

Yapay Zeka

Ders 5 - Bölüm 1

Doç. Dr. Mehmet Dinçer Erbaş
Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi
Mühendislik Fakültesi
Bilgisayar Mühendisliği Bölümü

Bilgisiz arama

- Enine arama (breadth-first search)
- Sabit maliyetli arama (uniform cost search)
- Derinlik öncelikli arama (depth-first search)
- Derinlik limitli arama (depth limited search)
- Yinelemeli derinleşen derinlik öncelikli arama (iterative deepening depth-first search)
- Çift yönlü arama (bidirectional search)

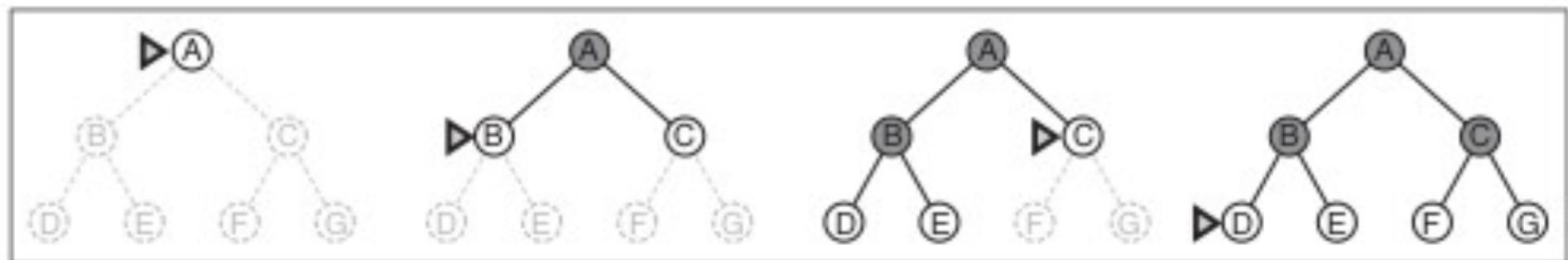
Bilgisiz arama

- Enine arama
 - ~ Enine arama metodu kullanıldığında graftaki açılmamış düğümlerden en sıç (köke en yakın) olanı açılmak üzere seçilir.

```
fonksiyon ENİNE-ARAMA (problem) dönüş bir çözüm veya çözümsüz  
düğüm <== DURUM = problem.BAŞLANGIÇ-DURUMU olan bir düğüm  
yol-maliyeti = 0  
if problem.HEDEF-TESTİ(düğüm.DURUM) then return ÇÖZÜM(düğüm)  
sınır <== sadece düğümü içeren bir FIFO sıra  
keşfedilmiş <== boş kümé  
loop do  
    if BOŞ?(sınır) then return çözümsüz  
    düğüm <== POP(sınır) /* sınırdaki en sıç düğümü seçer */  
    Ekle düğüm.STATE'i keşfedilmiş  
    for each aksiyon in problem.ASKİYONLAR(düğüm.DURUM) do  
        alt <== ALT-DÜĞÜM(problem, düğüm, aksiyon)  
        if alt.STATE keşfedilmiş veya sınır içinde değilse then  
            if problem.HEDEF-TESTİ(alt.DURUM) then return ÇÖZÜM(alt)  
            sınır <== EKLE(alt,sınır)
```

Bilgisiz arama

- Enine arama
 - ~ Bir FIFO sırası (ilk eklenen ilk işleme alınır) kullanılarak bu özellik sağlanabilir.
 - ~ Böylece yeni eklenen düğümler sıranın sonuna gider ve daha önce eklenmiş daha sıçrınan düğümler önce işleme alınır.



Bilgisiz arama

- Enine arama
 - ~ Bütün müdür?
 - Çözüm d dernliğinde olsun. Enine arama daha sıçrı olan bütün düğümleri açtıktan sonra bu düğümü bulacaktır => Evet.
 - ~ Optimal midir?
 - Bulunan en sıçrı çözüm optimal çözüm olmayaçılır.
 - Enine arama, yol maliyetleri düğüm derinliğine bağlı azalmayan bir fonksiyon ile hesaplandığında optimal olur.
 - ~ Her aksiyon aynı maliyete sahip olduğunda bu durum olur.

Bilgisiz arama

- Enine arama
 - ~ Ağacın her düğümünün b tane alt düğümü olduğunu farzedelim.
 - ~ Aradığımız çözüm d derinlikte olsun
 - ~ Bu durumda toplam açılacak düğüm sayısı
 - $b + b^2 + b^3 + \dots + b^d = O(b^d)$
 - ~ Yer açısından düşündüğümüzde açılan her düğüm keşfedilmiş kısmında saklanıyor. Ayrıca sınırda yeni açılanlar saklanıyor.
 - Yer karışıklığı $O(b^d)$
 - ~ Hem zaman hem de yer karmaşıklığı oldukça hızlı şekilde artıyor.
 - ~ Örnek: $b= 10$ olsun, saniyede 1 milyon düğüm oluşturulabilisin ve her düğüm 1000 byte yer gerektirsin.

