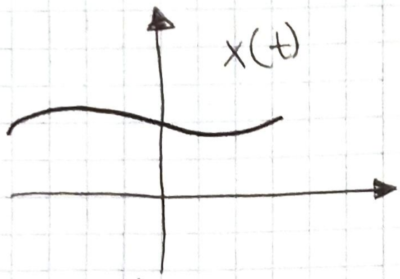
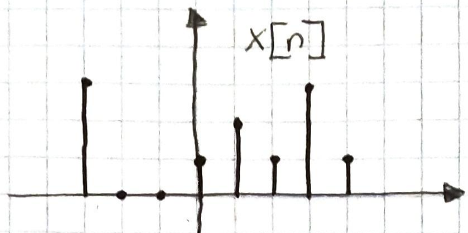


Sürekli zaman sinyalleri



Ayrık zaman sinyalleri

$$x[n] = \begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^n & n \geq 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases}$$

- Bir dizinin değerini hesaplamak için kural verilebilir.

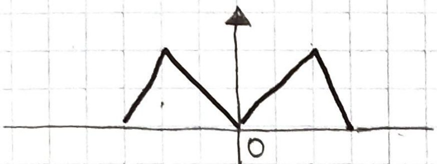
$$\{x_n\} = \{\ldots 0, \underset{\uparrow}{1}, 2, \ldots\}$$

- Dizinin değeri açıkça sıralanabilir. Ok işareti n=0 terimini belirtmek için kullanılır.

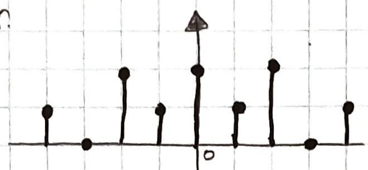
Çift - Tek Sinyaller

$x(-t) = x(t)$ Çift sinyaller

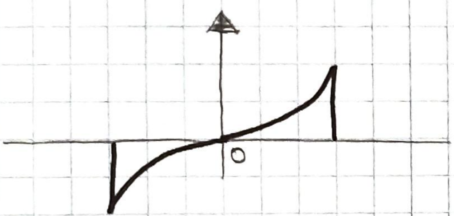
$x(-t) = -x(t)$ Tek sinyaller



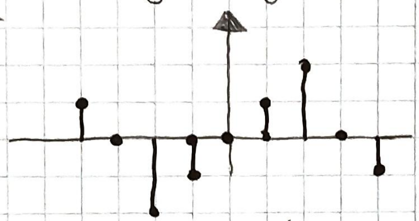
Çift sürekli sinyal
y eksenine göre simetrik



Çift ayrık sinyal
y eksenine göre simetrik



Tek sürekli sinyal
orijine göre simetrik

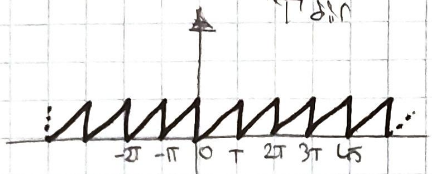


Tek ayrık sinyal
orijine göre simetrik

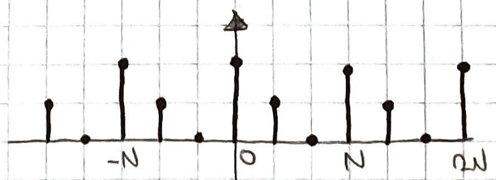
Periyodik ve Periyodik Olmayan Sinyaller

$x(t+T) = x(t)$ bütün t değerleri için sağlanıyorsa periyodiktir.

periyodu T'dir



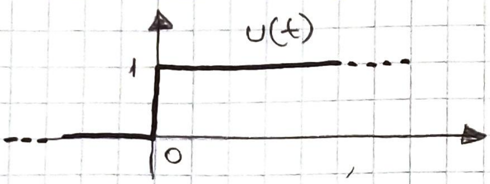
Sürekli periyodik sinyal
periyodu (tekrar için geçen süre) = T

