



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«МИРЭА – Российский технологический университет»

ИНСТИТУТ КИБЕРНЕТИКИ

КАФЕДРА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

Лабораторная работа 1

по курсу «Системы массового обслуживания»

ВАРИАНТ 44

Тема: **«Одноканальные системы массового обслуживания с отказами»**

Выполнил:
Студент 4-го курса
Мусатов Д. Ю

Группа: КМБО-03-18

МОСКВА – 2021

Содержание

1	Задание	3
2	Краткие теоретические сведения	5
3	Результаты расчетов	6
3.1	Задание 1.	7
3.2	Задание 2.	12
3.3	Задание 3.	17
4	Анализ результатов и выводы	22
4.1	Задание 1	22
4.2	Задание 2	22
4.3	Задание 3	23
5	Приложение	25

1 Задание

Задание 1. Система массового обслуживания $(D|M|1|0)$.

Дано:

1. время между приходом заявок $\Delta T_3 = 0.688$;
2. параметр $\mu = 1.403$ показательного распределения времени обслуживания заявки прибором;

В момент поступления каждой заявки на обслуживание в прибор определяется время её обслуживания $t_{\text{обсл}}$ в соответствии с показательным законом распределения с заданным параметром μ .

Предполагается, что в начальный момент времени $t = 0$ в СМО нет заявок, т.е. состояние системы 0, и через заданное время ΔT_3 в СМО поступит первая заявка (произойдет событие с номером 1). Момент наступления первого события (типа 1) равен $t_{\text{сб}}(1) = \Delta T_3$. После события 1 система находится в состоянии 1, в котором она будет оставаться время $t_{\text{обсл}}(1)$, определяемое в соответствии с показательным законом распределения с параметром μ .

Задание 2. Система массового обслуживания $(M|D|1|0)$.

Дано:

1. среднее число заявок $\lambda = 1.451$, поступающих за единицу времени (время между приходом заявок имеет показательное распределение с параметром λ);
2. время обслуживания заявки прибором $T_{\text{об}}$ (заданная постоянная величина).

Предполагается, что в начальный момент времени $t = 0$ система находится в состоянии 0 и в этот момент определяется время поступления в систему первой заявки $t_3(1)$ в соответствии с показательным законом распределения с параметром λ .

Задание 3. Система массового обслуживания $(M|M|1|0)$.

Дано:

1. среднее число заявок $\lambda = 1.451$, поступающих за единицу времени (время между приходом заявок имеет показательное распределение с параметром λ);
2. параметр $\mu = 1.403$ показательного распределения времени обслуживания заявки прибором;

Предполагается, что в начальный момент времени $t = 0$ система находится в состоянии 0 и в этот момент определяется время поступления в систему первой заявки $t_3(1)$ в соответствии с показательным законом распределения с параметром λ , а в момент поступления каждой заявки на обслуживание в прибор определяется время её обслуживания

$t_{\text{обсл}}$ в соответствии с показательным законом распределения с параметром μ .

Требуется:

1. Провести моделирование первых 100 событий в развитии каждой системы;
2. Составить таблицу 1 с данными о событиях:
 - номер события l ;
 - момент наступления события $t_{\text{cob}}(l)$;
 - тип события $Type(l)$;
 - состояние СМО $C(l)$ после события l ;
 - оставшееся время $t_{\text{ост}}(l)$ обслуживания прибором заявки после события l (если после события прибор свободен, $t_{\text{ост}}(l) = -1$);
 - время ожидания $t_{\text{ожз}}(l)$, через которое после события l в СМО появится новая заявка.
3. Составить таблицу 2 с данными о всех поступивших заявках:
 - номер заявки j ;
 - момент $t_3(j)$ поступления заявки j в СМО;
 - время $t_{\text{обсл}}(j)$ обслуживания прибором заявки j ;
 - момент $t_{\text{коб}}(j)$ окончания обслуживания заявки j и выхода ее из СМО. Если в момент появления заявки j в СМО прибор был занят, и заявка получила отказ в обслуживании, то $t_{\text{обсл}}(j) = 0$ и $t_{\text{коб}}(j) = t_3(j)$.
4. Найти:
 - число заявок, поступивших в СМО на интервале $[0, t_{\text{cob}}(100)]$;
 - число полностью обслуженных заявок на интервале $[0, t_{\text{cob}}(100)]$;
 - число отклонённых заявок на интервале $[0, t_{\text{cob}}(100)]$;
 - долю отклонённых заявок в общем числе поступивших в СМО заявок на интервале $[0, t_{\text{cob}}(100)]$;
 - коэффициент простоя прибора на интервале $[0, t_{\text{cob}}(100)]$;
 - среднее время обслуживания заявки;
 - экспериментальное среднее число заявок $\lambda_{\text{эксп}}$, поступавших в систему за единицу времени;
 - относительные частоты пребывания СМО в состояниях

2 Краткие теоретические сведения

Системы массового обслуживания – математическая модель систем, предназначенных для обслуживания заявок, поступающих в неё, как правило, в случайные моменты времени. Обслуживанием заявок занимаются приборы, службы, аппараты. Рассматриваются элементарные одноканальные СМО без очередей с ординарными потоками с отказами. Это означает, что если приходит заявка, в прибор в это время занят, то ей ничего не остается, кроме как покинуть СМО.

Существует сложная классификация СМО, основными критериями являются:

1. организация отбора заявок;
2. характер образования очередей, если они есть;
3. количество каналов.

Основные показатели эффективности СМО:

1. Показатели эффективности использования СМО: среднее число заявок, которое может обслужить СМО за единицу времени, среднее продолжительность периода занятости СМО, коэффициент использования СМО (отношение средней продолжительности занятости к длине всего периода);
2. Показатели качества обслуживания заявок: среднее время ожидания заявки в очереди, среднее время пребывания в СМО, вероятность отказа без ожидания, вероятность, что заявка сразу будет принята; закон распределения времени пребывания заявки в СМО; средняя длина очереди (влияет на время ожидания в очереди); среднее число заявок в системе;
3. Показатели экономической и финансовой эффективности функционирования СМО: средние расходы на обеспечение работы СМО в определенный период времени, средний доход за этот период времени и т.д.