Bilgisiz arama

- Enine arama

Depth	Nodes	Time	Memory
2	110	.11 milliseconds	107 kilobytes
4	11,110	11 milliseconds	10.6 megabytes
6	10^6	1.1 seconds	1 gigabyte
8	10^8	2 minutes	103 gigabytes
10	10^{10}	3 hours	10 terabytes
12	10^{12}	13 days	1 petabyte
14	10^{14}	3.5 years	99 petabytes
16	10^{16}	350 years	10 exabytes

- Üstel karmaşıklığa sahip arama problemleri bilgisiz arama metotları ile ufak çaplı örnekler dışında çözülemez.

Bilgisiz arama

- Sabit maliyet arama
 - ~ Eğer her adım maliyeti eşit olursa, enine arama optimal hale gelir.
 - Çünkü her zaman en sıç açılmamış düğüm açılır.
 - ~ Basit bir değişiklik ile bu algoritmayı her tür adım maliyeti ile optimal hale getirebiliriz.
 - ~ En sıç düğümü açmak yerine, sabit maliyet arama düğümleri adım maliyetine göre sıralar ve en düşük adım maliyetine sahip düğümü açar.
 - Sınırda düğümler adım maliyetlerine göre bir öncelikle sıradan tutularak bu işlem gerçekleştirilir.
 - ~ Enine arama ile karşılaştığımızda iki yenilik var.
 - Hedef testi, düğüm oluşturulduğunda değil, düğüm açılmak üzere seçildiğinde yapılıyor.
 - Sınırda bir düğüm için daha iyi bir yol bulunması durumu için bir test eklenmiş.

Bilgisiz arama

- Sabit maliyet arama

fonksiyon SABİT-MALİYET-ARAMA (*problem*) **dönüş** bir çözüm veya çözümsüz
düğüm \leqslant DURUM = *problem.BAŞLANGIÇ-DURUMU* olan bir düğüm
yol-maliyeti = 0

sınır \leqslant sadece düğümü içeren bir YOL-MALİYETİNE göre sıralanmış
öncelikli sıra

keşfedilmiş \leqslant boş küme

loop do

if EMPTY?(*sınır*) **then return** çözümsüz

düğüm \leqslant POP(*sınır*) /* sınırdaki en düşük maliyetli düğümü seçer */

if *problem.HEDEF-TESTİ*(*düğüm.DURUM*) **then return** ÇÖZÜM(*düğüm*)

Ekle *düğüm.STATE*'i keşfedilmiş

for each aksiyon **in** *problem.ASKİYONLAR*(*düğüm.DURUM*) **do**

alt \leqslant ALT-DÜĞÜM(*problem, düğüm, aksiyon*)

if (*alt.STATE* keşfedilmiş veya *sınır* içinde değilse **then**

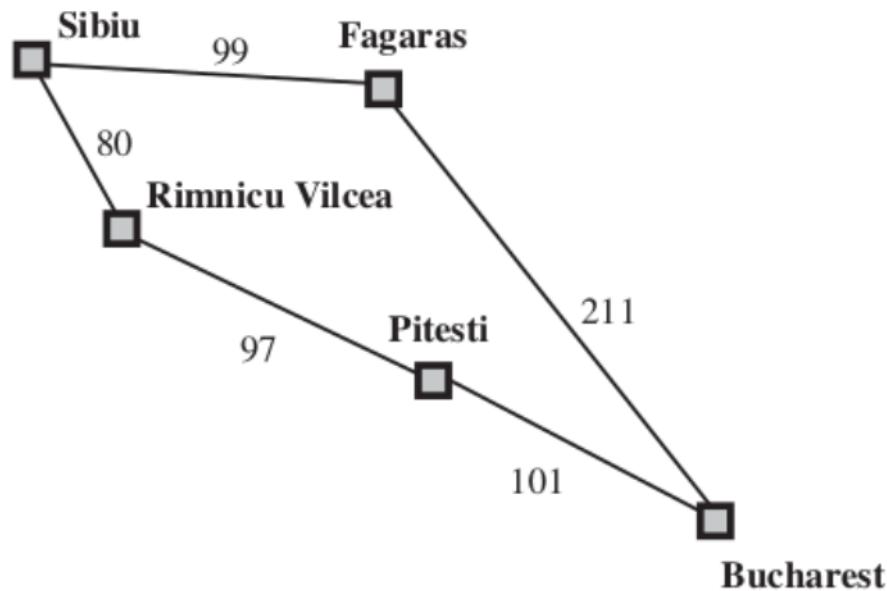
sınır \leqslant EKLE(*alt,sınır*)