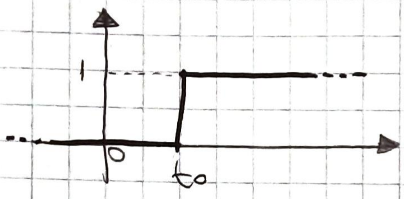


Ayrık periyodik sinyal
periyodu N

SÜREKLİ ZAMAN TEMEL SİNYALLER

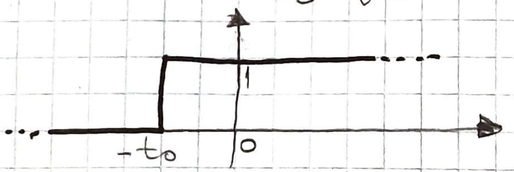
Birim Basamak Sinyali





$$u(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

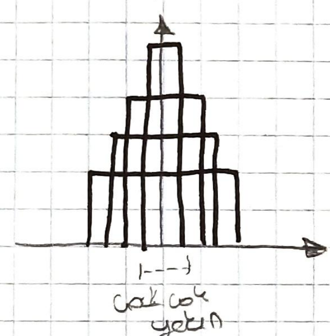
$$u(t-t_0) = \begin{cases} 1 & t \geq t_0 \\ 0 & t < t_0 \end{cases}$$



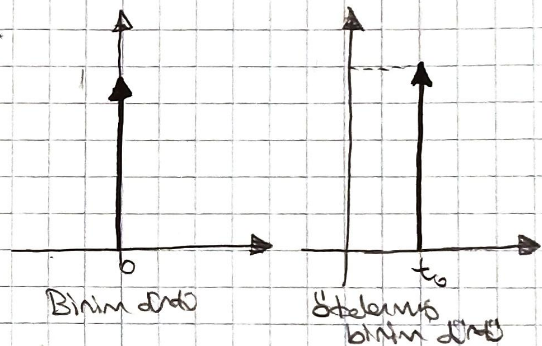
$$u(t+t_0) = \begin{cases} 1 & t \geq t_0 \\ 0 & t < t_0 \end{cases}$$

