam variação progressiva entre suas estruturas, referência para a constituição e aplicação do modelo.

Palavras-chave: Modelo de análise derivativa. Organicismo. Grundgestalt. Schubert. Canção

Solving the Derivative Puzzle: An Application of the Model of Derivative Analysis by Carlos Almada

Abstract: The article proposes to presente a partial musical analysis of Schubert's lied *Gute Nacht* through the application of the *Model of Derivative Analysis* (MDA) developed by Carlos Almada (2021). The analysis of the initial melodic material intends to investigate how basic principles of the Austro-Germanic romantism such as the economy of musical materials and the orsganicist thinking are manifested in the lied and structures it. This analysis proposes also the use of MDA on strophical structurated songs, in contrast to musics based on the developing variation of its structures, wich were reference for the constitution and aplication of the MDA.

Keywords: Model of Derivative Analysis. Organicism. Grundgestalt. Schubert. Lied.

1. Introdução

O Modelo de Análise Derivativa (MDA) proposto por Almada em seu livro Musical Variation: Toward a Transformational Perspective (2020b) determina um método de análise musical a partir da comparação entre "sequencias melódicas curtas, relativamente completas em si, cujas estruturas rítmicas e de alturas (pitch) são de grande importância" (ALMADA, 2020b, p.9), as unidades de significação derivativa (UDS). Esta comparação visa determinar objetivamente o contraste entre os materiais utilizados, bem como, relacionar os diferentes materiais musicais a uma origem comum.

Como método de análise, o MDA visa compreender a obra musical a partir da rede formada pela transformação de materiais musicais, ideia intimamente conectada ao *Organicismo*, filosofia presente na música do séc. XIX, e às postulações teóricas de Schoenberg sobre *variação progressiva* e *Grundgestalt*. Em suma, visa compreender as potencialidades de extensão e expressão de pequenos fragmentos musicais ao longo de uma obra, constantemente transformados durante o discurso musical.

STELLFELD, Luiz. Análise dos materiais melódicos da canção Gute Nacht a partir do Modelo de Análise Derivativa de Carlos Almada. Congresso Internacional de Música e Matemática, 6. Rio de Janeiro, 2021. *Anais...* Rio de Janeiro: UFRJ, 2022, p. 46-58.

Contudo, apesar de a variação progressiva em música ocorrer a partir da constante transformação dos materiais, o MDA pode ser uma ferramenta para análises de músicas cujos pressupostos formais não permitem uma derivação muito radical dos materiais, como é o caso das canções de forma estrófica, por exemplo. Desta maneira, o presente trabalho pretende apresentar a análise da canção Gute Nacht de Schubert, a partir do MDA, a fim de traçar a relação entre os materiais melódicos da primeira estrofe a uma possível origem única. O objetivo é verificar possíveis conclusões no uso deste método em músicas sem variação progressiva, como eventual forma de expansão da finalidade do MDA, proposta por Almada.

2. Referencial teórico

Conforme já exposto, a análise dos primeiros materiais da canção de Schubert foi realizada a partir do método do MDA, cuja premissa repousa na observação das variações e transformações das UDS. Almada reforça a importância de encarar variação e transformação como uma espécie de repetição do objeto, que altera determinados aspectos, mas preserva outros, de tal maneira que é possível traçar entre os dois objetos alguma relação de semelhança (ALMADA, 2020b, p.5).

A esta relação, o autor propõe a seguinte equação C=V(P), onde C (child) é o produto da variação, P (parent) é o objeto tomado como referência que sofre V, um procedimento ou operação de variação. Esta variação (V) pode ocorrer de forma holística, ou seja, sobre estruturas indivisíveis, ou decomponível, sobre domínios separados, como alturas e ritmo. No presente trabalho, as variações ocorrem de forma decomponível.

Na forma decomponível, os domínios são separados em atributos. O domínio das alturas (pitch) é dividido em p1 que utiliza a notação MIDI para numerar as notas, tomando como base o Dó 3 como 60, p2 descreve os eventos como pitch class, p3 referindo-se aos intervalos contados em número de semitons, p4 que descreve o contorno melódico, conforme concebido por Robert Morris (1987), e p5 como sendo a distância intervalar em semitons entre o primeiro e o último evento. Já o ritmo (time) é dividido pelos atributos t1 que representa o valor das durações proporcionais de cada figura, sendo geralmente a colcheia equivalente a 2 e assim por diante, t2 que reproduz a ideia de Toussaint (2013) da IOI, "as durações entre dois ataques consecutivos", t3 o contorno métrico segundo as propostas de Mayr e Almada (2017), que atribui valores numéricos aos pesos métricos e t4 que descreve a duração total do trecho analisado. O apanhado destes atributos forma a matriz de cada UDS, que descreve de forma numérica os domínios dos trechos musicais.