В работе были также использованы средства языка Python, одно из них – `random.exponential(1/λ, size)`, возвращает случайное число с показательным параметром λ .

3 Результаты расчетов

В начальный момент времени $t_{\text{обсл}} = -1$, мы в зависимости от задания получаем величину $t_{\text{ожз}}(1)$. Для первого задания это фиксированное значение $\Delta T_3 = 0.688$, для второго и третьего мы генерируем случайное число, распределенное по показательному закону с параметром $\lambda = 1.451$. Через полученное время произойдет событие номер 1, его $t_{\text{соб}}(1) = t_{\text{ожз}}(1)$. Тип события $Type(1) = 1$, т. к. это новая заявка. Состояние СМО в этот момент $C(1) = 1$, потому как заявка тут же встает на обслуживание. Получаем $t_{\text{обсл}}(1)$ согласно заданию: в первом и третьем заданиях мы используем показательное распределение с параметром $\mu = 1.403$, для второго это фиксированная величина $T_{\text{об}} = 0.703$.

Номер заявки 1, момент её появления равен $t_3(1) = t_{\text{ожз}}(1)$. Момент, когда заявка закончит обслуживаться, мы получаем как $t_{\text{коб}}(1) = t_3(1) + t_{\text{обсл}}(1)$.

Далее в зависимости от того, что произойдет следующим, могут быть следующие случаи:

1. $t_{\text{ожз}}(l-1)$ окажется меньше $t_{\text{ост}}(l-1)$. Это означает, что следующая заявка придет раньше, чем прибор закончит свою работу. Значит такая заявка получит отказ, её $t_3(l) = t_{\text{тек}} + t_{\text{ост}}(l-1)$, $t_{\text{коб}}(l) = t_3(l)$. Тип события $Type(l) = 2$. $t_{\text{ожз}}(l)$ мы получаем заново согласно заданию, $t_{\text{ост}}(l) = t_{\text{ост}}(l-1) - t_{\text{ожз}}(l-1)$.
2. $t_{\text{ожз}}(l-1)$ окажется больше, чем $t_{\text{ост}}(l-1)$, т.е. прибор закончит свою работу раньше, чем придет заявка. В этом случае произойдет событие типа $Type(l) = 3$. $t_{\text{соб}}(l) = t_{\text{тек}} + t_{\text{ожз}}(l-1)$. $C(l) = 0$, т. к. работа с заявкой завершена, $t_{\text{ост}}(l) = -1$, $t_{\text{ожз}}(l)$ мы получаем согласно заданию, $t_{\text{ост}}(l) = t_{\text{ост}}(l-1) - t_{\text{ожз}}(l-1)$. Остальные характеристики для заявки мы уже знаем.
3. момент, когда прибор простаивает. Произойдет событие типа $Type(l) = 1$. $t_{\text{соб}}(l) = t + t_{\text{ожз}}(l-1)$. $t_{\text{ост}}(l)$ мы получаем согласно заданию, $t_{\text{ожз}}(l)$ аналогично. $t_3(l) = t_{\text{соб}}(l)$, $t_{\text{обсл}}(l) = t_{\text{ост}}(l)$, $t_{\text{коб}}(l) = t_{\text{тек}} + t_{\text{обсл}}(l)$. $C(l) = 1$.

3.1 Задание 1.

Начальные данные:

$$\Delta T_z = 0.688 \quad \mu = 1.403$$

Таблица 1.

l	$t_{\text{cob}}(l)$	$Type(l)$	$C(l)$	$t_{\text{ост}}(l)$	$t_{\text{ожз}}(l)$
1	0.688	1	1	0.0966	0.688
2	0.7846	3	0	-1	0.5914
3	1.376	1	1	4.90287	0.688
4	2.064	2	1	4.21487	0.688
5	2.752	2	1	3.52687	0.688
6	3.44	2	1	2.83887	0.688
7	4.128	2	1	2.15087	0.688
8	4.816	2	1	1.46287	0.688
9	5.504	2	1	0.77487	0.688
10	6.192	2	1	0.08687	0.688
11	6.27887	3	0	-1	0.60113
12	6.88	1	1	0.69244	0.688
13	7.568	2	1	0.00444	0.688
14	7.57244	3	0	-1	0.68356
15	8.256	1	1	0.03276	0.688
16	8.28876	3	0	-1	0.65524
17	8.944	1	1	0.131	0.688
18	9.075	3	0	-1	0.557
19	9.632	1	1	1.55019	0.688
20	10.32	2	1	0.86219	0.688
21	11.008	2	1	0.17419	0.688
22	11.18219	3	0	-1	0.51381
23	11.696	1	1	2.31279	0.688
24	12.384	2	1	1.62479	0.688
25	13.072	2	1	0.93679	0.688
26	13.76	2	1	0.24879	0.688
27	14.00879	3	0	-1	0.43921
28	14.448	1	1	0.4699	0.688
29	14.9179	3	0	-1	0.2181

l	$t_{\text{cob}}(l)$	$Type(l)$	$C(l)$	$t_{\text{ост}}(l)$	$t_{\text{ожз}}(l)$
30	15.136	1	1	0.20321	0.688
31	15.33921	3	0	-1	0.48479
32	15.824	1	1	0.23847	0.688
33	16.06247	3	0	-1	0.44953
34	16.512	1	1	0.56976	0.688
35	17.08176	3	0	-1	0.11824
36	17.2	1	1	0.17457	0.688
37	17.37457	3	0	-1	0.51343
38	17.888	1	1	0.12094	0.688
39	18.00894	3	0	-1	0.56706
40	18.576	1	1	0.27357	0.688
41	18.84957	3	0	-1	0.41443
42	19.264	1	1	0.60789	0.688
43	19.87189	3	0	-1	0.08011
44	19.952	1	1	0.83317	0.688
45	20.64	2	1	0.14517	0.688
46	20.78517	3	0	-1	0.54283
47	21.328	1	1	1.04618	0.688
48	22.016	2	1	0.35818	0.688
49	22.37418	3	0	-1	0.32982
50	22.704	1	1	1.08773	0.688
51	23.392	2	1	0.39973	0.688
52	23.79173	3	0	-1	0.28827
53	24.08	1	1	0.96024	0.688
54	24.768	2	1	0.27224	0.688
55	25.04024	3	0	-1	0.41576
56	25.456	1	1	0.0002	0.688
57	25.4562	3	0	-1	0.6878
58	26.144	1	1	0.11102	0.688
59	26.25502	3	0	-1	0.57698
60	26.832	1	1	2.15912	0.688
61	27.52	2	1	1.47112	0.688
62	28.208	2	1	0.78312	0.688
63	28.896	2	1	0.09512	0.688
64	28.99112	3	0	-1	0.59288
65	29.584	1	1	1.67067	0.688
66	30.272	2	1	0.98267	0.688

