书上例题

例2.4.1 已知IIR数字滤波器的系统函数 $H(z)=\frac{1}{1-0.9z^{-1}}$，试判断滤波器的类型（低通、高通、带通、带阻）

解：将系统函数写成下式：

$$H(z)=\frac{1}{1-0.9z^{-1}}=\frac{z}{z-0.9}$$

系统的零点为 $z=0$，极点为 $z=0.9$，零点在 z 平面的原点，不影响频率特性，而唯一的极点在实轴的0.9处，因此滤波器的通带中心在 $\omega=0$ 处，毫无疑问，这是一个低通滤波器。

例2.4.3 已知 $x(n)=\begin{cases} n, & 0\le n\le N \\ 2N-n, & N+1\le n\le 2N \\ 0, & n<0,\ 2N<n \end{cases}$ 求 $x(n)$ 的 z 变换.

解：题中 $x(n)$ 是一个三角序列，可以看做两个相同矩形序列的卷积

设 $y(n)=R_N(n)*R_N(n)$，则

$$y(n)=R_N(n)*R_N(n)=\begin{cases} 0 & n<0 \\ n+1 & 0\le n\le N-1 \\ 2N-(n+1) & N\le n\le 2N-1 \\ 0 & 2N\le n \end{cases}$$

将 $y(n)$ 和 $x(n)$ 作比较，得到 $y(n-1)=x(n)$. 因此

$$Y(z)z^{-1}=X(z)$$

$$Y(z)=ZT[R_N(n)]\cdot ZT[R_N(n)]$$

$$ZT[R_N(n)]=\sum_{n=0}^{N-1}z^{-n}=\frac{1-z^{-N}}{1-z^{-1}}=\frac{z^N-1}{z^{N-1}(z-1)}\qquad 0<|z|$$

故 $$X(z)=z^{-1}\frac{z^N-1}{z^{N-1}(z-1)}\frac{z^N-1}{z^{N-1}(z-1)}=\frac{1}{z^{2N-1}}\left(\frac{z^N-1}{z-1}\right)^2$$

考研真题

1.

2. （浙江大学考研题）求以下序列的 Z 变换，并标明其收敛域：

(1) $\left(\dfrac{1}{4}\right)^n u(n)-\left(\dfrac{2}{3}\right)^n u(n)$

解 设 $x(n)=\left(\dfrac{1}{4}\right)^n u(n)-\left(\dfrac{2}{3}\right)^n u(n)$，则

$$X(z)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}x(n)\cdot z^{-n}=\sum_{n=0}^{+\infty}\left(\frac{1}{4}\right)^n z^{-n}-\sum_{n=0}^{+\infty}\left(\frac{2}{3}\right)^n z^{-n}$$

$$=\frac{1}{1-\frac{1}{4}z^{-1}}-\frac{1}{1-\frac{2}{3}z^{-1}}$$

即 $X(z)=\dfrac{-\frac{5}{12}z^{-1}}{\left(1-\frac{1}{4}z^{-1}\right)\left(1-\frac{2}{3}z^{-1}\right)}$，$|z|>\dfrac{2}{3}$

2.

5. 已知离散系统的差分方程为

$$y(k)-y(k-1)+\frac{1}{2}y(k-2)=f(k-1)$$

（1）画出系统的一种时域模拟图；

（2）求$H(z)=Y(z)/F(z)$，画出零极点图；

（3）求单位响应$h(k)$，画出$h(k)$的波形；

（4）若激励$f(k)=100\cos(\pi k-90°)U(k)$，求系统的正弦稳态响应$y_s(k)$。（西北工业大学考研真题）

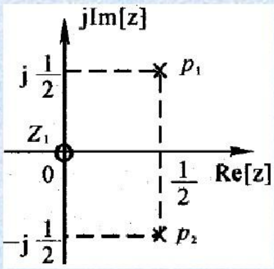
解：（1）$H(z)=\frac{Y(z)}{F(z)}=\frac{z}{z^2-z+0.5}=\frac{z}{\left(z-\frac{1}{2}-j\frac{1}{2}\right)\left(z-\frac{1}{2}+j\frac{1}{2}\right)}$

$$=\frac{-jz}{z-\frac{1}{\sqrt{2}}e^{j\frac{\pi}{4}}}+\frac{jz}{z-\frac{1}{\sqrt{2}}e^{-j\frac{\pi}{4}}}$$

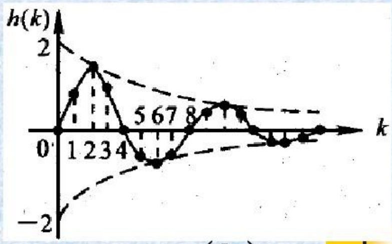
$H(z)$的零极点图如图 (a)所示。其单位响应为：

$$h(k)=-j(\sqrt{2})^{-k}e^{j\frac{\pi}{4}k}+j(\sqrt{2})^{-k}e^{-j\frac{\pi}{4}k}=2(\sqrt{2})^{-k}\sin\frac{\pi}{4}kU(k)$$

$h(k)$的波形如图 (b)所示。



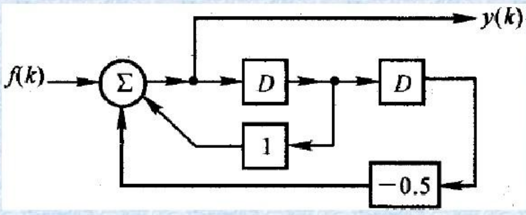
（a）



（b）

网学天地 www.e-studysky.com
网学天地（www.e-studysky.com）

（2）系统的一种时域模拟图如图所示。



（3）由于系统为稳定系统，故有：$H(e^{j\omega})=\frac{e^{j\omega}}{e^{j2\omega}-e^{j\omega}+0.5}$

将$\omega=\pi$代入上式有：$H(e^{j\pi})=-0.4=0.4\angle 180^\circ$

故得正弦稳态响应为：

$$y_s(k)=100\times 0.4\cos(\pi k-90^\circ+180^\circ)=40\cos(\pi k+90^\circ)$$

信号与系统 考点重点与典型题精讲