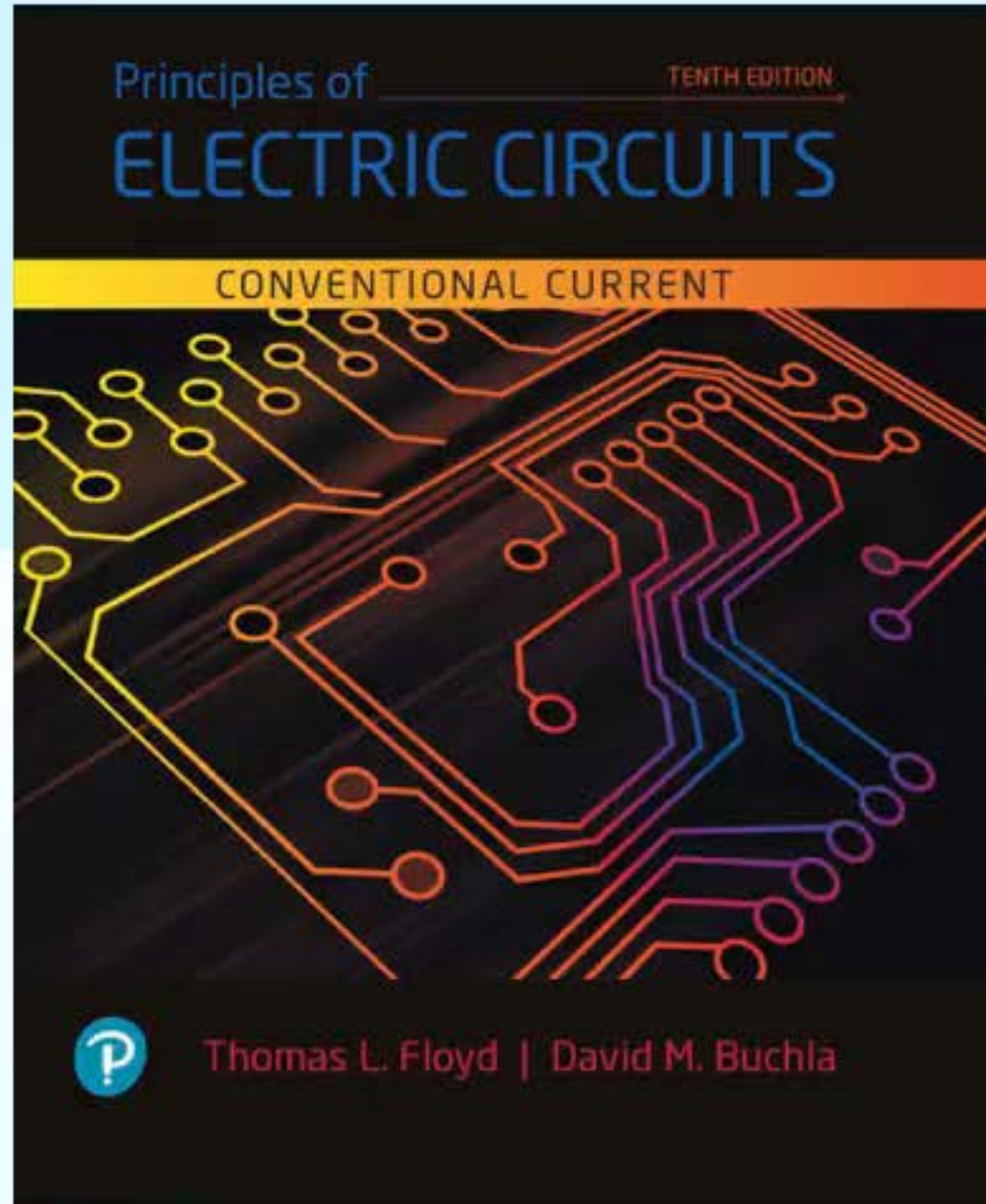


Elektrik Devrelerinin İlkeleri: Konvansiyonel Akım

Onuncu Baskı



Bölüm 9

Dal, Döngü ve Düğüm Analizleri

Telif Hakkı © 2020, 2010,
2007 Pearson Education,
Inc. Tüm Hakları Saklıdır

Doç. Dr. Ali YILMAZ

Özet: Eşzamanlı Denklemler (1/2)

Bölüm 9'daki devre analizi yöntemleri, eşzamanlı denklemlerin kullanılmasını gerektirir.

- Eşzamanlı denklemlerin çözülmesini basitleştirmek için, genellikle standart formda oluşturulurlar. İki bilinmeyenli iki denklem için standart form

The diagram shows two simultaneous linear equations in standard form:

$$\begin{aligned} a_{1,1}x_1 + a_{1,2}x_2 &= b_1 \\ a_{2,1}x_1 + a_{2,2}x_2 &= b_2 \end{aligned}$$

Labels with arrows pointing to the corresponding parts of the equations:

- coefficients**: Points to $a_{1,1}$ and $a_{2,1}$.
- variables**: Points to x_1 and x_2 .
- constants**: Points to b_1 and b_2 .