$$\delta(t) = \begin{cases} 1 & t = 0 \\ 0 & t \neq 0 \end{cases}$$

Birim Dürtü Sinyali

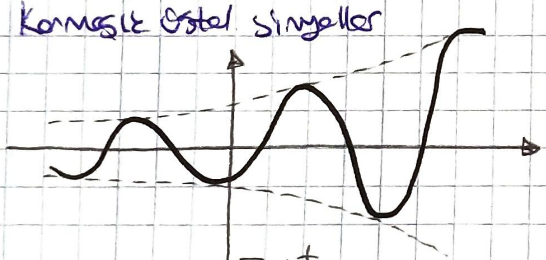


$$\delta(t) = \begin{cases} 0 & t \neq 0 \\ \infty & t = 0 \end{cases}$$

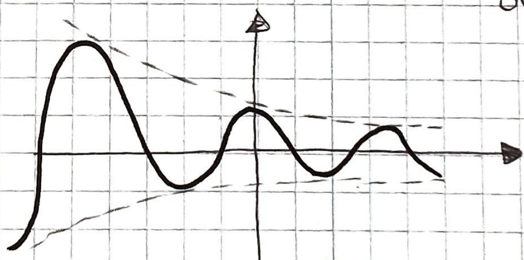


$$\delta(t-t_0) = \begin{cases} 1 & t = t_0 \\ 0 & t \neq t_0 \end{cases}$$

Karmaşık Üstel Sinyaller

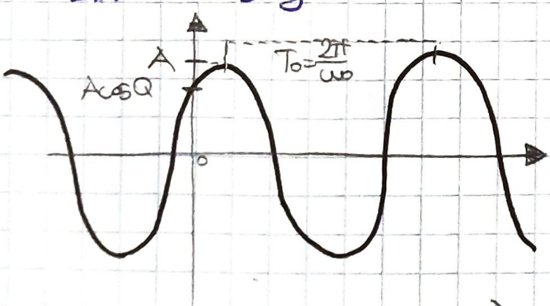


$x(t) = e^{j\omega_0 t}$



$x(t) = e^{-j\omega_0 t}$

Sinüzoidal Sinyaller

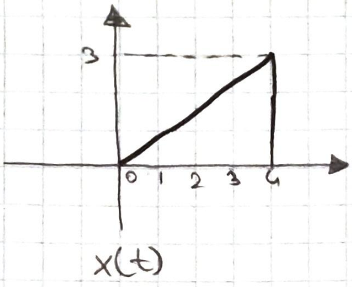


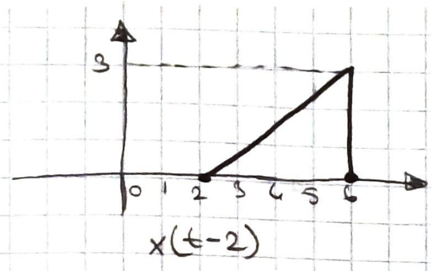
$$x(t) = A\cos(\omega_0 t + \Theta)$$

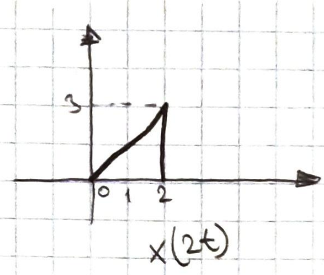
A: genliği verir

ω_0: frekansı radyan/saniye verir

Θ: faz açısını verir.







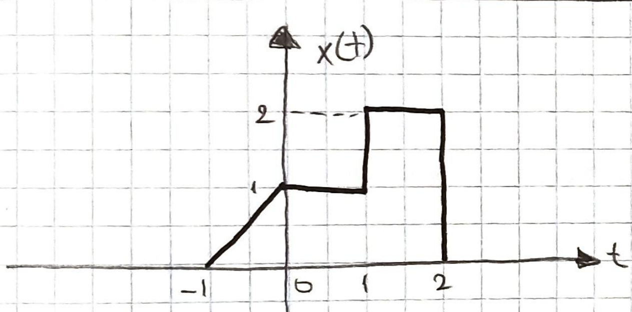
$x(t) = \cos 15t$

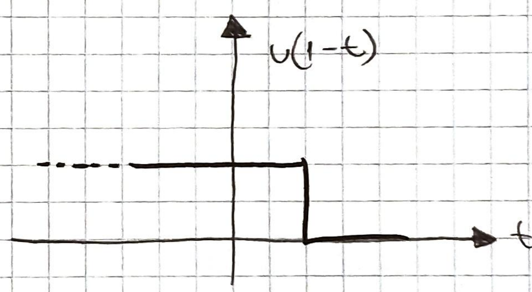
a) $x[n] = x(nT_s)$ dizisinin periyodik olmasını sağlayacak T_s örnekleme aralığını bulunuz.

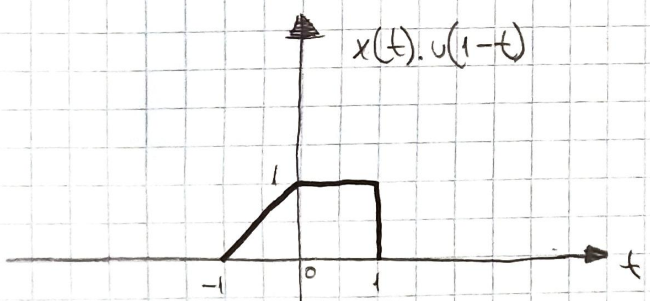
$$T_s = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{15} \qquad \frac{T_s}{T_0} = \frac{T_s}{2\pi/15} = \frac{m}{N_0} \Bigg\} \; T_s = \frac{T_0\, m}{N_0} = \frac{2\pi}{15}\frac{m}{N_0}$$

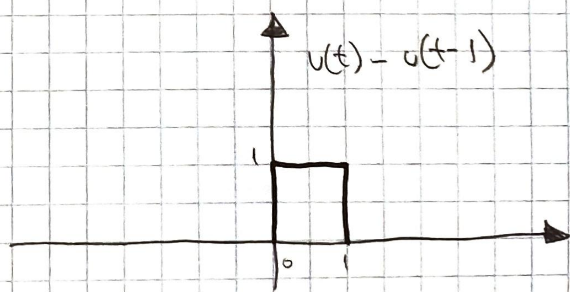
b) $$T_s = 0{,}1\pi = \frac{\pi}{10} \qquad \frac{T_s}{T_0} = \frac{\pi/10}{2\pi/15} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4} \qquad N_0 = \frac{T_0\, m}{T_s} = m\frac{4}{3}$$

