

# Yapay Zeka

## Ders 10

Doç. Dr. Mehmet Dinçer Erbaş  
Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi  
Mühendislik Fakültesi  
Bilgisayar Mühendisliği Bölümü

# Mantıklı etmenler

- Bilgi (İng: knowledge) ve muhakeme (İng: reasoning) özellikle kısmi gözlemlenebilir çevrelerde karar verirken kullanılan iki önemli araçtır.
- Bilgi-tabanlı bir etmen
  - Sahip olduğu bilgileri
  - Şu an elde ettiği algıları
- kullanarak yapması gereken hamleye karar verebilir.
- Muhakeme, elde ettiği bilgi ve algıları birleştirerek karar verebilme yeteneğidir.
- Muhakeme yaparken mantık kuralları kullanılır.
- Bu bölümde önerimsel mantık (İng: Propositional logic) kullanarak mantıklı etmenlerin oluşturulmasını inceleyeceğiz

# Mantıklı etmenler

- Bilgi-tabanlı etmenler
  - Öncül veya elde edilen bilgileri kullanarak hedefine ulaşmaya çalışır.
    - Verimli sonuca ulaştıran hamleler yapmaya çalışır.
    - Kararlarını bilgi kullanarak verir.
  - Bilgi Tabanı (BT): etmenin çevresi hakkındaki gerçeklerin temsil kümesini içerir.
    - Her temsil bir cümle olarak adlandırılır.
    - SOYLE metodu ile bir bilgi temsil dili (BTD) kullanılarak yeni temsiller, yani gerçekler, bilgi tabanına eklenir.
    - SOR metodu ile etmen bilgi tabanında ne yapacağını sorgular.
    - Etmen SOYLE'miş gerçeklerden çıkarım yaparak yeni gerçeklere ulaşabilir

# Mantıklı etmenler

**fonksiyon** BT-ETMEN(*algı*) dönüş bir *aksiyon*

input: *BT*, bir bilgi tabanı

*t*, bir sayaç, başlangıçta 0, zamanı belirtir.

SOYLE(*BT*, ALGI-CUMLESI-YAP(*algı*, *t*))

*aksiyon* <== SOR(*BT*, AKSIYON-SORGUSU-YAP(*t*))

SOYLE(*BT*, AKSIYON-CUMLESI-YAP(*aksiyon*, *t*))

*t* <== *t* + 1

**return** *aksiyon*

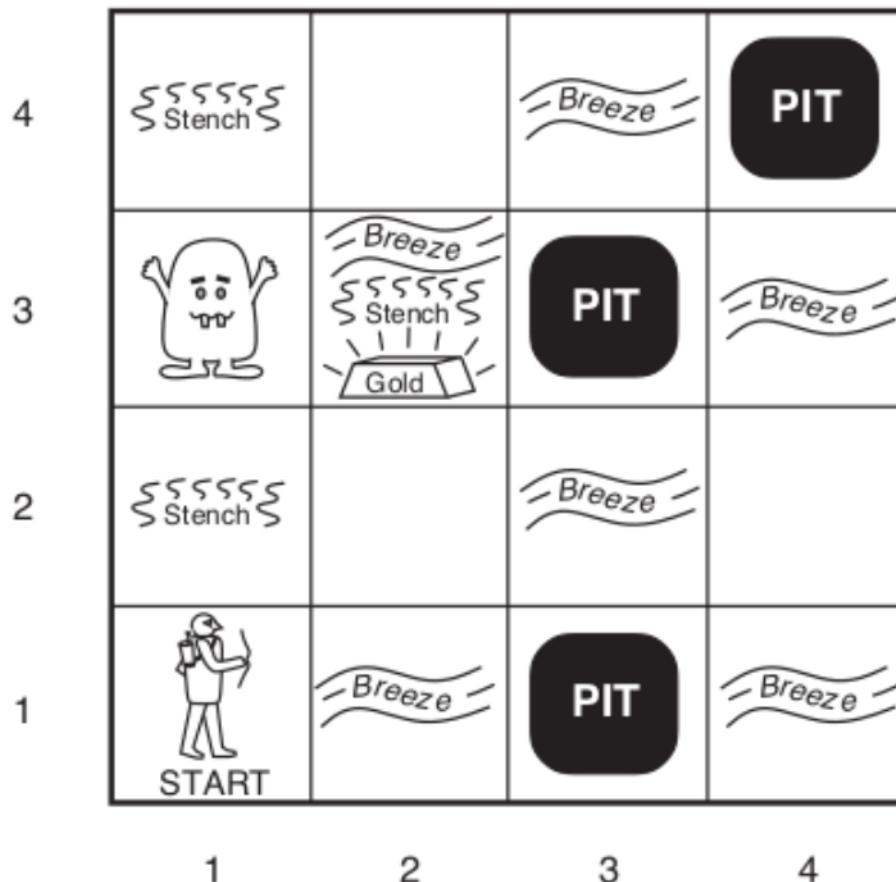
- SOYLE, BTD (bilgi temsil dili) kullanarak yeni cümleler oluşturur ve bunları BT'ye ekler.
- SOR, mantıksal muhakeme kullanarak yapılabilecek aksiyonları inceler ve en iyi aksiyonu seçer.