As variações ocorrem por meio de operações transformacionais. Almada estabelece ao todo 27 operações que contém nomes, abreviações e funcionamento próprios, que serão explicados mais especificamente no corpo do artigo, conforme o uso

de cada operação. As operações utilizadas neste trabalho, suas abreviações e a forma como alteram as UDS são as seguintes:

Adição $(\mathbf{ADD_x})/\mathrm{Subtração}$ $(\mathbf{SUB_x})$: adiciona ou subtrai de valores positivos nos atributos p3 ou t2. Esta operação no domínio das alturas pode ampliar, contrair, reverter e neutralizar a extensão de intervalos determinados, mantendo a estrutura intervalar dos outros elementos não afetados. No domínio temporal pode atrasar ou antecipar um ataque, mantendo o IOI dos eventos não contemplados pela operação.



Figura 1: Exemplo da operação Adição (ADD) no domínio das alturas e dos ritmos. Nota-se que a configuração intervalar e o IOI entre 5 e 7 de C permanece igual a P.

Alteração cromática (**ALT**_{-/+}): esta operação afeta o atributo p1, grafando-se determinada nota com sinal alterado. Basicamente, adiciona ou diminui uma unidade (um semitom) em p1;



Figura 2: Exemplo da operação Alteração Cromática (ALT) negativa.

Inversão diatônica (i): operação canônica na tradição ocidental, inverte a direção de intervalos melódicos conforme os graus da escala diatônica utilizada no trecho;



Figura 3: Exemplo da operação Inversão Diatônica (i). Todos os intervalos foram invertidos, mantendo os graus da escala original.

Mudança de registro ($\mathbf{OCT}_{-/+}$): altera a oitava de determinada nota, afetando o atributo p1;



Figura 4: Exemplo da operação Mudança de Registro (OCT) positiva.

Permutação (\mathbf{PER}): altera livremente a ordem em que os eventos ocorrem, alterando os atributos p1 e t1;



Figura 5: Exemplo da operação Permutação (PER) apenas no domínio das alturas. A nova ordem dos materiais aparece no corpo da operação.

Retrogradação (\mathbf{R}): operação canônica que altera a ordem dos eventos, tomando a sequência dos elementos presentes nos atributos p1 e t1 de trás para frente;



Figura 6: Exemplo da operação Retrogradação (R) apenas no domínio temporal.

Transposição diatônica (\mathbf{t}_x): operação canônica que altera o atributo p1de um trecho em x graus na escala diatônica utilizada.



Figura 7: Exemplo da operação Transposição Diatônica (t) em 5 passos. Nota-se que os elementos foram transpostos em uma sexta maior e menor, respectivamente.

O método proposto pelo autor também estabelece uma forma de calcular as diferenças apresentadas entre P e C a partir da comparação dos atributos das matrizes. O objetivo é de se encontrar um número entre 0 e 1, onde 1 representa o contraste

absoluto entre os trechos comparados e 0 a ausência de qualquer mudança entre P e C, ou seja, uma repetição literal.

O primeiro passo proposto por Almada para a realização do cálculo se refere a encontrar um valor absoluto de diferença entre os atributos de P e C. A este valor absoluto, dá-se o nome de k'. O valor de k' é obtido pela comparação de cada elemento da matriz de P e C. Desta forma, o cálculo dos domínios precisa ser individualizado, sendo kp' para o domínio das alturas (*pitch*) e kt' para o domínio temporal (*time*)¹.

Entre os domínios (kp' e kt'), a similaridade entre P e C é calculada levando em consideração vetores (v). Cada vetor destina-se a um atributo da matriz específico: vp1 até vp5 e vt1 até vt4. Cada v tem n elementos, correspondentes aos eventos de C e P. A obtenção do resultado de cada v se dá pela subtração entre o valor numérico dos eventos correspondentes das duas UDS. Por exemplo, a diferença entre os primeiros elementos de p1 de B e A (58 e 75) é -17².