else if *alt.DURUM* sınırda ve YOL-MALİYETİ daha yüksek ise **then**

sınırdaki belirtilen düğümü *alt* ile değiştir

Bilgisiz arama

- Sabit maliyet arama



Bilgisiz arama

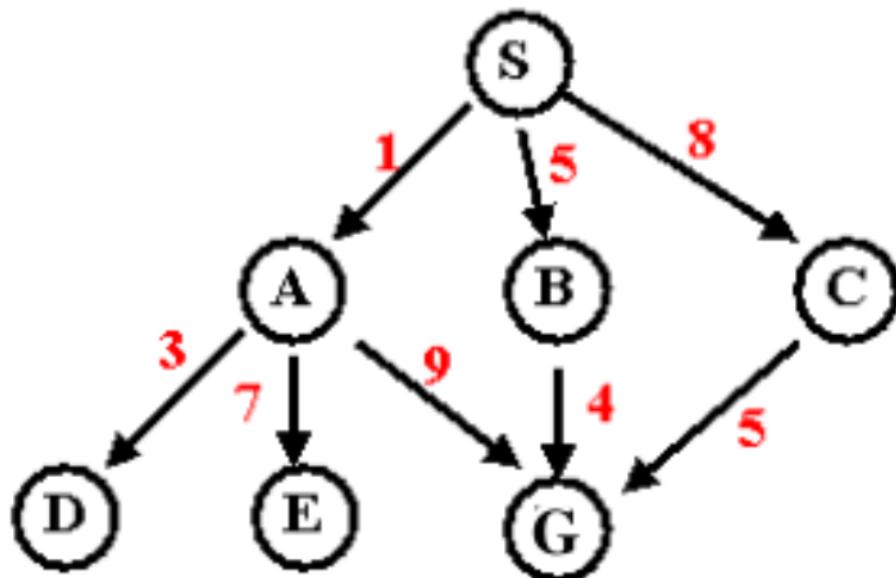
- Sabit maliyet arama
 - ~ Sabit maliyetli arama genelde optimaldir diyebiliriz.
 - Bir düğüm açılmak için seçildiğinde, bu düğüme optimal yol bulunmuştur.
 - Ayrıca hiçbir adım maliyeti negatif olmadığı için yollar kısalmaz.
 - ~ Böylece sabit maliyetli arama düğümleri optimal yol maliyetine göre açar.
 - ~ Sabit maliyetli arama atılan adım sayısı ile ilgilenmez, sadece adımların maliyetlerine bakar.
 - Bu sebeple 0-maliyetli sınırsız bir aksiyon var ise takılı kalır.
 - Bütün olabilmesi için her adımın maliyetinin en az ϵ pozitif sabitinden büyük olması gereklidir.

Bilgisiz arama

- Sabit maliyet arama
 - ~ Sabit maliyet arama düğüm derinliği ile değil yol maliyetleri üzerinden çalışır.
 - Bu sebeple b ve d üzerinden karmaşıklığını hesaplamak zordur.
 - ~ C^* optimal çözümün maliyeti olsun, her aksiyonun maliyeti en az ϵ olsun.
 - ~ Bu durumda algoritmanın en kötü zaman ve yer karmaşıklığı $O(b^{1+C^*/\epsilon})$ olur ve bu b^d 'den büyük olabilir.
 - Bunun sebebi sabit maliyetli aramanın büyük bir arama ağacındaki ufak adımları keşfederken, büyük ve belki de yararlı adımları keşfetmeye gecikmesidir.
 - ~ Her adım maliyeti eşit ise $b^{1+C^*/\epsilon}$ b^{1+d} olur.
 - ~ Adım maliyetleri eşit olduğunda sabit maliyetli arama enine aramaya benzer.
 - Ancak enine arama çözümü bulur bulmaz dururken, sabit maliyetli arama hedefin bulunduğu derinlikteki bütün düğümleri daha düşük maliyetli bir yol olup olmadığını bulabilmek için açar.