# Mantıklı etmenler

- Wumpus dünyası
  - Yapay zeka araştırmalarında kullanılan bir oyun
  - Wumpus dünyası birbirine bağlı odalardan oluşan bir mağarada geçer.
  - Odaların birinde, odaya giren ajaları yiyan bir canavar (wumpus) bulunmaktadır.
    - Etmen, canavarı elinde bulunan ok ile vurup öldürebilir.
    - Ancak etmenin sadece bir oku vardır.
  - Bazı odalarda kuyular mevcuttur. Bu kuyulara düşen etmen ölürlü.
  - Odalardan birinde altın saklıdır.
  - Amaç bu altını alıp mağaradan çıkmaktır.

# Mantıklı etmenler

- Wumpus dünyası



# Mantıklı etmenler

- Wumpus dünyası
  - Çevre tanımını yaparsak
    - Performans ölçüsü: Altını almak +1000, uçuruma düşmek veya wumpus tarafından yenmek -1000, her aksiyon -1, oku atmak -10.
    - Çevre: 4x4 bölmeden oluşan odalar. etmen hep [1,1] odasından başlar. Wumpus ve altının yeri rastgele seçilmiş. Her odada 0.2 ihtimalle uçurum var.
    - Eyleyiciler: Etmen ileri gidebilir, sağa veya sola 90° dönebilir. Etmen uçuruma düşerse veya wumpus olan odaya girerse acılar içinde ölürlü. Duvara doğru ileri giderse herhangi bir şey olmaz. Kapma aksiyonu altını alır. Ateşet aksiyonu etmenin yüzü dönük olduğu yöne oku fırlatır. Ok duvara vurana veya wumpus vurulancaya kadar ilerler. Etmenin tek bir oku var, bu sebeple sadece ilk Ateşet aksiyonunun bir etkisi

# Mantıklı etmenler

- Wumpus dünyası
  - Çevre tanımını yaparsak
    - Algılayıcılar:
      - Wumpus olan odada ve odanın direk komşusu olan odalarda (diyagonel hariç) kötü-koku algılanır.
      - Uçuruma direk komşu olan odalarda esinti algılanır.
      - Altın olan odada parıltı algılanır.
      - Etmen duvara doğru hareket ederse çarışma algılanır.
      - Wumpus ok tarafından öldürülürse mağaranın her tarafından duyulan çığlık algılanır.
    - Herhangi bir noktada alınan algılar 5'li liste şeklindedir.
      - Örneğin bir odada algılar şu şekilde ise:
        - Kötü-koku, esinti, parıltı yok, çarışma yok, çığlık yok
      - Elde edilen algı şu şekilde listelenir:
        - [kötü-koku, esinti, yok, yok, yok]