l	$t_{\text{cob}}(l)$	$Type(l)$	$C(l)$	$t_{\text{ост}}(l)$	$t_{\text{ожз}}(l)$
67	30.96	2	1	0.29467	0.688
68	31.25467	3	0	-1	0.39333
69	31.648	1	1	2.13042	0.688
70	32.336	2	1	1.44242	0.688
71	33.024	2	1	0.75442	0.688
72	33.712	2	1	0.06642	0.688
73	33.77842	3	0	-1	0.62158
74	34.4	1	1	0.69279	0.688
75	35.088	2	1	0.00479	0.688
76	35.09279	3	0	-1	0.68321
77	35.776	1	1	0.51202	0.688
78	36.28802	3	0	-1	0.17598
79	36.464	1	1	0.27249	0.688
80	36.73649	3	0	-1	0.41551
81	37.152	1	1	1.08446	0.688
82	37.84	2	1	0.39646	0.688
83	38.23646	3	0	-1	0.29154
84	38.528	1	1	0.29276	0.688
85	38.82076	3	0	-1	0.39524
86	39.216	1	1	0.39795	0.688
87	39.61395	3	0	-1	0.29005
88	39.904	1	1	1.83266	0.688
89	40.592	2	1	1.14466	0.688
90	41.28	2	1	0.45666	0.688
91	41.73666	3	0	-1	0.23134
92	41.968	1	1	0.28797	0.688
93	42.25597	3	0	-1	0.40003
94	42.656	1	1	0.18214	0.688
95	42.83814	3	0	-1	0.50586
96	43.344	1	1	0.1784	0.688
97	43.5224	3	0	-1	0.5096
98	44.032	1	1	0.16175	0.688
99	44.19375	3	0	-1	0.52625
100	44.72	1	1	2.72719	0.688

Таблица 2.

j	$t_3(j)$	$t_{обсл}(l)$	$t_{коб}(j)$
1	0.688	0.0966	0.7846
2	1.376	4.90287	6.27887
3	2.064	0	2.064
4	2.752	0	2.752
5	3.44	0	3.44
6	4.128	0	4.128
7	4.816	0	4.816
8	5.504	0	5.504
9	6.192	0	6.192
10	6.88	0.69244	7.57244
11	7.568	0	7.568
12	8.256	0.03276	8.28876
13	8.944	0.131	9.075
14	9.632	1.55019	11.18219
15	10.32	0	10.32
16	11.008	0	11.008
17	11.696	2.31279	14.00879
18	12.384	0	12.384
19	13.072	0	13.072
20	13.76	0	13.76
21	14.448	0.4699	14.9179
22	15.136	0.20321	15.33921
23	15.824	0.23847	16.06247
24	16.512	0.56976	17.08176
25	17.2	0.17457	17.37457
26	17.888	0.12094	18.00894
27	18.576	0.27357	18.84957
28	19.264	0.60789	19.87189
29	19.952	0.83317	20.78517

j	$t_3(j)$	$t_{обсл}(l)$	$t_{коб}(j)$
30	20.64	0	20.64
31	21.328	1.04618	22.37418
32	22.016	0	22.016
33	22.704	1.08773	23.79173
34	23.392	0	23.392
35	24.08	0.96024	25.04024
36	24.768	0	24.768
37	25.456	0.0002	25.4562
38	26.144	0.11102	26.25502
39	26.832	2.15912	28.99112
40	27.52	0	27.52
41	28.208	0	28.208
42	28.896	0	28.896
43	29.584	1.67067	31.25467
44	30.272	0	30.272
45	30.96	0	30.96
46	31.648	2.13042	33.77842
47	32.336	0	32.336
48	33.024	0	33.024
49	33.712	0	33.712
50	34.4	0.69279	35.09279
51	35.088	0	35.088
52	35.776	0.51202	36.28802
53	36.464	0.27249	36.73649
54	37.152	1.08446	38.23646
55	37.84	0	37.84
56	38.528	0.29276	38.82076
57	39.216	0.39795	39.61395
58	39.904	1.83266	41.73666
59	40.592	0	40.592
60	41.28	0	41.28
61	41.968	0.28797	42.25597
62	42.656	0.18214	42.83814
63	43.344	0.1784	43.5224
64	44.032	0.16175	44.19375
65	44.72	2.72719	47.44719

3.2 Задание 2.

Начальные данные:

$$\lambda = 1.451 \quad T_{об} = 0.703$$

Таблица 1.

l	$t_{cob}(l)$	$Type(l)$	$C(l)$	$t_{ост}(l)$	$t_{ожз}(l)$
1	0.72857	1	1	0.703	1.25837
2	1.43157	3	0	-1	0.55537
3	1.98694	1	1	0.703	0.77466
4	2.68994	3	0	-1	0.07166
5	2.7616	1	1	0.703	0.30297
6	3.06457	2	1	0.40003	1.176
7	3.4646	3	0	-1	0.77597
8	4.24057	1	1	0.703	4.14699
9	4.94357	3	0	-1	3.44399
10	8.38756	1	1	0.703	0.30906
11	8.69662	2	1	0.39394	1.26971
12	9.09056	3	0	-1	0.87577
13	9.96633	1	1	0.703	0.77868
14	10.66933	3	0	-1	0.07568
15	10.74501	1	1	0.703	1.28207
16	11.44801	3	0	-1	0.57907
17	12.02708	1	1	0.703	1.49268
18	12.73008	3	0	-1	0.78968
19	13.51976	1	1	0.703	0.24491
20	13.76467	2	1	0.45809	0.45037
21	14.21504	2	1	0.00772	0.40394
22	14.22276	3	0	-1	0.39622
23	14.61898	1	1	0.703	0.41868
24	15.03766	2	1	0.28432	0.46095
25	15.32198	3	0	-1	0.17663
26	15.49861	1	1	0.703	0.06462
27	15.56323	2	1	0.63838	0.69326
28	16.20161	3	0	-1	0.05488
29	16.25649	1	1	0.703	1.08327