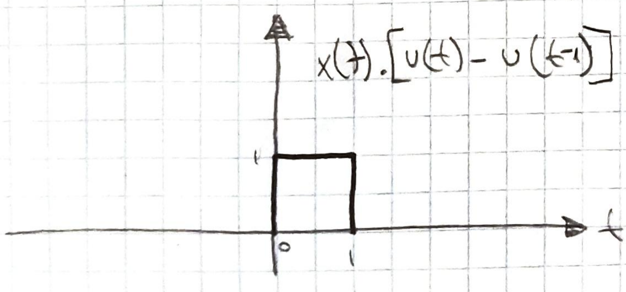
En küçük pozitif tam sayı $m=3$ iken 4 elde edilir. Periyodu 4'tür.

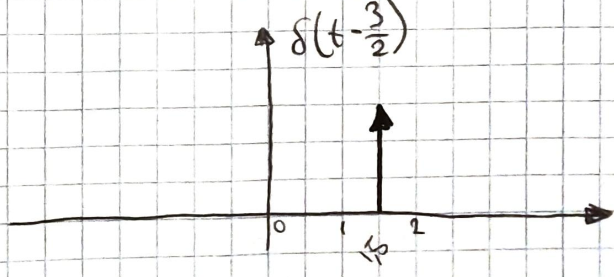


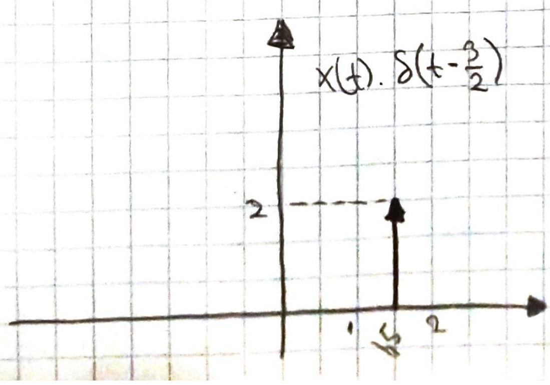












$x[n] \longrightarrow$ Birim geciktirme $\longrightarrow y[n] = x[n-1]$

a) belleksiz mi değil mi?

$$y[n] = T\{x[n]\} = x[n-1]$$

n deki çıkış değeri n-1 deki giriş değerine bağlı olduğundan bellekli dir.

b) nedensel mi değil mi?

Çıkış girişin gelecekteki değerlerine bağlı olmadığından nedenseldir

c) doğrusal mı değil mi?

$$y[n] = T\{a_1x_1[n] + a_2x_2[n]\} = a_1x_1[n-1] + a_2x_2[n-1] = a_1y_1[n] + a_2y_2[n]$$

Veriler süperpozisyon özelliğini sağladığından sistem doğrusaldır

d) zamanla değişmez mi değişir mi?

$y[n]$, $x_1[n] = x[n-n_0]$ girişine karşı düşen tepki olsun

$$y_1[n] = T\{x_1[n]\} = x_1[n-1] = x[n-1-n_0]$$

$$y[n-n_0] = x[n-n_0-1] = x[n-1-n_0] = y_1[n]$$

Sistem zamanla değişmezdir

e) kararlı olup olmadığını belirleyiniz

Bütün n değerleri için $|x[n]| \leq k$ ise

$$|y[n]| = |x[n-1]| \leq k$$

SGSÇ kararlıdır

Sistem Gösterimi

$y = Tx$

Bir sistem x'den y'ye bir dönüşüm olarak düşünülebilir.

T: kuralı temsil eden iyi tanımlı bir operatör.

$x(t) \longrightarrow$ Sistem T $\longrightarrow y(t)$

Sürekli zamanlı sistemler

$x[n] \longrightarrow$ Sistem T $\longrightarrow y[n]$

Ayrık zamanlı sistemler

Bir sistemin çıkışının yalnızca o anki girişe bağlı olması durumunda belleksiz sistem olur. Tersi durumda ise bellekli sistem olur.