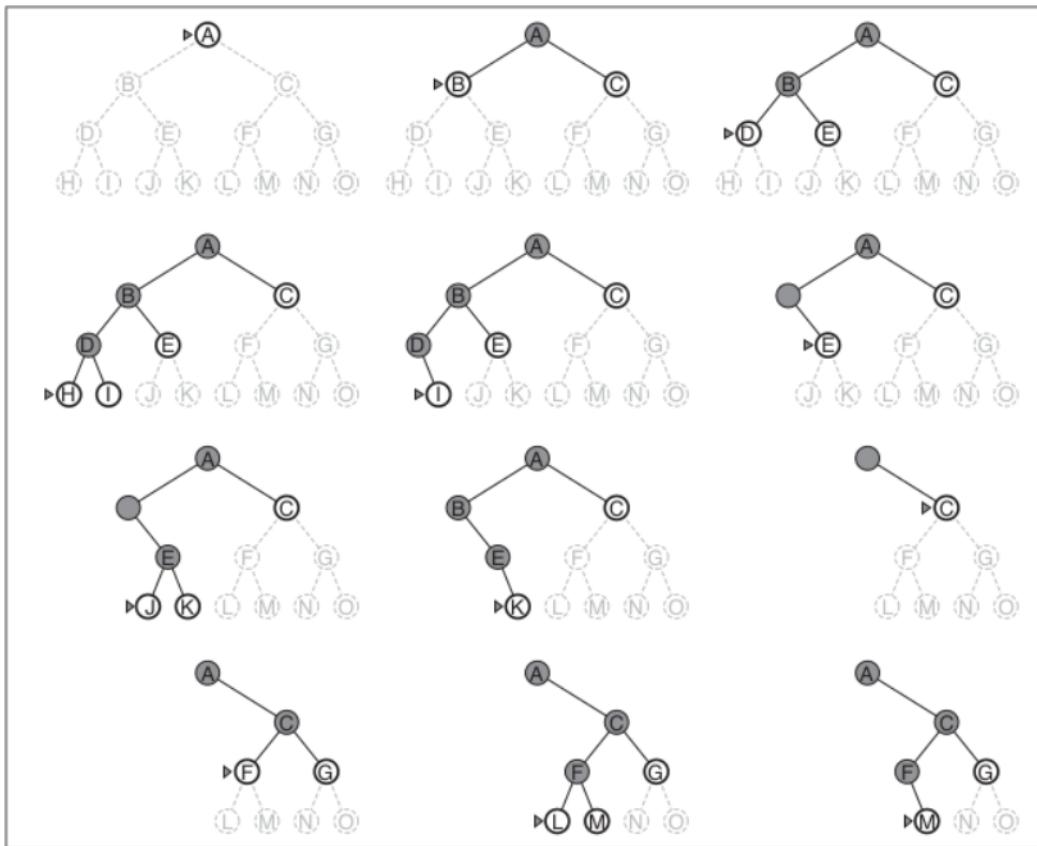
Bilgisiz arama

- Örnek



Bilgisiz arama

- Derinlik öncelikli arama (ing: depth first search)
 - Derinlik öncelikli arama daima sınırdaki düğümler arasında en yüksek derinliğe sahip düğümü açar



Bilgisiz arama

- Derinlik öncelikli arama
 - ~ Bu algoritmada arama anında arama ağacının alt düğümleri olmayan seviyesine ilerler.
 - ~ Alt düşümü olmayan düğümler açıldıktan sonra sınırdan silinirler
 - Sonrasında arama geri dönerek en yüksek derinliğe sahip açılmamış bir sonraki düğüme geçer.
 - Derinlik öncelikli arama enine aramaya benzer
 - ~ Ancak enine arama FIFO sırası kullanırken derinlik öncelikli arama LIFO sırası kullanır.
 - ~ LIFO sırası ile en son oluşturulan düğüm açılmak üzere seçilecektir.
 - ~ Bu düğüm en derindeki açılmamış düğümdür, çünkü bu düğüm üst düğümünden bir seviye derindedir – üst düğüm de açıldığında en derindeki açılmamış düğüm olmalıdır.

Bilgisiz arama

- Derinlik öncelikli arama
 - ~ Derinlik öncelikli arama algoritmasının özellikleri graf-arama veya ağaç-arama versiyonlarından hangisinin kullanıldığına göre değişkenlik gösterir.
 - Graf-arama versiyonu tekrar edilen durumları ve gereksiz yolları engellediği için sınırlı durum uzayında bütündür.
 - ~ Çünkü sonuçta bütün düğümleri açacaktır.
 - Ağaç-arama versiyonu ise bütün değildir.
 - ~ 24 numaralı slayttakiörnekte bulunan ağaçta döngüye girer.
 - Ağaç-arama versiyonu değiştirilerek yol üzerindeki düğümlerin tekrar açılmasına sağlanabilir.
 - ~ Ancak bu durum gereksiz yollardan kurtulmamızı sağlamaz.
 - Sınırsız durum uzayında, her iki versiyon sınırsız hedef-olmayan bir yol var ise başarısız olur.