1	$t_{\text{cob}}(l)$	$Type(l)$	$C(l)$	$t_{\text{ост}}(l)$	$t_{\text{ожз}}(l)$
30	16.95949	3	0	-1	0.38027
31	17.33976	1	1	0.703	1.06603
32	18.04276	3	0	-1	0.36303
33	18.40579	1	1	0.703	0.7526
34	19.10879	3	0	-1	0.0496
35	19.15839	1	1	0.703	1.05874
36	19.86139	3	0	-1	0.35574
37	20.21713	1	1	0.703	0.22282
38	20.43995	2	1	0.48018	0.09745
39	20.5374	2	1	0.38273	0.3017
40	20.8391	2	1	0.08103	1.2103
41	20.92013	3	0	-1	1.12927
42	22.0494	1	1	0.703	0.3361
43	22.3855	2	1	0.3669	0.02693
44	22.41243	2	1	0.33997	0.08517
45	22.4976	2	1	0.2548	0.88014
46	22.7524	3	0	-1	0.62534
47	23.37774	1	1	0.703	1.49899
48	24.08074	3	0	-1	0.79599
49	24.87673	1	1	0.703	0.44802
50	25.32475	2	1	0.25498	0.00896
51	25.33371	2	1	0.24602	0.91697
52	25.57973	3	0	-1	0.67095
53	26.25068	1	1	0.703	0.80928
54	26.95368	3	0	-1	0.10628
55	27.05996	1	1	0.703	0.39914
56	27.4591	2	1	0.30386	1.37861
57	27.76296	3	0	-1	1.07475
58	28.83771	1	1	0.703	0.15187
59	28.98958	2	1	0.55113	0.91743
60	29.54071	3	0	-1	0.3663
61	29.90701	1	1	0.703	0.35981
62	30.26682	2	1	0.34319	0.60018
63	30.61001	3	0	-1	0.25699
64	30.867	1	1	0.703	1.4441
65	31.57	3	0	-1	0.7411

1	$t_{\text{cob}}(l)$	$Type(l)$	$C(l)$	$t_{\text{ост}}(l)$	$t_{\text{ожз}}(l)$
66	32.3111	1	1	0.703	1.29457
67	33.0141	3	0	-1	0.59157
68	33.60567	1	1	0.703	0.6956
69	34.30127	2	1	0.0074	0.63383
70	34.30867	3	0	-1	0.62643
71	34.9351	1	1	0.703	1.79562
72	35.6381	3	0	-1	1.09262
73	36.73072	1	1	0.703	0.31699
74	37.04771	2	1	0.38601	1.6915
75	37.43372	3	0	-1	1.30549
76	38.73921	1	1	0.703	0.00266
77	38.74187	2	1	0.70034	0.64606
78	39.38793	2	1	0.05428	0.24947
79	39.44221	3	0	-1	0.19519
80	39.6374	1	1	0.703	0.50111
81	40.13851	2	1	0.20189	1.5449
82	40.3404	3	0	-1	1.34301
83	41.68341	1	1	0.703	0.03285
84	41.71626	2	1	0.67015	1.19214
85	42.38641	3	0	-1	0.52199
86	42.9084	1	1	0.703	0.0681
87	42.9765	2	1	0.6349	0.38664
88	43.36314	2	1	0.24826	0.90146
89	43.6114	3	0	-1	0.6532
90	44.2646	1	1	0.703	0.07681
91	44.34141	2	1	0.62619	0.93858
92	44.9676	3	0	-1	0.31239
93	45.27999	1	1	0.703	0.54825
94	45.82824	2	1	0.15475	0.14686
95	45.9751	2	1	0.00789	0.01837
96	45.98299	3	0	-1	0.01048
97	45.99347	1	1	0.703	0.089
98	46.08247	2	1	0.614	1.06432
99	46.69647	3	0	-1	0.45032
100	47.14679	1	1	0.703	0.52613

Таблица 2.

j	$t_3(j)$	$t_{\text{обсл}}(l)$	$t_{\text{коб}}(j)$
1	0.72857	0.703	1.43157
2	1.98694	0.703	2.68994
3	2.7616	0.703	3.4646
4	3.06457	0	3.06457
5	4.24057	0.703	4.94357
6	8.38756	0.703	9.09056
7	8.69662	0	8.69662
8	9.96633	0.703	10.66933
9	10.74501	0.703	11.44801
10	12.02708	0.703	12.73008
11	13.51976	0.703	14.22276
12	13.76467	0	13.76467
13	14.21504	0	14.21504
14	14.61898	0.703	15.32198
15	15.03766	0	15.03766
16	15.49861	0.703	16.20161
17	15.56323	0	15.56323
18	16.25649	0.703	16.95949
19	17.33976	0.703	18.04276
20	18.40579	0.703	19.10879
21	19.15839	0.703	19.86139
22	20.21713	0.703	20.92013
23	20.43995	0	20.43995
24	20.5374	0	20.5374
25	20.8391	0	20.8391
26	22.0494	0.703	22.7524
27	22.3855	0	22.3855
28	22.41243	0	22.41243
29	22.4976	0	22.4976

j	$t_3(j)$	$t_{\text{обсл}}(l)$	$t_{\text{коб}}(j)$
30	23.37774	0.703	24.08074
31	24.87673	0.703	25.57973
32	25.32475	0	25.32475
33	25.33371	0	25.33371
34	26.25068	0.703	26.95368
35	27.05996	0.703	27.76296
36	27.4591	0	27.4591
37	28.83771	0.703	29.54071
38	28.98958	0	28.98958
39	29.90701	0.703	30.61001
40	30.26682	0	30.26682
41	30.867	0.703	31.57
42	32.3111	0.703	33.0141
43	33.60567	0.703	34.30867
44	34.30127	0	34.30127
45	34.9351	0.703	35.6381
46	36.73072	0.703	37.43372
47	37.04771	0	37.04771
48	38.73921	0.703	39.44221
49	38.74187	0	38.74187
50	39.38793	0	39.38793
51	39.6374	0.703	40.3404
52	40.13851	0	40.13851
53	41.68341	0.703	42.38641
54	41.71626	0	41.71626
55	42.9084	0.703	43.6114
56	42.9765	0	42.9765
57	43.36314	0	43.36314
58	44.2646	0.703	44.9676
59	44.34141	0	44.34141
60	45.27999	0.703	45.98299
61	45.82824	0	45.82824
62	45.9751	0	45.9751
63	45.99347	0.703	46.69647
64	46.08247	0	46.08247
65	47.14679	0.703	47.84979

3.3 Задание 3.