# Mantıklı etmenler

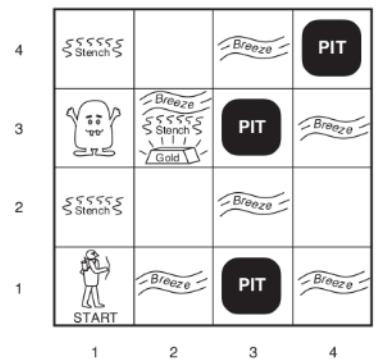
- Wumpus dünyası
  - Özellikleri
    - Deterministik?
      - Evet.
    - Tam gözlemlenebilir?
      - Hayır.
    - Statik?
      - Evet.
    - Kesikli?
      - Evet
    - Aşamalı
      - Evet

# Mantıklı etmenler

- Wumpus dünyası

1,4	2,4	3,4	4,4
1,3	2,3	3,3	4,3
1,2	2,2	3,2	4,2
OK			
1,1 A OK	2,1 OK	3,1	4,1

A = Etmen  
B = Esinti  
G = Pırıltı  
OK = Güvenli oda  
P = Uçurum  
S = Kötü koku  
V = Ziyaret edilmiş  
W = Wampus

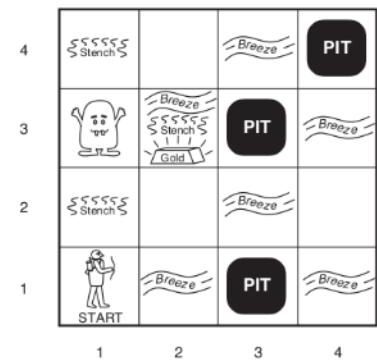


# Mantıklı etmenler

- Wumpus dünyası

1,4	2,4	3,4	4,4
1,3	2,3	3,3	4,3
1,2	2,2 P?	3,2	4,2
OK			
1,1	2,1 A B OK	3,1 P?	4,1

A = Etmen  
B = Esinti  
G = Pırıltı  
OK = Güvenli oda  
P = Uçurum  
S = Kötü koku  
V = Ziyaret edilmiş  
W = Wampus

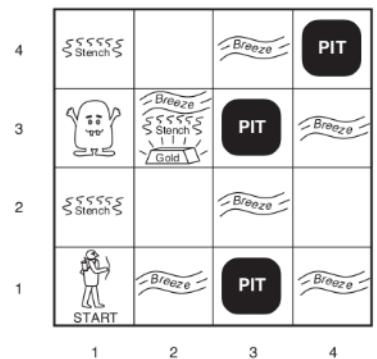


# Mantıklı etmenler

- Wumpus dünyası

1,4	2,4	3,4	4,4
1,3 W!	2,3	3,3	4,3
1,2 A S OK	2,2 OK	3,2	4,2
1,1 V OK	2,1 B V OK	3,1 P!	4,1

A = Etmen  
B = Esinti  
G = Pırıltı  
OK = Güvenli oda  
P = Uçurum  
S = Kötü koku  
V = Ziyaret edilmiş  
W = Wampus

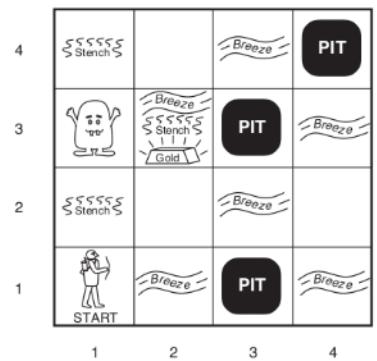


# Mantıklı etmenler

- Wumpus dünyası

1,4	2,4 P?	3,4	4,4
1,3 W!	2,3 A S G B	3,3 P?	4,3
1,2 S V OK	2,2 V OK	3,2	4,2
1,1 V OK	2,1 B V OK	3,1 P!	4,1

A = Etmen  
B = Esinti  
G = Pırıltı  
OK = Güvenli oda  
P = Uçurum  
S = Kötü koku  
V = Ziyaret edilmiş  
W = Wampus