Bir sistemin herhangi bir $t=t_0$ anında $y(t)$ çıkışı daha önceki $(t \leq t_0)$ $x(t)$ girişlerine bağlıysa nedensel sistemdir. Yani nedensel sistemler gelecekteki bir girişe bağlı değil de o anki veya geçmişteki değerlerine bağlıdır.
Bu özellikleri taşımayan sistemler nedensel olmayan sistemlerdir.

Toplamsallık ve homojenliği sağlayan sistemler doğrusaldır

Toplamsallık:

herhangi x_1 ve x_2 sinyali için

$Tx_1 = y_1$ $\quad$ $Tx_2 = y_2$ ise

$T\{x_1 + x_2\} = y_1 + y_2$

Homojenlik:

herhangi bir x sinyali ve a skaleri için

$T\{ax\} = ay$

Toplamsallık veya homojenliğin herhangi birini sağlamayan sistem doğrusal değildir.

Bir sistemin girişindeki bir zaman ötelemesi (geciktirme veya ilerleme) çıkış sinyalini de aynı ötelemeye neden oluyorsa sistem zamanla değişmeyen sistemdir.
Koşul sağlamazsa zamanla değişen sistem denir.

$T\{x(t-T)\} = y(t-T)$

$T\{x[n-k]\} = y[n-k]$

* Hem doğrusal, hem zamanla
* değişmeyen sistemlere DZD sistemleri
* denir.

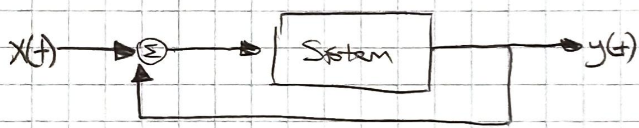
Bir sistem

$|x| \le k_1$

koşulunu sağlayan herhangi bir x sınırlı girişine karşı

$|y| \le k_2$

koşulunu sağlayan y çıkışı veriyorsa bu sistem sınırlı giriş çıkış sınırlı kararlı olarak söylenir (SGSÇ kararlı)



Geribeslemeli Sistem

Birim geciktirme sistemine giriş $x[n] - y[n]$'dir.

$y[n] = x[n-1] - y[n-1]$ yeniden düzenlenerek

$y[n] + y[n-1] = x[n-1]$

KONVOLÜSYON

$$y[n] = x[n] * h[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]\, h[n-k]$$

konvolüsyon çarpımı sonuçtı

1) Dürtü tepkisi zamana göre ters çevrilir (orijine göre yansıtılır) $h[-k]$ elde edilir. Daha sonra n parametreli, k'nın bir fonksiyonu olan $h[n-k] = h[-(k-n)]$'yi oluşturmak için n birim kaydırılır.

2) n parametresi sabit tutularak $x[k]$ ve $h[n-k]$ dizileri k'nın tüm değerleri ile çarpılır

3) $y[n]$ çıkışının tek bir değerini üretmek için $x[k]\, h[n-k]$

4) $y[n]$ çıkışının tüm değerlerini üretmek için n'in $-\infty$'dan $+\infty$'a kadar olan değerler için 1'den 3. adım tekrarlanır.