Como cada vetor (v) é composto por vários elementos, os valores encontrados pela subtração de todos os elementos de P e C em cada atributo serão somados, sem o sinal negativo se houver, chegando-se ao valor do vetor. O resultado de cada vetor, conforme seu atributo, será multiplicado por um peso w (weight) já préfixado por Almada a cada atributo. O resultado de todos os vetores é somado. Tem-se, portanto a seguinte fórmula:

$$kp'ou kt' = (v1 \times w1) + (v2 \times w2) + (v3 \times w3) + (v4 \times w4) + (v5 \times w5)$$

Como kp ou kt precisa ser um número situado entre 0 e 1, o resultado kp'/kt' precisa ser normalizado pela divisão do maior valor absoluto encontrado como contraste, kp/t Max. O maior valor de kp' ou kt' encontrado deve ser considerado como kp/t Max, para que não haja resultados maiores que 1.

Com os valores de cada domínio encontrados individualmente com kp e kt, um último procedimento é necessário para que se encontre um valor de k pertinente à UDS como um todo. O valor de k de todos os domínios apresentados devem ser multiplicados por fatores cuja somatória seja 10, somados e então divididos por 10.

A equação original é: $(3,5\mathrm{Kp}+5\mathrm{Kt}+1,5\mathrm{Kh})/10$. Neste caso, como o aspecto harmônico $(1,5\mathrm{Kh})$ não foi contemplado para a análise, a equação seguiu da forma como apresentada no trabalho, mantendo a somatória dos fatores que multiplicam Kp e Kt (4~e~6) equivalente a 10, como na equação original. Assim, se obtém o resultado final que representa o grau de contraste entre as UDS.

Por fim, a análise da canção será realizada a partir da primeira abordagem acerca das variações presente no livro de Almada, a da variação descontextualizada. Apesar de Almada tratar a variação em função do tempo e também de pelas suas aplicações analíticas, a análise que se pretende fazer neste artigo dos materiais

¹ O domínio harmônico (h) não será abordado neste trabalho.

² Ver página 9.

melódicos iniciais da canção de Schubert busca encontrar os resquícios de semelhança entre os materiais contrastantes apresentados, sem propor a forma como eles se desenvolvem e se transformam no decorrer da música. Desta maneira, a abordagem do trabalho se afasta das aplicações da variação em função do tempo e das aplicações analíticas que dela provém.

Além do mais, optou-se neste trabalho por definir as UDS analisadas como sendo as próprias frases musicais, o que não ocorre na análise do *Intermezzo em Lá maior Op.118/2* de Brahms na obra de Almada. Pela necessidade de se estabelecer os passos da variação progressiva desta obra, Almada optou pelo mapeamento da progressão das variações a partir das *Grundgestalten* abstraídas, configurações muitas vezes reduzidas a duas notas, por exemplo.

3. Análise da canção Gute Nacht pelo MDA

Por outro lado, a canção *Gute Nacht* do ciclo *Winterreise* de Schubert é uma música em forma estrófica, tradicionalmente representada como uma forma (AAA) que repete os mesmos materiais apresentados nas primeiras frases musicais. É uma forma bastante presente nos *Lieder*, tendo em vista que o material musical repetido respeita a divisão das estrofes dos poemas em que se baseia, fazendo com que as mudanças musicais ocorram entre os versos de cada estrofe.

Em *Gute Nacht*, a melodia de cada uma das três estrofes (doravante α , β , γ) é dividida em outros três períodos ($\alpha.a$, $\alpha.b$, $\alpha.c$; $\beta.a$, $\beta.b$, etc), havendo a repetição por *ritornello* da estrofe α . Apesar de as estrofes repetirem o material dos períodos entre si, pequenas modificações são feitas entre uma estrofe e outra. Isto gera um alto grau de semelhança entre cada uma das estrofes (entre $\alpha.a$, $\beta.a$ e $\gamma.a$, por exemplo), mas, ao mesmo tempo, garante a expressividade que acompanha o texto por transformações pontuais dentro de cada período. Os maiores contrastes ocorrem justamente entre os períodos, fazendo com que cada estrofe em si contenha o grau de variação necessário para o desenvolvimento e fechamento de uma ideia.