# Mantıklı etmenler

- Mantık
  - Bu bölümde mantıksal gösterim ve muhakeme konusunu inceleyeceğiz.
  - Bilgi tabanının cümleler ile tanımlandığını belirtmiştim.
  - Bu cümleler belli sözdizim kuralları (sintaks) ile kurulur (İng: syntax).
    - $x + y = 4$  doğru kurulmuş bir cümledir.
    - $x4y+=$  doğru kurulmuş bir cümle değildir.
  - Ayrıca cümlelerin belli anlamları olur (semantik).
  - Cümplenin anlamına göre olası dünya tanımlarında doğru veya yanlış olduklarını söyleyebiliriz.
    - $x + y = 4$  cümlesi  $x = 2$  ve  $y = 2$  olduğu bir dünyada doğrudur.
    - $X + y = 4$  cümlesi  $x = 1$  ve  $y = 1$  olduğu bir dünyada yanlıştır.
  - Olası dünya yerine model kelimesi kullanılabilir.
  - Bir  $a$  cümlesi  $m$  modelinde doğru ise  $m$   $a$ 'yı tatmin eder veya  $m$   $a$ 'nın modelidir diyoruz.
    - $M(a)$ :  $a$ 'nın modelleri kümesi

# Mantıklı etmenler

- Mantıksal gerektirme şu şekilde tanımlanmıştır
  - $\alpha \models \beta$
  - $\beta$  cümlesi mantıksal olarak  $\alpha$  cümlesini takip eder.
  - $\alpha$  doğru ise  $\beta$  da doğrudur.
  - $M(\alpha) \subseteq M(\beta)$
  - Bilgi tabanını bir cümleler topluluğu olarak düşünebiliriz.
  - Öyleyse bilgi tabanı bir cümleyi gerektirebilir.
  - $BT \models \alpha$

# Mantıklı etmenler

- Mantıksal gerektirme

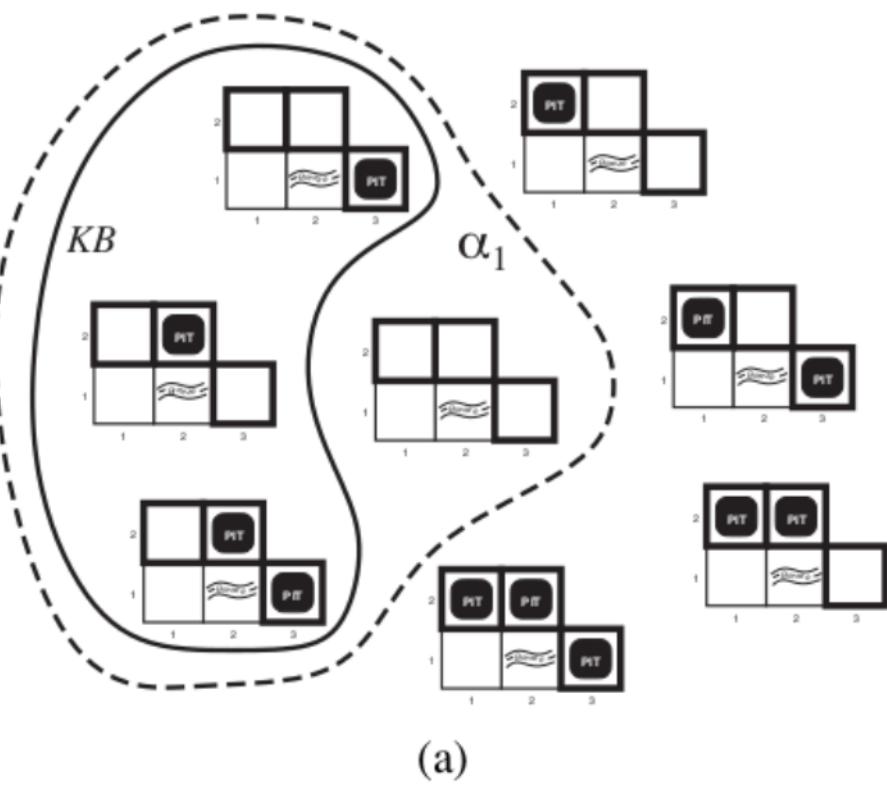
1,4	2,4	3,4	4,4
1,3	2,3	3,3	4,3
1,2	2,2 P?	3,2	4,2
OK			
1,1	2,1 A B OK	3,1 P?	4,1
V			
OK			

$\alpha_1 = [1,2]$ 'de uçurum yoktur.