Начальные данные:

$$\lambda = 1.451 \quad \mu = 1.403$$

Таблица 1.

l	$t_{\text{cob}}(l)$	$Type(l)$	$C(l)$	$t_{\text{ост}}(l)$	$t_{\text{ожз}}(l)$
1	0.28501	1	1	0.79306	3.71808
2	1.07807	3	0	-1	2.92502
3	4.00309	1	1	0.02228	2.29029
4	4.02537	3	0	-1	2.26801
5	6.29338	1	1	0.27089	1.30639
6	6.56427	3	0	-1	1.0355
7	7.59977	1	1	0.90609	0.53155
8	8.13132	2	1	0.37454	0.05104
9	8.18236	2	1	0.3235	0.01962
10	8.20198	2	1	0.30388	1.75574
11	8.50586	3	0	-1	1.45186
12	9.95772	1	1	0.77105	0.41143
13	10.36915	2	1	0.35962	0.21877
14	10.58792	2	1	0.14085	1.01499
15	10.72877	3	0	-1	0.87414
16	11.60291	1	1	0.51795	0.77366
17	12.12086	3	0	-1	0.25571
18	12.37657	1	1	1.97923	0.10341
19	12.47998	2	1	1.87582	1.25457
20	13.73455	2	1	0.62125	0.24581
21	13.98036	2	1	0.37544	0.92224
22	14.3558	3	0	-1	0.5468
23	14.9026	1	1	2.56233	1.01332
24	15.91592	2	1	1.54901	0.6011
25	16.51702	2	1	0.94791	0.28221
26	16.79923	2	1	0.6657	2.09208
27	17.46493	3	0	-1	1.42638
28	18.89131	1	1	0.70872	0.21207
29	19.10338	2	1	0.49665	0.21383

1	$t_{\text{cob}}(l)$	$Type(l)$	$C(l)$	$t_{\text{ост}}(l)$	$t_{\text{ожз}}(l)$
30	19.31721	2	1	0.28282	0.36131
31	19.60003	3	0	-1	0.07849
32	19.67852	1	1	0.25018	0.49068
33	19.9287	3	0	-1	0.2405
34	20.1692	1	1	1.31107	6.53485
35	21.48027	3	0	-1	5.22378
36	26.70405	1	1	0.07624	0.13045
37	26.78029	3	0	-1	0.05421
38	26.8345	1	1	0.12214	2.40383
39	26.95664	3	0	-1	2.28169
40	29.23833	1	1	0.23312	0.43311
41	29.47145	3	0	-1	0.19999
42	29.67144	1	1	0.59806	0.1619
43	29.83334	2	1	0.43616	0.12129
44	29.95463	2	1	0.31487	0.9066
45	30.2695	3	0	-1	0.59173
46	30.86123	1	1	2.65045	0.82928
47	31.69051	2	1	1.82117	0.83938
48	32.52989	2	1	0.98179	0.45624
49	32.98613	2	1	0.52555	0.03473
50	33.02086	2	1	0.49082	0.36707
51	33.38793	2	1	0.12375	0.2838
52	33.51168	3	0	-1	0.16005
53	33.67173	1	1	0.69925	1.23447
54	34.37098	3	0	-1	0.53522
55	34.9062	1	1	0.18535	0.34858
56	35.09155	3	0	-1	0.16323
57	35.25478	1	1	0.52156	1.26787
58	35.77634	3	0	-1	0.74631
59	36.52265	1	1	0.89187	0.66638
60	37.18903	2	1	0.22549	0.13724
61	37.32627	2	1	0.08825	1.74833
62	37.41452	3	0	-1	1.66008
63	39.0746	1	1	0.45633	0.02094
64	39.09554	2	1	0.43539	0.13873
65	39.23427	2	1	0.29666	0.89485

1	$t_{\text{cob}}(l)$	$Type(l)$	$C(l)$	$t_{\text{ост}}(l)$	$t_{\text{ожз}}(l)$
66	39.53093	3	0	-1	0.59819
67	40.12912	1	1	0.09378	0.02452
68	40.15364	2	1	0.06926	0.87323
69	40.2229	3	0	-1	0.80397
70	41.02687	1	1	0.21475	2.07735
71	41.24162	3	0	-1	1.8626
72	43.10422	1	1	2.02802	0.27604
73	43.38026	2	1	1.75198	0.82698
74	44.20724	2	1	0.925	1.69044
75	45.13224	3	0	-1	0.76544
76	45.89768	1	1	0.1155	0.19645
77	46.01318	3	0	-1	0.08095
78	46.09413	1	1	0.7717	0.66562
79	46.75975	2	1	0.10608	1.10826
80	46.86583	3	0	-1	1.00218
81	47.86801	1	1	0.09271	2.05646
82	47.96072	3	0	-1	1.96375
83	49.92447	1	1	0.14862	2.38933
84	50.07309	3	0	-1	2.24071
85	52.3138	1	1	0.67076	1.15314
86	52.98456	3	0	-1	0.48238
87	53.46694	1	1	0.72218	0.37218
88	53.83912	2	1	0.35	1.32876
89	54.18912	3	0	-1	0.97876
90	55.16788	1	1	0.06372	0.02344
91	55.19132	2	1	0.04028	0.12291
92	55.2316	3	0	-1	0.08263
93	55.31423	1	1	0.01917	1.00517
94	55.3334	3	0	-1	0.986
95	56.3194	1	1	0.47352	0.47495
96	56.79292	3	0	-1	0.00143
97	56.79435	1	1	0.22037	1.34323
98	57.01472	3	0	-1	1.12286
99	58.13758	1	1	1.39934	0.5608
100	58.69838	2	1	0.83854	0.1354