Bilgisiz arama

- Derinlik öncelikli arama
 - ~ Benzer sebeplerle her iki versiyon optimal değildir.
 - 47 numaralı slaytta gösterilen örnekte C düğümü hedef olsaydı, Bu düğümün bulunabilmesi için sol tarafta alt-ağacın tamamının açılması gerekiyordu.
 - j düğümü bir başka hedef olsaydı, bu durumda derinlik öncelikli arama bu düğümü donecekti – Halbuki daha düşük maliyetli bir çözüm vardı.
 - Öyleyse derinlik öncelikli arama optimal değildir.

Bilgisiz arama

- Derinlik öncelikli arama
 - ~ Derinlik öncelikli arama algoritmasının zaman karmaşıklığı durum uzayının büyüklüğü ile sınırlıdır (durum uzayı sınırsız olabilir).
 - ~ Derinlik öncelikli ağaç arama, arama ağacındaki bütün $O(b^m)$ düğümü oluşturabilir
 - Burada m en derindeki düğümün derinliğidir.
 - Açılan düğümlerin sayısı durum uzayından çok büyük olabilir.
 - ~ Ayrıca m değeri d değerinden (en sık çözümün derinliği) çok büyük olabilir.
 - Ağaç sınırsız ise m sonsuz olabilir.

Bilgisiz arama

- Derinlik öncelikli arama
 - ~ Derinlik öncelikli aramanın enine aramaya üstün bir yanı var mıdır?
 - Evet! => yer karmaşıklığı
 - ~ Graf-arama metodunda farklılık olmamakla birlikte, ağaç-arama yapıldığında derinlik öncelikli aramanın kök düğümden bir yaprak düğüme sadece bir yol ile birlikte yol üzerindeki açılmamış alt düğümleri saklaması yeterlidir.
 - ~ Bir düğüm açıldıktan sonra, alt düğümlerinin her biri keşfedildiğinde hafızadan silinebilir.
 - ~ Dallanma faktörü b, maksimum derinlik m ise, derinlik öncelikli arama sadece $O(bm)$ düğümü saklamalıdır.
 - ~ 40 numaralı slayttaki örneğe bakarsak $d = 16$ olduğunda 10 exabyte yerine 156 Kb yer yeterli olacaktır.
 - ~ Yer karmaşıklığı konusundaki bu güzel özelliği nedeniyle birçok YZ alanında derinlik öncelikli arama kullanılır.
 - Örneğin kısıtlama sağlama problemleri, önerme sağlayabilirlik,
 - mantık programalama gibi.

Bilgisiz arama

- Derinlik limitli arama
 - ~ Önceki slaytlarda gördüğümüz üzere derinlik öncelikli arama sonsuz durum uzayında başarılı olamıyor.
 - ~ Bu sorunu çözebilmek için derinlik öncelikli aramaya baştan tanımlı bir derinlik limiti l sağlayabiliriz.
 - l derinlikteki düğümler alt düğüme sahip olamaz.
 - ~ Bu yaklaşım derinlik limitli arama olarak adlandırılır.
 - ~ Derinlik limiti sonsuz yol problemini çözer.
 - ~ Ancak $l < d$ ise, bütün olamaz.
 - ~ $l > d$ seçsek bile optimal değildir.
 - ~ Zaman karmaşıklığı $O(b^l)$, yer karmaşıklığı ise $O(bl)$ olacaktır.
 - ~ Derinlik öncelikli arama, $l = \infty$ olarak belirlenen derinlik limitli aramanın özel bir durumudur.

Bilgisiz arama

- Derinlik limitli arama
 - ~ l değerini seçerken problem hakkında sahip olduğumuz bilgi kullanılabilir.
 - Örneğin Romanya tatili probleminde haritada toplam 20 şehir var.
 - $l = 20$ seçilebilir.
 - Haritayı incelediğimizde herhangi bir şehrden diğerine en fazla 9 adımda gidilebildiğini görüyoruz.
 - Öyleyse $l = 9$ seçilebilir.
 - ~ Derinlik limitli arama yinelemeli fonksiyonlar kullanılarak yapılabilir.

Bilgisiz arama

- Derinlik limitli arama

fonksiyon DERINLIK-LIMITLI-ARAMA (*problem*, *limit*) **dönüş** bir çözüm veya çözümsüz / kesme
return YINELEMELİ-DLA(DÜĞÜM-OLUŞTUR(*problem.BASLANGIC-DURUMU*),*problem*, *limit*)

fonksiyon YINELEMELİ-DLA(*düğüm*, *problem*, *limit*) dönüş bir çözüm veya çözümsüz / kesme
if *problem.HEDEF-TESTİ*(*düğüm.DURUM*) **then return** ÇÖZÜM(*düğüm*)
else if *limit* = 0 **then return** kesme
else
 kesme_*oldu*? <== false
 for each *aksiyon* **in** *problem.AKSIYONLAR*(*düğüm.DURUM*) **do**
 alt <== ALT-DÜĞÜM(*problem*, *düğüm*, *aksiyon*)
 sonuç <== YINELEMELİ-DLA(*alt*,*problem*,*limit* – 1)
 if *sonuç* = kesme **then** kesme_*oldu* <== true
 else if *sonuç* ≠ çözümsüz **then return** *sonuç*
 if kesme_*oldu*? **then return** kesme **else return** çözümsüz