$\alpha_2 = [2,2]$ 'de uçurum yoktur.

# Mantıklı etmenler

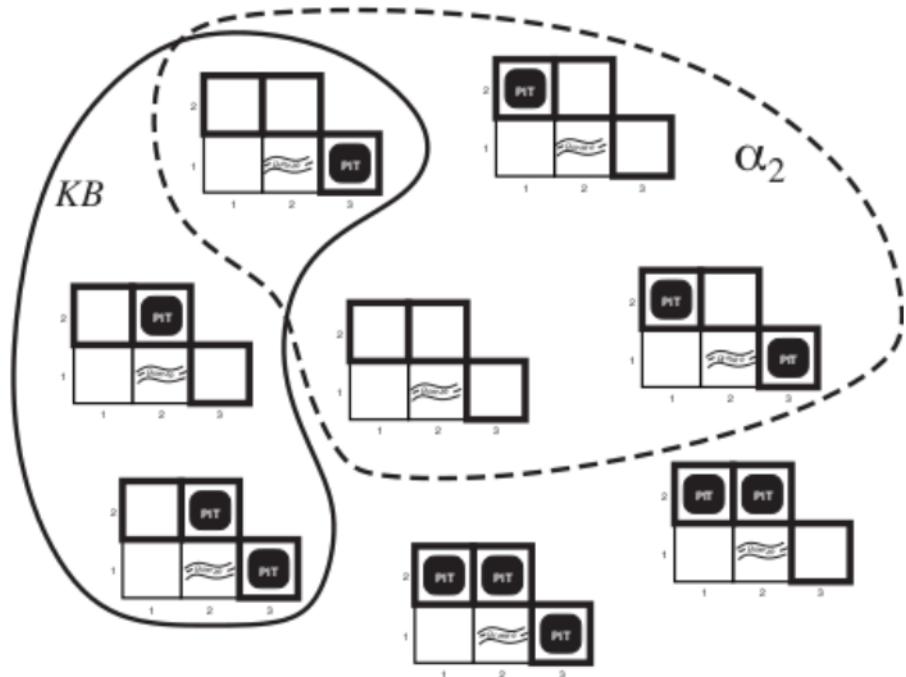
- Mantıksal gerektirme



(a)

