

# 《音乐与数学》研究题

2022 — 2023 学年第一学期

从下列五个题目中 **任选一题**

## 一、鼓的振动模态

1. 研读参考文献的相关内容, 讨论鼓所对应的二维振动方程, 试得出其一般解, 进而讨论其振动模态;
2. 查找文献, 研究定音鼓 (timpani) 的发声机理, 说明为什么定音鼓能够敲出固定的音高;
3. 基于上述结果, 讨论固定音高乐器和无固定音高乐器的本质区别在哪里.

### 参考文献:

- [1] Neville H. Fletcher, Thomas D. Rossing, *The physics of musical instruments*, Springer-Verlag, New York, 1991, 第3章、第18章.
- [2] David J. Benson, *Music: A Mathematical Offering*, Cambridge University Press, Cambridge, 2007, §3.6.
- [3] Gareth Loy, *Musimathics: The Mathematical Foundations of Music*, Vol. I, The MIT Press, Cambridge, 2006, §8.8.

## 二、我国古代律制问题

在我国古代文献中有不少关于生律过程的描述, 但也给后人留下一些有趣的问题. 例如: 考察《吕氏春秋》中所描述的生律过程和《管子·地员》中描述

的“三分损益”过程,它们各自产生的律制是相同的吗?在《吕氏春秋》的生律过程中,为何上生得到蕤宾后,没有按照上下交替的规则进行下生,而是再次上生得到大吕?研读参考文献,提出你的观点,并加以论证.

### 参考文献

- [1] 刘永福,《吕氏春秋》音律相生法的分析和解读,中国音乐学,2017 (3): 67 - 74.
- [2] 薛冬艳,十二律旋宫走向历法、律法解——释左旋、右旋及损益相生问题,中国音乐,2017 (1): 155-162.
- [3] 宋克宾,需回归原典、分清语境解读古代乐律问题,音乐探索,2014 (1): 80 - 85.
- [4] 宋克宾,十二律“三分损益”上下相生究竟是什么在上生、下生?中国音乐,2013 (4): 57-62.
- [5] 丁慧,“大阴阳与蕤宾重上”和“小阴阳与蕤宾下生”,湖北师范学院学报(哲学社会科学版), Vol. 32 (2012), no. 1, 58-69.

### 三、“三分损益”与“五度相生”是否得到相同的律制?

分别研究三分损益和毕达哥拉斯五度相生的生律过程,讨论由这两种生律方法所得律制的异同.

### 参考文献

- [1] 华天初,对三分损益律和五度相生律异同的分析,音乐艺术(上海音乐学院学报),2015 (4): 23-27.
- [2] 洛秦,三分损益不等于五度相生,音乐艺术(上海音乐学院学报),1986 (2): 83-87.

#### 四、马尔科夫链

统计一首歌曲中音级的转移概率矩阵, 即可确定一个 1 阶马尔科夫链, 进而产生随机音乐. 这个方法可以作为进一步实验的出发点. 例如考虑音符的时值来扩大状态空间, 又如采用高阶马尔科夫链. 再如, 统计**两首**歌曲, 合并其结果得到一个转移概率矩阵, 用它来产生随机音乐. 进一步, 如果这两首歌的旋律“相近”或者相差甚远, 会对产生出的随机音乐有什么影响? 等等……

1. 围绕马尔科夫链方法, 提出你自己的实验构想, 并加以实现.
2. 形成完整的实验报告, 内容应包括: 实验方案的涉及思想, 所选取的音乐片段, 相应的转移概率矩阵, 所产生的各段随机音乐 (以音频文件的方式提供), 这些随机音乐片段的特点, 以及对于所得实验结果的分析等.

#### 参考文献:

- [1] Gareth Loy, *Musimathics: The Mathematical Foundations of Music*, Volume I, The MIT Press, Cambridge, 2006, §9.19.
- [2] F. Brooks, A. Hopkins, P. Neumann, and W. Wright, An experiment in musical composition, *IRE Transactions on Electronic Computers*, **EC-6** (1957), 175–182.

#### 五、旋律的变化与发展

给定下述乐谱片段:



请根据这两个片段完成以下任务:

1. (a) 以乐谱片段 (1) 所示动机为基础, 利用你所掌握的旋律变换技术, 将其发展为一段不少于 16 小节的单声部调性音乐.  
(b) 运用你所掌握的和声知识, 为上述单声部音乐配和弦, 尽可能表明其调性特征.  
(c) 将完整的乐曲录制成音频文件, 与乐谱一起提交.
2. (a) 以乐谱片段 (2) 所示音列作为初始音列, 试用十二音技术将其发展为一段不少于 16 小节的乐曲片段;  
(b) 将你所完成的乐曲片段录制成音频文件, 与乐谱一起提交.
3. 简述这两段乐曲的创作过程, 说明为什么要这样创作? 简述你的创作意图和手法对听者的聆听体验可能产生的影响, 形成报告提交.

#### 参考文献:

- [1] 《音乐与数学》第四章: 调式、音阶与和弦; 第五章: 旋律与对称.
- [2] 郑英烈, 《序列音乐写作教程》(第二版), 上海音乐出版社, 上海, 2007.