Таблица 2.

j	$t_3(j)$	$t_{обсл}(l)$	$t_{коб}(j)$
1	0.28501	0.79306	1.07807
2	4.00309	0.02228	4.02537
3	6.29338	0.27089	6.56427
4	7.59977	0.90609	8.50586
5	8.13132	0	8.13132
6	8.18236	0	8.18236
7	8.20198	0	8.20198
8	9.95772	0.77105	10.72877
9	10.36915	0	10.36915
10	10.58792	0	10.58792
11	11.60291	0.51795	12.12086
12	12.37657	1.97923	14.3558
13	12.47998	0	12.47998
14	13.73455	0	13.73455
15	13.98036	0	13.98036
16	14.9026	2.56233	17.46493
17	15.91592	0	15.91592
18	16.51702	0	16.51702
19	16.79923	0	16.79923
20	18.89131	0.70872	19.60003
21	19.10338	0	19.10338
22	19.31721	0	19.31721
23	19.67852	0.25018	19.9287
24	20.1692	1.31107	21.48027
25	26.70405	0.07624	26.78029
26	26.8345	0.12214	26.95664
27	29.23833	0.23312	29.47145
28	29.67144	0.59806	30.2695
29	29.83334	0	29.83334

j	$t_3(j)$	$t_{обсл}(l)$	$t_{коб}(j)$
30	29.95463	0	29.95463
31	30.86123	2.65045	33.51168
32	31.69051	0	31.69051
33	32.52989	0	32.52989
34	32.98613	0	32.98613
35	33.02086	0	33.02086
36	33.38793	0	33.38793
37	33.67173	0.69925	34.37098
38	34.9062	0.18535	35.09155
39	35.25478	0.52156	35.77634
40	36.52265	0.89187	37.41452
41	37.18903	0	37.18903
42	37.32627	0	37.32627
43	39.0746	0.45633	39.53093
44	39.09554	0	39.09554
45	39.23427	0	39.23427
46	40.12912	0.09378	40.2229
47	40.15364	0	40.15364
48	41.02687	0.21475	41.24162
49	43.10422	2.02802	45.13224
50	43.38026	0	43.38026
51	44.20724	0	44.20724
52	45.89768	0.1155	46.01318
53	46.09413	0.7717	46.86583
54	46.75975	0	46.75975
55	47.86801	0.09271	47.96072
56	49.92447	0.14862	50.07309
57	52.3138	0.67076	52.98456
58	53.46694	0.72218	54.18912
59	53.83912	0	53.83912
60	55.16788	0.06372	55.2316
61	55.19132	0	55.19132
62	55.31423	0.01917	55.3334
63	56.3194	0.47352	56.79292
64	56.79435	0.22037	57.01472
65	58.13758	1.39934	59.53692
66	58.69838	0	58.69838

4 Анализ результатов и выводы

4.1 Задание 1

1. число заявок, поступивших в СМО на интервале $[0, t_{\text{cob}}(100)]$ равно 65;
2. число полностью обслуженных заявок на интервале $[0, t_{\text{cob}}(100)]$ равно 35;
3. число отклонённых заявок на интервале $[0, t_{\text{cob}}(100)]$ равно 29;
4. доля отклонённых заявок в общем числе поступивших в СМО заявок на интервале $[0, t_{\text{cob}}(100)]$ равна 0.44615 ;
5. коэффициент простоя прибора на интервале $[0, t_{\text{cob}}(100)]$ равен 0.35244;
6. среднее время обслуживания заявки равно 0.80775;
7. экспериментальное среднее число заявок $\lambda_{\text{эксп}}$, поступавших в систему за единицу времени равно 1.45349;
8. относительная частота пребывания СМО в нерабочем состоянии равна 0.35. В рабочем состоянии 0.65.

4.2 Задание 2

1. число заявок, поступивших в СМО на интервале $[0, t_{\text{cob}}(100)]$ равно 65;
2. число полностью обслуженных заявок на интервале $[0, t_{\text{cob}}(100)]$ равно 35;
3. число отклонённых заявок на интервале $[0, t_{\text{cob}}(100)]$ равно 29;
4. доля отклонённых заявок в общем числе поступивших в СМО заявок на интервале $[0, t_{\text{cob}}(100)]$ равна 0.44615 ;
5. коэффициент простоя прибора на интервале $[0, t_{\text{cob}}(100)]$ равен 0.46267;
6. среднее время обслуживания заявки равно 0.703;
7. экспериментальное среднее число заявок $\lambda_{\text{эксп}}$, поступавших в систему за единицу времени равно 1.37867;
8. относительная частота пребывания СМО в нерабочем состоянии равна 0.35. В рабочем состоянии 0.65.

4.3 Задание 3

1. число заявок, поступивших в СМО на интервале $[0, t_{\text{cob}}(100)]$ равно 66;
2. число полностью обслуженных заявок на интервале $[0, t_{\text{cob}}(100)]$ равно 34;
3. число отклонённых заявок на интервале $[0, t_{\text{cob}}(100)]$ равно 31;
4. доля отклонённых заявок в общем числе поступивших в СМО заявок на интервале $[0, t_{\text{cob}}(100)]$ равна 0.4697 ;
5. коэффициент простоя прибора на интервале $[0, t_{\text{cob}}(100)]$ равен 0.59121;
6. среднее время обслуживания заявки равно 0.6332;
7. экспериментальное среднее число заявок $\lambda_{\text{эксп}}$, поступавших в систему за единицу времени равно 1.12439;
8. относительная частота пребывания СМО в нерабочем состоянии равна 0.34. В рабочем состоянии 0.66.

