

MEMO COMBINATORIA

Permutazioni

scambio dell'ordine
degli elementi di una
sequenza

semplici $P_n = n!$

con ripetizione $P'_n = \frac{n!}{r_1! r_2! \dots r_n!}$

numero di volte che compare
ogni elemento

(vedi secondo e terzo esempio)

es: $\{a, b, c\} \rightarrow P_3 = 3! = 6$

$\rightarrow \{a, c, b\}^2$
 $\{c, b, a\}^3$
 $\{b, a, c\}^4$
 $\{b, c, a\}^5$
 $\{c, a, b\}^6$

(semplice perché tutti
gli elementi sono
distinti)

es. $\{a, b, a\} \rightarrow P'_3 = \frac{3!}{2!} = 3$

$\rightarrow \{a, a, b\}^2$
 $\{b, a, a\}^3$

(con ripetizione perché
"a" si ripete)

es. $\{a, a, b, c, c, c\} \quad n=6$

$$r_a = 2$$

$$r_b = 1$$

$$r_c = 3$$

$$P'_6 = \frac{6!}{2! 1! 3!} = 60$$

Disposizioni

- raggruppamento ordinato di k elementi estratti da un insieme che ne contiene n
- semplici : $D_{n,k} = \frac{n!}{(n-k)!} \quad 0 \leq k \leq n$
- con ripetizione: $D'_{n,k} = n^k \quad k \geq n$

es. Quanti numeri di 3 cifre distinte si possono fare utilizzando solo cifre dispari? $\{1, 3, 5, 7, 9\}$

$n=5$
 $k=3$

$D_{5,3} = \frac{5!}{(5-3)!} = 60$

N.B. due disposizioni sono diverse se cambia almeno uno degli elementi oppure se gli stessi elementi compaiono in ordine differente.

L'ordine tra gli elementi conta, infatti $\{3, 1\} \neq \{1, 3\}$

es. $\{a, b, c\}$ $n=3$ $D'_{3,2} = 3^2 = 9$
 $k=2$

$\rightarrow \{a, a\}, \{a, b\}, \{a, c\}$
 $\{b, a\}, \{b, b\}, \{c, c\}$
 $\{c, a\}, \{c, b\}, \{c, c\}$

N.B. Ammettiamo elementi ripetuti (es $\{a, a\}$) e l'ordine è importante, infatti $\{b, a\} \neq \{a, b\}$

Combinazioni

raggruppamento di
 k elementi, presi in qualsiasi
ordine, formato a partire da
 n elementi distinti

semplici : $C_{n,k} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$ $0 \leq k \leq n$

con ripetizione : $C'_{n,k} = \frac{(n+k-1)!}{(n-1)! \cdot k!}$
 $k \geq n$

es. Partendo da 20 studenti, quante squadre di pallavolo
è possibile formare ?

$$\begin{matrix} n=20 \\ k=6 \end{matrix}$$

$$C_{20,6} = \frac{20!}{(20-6)!6!} = \frac{20!}{14!6!}$$

N.B. Due combinazioni sono diverse tra loro se c'è almeno
un elemento diverso (non conta l'ordine)

es. $\{s, t\}$ $n=2$
 $k=3$

$$C'_{2,3} = \frac{(2+3-1)!}{3!(2-1)!} = \frac{4!}{3!} = 4$$

$$\begin{aligned} \rightarrow & \{s, s, s\} & \{t, t, t\} \\ & \{s, s, t\} & \{s, t, t\} \end{aligned}$$

N.B. Anche qui l'ordine non conta : $\{s, s, t\} = \{s, t, s\}$

COEFFICIENTE BINOMIALE :

$$\binom{n}{k} = \frac{D_{n,k}}{P_k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

BINOMIO DI NEWTON

$$(x+y)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \cdot x^{n-k} \cdot y^k =$$
$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \cdot x^k \cdot y^{n-k}$$

Come scegliere cosa usare ...