Bilgisiz arama

- Yinelemeli derinleşen derinlik öncelikli arama
 - ~ Yinelemeli derinleşen derinlik öncelikli arama, derinlik öncelikli arama ile birlikte kullanılan bir genel arama stratejisidir.
 - ~ Düzenli olarak limiti artırarak çalışır.
 - Limit başta 0, sonra 1, sonra 2, ... hedefe ulaşıncaya kadar devam eder.
 - ~ En sıkı olan hedef d derinliğinde ise, limit d oluncaya kadar limit artırımı devam eder.

Bilgisiz arama

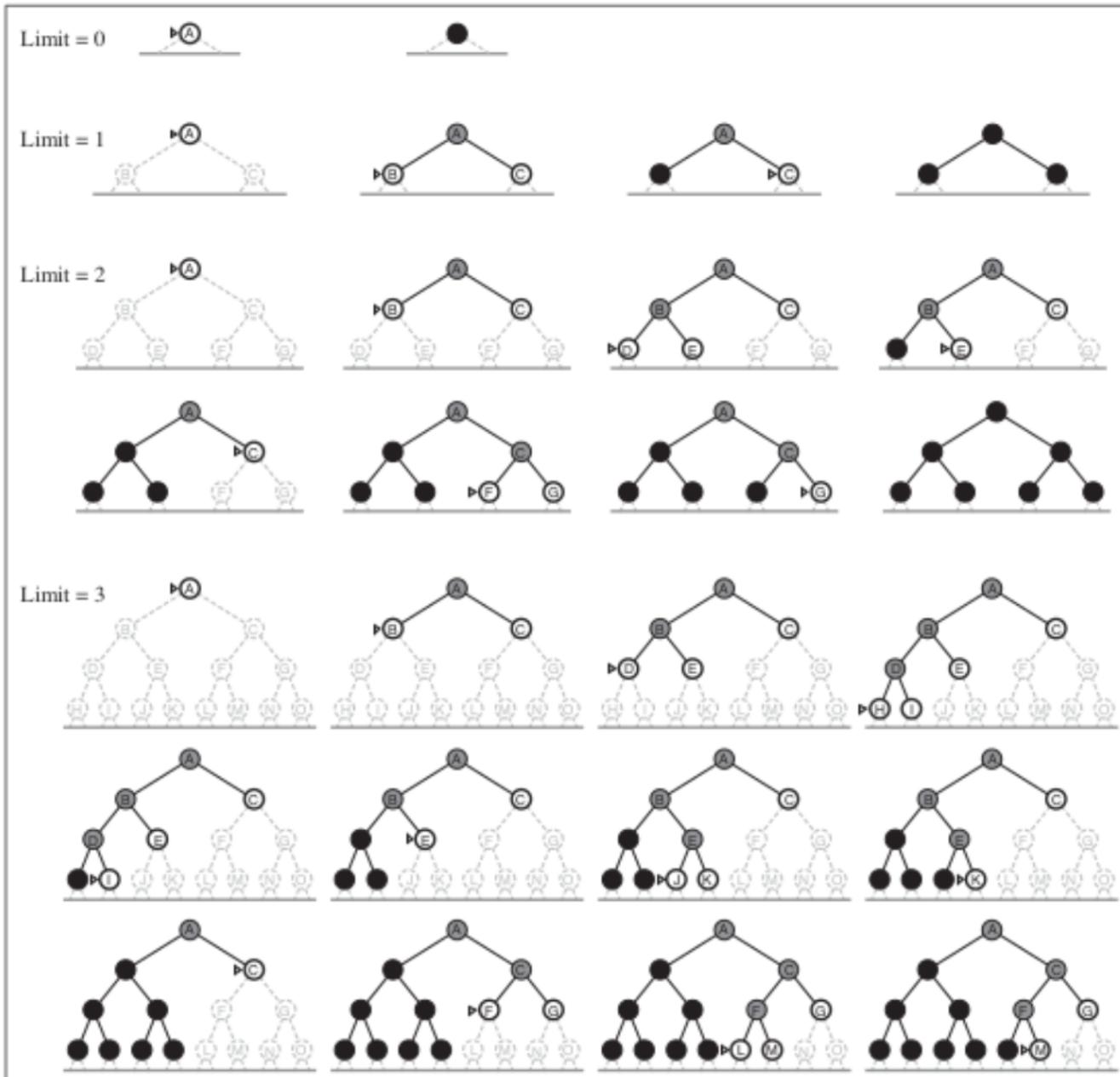
- Yinelemeli derinleşen derinlik öncelikli arama

fonksiyon YINELEMELI-DERINLESEN ARAMA (*problem*) **dönüş** bir çözüm veya çözümsüz
for *derinlik* = 0 **to** ∞ **do**

sonuç = DERINLIK-LIMITLI-ARAMA(*problem*, *derinlik*)
 if *sonuc* \neq kesme **then return** *sonuç*