Dürtü Tepkisi

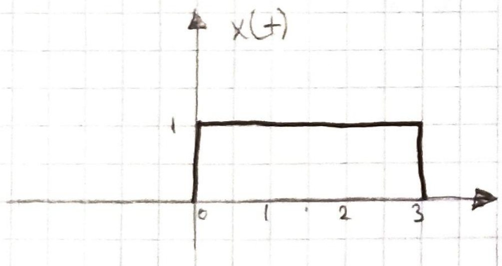
DZD bir sistemin dürtü tepkisi

$$\left(\text{dürtü tepkisi}\right)\; h[n] = T\{\delta[n]\}$$

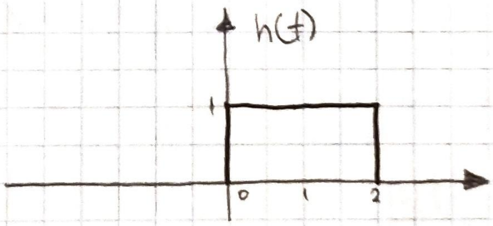
Herhangi bir girişe tepki

$$x[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]\, \delta[n-k]$$

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]\, h[n-k]$$



$x(t) = u(t) - u(t-3)$

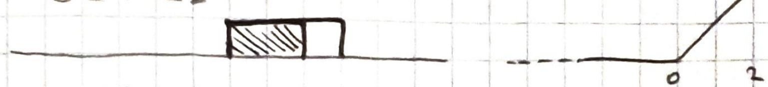


$h(t) = u(t) - u(t-2)$

$$y(t) = x(t) * h(t)$$
$$= \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)\, h(t-\tau)\, d\tau$$
$$= \int_{-\infty}^{\infty} [u(t) - u(t-3)][u(t-\tau) - u(t-\tau-2)]\, d\tau$$
$$= \int_{-\infty}^{\infty} u(\tau)\, u(t-\tau)\, d\tau - \int_{-\infty}^{\infty} u(\tau)\, u(t-2-\tau)\, d\tau$$
$$= -\int_{-\infty} u(\tau-3)\, u(t-\tau)\, d\tau + \int_{-\infty} u(\tau-3)\, u(t-2-\tau)\, d\tau$$

$\tau < 0$ iken

$0 \le \tau \le 2$

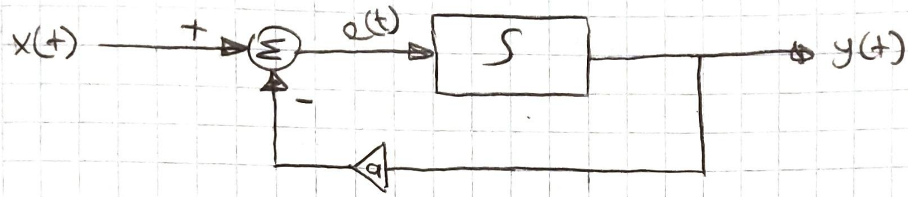


$2 \le \tau \le 3$

$3 \le \tau \le 5$

TÜREVSEL DENKLEMLER İLE TANIMLANAN SİSTEMLER

Bir entegratör ve bir skaler çarpıcıdan oluşan sürekli zamanlı bir sistem için $y(t)$ çıkışı ile $x(t)$ girişi arasında ilişkiyi veren türevsel denklemi bulunuz.