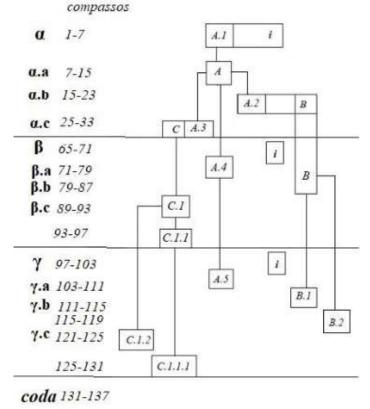


Figura 8: Frases que iniciam os períodos $\alpha.a$, $\alpha.b$, $\alpha.c$, UDS's A, A.2 ou B e A.3 ou C respectivamente.

Contudo, mesmo entre estes períodos de maior contraste, é possível abstrair muitas relações de semelhança, como é o caso das relações rítmicas, contorno melódico

e uso de determinados intervalos³. Desta forma, é possível especular sobre uma possível origem única de todos os materiais da peça (Tab.1) e averiguar com o MDA de maneira objetiva o grau de semelhança entre os materiais melódicos contrastantes, a partir das operações transformacionais e cálculos de semelhança a seguir expostos.

 ${\bf Tabela~1:} \ {\bf Forma~da~canção} \ {\it Gute~Nacht}, \ {\bf mostrando~as~relações~entre~os~materiais~mel\'odicos~e~a~frase } \\ {\bf principal~A~apresentada~e~repetida~no~per\'iodo~{\bf A.a.}}$



3.1 Operações transformacionais e cálculo

Conforme dito anteriormente: os maiores contrastes da canção ocorrem entre $\alpha.a$, $\alpha.b$ e $\alpha.c$, sendo mantida a sequência da apresentação destes períodos nas estrofes β e γ ; $\alpha.b$ e $\alpha.c$ apresentam certas relações de semelhança com $\alpha.a$, o que aponta para uma possível interpretação de origem única de todos os elementos da música, conforme mostra a Tab. 1. Assim, as comparações entre as UDS do início destes três períodos serão feitas em relação a $\alpha.a$, na função de P (parent, pai) e nomeada como UDS A, e $\alpha.b$ e $\alpha.c$ nas funções de C (child, criança) e nomeada como UDS A.2 ou B e A.3 ou C.

A mudança de nomenclatura entre as UDS A.2 e A.3, se dá por conta da especiação⁴ que ocorre entre esses materiais, uma vez que as repetições e variações que

³ Estas relações serão abordadas posteriormente.

⁴ Segundo Almada, a especiação ocorre quando uma variante C diverge radicalmente de seu antecessor

vão ocorrer nas estrofes seguintes mantém a estrutura das UDS A.2 e A.3 de forma independente da UDS A. A relação com os demais materiais da música, inclusive com a UDS A.1, a melodia instrumental da introdução da canção, não serão tratadas neste trabalho.

As mudanças entre A e B passam por uma série de operações transformacionais separadas entre os atributos de classe de alturas e ritmos a seguir expostas (Figure 9).

No domínio das alturas as operações utilizadas foram as seguintes. P/C1: Alteração cromática (**ALT**₊) 1, 7, 11, 13, 15, transformando os Mi bemóis em Mi natural; C1/C2: Adição (**ADD**₂) de dois semitons no primeiro e segundo intervalos, mantendo a configuração intervalar dos próximos elementos; C2/C3: Permutação (**PER**) entre os elementos 5, 12 e 15; C3/C4: Mudança de registro (**OCT**) dos eventos 1 a 4 e do evento 9; C4/C5: Retrogradação (**R**) dos eventos 1 a 4 e dos elementos 13 e 14; C5/C6: Alteração cromática negativa (**ALT**.) dos eventos 1 a 10, 13, 14 e 16; e Inversão diatônica (**i**) dos intervalos 8 e 15.

No domínio rítmico as operações usadas foram: P/C1: Subtração de duas semicolcheias (\mathbf{SUB}_2) do evento 10; Adição de uma semicolcheia (\mathbf{ADD}_1) nos eventos 12 e 15.

Nota-se que o domínio das alturas precisou passar por diversas operações para se transformar de A para B. Contudo, apenas duas operações resolveram o domínio rítmico. Há, no entanto, semelhanças melódicas que ocorrem nos dois trechos como os saltos de quarta (em A os saltos ocorrem nos elementos 3, 4 e 9, 10, em B nos elementos 1, 2), a coincidência entre os elementos 6, 7 e 8 de A e B, e o contorno melódicos dos dois últimos compassos de B que remetem aos cinco últimos elementos de A. De qualquer forma, o que se observa das operações é que estes aspectos em comum ainda necessitam ser transformados, deixando de conservar a forma comum para a transição de A para B.