$BT \models \alpha_1$

$BT \not\models \alpha_2$

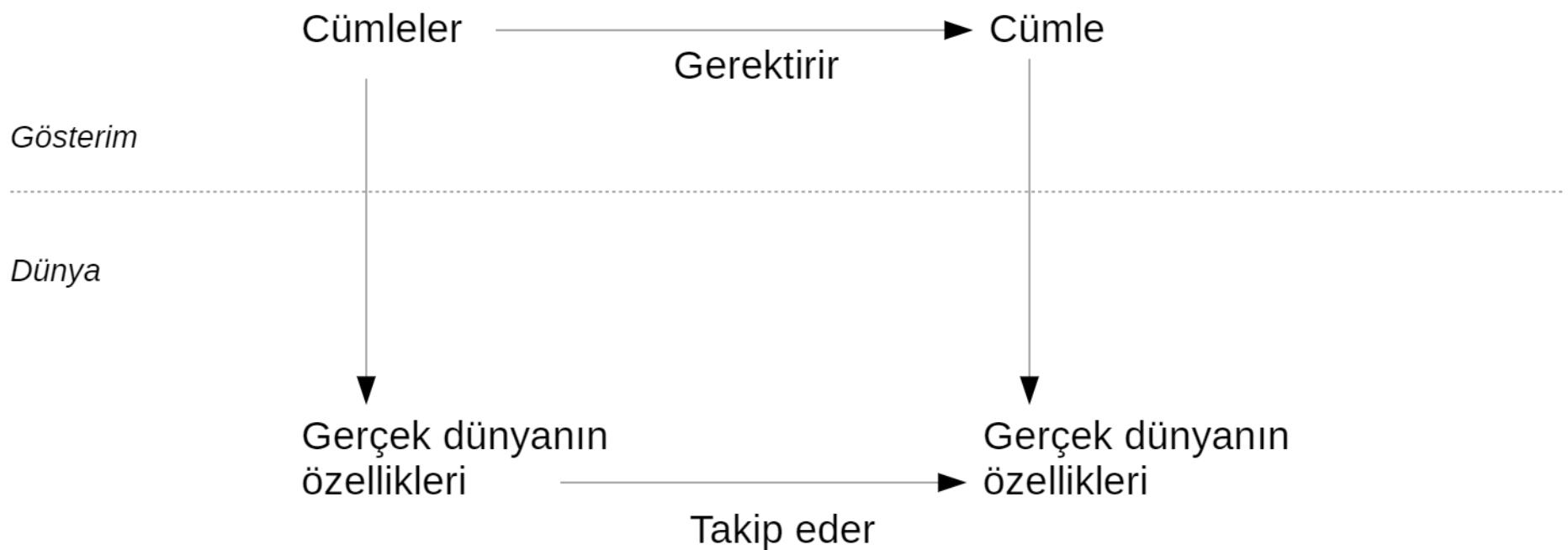


(b)

# Mantıklı etmenler

- Mantık
  - Örneğimizde uyguladığımız yöntem mantıksal çıkarımdır.
  - Önceki slaytta görüldüğü gibi model üzerinden bütün olasılıkları test etme yöntemine model kontrolü (ing: model checking) denir.
  - Eğer i çıkışım algoritması BT üzerinden  $\alpha$  cümlesini çıkarabiliyorsa:
    - $BT \vdash_i \alpha$
  - Bir çıkışım algoritması sadece gerektirilen cümlelere ulaşıyorsa, bu algoritma geçerlidir (ing: sound) veya doğrulu-koruyan algoritmadır.
  - Bir algoritma gerektirilen her türlü cümleye ulaşabiliyorsa, bu algoritma bütündür.

# Mantıklı etmenler



# Mantıklı etmenler

- Önerimsel mantık (İng: propositional logic)
  - Öncelikle sintaks, yani sözdizim kurallarını inceleyeceğiz.
  - Sözdizim kuralları izin verilen cümleleri tanımlar.
  - Atomik cümleler sadece bir önerimden oluşur.
    - $W_{1,3}$  = Wumpus [1,3] odasındadır.
    - Her sembol, doğru veya yanlış olan bir önerimi simgeler.
  - Karmaşık cümleler parantezler ve mantıksal birleştiriciler kullanılarak basit cümlelerin birleştirilmesi ile oluşturulur.
  - 5 tane genel kullanılan birleştirici mevcuttur.

• $\neg P$	"P yanlış"	olumsuzluk
• $P \vee Q$	"P veya Q doğru"	ayılma
• $P \wedge Q$	"P ve Q doğru"	bağlama
• $P \Rightarrow Q$	"Eğer p doğru ise Q doğru"	koşul
• $P \Leftrightarrow Q$	"Hem P hem Q doğru veya yanlış"	çift-koşul

# Mantıklı etmenler

- Önerimsel mantık: sintaks
  - $C$  bir cümle ise,  $\neg C$  de bir cümledir (olumsuzluk).
  - $C_1$  ve  $C_2$  birer cümle ise,  $C_1 \wedge C_2$  de bir cümledir (birleşim).
  - $C_1$  ve  $C_2$  birer cümle ise,  $C_1 \vee C_2$  de bir cümledir (ayrışım).
  - $C_1$  ve  $C_2$  birer cümle ise,  $C_1 \Rightarrow C_2$  de bir cümledir (koşul).
  - $C_1$  ve  $C_2$  birer cümle ise,  $C_1 \Leftrightarrow C_2$  de bir cümledir (ikili-koşul).