Özet: Eşzamanlı Denklemler (2/2)

Örnek:

Bir devre aşağıdaki denklemlere sahiptir. Denklemleri standart biçime dönüştürün.

$$-10 + 270I_A + 1000(I_A - I_B) = 0$$

$$1000(I_B - I_A) + 680I_B + 6 = 0$$

Çözüm:

Değişkenler ve katsayıları sıralanacak şekilde yeniden düzenleyin ve sabitleri sağa koyun.

$$1270I_A - 1000I_B = 10$$

$$-1000I_A + 1680I_B = -6$$

Özet: Eşzamanlı Denklemleri Çözme (1/10)

Eşzamanlı denklemleri çözmek için kullanılan üç yöntem şunlardır:

- Cebirsel yerine koyma
- Determinant yöntemi
- Hesap makinesi kullanma

Özet: Eşzamanlı Denklemleri Çözme (2/10)

Örnek:

Yerine koyma metodunu kullanarak I_A için çözün.

$$1270I_A - 1000I_B = 10$$

$$-1000I_A + 1680I_B = -6$$

Çözüm:

İlk denklemde I_B için çözün:

$$I_B = 1.270I_A - 0.010$$

İkinci denkleme I_B 'nin yerine koyun:

$$-1000I_A + 1680(1.270I_A - 0.010) = -6$$

I_A için yeniden düzenleyin ve çözün.

$$1134I_A = 10.8$$

$$I_A = 9.53 \text{ mA}$$

Özet: Eşzamanlı Denklemleri Çözme (3/10)

Önceki örnekte I_B 'yi bulmak istiyorsanız, I_A 'nın sonucunu orijinal denklemlerden birine koyabilir ve I_B 'yi çözebilirsiniz. Böylece,

$$1270I_A - 1000I_B = 10$$

$$1270(9.53 \text{ mA}) - 1000I_B = 10$$

$$I_B = 2.10 \text{ mA}$$

Özet: Eşzamanlı Denklemleri Çözme (4/10)

Determinantların yöntemi, bilinmeyenleri bulmak için başka bir yaklaşımdır. Karakteristik determinant, bilinmeyenlerin katsayılarından oluşur.

Örnek:

Denklemler için karakteristik determinantı yazın. Değerini hesaplayın.

$$\begin{aligned}1270I_A - 1000I_B &= 10 \\ -1000I_A + 1680I_B &= -6\end{aligned}$$

Çözüm:

$$\begin{vmatrix} 1270 & -1000 \\ -1000 & 1680 \end{vmatrix} = 1.134$$

Özet: Eşzamanlı Denklemleri Çözme (5/10)

Bir bilinmeyeni determinantlarla çözmek için, bilinmeyenin katsayılarının yerine sabitleri koyarak bir değişkenin determinantını oluşturun. Karakteristik determinantla bölün.

Unknown variable

Constants

$$x_1 = \frac{\begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}}$$

Characteristic determinant

To solve for x_2 :

$$x_2 = \frac{\begin{pmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}}$$

Özet: Eşzamanlı Denklemleri Çözme (6/10)

Örnek:

Determinantları kullanarak aynı denklemleri çözün:

$$\begin{aligned}1270I_A - 1000I_B &= 10 \\ -1000I_A + 1680I_B &= -6\end{aligned}$$

Çözüm:

$$I_A = \frac{\begin{vmatrix} 10 & -1000 \\ -6 & 1680 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1270 & -1000 \\ -1000 & 1680 \end{vmatrix}} = 9.53 \text{ mA}$$

$$I_B = \frac{\begin{vmatrix} 1270 & 10 \\ -1000 & -6 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1270 & -1000 \\ -1000 & 1680 \end{vmatrix}} = 2.10 \text{ mA}$$

Özet: Eşzamanlı Denklemleri Çözme (7/10)

Birçok bilimsel hesap makinesi, eşzamanlı denklemleri çözmenize izin verir. Spesifik yöntem, hesap makinenize bağlıdır, ancak her zaman önce denklemleri standart formda yazacak ve ardından denklem sayısını, katsayıları ve sabitleri gireceksiniz. Çöz tuşuna basmak bilinmeyenlerin değerlerini gösterecektir.

$$a_{1,1}x_1 + a_{1,2}x_2 = b_1$$

$$a_{2,1}x_1 + a_{2,2}x_2 = b_2$$

Örnek:

TI-84 Plus CE kullanarak aynı denklemleri çözün:

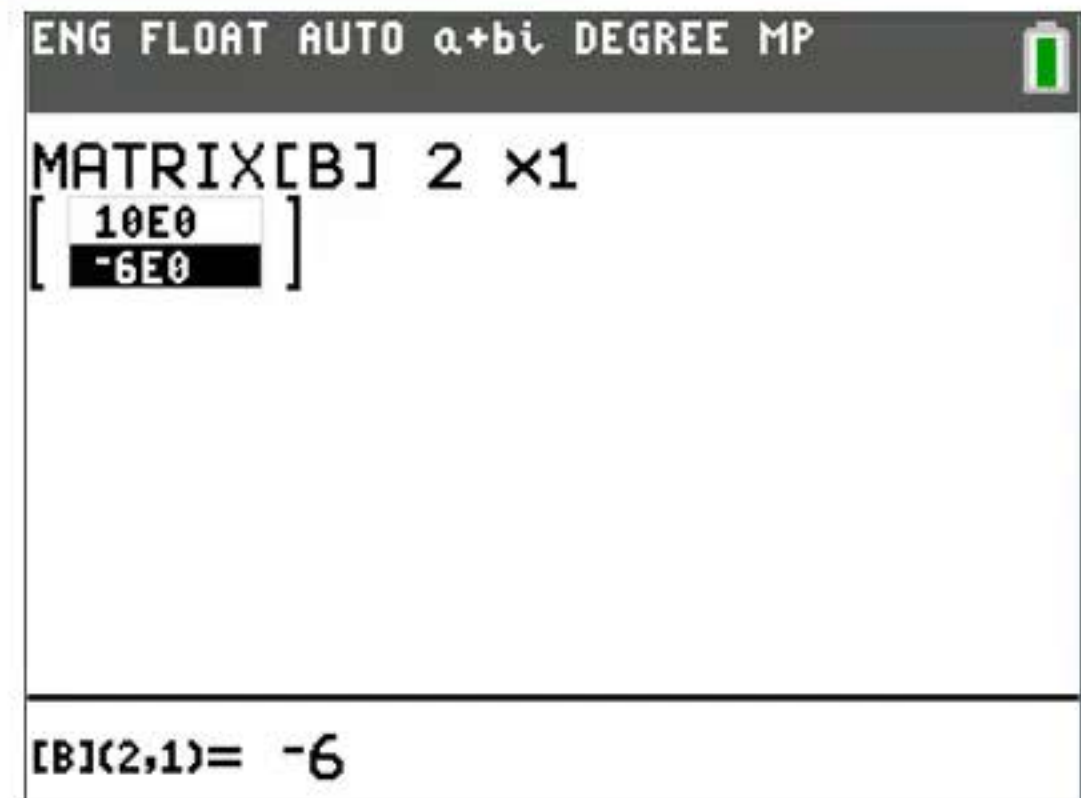
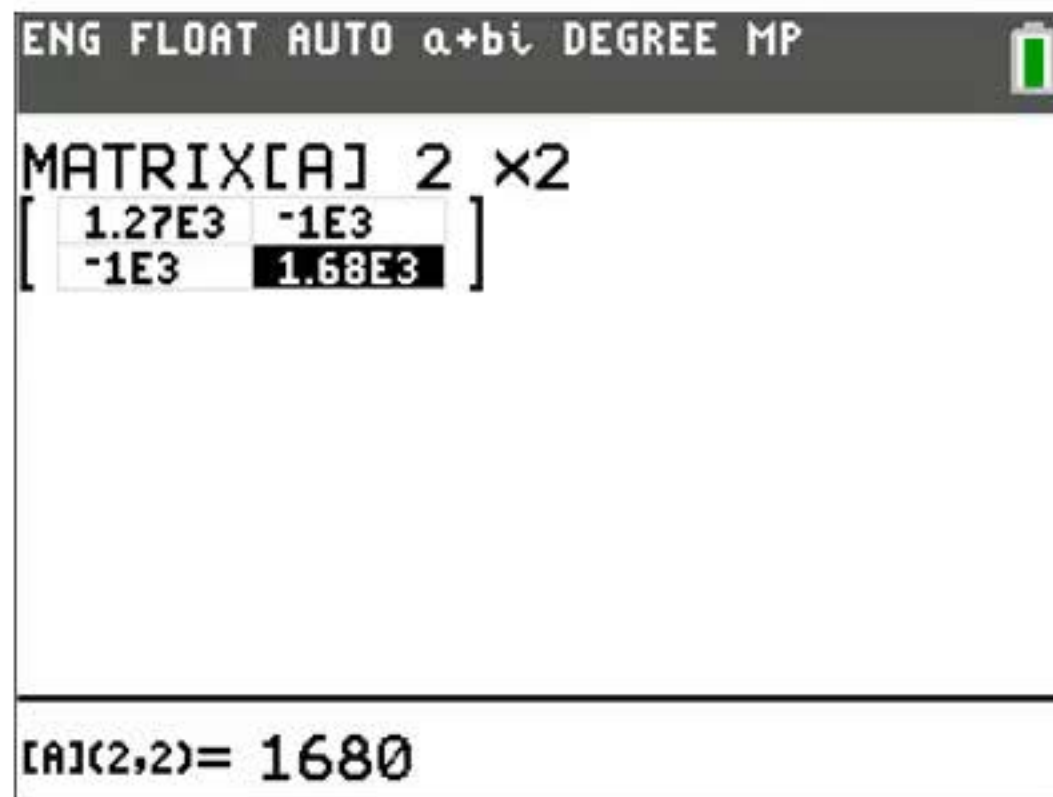
$$\begin{aligned}1270I_A - 1000I_B &= 10 \\ -1000I_A + 1680I_B &= -6\end{aligned}$$

Özet: Eşzamanlı Denklemleri Çözme (8/10)

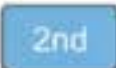

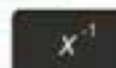
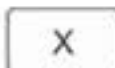


Çözüm:

Matris menüsünü açmak için   'e basın. DÜZENLE'yi seçin ve değerleri [A] matrisine (katsayı matrisi) girmek için  'a basın.

[B] matrisi için bu işlemi tekrarlayın. Matrisleri girmek için ekranlar gösterilir:



Özet: Eşzamanlı Denklemleri Çözme (9/10)

Matris matematiği ana ekranda yapılır. Çıkmak ve ana ekrana dönmek için »   "e basın ve İsimler menüsünden [A]'yı seçin. [A] matrisini ters çevirmek için »  "e basın.
Şimdi »    "e basın ve İsimler menüsünden [B]'yi seçin.

