Билет № 12 Айдарханов К.

1) Коммутативная группа, или абелева, - это группа, в которых групповая операция коммутативна, т.е $a * b = b * a$, где $*$ - операция группы.

Примеры: любая циклическая группа - коммутативна, т.к. $\forall x, y \in G$ $xy = a^m a^n = a^{m+n} = a^{n+m} = a^n a^m = xy$

Все рациональные, все действительные, исключая 0, являются группой относительно умножения (коммутативной)

2) Основная теорема арифметики:

Каждое натуральное $n > 1$ можно представить в виде: $n = p_1 \cdot p_2 \dots \cdot p_k$, где p - простые числа и встречаются не более одного раза.

Соответственно, каждое натуральное число n:

$n = p_1^{d_1} \cdot p_2^{d_2} \cdot \dots p_k^{d_k}$, где $p_1 < p_2 < \dots p_k$, и $d_1 \dots d_k$ - некоторые натуральные числа

Такое представление n называется каноническим разложением на простые множители.

Следствие 1. Если произведение двух целых чисел делится на простое число p, то хотя бы одно из них делится на p.

Следствие 2: если натуральное число a делится на натуральные числа b и c, при этом b и c взаимно просты, то a делится на произведение bc.

Следствие 3: число a делится на число b тогда и только тогда, когда все простые множители, входящие в разложение числа b, входят и в разложение числа a, причем с показателем степени, не меньшим чем в b.

3) Ассоциативна ли операция * на множестве R^*, если выполняется $x * y = xy^{\frac{x}{|x|}}$

$\forall x, y, a, \ (x \cdot y) \cdot a = x \cdot (y \cdot a)$

$x \cdot y = xy^{\frac{x}{|x|} \cdot |x|^{-1}}$

$x \cdot y = xy^{x \cdot |x|}$

$x \cdot y = x \cdot y^{e}$

$x \cdot y = x \cdot y$