专题（1）

时不变系统的判断

1. 时不变系统的概念：若系统的特性和行为不随时间而变，该系统是时不变的。

2. 性质：如果输入信号上有一个时移，而在输出信号产生同样的时移，那么这个系统是时不变的；即若离散时不变系统$y[n]$是在输入为$x[n]$时的输出，当输入为$x[n-n_0]$时，输出为$y[n-n_0]$；若连续时间情况下，$y[t]$是在输入为$x[t]$时的输出，当输入为$x[t-t_0]$时，输出为$y[t-t_0]$的结果。

3. 下面各式是否是时不变系统

   1) $y(n)=x(n)\,sin\left(\omega_0 n+\frac{\pi}{4}\right)$是否是时不变系统
   2) $y(n)=2x(n)+3$
   3) $y(n)=x(2t)$
   4) $y(n)=x(-n)$

解：出发点：为了确认系统是时不变的，必须判定对于任何输入和任何时移t_0，时不变性是否成立

1) 令$x_1(n)$是系统的任一输入，则$y_1(n)=x_1(n)\,sin\left(\omega_0 n+\frac{\pi}{4}\right)$是其相应的输出

   然后考虑将$x_1(n)$时移作为第二个输入，即$x_2(n)=x_1(n-n_0)$，对于这个输入的输出是

$$y_2(n)=x_1(n-n_0)\,sin\left(\omega_0 n+\frac{\pi}{4}\right)$$

   根据式$y_1(n)=x_1(n)\,sin\left(\omega_0 n+\frac{\pi}{4}\right)$可以得到：

$$y_1(n-n_0)=x_1(n-n_0)\,sin\left(\omega_0\ （n-n_0） +\frac{\pi}{4}\right)$$

   可以得到：

$$y_1(n-n_0)\neq y_2(n)$$

   所以$y(n)=x(n)\,sin\left(\omega_0 n+\frac{\pi}{4}\right)$是时变系统。

2) 令$x_1(n)$是系统的任一输入，则$y_1(n)=2x_1(n)+3$是其相应的输出

   然后考虑将$x_1(n)$时移作为第二个输入，即$x_2(n)=x_1(n-n_0)$，对于这个输入的输出是

$$y_2(n) = 2x_1(n-n_0) + 3$$

根据式$y_1(n) = 2x_1(n) + 3$可以得到：

$$y_1(n-n_0) = 2x_1(n-n_0) + 3$$

可以得到：

$$y_1(n-n_0) = y_2(n)$$

所以$y(n) = 2x(n) + 3$是时不变系统。

3) 令$x_1(n)$是系统的任一输入，则$y_1(n) = x_1(2n)$是其相应的输出

然后考虑将$x_1(n)$时移作为第二个输入，即$x_2(n) = x_1(n-n_0)$，对于这个输入的输出是

$$y_2(n) = x_1(2n-n_0)$$

根据式$y_1(n) = x_1(2n)$可以得到：

$$y_1(n-n_0) = x_1(2n-2n_0)$$

可以得到：

$$y_1(n-n_0) \neq y_2(n)$$

所以$y(n) = x(2n)$是时变系统。

4) 令$x_1(n)$是系统的任一输入，则$y_1(n) = x_1(-n)$是其相应的输出

然后考虑将$x_1(n)$时移作为第二个输入，即$x_2(n) = x_1(-n+n_0)$，对于这个输入的输出是

$$y_2(n) = x_1(-n+n_0)$$

根据式$y_1(n) = x_1(-n)$可以得到：

$$y_1(n-n_0) = x_1\left(-(n-n_0)\right) = x_1(-n+n_0)$$

可以得到：

$$y_1(n-n_0) = y_2(n)$$

所以$y(n) = x(-n)$是时不变系统。