Ekran gösterildiği gibi görünmelidir.

Çözmek için »  " tuşuna basın.



Özet: Eşzamanlı Denklemleri Çözme (10/10)

Çözüm matrisi I_A ve I_B 'yi amper cinsinden gösterir. Sonuç, önceki hesaplamaları doğrular.

$I_A = 9.53 \text{ mA}$
 $I_B = 2.10 \text{ mA}$

ENG FLOAT AUTO a+bi DEGREE MP

$[A]^{-1} * [B]$

$\begin{bmatrix} 9.527170078E-3 \\ 2.099505999E-3 \end{bmatrix}$

Not: Bazı kişiler, elektronik tablo kullanarak matrisleri çözmek için Excel gibi bir bilgisayar programı kullanarak matrisleri çözmeyi tercih eder.

Özet: Dal akım yöntemi (1/3)

Dal akımı yönteminde, eşzamanlı denklemler kullanarak bir devredeki akımları çözebilirsiniz.

Adımlar:

1. Her dalda rasgele bir yönde bir akım atayın.
2. Polariteleri atanan yönlerle göre gösterin.
3. KVK'yı her kapalı döngüye uygulayın.
4. KAK'yı düğümlere tüm dallar dahil edilecek şekilde uygulayın.
5. Adım 3 ve 4'teki denklemleri çözün.

Özet: Dal akım yöntemi (2/3)

Örnek:

Dal akımı yöntemini kullanarak akımları çözün.

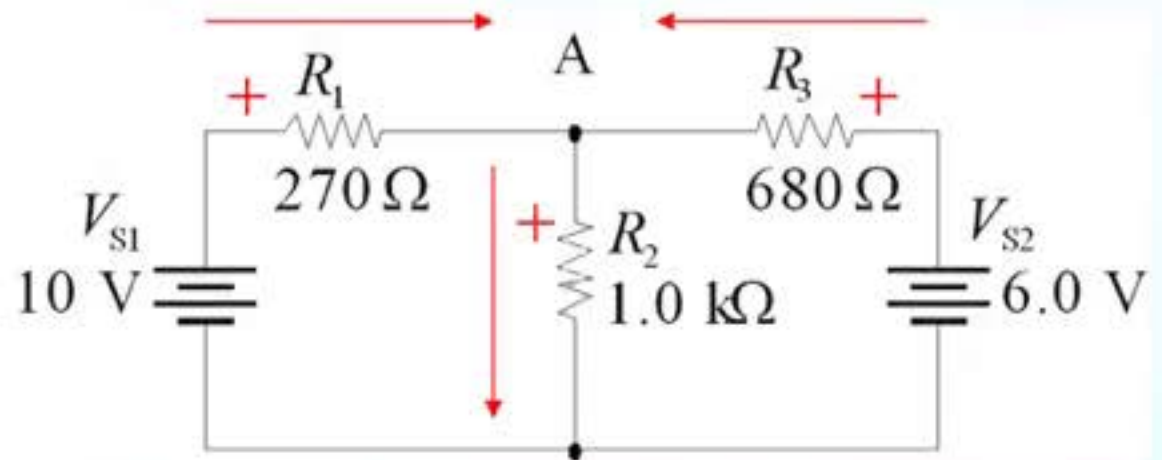
Çözüm:

5. Adım 3 ve 4'teki denklemleri çözün (bir sonraki slayda bakın).

$$0.270I_1 + 1.0I_2 - 10 = 0$$

$$-1.0I_2 - 0.68I_3 + 6.0 = 0$$

$$I_1 + I_3 = I_2$$



Özet: Dal akım yöntemi (3/3)

Çözüm:

Standart formda, denklemler

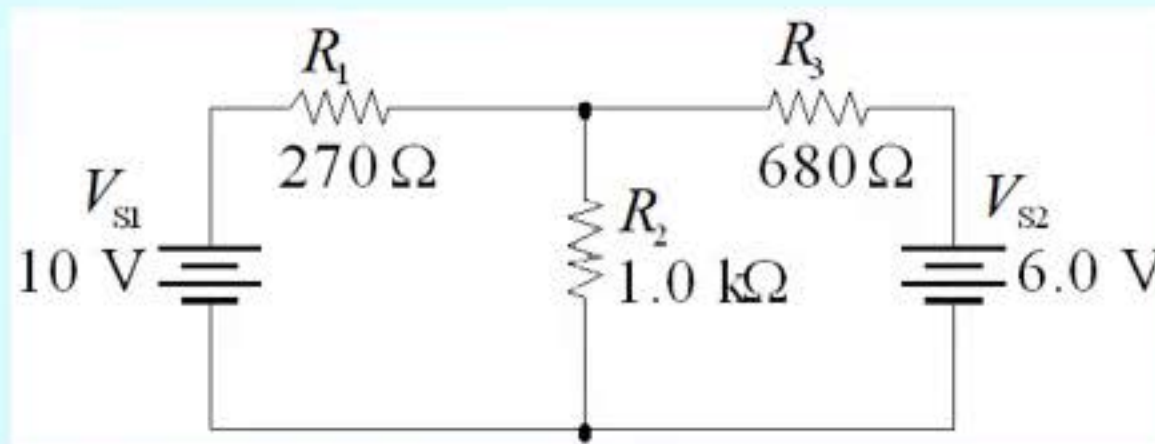
$$0.270I_1 + 1.0I_2 + 0 = 10$$

$$0 - 1.0I_2 - 0.68I_3 = -6.0$$

$$I_1 - I_2 + I_3 = 0$$

I_3 için negatif sonuç, mevcut yönün varsayılan yönün tersi olduğunu gösterir.