Список литературы

- [1] Математическая статистика [Электронный ресурс]: метод. указания по выполнению лаб. работ / А.А. Лобузов — М.: МИРЭА, 2017.
- [2] Боровков А. А. Математическая статистика. — СПб.: Лань, 2010.- 704 с.
- [3] Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. — М.: Юрайт, 2013. — 479 с
- [4] Письменный Д.Т. Конспект лекций по теории вероятностей, математической статистике и случайным процессам: учеб. пособие для вузов. — М.: Айрис-пресс, 2013. — 288 с

5 Приложение

Листинг 1: main.py

```
1 import matplotlib.pyplot as plt
2 import numpy as np
3 import math
4 import plotly.graph_objects as go
5 import copy
6 import xlsxwriter
7 import pandas as pd
8 from texttable import Texttable
9 from tabulate import tabulate
10 import latextable
11
12 def gen_wait_time(lambda_m):
13     return round(np.random.exponential(1/lambda_m),5)
14
15 def gen_serv_time(myu):
16     return round(np.random.exponential(1/myu),5)
17
18 def savetable(array, numberOfTable):
19     table = Texttable()
20
21     table.set_cols_align(["c"] * len(array[0]))
22     table.set_cols_dtype(['t'] * len(array[0]))
23     table.set_deco(Texttable.HEADER | Texttable.VLINES | Texttable.HLINES)
24     table.add_rows(array)
25
26     path = "C:/Users/Danila/Documents/Study/7 semestor/Queuing systems/1-
27         st laba/Report/table_" + str(numberOfTable) + ".tex"
28     my_file = open(path, 'w+')
29     my_file.write(latextable.draw_latex(table))
30     my_file.close()
31
32 def queuing_system(flag, delt_T=0, delt_proc=0, lambda_m=0, myu=0):
33     if flag==1:
34         if delt_T==0 or myu==0 :
35             return 0
36         event_counter=1
37         time_serv=gen_serv_time(myu)
38         counter_app=1
```

```
39     time_event=delt_T
40     time_app_now=delt_T
41     QS_condition_after=1
42     type_event=1
43     remaining_time=time_serv
44     time_end_serv=time_app_now+time_serv
45     expectation_time_app=delt_T
46     Table_1=[[event_counter ,round(time_event,5) ,type_event ,
47             QS_condition_after ,round(remaining_time,5) ,round(
48                 expectation_time_app,5) ]]
49     Table_2=[[round(counter_app,5) ,round(time_app_now,5) ,round(
50                 time_serv,5) ,round(time_end_serv,5) ]]
51
52     if remaining_time<delt_T:
53         type_event=3
54         QS_condition_after=0
55         expectation_time_app=delt_T-remaining_time
56         remaining_time=-1
57         time_event+=time_serv
58     else:
59         type_event=2
60         remaining_time-=delt_T
61         expectation_time_app=delt_T
62         counter_app+=1
63         time_app_now+=delt_T
64         time_event+=delt_T
65
66     while event_counter<100:
67         if type_event==1:
68             event_counter+=1
69             Table_1.append([event_counter ,round(time_event,5) ,
70                 type_event ,QS_condition_after ,round(remaining_time,5) ,
71                 round(expectation_time_app,5) ])
72             Table_2.append([round(counter_app,5) ,round(time_app_now,5) ,
73                 round(time_serv,5) ,round(time_end_serv,5) ])
74             if remaining_time<delt_T:
75                 type_event=3
76                 QS_condition_after=0
77                 expectation_time_app=delt_T-remaining_time
78                 time_event+=remaining_time
79                 remaining_time=-1
80             else:
81                 type_event=2
```

```

76         remaining_time-=delt_T
77         expectation_time_app=delt_T
78         counter_app+=1
79         time_app_now+=delt_T
80         time_event+=delt_T
81     elif type_event==2:
82         event_counter+=1
83         Table_1.append([event_counter,round(time_event,5),
84             type_event, QS_condition_after,round(remaining_time,5),
85             round(expectation_time_app,5)])
86         Table_2.append([round(counter_app,5),round(time_app_now,5),
87             0,round(time_app_now,5)])
88         if remaining_time<delt_T:
89             type_event=3
90             QS_condition_after=0
91             expectation_time_app=delt_T-remaining_time
92             time_event+=remaining_time
93             remaining_time=-1
94         else:
95             type_event=2
96             remaining_time-=delt_T
97             expectation_time_app=delt_T
98             counter_app+=1
99             time_app_now+=delt_T
100             time_event+=delt_T
101         else:
102             event_counter+=1
103             Table_1.append([event_counter,round(time_event,5),
104                 type_event, QS_condition_after,round(remaining_time,5),
105                 round(expectation_time_app,5)])
106             time_serv=gen_serv_time(myu)
107             time_event+=expectation_time_app
108             type_event=1
109             QS_condition_after=1
110             remaining_time=time_serv
111             expectation_time_app=delt_T
112             time_app_now+=delt_T
113             time_end_serv=time_app_now+time_serv
114             counter_app+=1
115         savetable(Table_1,1_1)
116         savetable(Table_2,1_2)
117     elif flag==2:

```

```

114
115     if delt_proc==0 or lambda_m==0 :
116         return 0
117     event_counter=1
118     time_serv=delt_proc
119     counter_app=1
120     time_event=gen_wait_time(lambda_m)
121     time_app_now=time_event
122     QS_condition_after=1
123     type_event=1
124     remaining_time=time_serv
125     time_end_serv=time_app_now+time_serv
126     expectation_time_app=gen_wait_time(lambda_m)
127     Table_1=[[event_counter , round(time_event , 5) , type_event ,
128             QS_condition_after , round(remaining_time , 5) , round(
129                 expectation_time_app , 5) ]]
130     Table_2=[[round(counter_app , 5) , round(time_app_now , 5) , round(
131                 time_serv , 5) , round(time_end_serv , 5) ]]
132
133     if remaining_time<expectation_time_app:
134         type_event=3
135         QS_condition_after=0
136         expectation_time_app-=remaining_time
137         remaining_time=-1
138         time_event+=time_serv
139     else:
140         type_event=2
141         remaining_time-=expectation_time_app
142         time_event+=expectation_time_app
143         time_app_now+=expectation_time_app
144         expectation_time_app=gen_wait_time(lambda_m)
145         counter_app+=1
146
147     while event_counter < 100:
148         if type_event==1:
149             event_counter+=1
150             Table_1.append([event_counter , round(time_event , 5) ,
151                 type_event , QS_condition_after , round(remaining_time , 5) ,
152                 round(expectation_time_app , 5) ])
153             Table_2.append([round(counter_app , 5) , round(time_app_now , 5)
154                 , round(time_serv , 5) , round(time_end_serv , 5) ])
155             if remaining_time<expectation_time_app:
156                 type_event=3