- ~ Yinelemeli derinleşen arama derinlik öncelikli arama ve enine arama algoritmalarının iyi yanlarını birleştirir.
 - Derinlik öncelikli aramada olduğu gibi yer karmaşıklığı $O(bd)$ olur.
 - Enine aramada olduğu gibi dallanma faktörü sınırlı ise bütün olur.
 - Enine aramada olduğu gibi yol maliyetleri azalmayan fonksiyon ise optimal olur

Bilgisiz arama



Bilgisiz arama

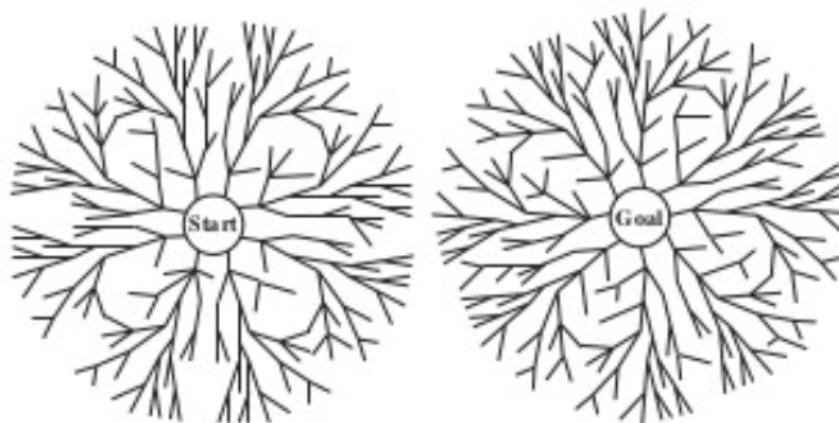
- Yinelemeli derinleşen derinlik öncelikli arama
 - ~ Yinelemeli derinleşen arama, düğümler birden fazla kez oluşturulduğu için savurgan olarak görülebilir.
 - ~ Ancak bu durum aslında maliyeti fazla artırmamaktadır.
 - Bunun sebebi, sabit bir dallanma faktörüne sahip bir arama ağacında, düğümlerin büyük kısmı en alta seviyede oluşmaktadır. Bu sebeple üstteki seviyelerin birden fazla oluşturulması fazla önem arzetmemektedir.
 - ~ Yinelemeli derinleşen aramada, en alt seviyedeki düğümler (derinlik d) bir kere, bir üst seviyedeki düğümler iki kere ... kök düğüm ise d kere oluşturulur.
 - ~ Öyleyse en kötü durumda oluşturulan düğüm sayısı
 - $N(\text{düğüm}) = (d) b + (d - 1) b^2 + \dots + (1) b^d$
 - ~ Bu hesap ile $O(b^d)$ asimtotik sınırlına erişiriz.
 - Enine arama ile aynı.
 - Sadece üst seviyedeki düğümlerin birden fazla oluşturulmasından kaynaklı ek maliyet var.

Bilgisiz arama

- Yinelemeli derinleşen derinlik öncelikli arama
 - ~ Örnek için $b = 10$ ve $d = 5$ ise oluşturulan düğüm sayısı yinelemeli derinleşen arama için
 - $N(\text{düğüm}) = 5 * 10 + 4 * 10^2 + 3 * 10^3 + 2 * 10^4 + 10^5 = 123,450$
 - ~ Enine arama için
 - $N(\text{düğüm}) = 10 + 100 + 1000 + 10000 + 100000 = 111,110$
 - ~ Yinelemeli derinleşen arama, arama uzayı geniş olduğu ve çözümün derinliği bilinmediği durumlarda genellikle tercih edilen bilgisiz arama metodudur.