Çözüm: $I_1 = 9.53 \text{ mA}$, $I_2 = 7.43 \text{ mA}$, $I_3 = -2.10 \text{ mA}$



Özet: Döngü akımı yöntemi (1/3)

Döngü akımı yönteminde, eşzamanlı denklemler kullanarak bir devredeki akımları çözebilirsiniz.

Adımlar:

1. Gereksiz olmayan her döngüde rastgele bir yönde bir akım atayın.
2. Her döngüde atanan akım yönüne göre polariteleri gösterin.
3. Her kapalı döngünün etrafına KVK uygulayın.
4. Döngü akımları için ortaya çıkan denklemleri çözün.

Özet: Döngü akımı yöntemi (2/3)

Örnek:

Döngü akımı yöntemini kullanarak akımları çözün.

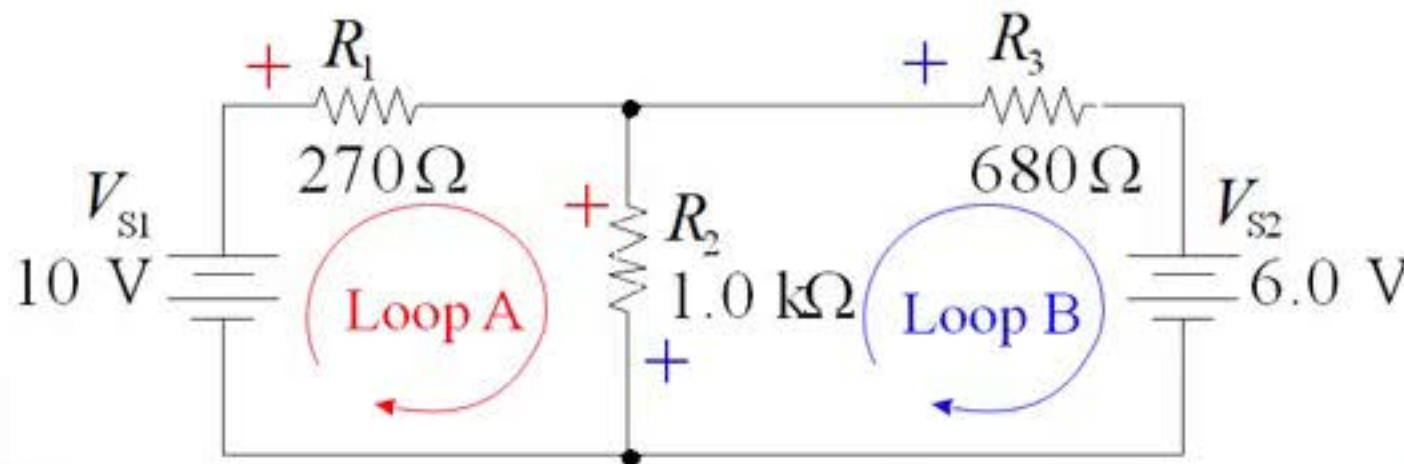
Çözüm:

4. Döngü akımları için ortaya çıkan denklemleri çözün (aşağıdaki slayda bakın).

$$-10 + 0.270I_A + 1.0(I_A - I_B) = 0$$

$$1.0(I_B - I_A) + 0.68I_B + 6.0 = 0$$

R_3 'ün polaritesine dikkat edin.
döngüye bağlı olarak değişir.



Özet: Döngü akımı yöntemi (3/3)

Çözüm:

Döngü denklemlerini standart formda yeniden düzenleme:

$$1.270I_A - 1.0I_B = 10$$

$$-1.0I_A + 1.68I_B = -6.0$$

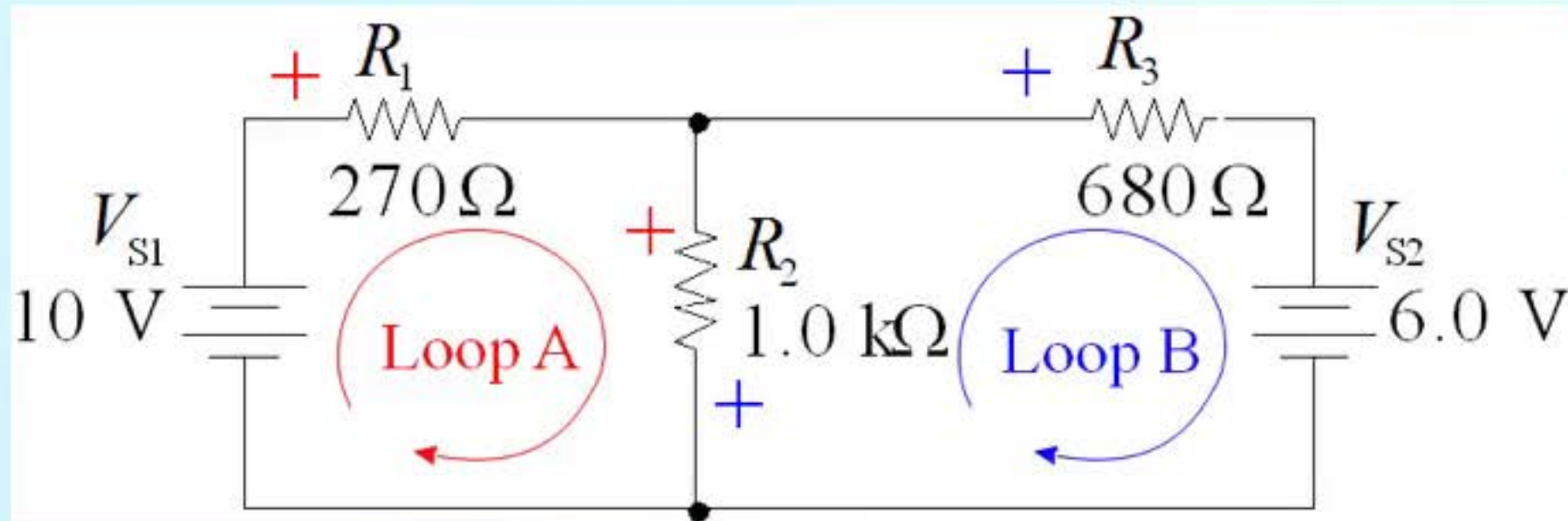
$$I_A = 9.53 \text{ mA}$$

$$I_B = 2.10 \text{ mA}$$

$$I_1 = I_A = 9.53 \text{ mA}$$

$$I_2 = I_A - I_B = 7.43 \text{ mA}$$

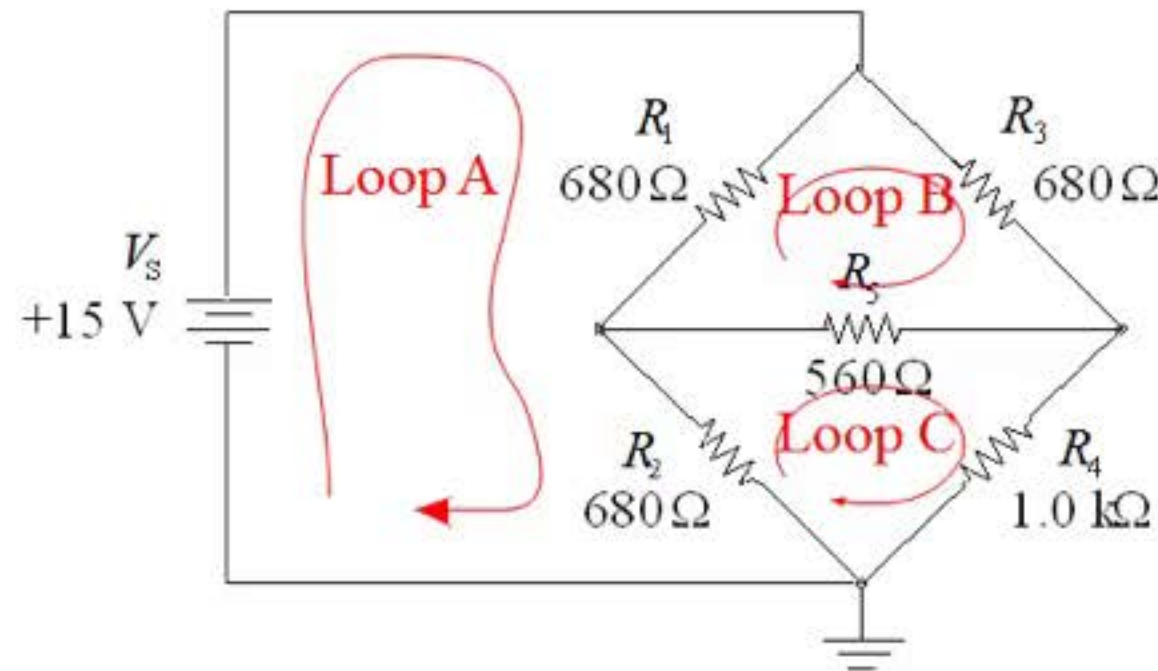
$$I_3 = I_B = 2.10 \text{ mA}$$



Özet: İkiiden fazla döngüye sahip devrelere uygulanan döngü akımı yöntemi

Döngü akımı yöntemi, Wheatstone köprüsü gibi daha karmaşık devrelere uygulanabilir. Adımlar daha önce gösterilenle aynıdır.

Wheatstone köprüsü için döngü yönteminin avantajı, sadece 3 bilinmeyene sahip olmasıdır.