```

```
151         QS_condition_after=0
152         expectation_time_app-=remaining_time
153         time_event+=remaining_time
154         remaining_time=-1
155     else:
156         type_event=2
157         remaining_time-=expectation_time_app
158         time_event+=expectation_time_app
159         time_app_now+=expectation_time_app
160         expectation_time_app=gen_wait_time(lambda_m)
161         counter_app+=1
162
163     elif type_event==2:
164         event_counter+=1
165         Table_1.append([event_counter, round(time_event, 5),
166                        type_event, QS_condition_after, round(remaining_time, 5),
167                        round(expectation_time_app, 5)])
168         Table_2.append([round(counter_app, 5), round(time_app_now, 5),
169                        0, round(time_app_now, 5)])
170         if remaining_time < expectation_time_app:
171             type_event=3
172             QS_condition_after=0
173             expectation_time_app-=remaining_time
174             time_event+=remaining_time
175
176             remaining_time=-1
177         else:
178             type_event=2
179             remaining_time-=expectation_time_app
180             time_event+=expectation_time_app
181             time_app_now+=expectation_time_app
182             expectation_time_app=gen_wait_time(lambda_m)
183             counter_app+=1
184
185     else:
186         event_counter+=1
187         Table_1.append([event_counter, round(time_event, 5),
188                        type_event, QS_condition_after, round(remaining_time, 5),
189                        round(expectation_time_app, 5)])
190         time_serv=delt_proc
191         time_event+=expectation_time_app
192         type_event=1
193         QS_condition_after=1
```

```
189         remaining_time=time_serv
190         time_app_now=time_event
191         time_end_serv=time_app_now+time_serv
192         expectation_time_app=gen_wait_time(lambda_m)
193         counter_app+=1
194     savetable(Table_1,2_1)
195     savetable(Table_2,2_2)
196
197
198     elif flag==3:
199         if myu==0 or lambda_m==0 :
200             return 0
201         event_counter=1
202         time_serv=gen_serv_time(myu)
203         counter_app=1
204         time_event=gen_wait_time(lambda_m)
205         time_app_now=time_event
206         QS_condition_after=1
207         type_event=1
208         remaining_time=time_serv
209         time_end_serv=time_app_now+time_serv
210         expectation_time_app=gen_wait_time(lambda_m)
211         Table_1=[[event_counter ,round(time_event,5) ,type_event ,
212                 QS_condition_after ,round(remaining_time,5) ,round(
213                     expectation_time_app,5) ]]
214         Table_2=[[round(counter_app,5) ,round(time_app_now,5) ,round(
215                     time_serv,5) ,round(time_end_serv,5) ]]
216
217
218         if remaining_time<expectation_time_app:
219             type_event=3
220             QS_condition_after=0
221             expectation_time_app-=remaining_time
222             remaining_time=-1
223             time_event+=time_serv
224         else:
225             type_event=2
226             remaining_time-=expectation_time_app
227             time_event+=expectation_time_app
228             time_app_now+=expectation_time_app
229             expectation_time_app=gen_wait_time(lambda_m)
230             counter_app+=1
231
232     while event_counter<100:
```

```
229     if type_event==1:
230         event_counter+=1
231         Table_1.append([event_counter,round(time_event,5),
232             type_event, QS_condition_after,round(remaining_time,5),
233             round(expectation_time_app,5)])
234         Table_2.append([round(counter_app,5),round(time_app_now,5),
235             round(time_serv,5),round(time_end_serv,5)])
236         if remaining_time<expectation_time_app:
237             type_event=3
238             QS_condition_after=0
239             expectation_time_app-=remaining_time
240             time_event+=remaining_time
241             remaining_time=-1
242         else:
243             type_event=2
244             remaining_time-=expectation_time_app
245             time_event+=expectation_time_app
246             time_app_now+=expectation_time_app
247             expectation_time_app=gen_wait_time(lambda_m)
248             counter_app+=1
249
250     elif type_event==2:
251         event_counter+=1
252         Table_1.append([event_counter,round(time_event,5),
253             type_event, QS_condition_after,round(remaining_time,5),
254             round(expectation_time_app,5)])
255         Table_2.append([round(counter_app,5),round(time_app_now,5),
256             0,round(time_app_now,5)])
257         if remaining_time<expectation_time_app:
258             type_event=3
259             QS_condition_after=0
260             expectation_time_app-=remaining_time
261             time_event+=remaining_time
262
263             remaining_time=-1
264         else:
265             type_event=2
266             remaining_time-=expectation_time_app
267             time_event+=expectation_time_app
268             time_app_now+=expectation_time_app
269             expectation_time_app=gen_wait_time(lambda_m)
270             counter_app+=1
```

```
266         else :
267             event_counter+=1
268             Table_1.append([event_counter,round(time_event,5),
269                             type_event, QS_condition_after,round(remaining_time,5),
270                             round(expectation_time_app,5)])
271             time_serv=gen_serv_time(myu)
272             time_event+=expectation_time_app
273             type_event=1
274             QS_condition_after=1
275             remaining_time=time_serv
276             time_app_now=time_event
277             time_end_serv=time_app_now+time_serv
278             expectation_time_app=gen_wait_time(lambda_m)
279             counter_app+=1
280             savetable(Table_1,3_1)
281             savetable(Table_2,3_2)
282
283
284     else :
285         print("Your input flag don't exist")
286
287
288     return 1
289
290 delt_process=0.703
291 delt_T=0.688
292 lambda_m=1.451
293 myu=1.403
294
295 queuing_system(1,delt_T,delt_process,lambda_m,myu)
296 queuing_system(2,delt_T,delt_process,lambda_m,myu)
297 queuing_system(3,delt_T,delt_process,lambda_m,myu)
```