-

imediato, P, de forma que os outros materiais derivados de C sejam considerados como uma linhagem à parte e não pertencentes a P. O termo especiação tem origem no fenômeno natural de formação de novas espécies, percebido por Charles Darwin. (ALMADA, 2020b, p.160-161)



Figura 9: Operações transformacionais entre A e B.

Em complementação às operações, apresenta-se cada valor correspondente aos atributos de A e B e o resultado do cálculo das diferenças entre estas UDS (k(A//B)).

```
A (pitch/ altura):
p1: 75, 74, 72, 67, 63, 62, 63, 62, 72, 67, 63, 67, 63, 62, 63, 60
p2: 3, 2, 0, 7, 3, 2, 3, 2, 0, 7, 3, 7, 3, 2, 3, 0
p3: -1, -2, -5, -4, -1, +1, -1, +10, -5, -4, +4, -4, -1, +1, -3
p4: 6, 5, 4, 3, 2, 1, 2, 1, 4, 3, 2, 3, 2, 1, 2, 0
```

```
p5: 15
(time/ritmo)
t1: 2, 2, 2, 2, 2, 3, 1, 2, 2, 3, 1, 1, 1, 1, 1, 4
t2: 2, 2, 2, 2, 2, 3, 1, 2, 2, 3, 1, 1, 1, 1, 1
t3: 5, 12, 6, 9, 7, 14, 4, 10, 8, 13, 3, 11, 1, 2, 0, 15
t4: 30
B (pitch/ altura):
p1: 58, 63, 63, 63, 63, 65, 67, 65, 67, 70, 68, 67, 65, 67, 68, 67
p2: 10, 3, 3, 3, 3, 5, 7, 5, 7, 10, 8, 7, 5, 7, 8, 7
p3: +5, 0, 0, 0, 2, 2, -2, 2, 3, -2, -1, -2, 2, 1, -1
p4: 0, 1, 1, 1, 1, 2, 3, 2, 3, 5, 4, 3, 2, 3, 4, 3
p5: 9
(time/ritmo)
t1: 2, 2, 2, 2, 2, 3, 1, 2, 2, 1, 1, 2, 2, 1, 1, 4
t2: 2, 2, 2, 2, 2, 3, 1, 2, 2, 1, 1, 2, 2, 1, 1
t3: 5, 12, 6, 9, 7, 14, 4, 10, 8, 13, 1, 3, 11, 2, 0, 15
t4: 30
```

K(A//B) = 0.502

Almada considera o valor de k=1 como contraste absoluto. Assim, o valor de k= 0,5 configura contraste diametralmente situado entre a repetição idêntica (k = 0) e o contraste absoluto (k = 1). O valor máximo de contraste (kp/t max) resultante da operação anterior, contribui para um resultado mais contrastante do que esperado para materiais aparentemente correlacionados. Isso é esperado, uma vez que o valor máximo de contraste só poderia advir do resultado obtido em kp'A//B, já que o domínio das alturas é o domínio com maior contraste.

Vejamos as operações transformacionais entre $A \in C$ (Figura 10).

No domínio das alturas as operações utilizadas foram as seguintes. P/C1: Permutação (**PER**) entre todos os elementos; C1/C2: Transposição diatônica em um passo (\mathbf{t}_1) dos elementos 2, 3 e 16; C2/C3: Transposição diatônica em seis passos (\mathbf{t}_6) dos elementos 9 e 10; C3/C4: Inversão diatônica (\mathbf{i}) dos eventos 10 e 14; C4/C5: Adição ($\mathbf{ADD_4}$) de quatro semitons no intervalo 12; C5/C6: Adição ($\mathbf{ADD_2}$) de dois semitons no último intervalo.

No domínio rítmico, curiosamente, apenas uma Permutação (\mathbf{PER}) total é capaz de reordenar os ritmos de A para C.

De fato, as semelhanças entre estas duas UDS são mais visíveis através do deslocamento de muitos dos seus materiais. Tanto com relação às notas quanto com relação aos ritmos, tem-se a impressão de que C se baseia a partir da consequente de

A, mais especificamente dos elementos 9 a 11. Contudo, aplicando o cálculo entre estas UDS chega-se no resultado de k=0.56, ainda mais contrastante do que B.