Entegratörün girişi $e(t)$ olarak seçilirse giriş ve çıkış ilişkisi

$$y(t) = \int_{-\infty}^{t} e(t)\,dt$$

olduğundan bu eşitliğin iki tarafın t ye göre türevi alınırsa

$$\frac{dy(t)}{dt} = e(t)$$

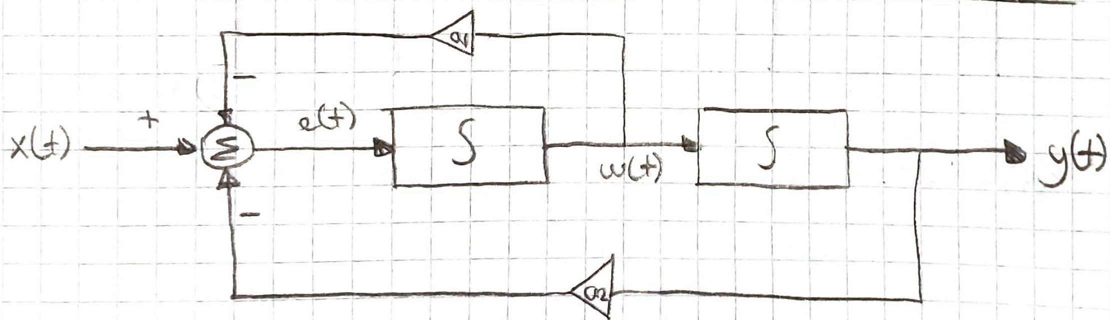
dır

$$e(t) = x(t) - a\,y(t)$$

$$\frac{dy(t)}{dt} = x(t) - a\,y(t)$$

$$\frac{dy(t)}{dt} + a\,y(t) = x(t)$$

birinci mertebeden türev denklemi



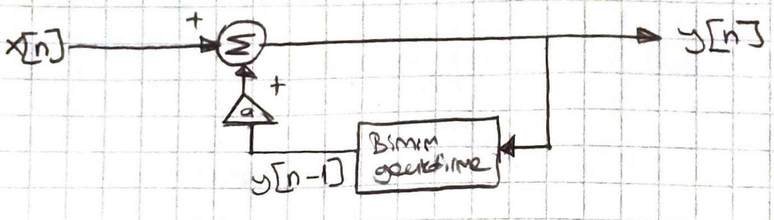
$$e(t) = x(t) - a_1 w(t) - a_2 y(t)$$

$$\left.\begin{aligned} e(t) &= \frac{dw(t)}{dt} \\ w(t) &= \frac{dy(t)}{dt} \end{aligned}\right\} \quad e(t) = \frac{d^2y(t)}{dt^2}$$

$$\frac{d^2y(t)}{dt} = x(t) - a_1\frac{dy(t)}{dt} - a_2 y(t)$$

$$\frac{d^2y(t)}{dt} + a_1\frac{dy(t)}{dt} + a_2 y(t) = x(t)$$

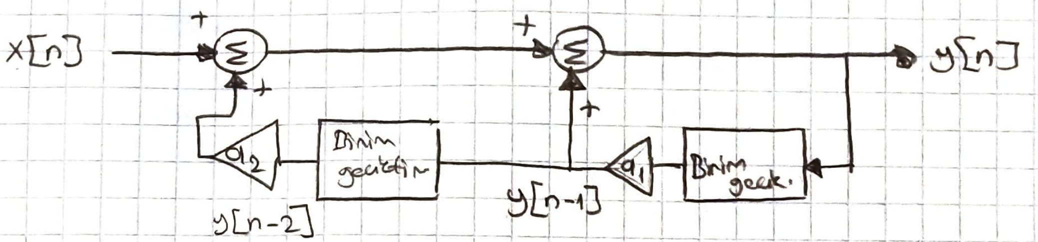
ikinci mertebeden türev denklemi



$$y[n] = a\,y[n-1] + x[n]$$

$$y[n] - a\,y[n-1] = x[n]$$

birinci mertebeden fark denklemi



$$y[n] = x[n] + a_2 y[n-2] + a_1 y[n-1]$$

$$y[n] - a_1 y[n-1] - a_2 y[n-2] = x[n]$$

ikinci mertebeden fark denklemi

Karmaşık üstel Fourier serisi gösterimini bulunuz.

a) $x(t) = \cos w_0 t$

$$\cos w_0 t = \frac{1}{2}\left(e^{jw_0 t} + e^{-jw_0 t}\right) = \frac{1}{2}e^{-jw_0 t} + \frac{1}{2}e^{jw_0 t} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{jkw_0 t}$$

$$c_1 = \frac{1}{2} \qquad c_{-1} = \frac{1}{2} \qquad c_k = 0,\ |k| \neq 1 \text{ iken}$$

b) $x(t) = \sin w_0 t = \frac{1}{2j}\left(e^{jw_0 t} - e^{-jw_0 t}\right) = -\frac{1}{2j}e^{-jw_0 t} + \frac{1}{2j}e^{jw_0 t} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{jkw_0 t}$

$$c_{-1} = -\frac{1}{2j} \qquad c_1 = \frac{1}{2j} \qquad c_k = 0,\ |k| \neq 1 \text{ iken}$$

c) $x(t) = \cos\left(2t + \frac{\pi}{4}\right)$

Temel açısal frekans $w_0 = 2$'dir.

$$x(t) = \cos\left(2t + \frac{\pi}{4}\right) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{jkw_0 t} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{j2kt}$$

$$x(t) = \cos\left(2t + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}\left(e^{j(2t+\pi/4)} + e^{-j(2t+\pi/4)}\right)$$

$$= \frac{1}{2}e^{-j\pi/4}e^{-j2t} + \frac{1}{2}e^{j\pi/4}e^{j2t}$$

$$= \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{j2kt}$$

$$c_{-1} = \frac{1}{2}e^{-j\pi/4}$$

$$c_1 = \frac{1}{2}e^{j\pi/4}$$

$$c_k = 0,\ |k| \neq 1 \text{ iken}$$