# Mantıklı etmenler

- Önerimsel mantık

Cümle	→ AtomikCümle   KarmaşıkCümle
AtomikCümle	→ True   False   P   Q   R   ...
KarmaşıkCümle	→ (Cümle)   [Cümle]       ¬ Cümle       Cümle $\wedge$ Cümle       Cümle $\vee$ Cümle       Cümle $\Rightarrow$ Cümle       Cümle $\Leftrightarrow$ Cümle

Operatör öncelik kuralları:  $\neg$ ,  $\wedge$ ,  $\vee$ ,  $\Rightarrow$ ,  $\Leftrightarrow$

# Mantıklı etmenler

- Önerimsel mantık: Anlam
  - Semantik (anlam) kuralları bir çümlenin bir modele göre doğruluğunu tanımlar.
  - Model, cümlede geçen her önerimin doğruluk değerini belirler.
  - Bir  $m$  modelimiz olduğunu düşünelim ve  $m$  modelinde aşağıda belirtilen semboller olsun:
    - $m = \{P_{1,2} = \text{false}, P_{2,2} = \text{false}, P_{3,1} = \text{true}\}$
  - Bu model verildiğinde önerimsel mantık kuralları herhangi bir çümlenin doğruluğunu belirlememize olanak verir.

$P$	$Q$	$\neg P$	$P \wedge Q$	$P \vee Q$	$P \Rightarrow Q$	$P \Leftrightarrow Q$
<i>false</i>	<i>false</i>	<i>true</i>	<i>false</i>	<i>false</i>	<i>true</i>	<i>true</i>
<i>false</i>	<i>true</i>	<i>true</i>	<i>false</i>	<i>true</i>	<i>true</i>	<i>false</i>
<i>true</i>	<i>false</i>	<i>false</i>	<i>false</i>	<i>true</i>	<i>false</i>	<i>false</i>
<i>true</i>	<i>true</i>	<i>false</i>	<i>true</i>	<i>true</i>	<i>true</i>	<i>true</i>

# Mantıklı etmenler

- Basit bir bilgi tabanı
  - $P_{x,y}$  doğrudur eğer  $[x,y]$  odasında uçurum var ise
  - $W_{x,y}$  doğrudur eğer wumpus  $[x,y]$  odasında ise
  - $B_{x,y}$  doğrudur eğer  $[x,y]$  odasında esinti var ise
  - $S_{x,y}$  doğrudur eğer  $[x,y]$  odasında kötü koku var ise
  - Bilgi tabanımızda aşağıdaki bilgiler var:
    - $R_1: \neg P_{1,1}$
    - $R_2: B_{1,1} \Leftrightarrow (P_{1,2} \vee P_{2,1})$
    - $R_3: B_{2,1} \Leftrightarrow (P_{1,1} \vee P_{2,2} \vee P_{3,1})$
    - $R_4: \neg B_{1,1}$
    - $R_5: B_{2,1}$

1,4	2,4	3,4	4,4
1,3	2,3	3,3	4,3
1,2	2,2 P?	3,2	4,2
OK			
1,1	2,1 A B OK	3,1 P?	4,1
V OK			

# Mantıklı etmenler

- Basit bir çıkarm algoritması

$B_{1,1}$	$B_{2,1}$	$P_{1,1}$	$P_{1,2}$	$P_{2,1}$	$P_{2,2}$	$P_{3,1}$	$R_1$	$R_2$	$R_3$	$R_4$	$R_5$	$KB$
false	false	false	false	false	false	false	true	true	true	true	false	false
false	false	false	false	false	false	true	true	true	false	true	false	false
:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:
false	true	false	false	false	false	false	true	true	false	true	true	false
false	true	false	false	false	false	true	true	true	true	true	true	<u>true</u>
false	true	false	false	false	true	false	true	true	true	true	true	<u>true</u>
false	true	false	false	false	true	true	true	true	true	true	true	<u>true</u>
false	true	false	false	true	false	false	true	false	false	true	true	false
:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:
true	true	true	true	true	true	true	false	true	true	false	true	false

# Mantıklı etmenler

**fonksiyon** DT-NEDEN-OLUR?(*BT, α*) **dönüş** *true* veya *false*  
**girdiler:** *BT*, bilgi tabanı, önerimsel mantık cümlesi  
           $\alpha$ , soru, önerimsel mantık cümlesi