Figura 10: Operações transformacionais entre A e C.

Mesmo com um número de operações reduzido, observa-se que as semelhanças entre os trechos não se manifestam no cálculo. Como o cálculo compara posições fixas de cada elemento entre as matrizes de cada trecho, a reordenação proporcionada pela operação (**PER**), mesmo que seja uma transformação que abrevie o uso de outras operações, não altera o valor absoluto de k.

Conclusões

O alto grau de contraste encontrado entre estes trechos, situado exatamente entre a diferença absoluta e a repetição idêntica, sugere um afastamento da hipótese

de algum "parentesco" entre os objetos analisados. Contudo, tendo em vista a necessidade de criar contrastes internos dentro de cada estrofe, a especiação que ocorre entre as UDS que compõe a primeira estrofe da música sugere um afastamento destes trechos. Frisa-se que a pretensão não é refazer os passos do compositor, mas sim encontrar formas objetivas de afirmar como semelhanças ocorrem e se manifestam em determinadas peças musicais.

No presente caso, o uso alternativo do MDA reflete como este método aponta a relação entre as semelhanças dos trechos analisados. Observa-se, pela técnica proposta por Almada, que o cálculo entre UDS's continua apontando contrastes em possíveis semelhanças que ocorrem de maneira deslocada na ordem, ou seja, apenas compara o elemento e sua posição na matriz de forma independente dos outros elementos.

Neste sentido, é necessário observar o uso do MDA para trechos longos, uma vez que a proposta analítica na obra de Almada se dirige a fragmentos curtos de música. O uso do MDA como proposto originalmente pelo autor na análise do *Intermezzo em Lá maior Op.118/2* de Brahms permite com que configurações semelhantes pontuais sejam minuciosamente analisadas com relação a outro trecho localizado na trama de *Grundgestalt* que surge dessa análise. Por outro lado, o número total de elementos analisados em cada trecho pode afetar variáveis do cálculo, como o kp/t max., tendo em vista o acúmulo dos resultados de cada subtração realizada nos elementos das matrizes.

De qualquer forma, o uso do MDA a partir da variação descontextualizada, ou seja, um uso alternativo do MDA para fins analíticos, pode ser uma opção viável para a obtenção de dados objetivos com relação à comparação de frases musicais e suas semelhanças profundas ou superficiais. A aplicação e comparação de resultados realizados em outras análises nos mais diversos contextos podem auxiliar na construção de significado dos resultados obtidos. A comparação de contextos em que valores de 'k' em trechos de músicas de forma estrófica, como o caso de *Gute Nacht*, por exemplo, pode ajudar a determinar níveis de contraste esperados na literatura da forma.

Referências

- ALMADA, Carlos. A Transformational Approach for Musical Variation. *Orfeu*, v.5, n. 3, dez. 2020a, p. 373-577.
- ALMADA, Carlos. *Musical Variation*: Toward a Transformational Perspective. [S.l., s.n.], 2020b.
- ALMADA, Carlos. Variation and Developing Variation under a Transformational Perspective. *Musica Theorica*, v. 4, 2019, p. 30-61.
- GOLLIN, Edward. Representations of Space and Conceptions of Distance in Transformational Music Theories. Tese (PhD in Music). Harvard University, 2000.

- HOSKINSON, Darin. The Grundgestalt and Network Transformations in the Late Choral Works of Anton Webern. Tese (Doutorado em Música). University of Oregon, Eugene, 2006.
- LEWIN, David. Generalized Musical Intervals and Transformations. New Haven: Yale University Press. 1987.
- MAYR, Desirée; ALMADA, Carlos. Geometrical and Vector Representation of Metrical Relations. In: II CONGRESSO DA ASSOCIAÇÃO NACIONAL DE TEORIA E ANÁLISE MUSICAL, 2017. Florianópolis. *Anais* ... Florianópolis: UDESC, 2017, p. 10-19.
- MORRIS, Robert. *Composition with Pitch Classes*: A Theory of Compositional Design. New Haven: Yale University Press, 1987.
- RINGS, Steven. *Tonality and Transformation*. Oxford: Oxford University Press. 2011.
- TOUSSAINT, Godfried. *The Geometry of Musical Rhythm*: What Makes a "Good" Rhythm Good? Boca Raton, FL: CRC Press, 2013.