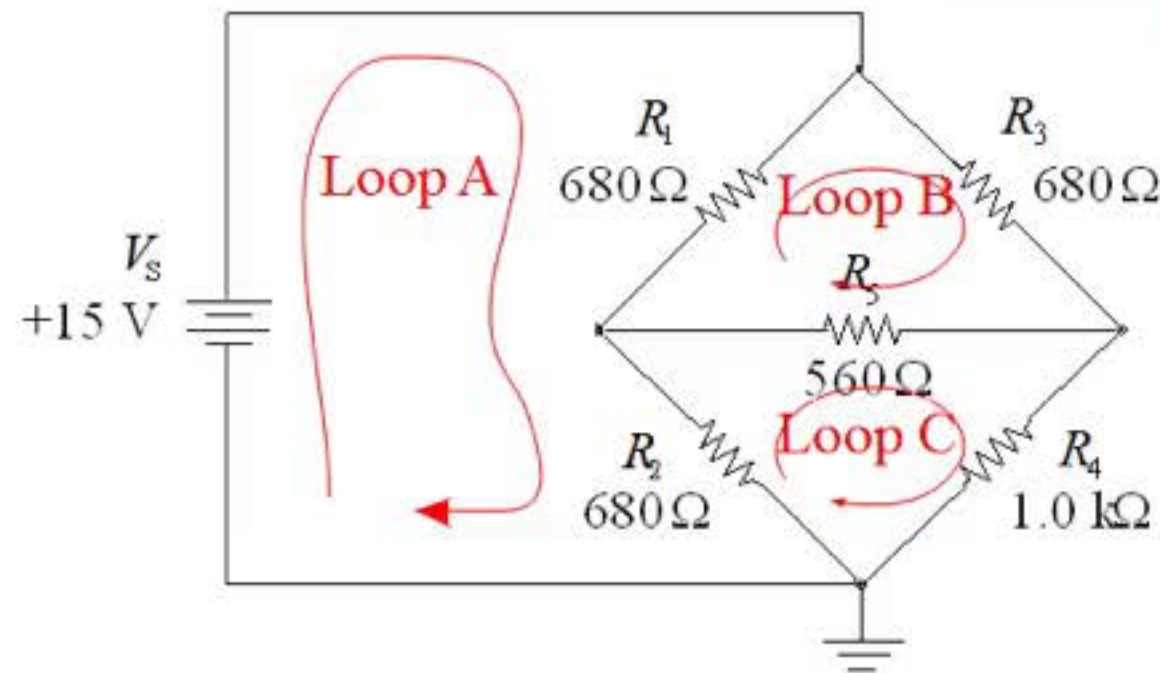


Özet

Örnek:

Wheatstone köprüsünde A Döngüsü için döngü akımı denklemini yazın:

$$-15 + 0.68(I_A - I_B) + 0.68(I_A - I_C) = 0$$



Özet: Düğüm gerilimi yöntemi (1/3)

Düğüm gerilimi yönteminde, KAK'ı kullanarak bir devredeki bilinmeyen voltajları çözebilirsiniz.

Adımlar:

1. Düğüm sayısını belirleyin.
2. Referans olarak bir düğüm seçin. Bilinmeyen her düğüme voltaj tanımlamaları atayın.
3. Referans düğümü hariç her düğümün içine ve dışına akım atayın.
4. Akımların atandığı her düğümde KAK'nu uygulayın.
5. Akım denklemlerini gerilim cinsinden ifade edin ve bilinmeyen gerilimleri Ohm yasasını kullanarak çözün.

Özet: Düğüm gerilimi yöntemi (2/3)

Örnek:

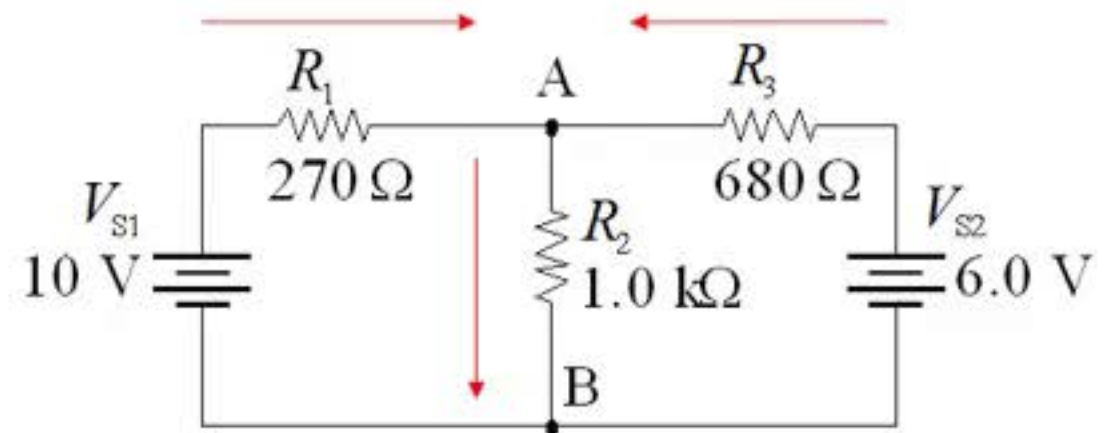
Düğüm voltajı yöntemini kullanarak önceki problem tekrar çözün.