*semboller*  $\leftarrow$  *BT* ve  $\alpha$  içersindeki önerimsel semboller  
**return** DT-HEPSINI-KONTROL-ET(*BT, semboller, {}*)

**fonsiyon** DT-HEPSINI-KONTROL-ET(*BT, α, semboller, model*) **dönüş** *true* veya *false*  
**if** BOŞ?(*semboller*) **then**  
    **if** PL-TRUE?(*BT, model*) **then return** PL-TRUE?( $\alpha$ , *model*)  
    **else return** *true* // *BT false* ise, her zaman *true* döner  
**else do**  
    *P*  $\leftarrow$  İLK(*semboller*)  
    *geri*  $\leftarrow$  GERİ-KALAN(*semboller*)  
    **return** (DT-HEPSINI-KONTROL-ET(*BT, α, geri, model*  $\cup$  {*P = true*})  
          **and**  
          DT-HEPSINI-KONTROL-ET(*BT, α, geri, model*  $\cup$  {*P=false*}))

PL-TRUE? Bir cümlenin modelde doğru olup olmadığını kontrol eder.

# Mantıklı etmenler

- Önerimsel teorem ispatlama
  - Bu aşamaya kadar model kontrolü yöntemini gördük.
  - Bu bölümde ise çıkarım kuralları kullanarak teorem ispatlamayı göreceğiz.
  - Mantıksal eşitlik
    - İki cümle,  $\alpha$  ve  $\beta$ , aynı modeller içerisinde aynı doğruluk değerine sahiplerse, bu iki cümle mantıksal olarak eşittir diyoruz.
    - $\alpha \equiv \beta$  ancak ve ancak  $\alpha \models \beta$  ve  $\beta \models \alpha$
  - Geçerlilik (İng: validity)
    - Bir cümle her modelde doğru ise bu cümle için geçerli diyoruz.
    - Örnek:  $P \vee \neg P$
  - Çıkarım teoremi (İng: Deduction theorem):
    - Her  $\alpha$  ve  $\beta$  cümleleri için,  $\alpha \models \beta$  ancak ve ancak  $(\alpha \Rightarrow \beta)$  cümlesi geçerli ise.
  - Tatmin edilebilirlik
    - Bir cümle, eğer herhangi bir model içinde doğru ise, veya tatmin edilebilir ise, tatmin edilebilirdir.

# Mantıklı etmenler

- |  |  |
|--|--|
| $(\alpha \wedge \beta) \equiv (\beta \wedge \alpha)$   | commutativity of $\wedge$              |
| $(\alpha \vee \beta) \equiv (\beta \vee \alpha)$   | commutativity of $\vee$                |
| $((\alpha \wedge \beta) \wedge \gamma) \equiv (\alpha \wedge (\beta \wedge \gamma))$                   | associativity of $\wedge$              |
| $((\alpha \vee \beta) \vee \gamma) \equiv (\alpha \vee (\beta \vee \gamma))$                           | associativity of $\vee$                |
| $\neg(\neg\alpha) \equiv \alpha$   | double-negation elimination            |
| $(\alpha \Rightarrow \beta) \equiv (\neg\beta \Rightarrow \neg\alpha)$                                 | contraposition                         |
| $(\alpha \Rightarrow \beta) \equiv (\neg\alpha \vee \beta)$  | implication elimination                |
| $(\alpha \Leftrightarrow \beta) \equiv ((\alpha \Rightarrow \beta) \wedge (\beta \Rightarrow \alpha))$ | biconditional elimination              |
| $\neg(\alpha \wedge \beta) \equiv (\neg\alpha \vee \neg\beta)$   | De Morgan                              |
| $\neg(\alpha \vee \beta) \equiv (\neg\alpha \wedge \neg\beta)$   | De Morgan                              |
| $(\alpha \wedge (\beta \vee \gamma)) \equiv ((\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \gamma))$       | distributivity of $\wedge$ over $\vee$ |
| $(\alpha \vee (\beta \wedge \gamma)) \equiv ((\alpha \vee \beta) \wedge (\alpha \vee \gamma))$         | distributivity of $\vee$ over $\wedge$ |