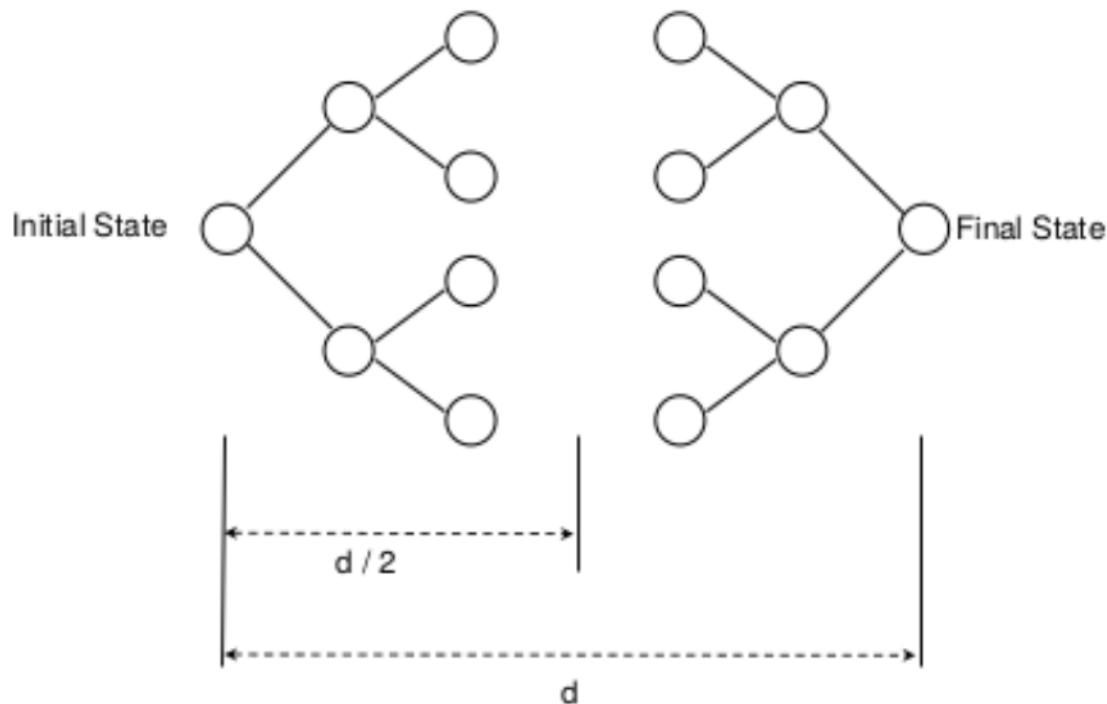
Bilgisiz arama

- Çift yönlü arama (ing: bidirectional search)
 - ~ Bu arama metodunun arkasındaki fikir aynı anda iki farklı arama başlatmak ve bu iki aramayı bir noktada buluşturmaktır
 - Bu aramalardan biri başlangıç durumundan başlarken, diğerinin hedef durumundan başlar.
 - ~ $b^{d/2} + b^{d/2}$ ile hesaplanan karmaşıklık b^d olarak hesaplanandan küçük olacaktır.



Bilgisiz arama

- Çift yönlü arama



Bilgisiz arama

- Çift yönlü arama
 - ~ Zaman karmaşıklığını azatlama ihtimali çift yönlü aramayı çekici hale getirir.
 - ~ Ancak sorulması gereken soru: Hedeften geri aramayı nasıl yapacağız?
 - ~ Alt düğümleri oluşturduğumuz gibi üst düğümlerini oluşturan bir metodumuz olmalı
 - ~ Durum uzayındaki her aksiyon geri döndürülebilir olursa, görece yapılabilir.
 - ~ Ancak başka durumlarda bu işlemi yapmak oldukça zor olabilir.
 - ~ Önceki örneklerimizi düşünürsek, harita üzerinde yapmak mümkün olabilirken 8-vezir oyununda uygulamak zordur.

Bilgisiz arama

- Bilgisiz arama algoritmalarının karşılaştırılması

Kriter	Enine	Sabit maliyet	Derinlik öncelikli	Derinlik limitli	Yinelemeli derinleşen	Çift yönlü (uygunsa)
Bütün?	Evet ^a	Evet ^{a,b}	Hayır	Hayır	Evet ^a	Evet ^{a,d}
Zaman	$O(b^d)$	$O(b^{1+\lfloor C^*/\varepsilon \rfloor})$	$O(b^m)$	$O(b^l)$	$O(b^d)$	$O(b^{d/2})$
Yer	$O(b^d)$	$O(b^{1+\lfloor C^*/\varepsilon \rfloor})$	$O(bm)$	$O(b^l)$	$O(bd)$	$O(b^{d/2})$
Optimal?	Evet ^c	Evet	Hayır	Hayır	Evet ^c	Evet ^{c,d}

Dallanma faktörü b, en sık çözümün derinliği d, arama ağacının maksimum derinliği m, derinlik limiti l. ^a => b sınırlı ise bütün; ^b => adım maliyetleri $\geq \varepsilon$, pozitif ε değeri için, ise bütün, ^c => bütün adım maliyetleri aynı ise optimal, ^d => eğer iki yönde enine arama kullanılırsa