Çözüm:

5. KAK'ı voltaj cinsinden yazın (sonraki slayt).

$$I_1 = \frac{V_{S1} - V_A}{R_1} \quad I_2 = \frac{V_A}{R_2} \quad I_3 = \frac{V_{S2} - V_A}{R_3}$$

$$I_1 + I_3 = I_2$$



Özet: Düğüm gerilimi yöntemi (3/3)

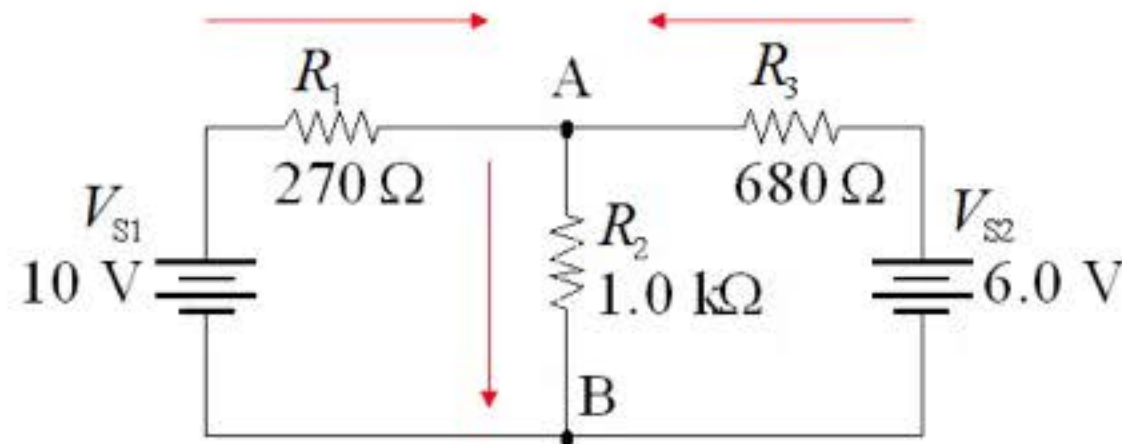
Çözüm:

$$\frac{V_{S1} - V_A}{R_1} + \frac{V_{S2} - V_A}{R_3} = \frac{V_A}{R_2} \quad \frac{10 - V_A}{0.27} + \frac{6.0 - V_A}{0.68} = \frac{V_A}{1.0}$$

$$0.68(10 - V_A) + 0.27(6.0 - V_A) = (0.27)(0.68)V_A = 0.184V_A$$

$$-0.68V_A - 0.27V_A - 0.183V_A = -6.8 - 1.62$$

$$V_A = 7.43 \text{ V}$$



Anahtar Terimler

Dal İki düğümü birbirine bağlayan bir akım yolu.

Determinant Belirli bir değerle sonuçlanan bir diziden oluşan bir kare matrisin çözümü

Döngü Bir devrede kapalı bir akım yolu.

Matris Bir sayı dizisi.

Düğüm İki veya daha fazla bileşenin birleşme noktası.

Eşzamanlı denklemler n bilinmeyen içeren n denklem seti, burada n , 2 veya daha fazla değere sahip bir sayıdır.

Quiz (1/11)

1. Bir dizi eşzamanlı denklemde, $a_{1,2}$ yazan katsayı görünür.

- ☒ a. ilk denklemde
- ☐ b. ikinci denklemde
- ☐ c. yukarıdakilerin ikisinde de
- ☐ d. Yukarıdakilerin hiçbirinde

Quiz (2/11)

2. Standart formda, bir dizi eşzamanlı denklem için sabitler,yazılır.
- a. ilk değişkenin önünde
 - b. ikinci değişkenin önünde
 - ☒ c. denklemin sağ tarafında
 - d. Yukarıdakilerin hepsi

Quiz (3/11)

3. Eşzamanlı denklemleri çözmek için, minimum bağımsız denklem sayısı en az olmalıdır.
- a. iki
 - b. üç
 - c. dört
 - ☒ d. bilinmeyenlerin sayısına eşit

Quiz (4/11)

4. $a_{1,1}x_1 + a_{1,2}x_2 = b_1$ denkleminde, b_1 miktarı temsil eder.

- ☒ a. bir sabiti
- ☐ b. bir katsayı
- ☐ c. bir değişkeni
- ☐ d. yukarıdakilerin hiçbiri

Quiz (5/11)

5. Determinantın değeri nedir? $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 8 \end{pmatrix}$

a. 4

☒ b. 14

c. 24

d. 34

Quiz (6/11)

6. Bir dizi eşzamanlı denklem için karakteristik determinant,kullanılarak oluşturulur.
- a. sadece denklemlerden gelen sabitler
 - ☒ b. sadece denklemlerden gelen katsayılar
 - c. denklemlerden hem sabitler hem de katsayılar
 - d. yukarıdakilerin hiçbiri

Quiz (7/11)

7. Dallanma yönteminde bir akım için negatif bir sonuç, anlamına gelir.
- a. açık bir yol var
 - b. kısa devre var
 - c. sonucun yanlış olduğu
 - ☒ d. akımın yönü varsayılan yönün tersidir

Quiz (8/11)

8. Döngü yöntemini kullanarak bir devreyi çözmek için önce ... uygulanarak her döngü için denklemler yazılır.
- a. KAK
 - ☒ b. KGK
 - c. Ohm yasası
 - d. Thevenin teoremi

Quiz (9/11)

9. Bir Wheatstone köprüsü, döngü denklemleri kullanılarak çözülebilir. Gereken minimum artıksız döngü denklemi sayısı nedir?
- a. bir
 - b. iki
 - ☒ c. üç
 - d. dört

Quiz (10/11)

10. Düğüm gerilimi yönteminde denklemler önce uygulanarak geliştirilir.

☒ a. KAK

b. KGK

c. Ohm yasası

d. Thevenin teoremi