

专题 (1)

时不变系统的判断

1. 时不变系统的概念：若系统的特性和行为不随时间而变，该系统是时不变的。
2. 性质：如果输入信号上有一个时移，而在输出信号产生同样的时移，那么这个系统是时不变的；即若离散时不变系统 $y[n]$ 是在输入为 $x[n]$ 时的输出，当输入为 $x[n - n_0]$ 时，输出为 $y[n - n_0]$ ；若连续时间情况下， $y[t]$ 是在输入为 $x[t]$ 时的输出，当输入为 $x[t - t_0]$ 时，输出为 $y[t - t_0]$ 的结果。
3. 常见的时不变系统和时变系统

常见的时不变系统	常见的时变系统
$y(n) = x(n) + 2x(n - 1) + 3x(n - 2)$	$y(n) = nx(n)$
$y(n) = 2x(n) + 3$	$y(n) = x(n^2)$
$y(n) = e^{x(n)}$	$y(n) = x(-n)$
$y(n) = x^2(n)$	$y(n) = x(n)\sin(\omega n)$
$y(n) = x(n - n_0)$	

4. 下面各式是否是时不变系统

- 1) $y(n) = x(n) \sin\left(\omega_0 n + \frac{\pi}{4}\right)$ 是否是时不变系统
- 2) $y(n) = 2x(n) + 3$
- 3) $y(n) = x(2n)$
- 4) $y(n) = x(-n)$

解：出发点：为了确认系统是时不变的，必须判定对于任何输入和任何时移 t_0 ，时不变性是否成立；判断步骤：（1）输入信号 $x_1(n - n_0)$ 先时移 $\rightarrow x_2(n) \rightarrow$ 进入系统 $y_2(n)$ ；（2）输入信号 $x_1(n)$ 先进入系统 $\rightarrow y_1(n) \rightarrow$ 再时移 $y_1(n - n_0)$ ；（3）比较 $y_1(n)$ 与 $y_2(n)$ ，如果 $y_1(n) = y_2(n)$ ，则是时不变系统，否则是时变系统。

注意理解判断步骤里的先时移和先系统的含义！！

注意常出现的尺度变换、翻转和平移只针对变量 n 。

1) 令 $x_1(n)$ 是系统的任一输入，则 $y_1(n) = x_1(n) \sin\left(\omega_0 n + \frac{\pi}{4}\right)$ 是其相应的输出

然后考虑将 $x_1(n)$ 时移作为第二个输入，即 $x_2(n) = x_1(n - n_0)$ ，对于这个输入的输出是

$$y_2(n) = x_1(n - n_0) \sin\left(\omega_0 n + \frac{\pi}{4}\right)$$

根据式 $y_1(n) = x_1(n) \sin\left(\omega_0 n + \frac{\pi}{4}\right)$ 可以得到：

$$y_1(n - n_0) = x_1(n - n_0) \sin\left(\omega_0 (n - n_0) + \frac{\pi}{4}\right)$$

可以得到：

$$y_1(n - n_0) \neq y_2(n)$$

所以 $y(n) = x(n) \sin\left(\omega_0 n + \frac{\pi}{4}\right)$ 是时变系统。

2) 令 $x_1(n)$ 是系统的任一输入，则 $y_1(n) = 2x_1(n) + 3$ 是其相应的输出

然后考虑将 $x_1(n)$ 时移作为第二个输入，即 $x_2(n) = x_1(n - n_0)$ ，对于这个输入的输出是

$$y_2(n) = 2x_1(n - n_0) + 3$$

根据式 $y_1(n) = 2x_1(n) + 3$ 可以得到：

$$y_1(n - n_0) = 2x_1(n - n_0) + 3$$

可以得到：

$$y_1(n - n_0) = y_2(n)$$

所以 $y(n) = 2x(n) + 3$ 是时不变系统。

3) 令 $x_1(n)$ 是系统的任一输入，则 $y_1(n) = x_1(2n)$ 是其相应的输出

然后考虑将 $x_1(n)$ 时移作为第二个输入，即 $x_2(n) = x_1(n - n_0)$ ，对于这个输入的输出是

$$y_2(n) = x_1(2n - n_0)$$

根据式 $y_1(n) = x_1(2n)$ 可以得到：

$$y_1(n - n_0) = x_1(2n - 2n_0)$$

可以得到：

$$y_1(n - n_0) \neq y_2(n)$$

所以 $y(n) = x(2n)$ 是时变系统。

4) 令 $x_1(n)$ 是系统的任一输入, 则 $y_1(n) = x_1(-n)$ 是其相应的输出

然后考虑将 $x_1(n)$ 时移作为第二个输入, 即 $x_2(n) = x_1(n - n_0)$, 对于这个输入的输出是

$$y_2(n) = x_1(-n - n_0)$$

根据式 $y_1(n) = x_1(-n)$ 可以得到:

$$y_1(n - n_0) = x_1(-(n - n_0)) = x_1(-n + n_0)$$

可以得到:

$$y_1(n - n_0) \neq y_2(n)$$

所以 $y(n) = x(-n)$ 是时变系统。