

# MEMO COMBINATORIA

## Permutazioni

scambio dell'ordine  
degli elementi di una  
sequenza

semplici  $P_n = n!$

con ripetizione  $P'_n = \frac{n!}{r_1! r_2! \dots r_n!}$

numero di volte che compare  
ogni elemento

(vedi secondo e terzo esempio)

es:  $\{a, b, c\} \rightarrow P_3 = 3! = 6$

$\rightarrow \{a, c, b\}^2$   
 $\{c, b, a\}^3$   
 $\{b, a, c\}^4$   
 $\{b, c, a\}^5$   
 $\{c, a, b\}^6$

(semplice perché tutti  
gli elementi sono  
distinti)

es.  $\{a, b, a\} \rightarrow P'_3 = \frac{3!}{2!} = 3$

$\rightarrow \{a, a, b\}$   
 $\{b, a, a\}$

(con ripetizione perché  
"a" si ripete)

es.  $\{a, a, b, c, c, c\}$   $n=6$

$r_a = 2$

$r_b = 1$

$r_c = 3$

$P'_6 = \frac{6!}{2! 1! 3!} = 60$

**Disposizioni**   
 raggruppamento   
 ordinato di  $k$    
 elementi estratti da un   
 insieme che ne contiene  $n$

semplici :  $D_{n,k} = \frac{n!}{(n-k)!} \quad 0 \leq k \leq n$

con ripetizione:  $D'_{n,k} = n^k \quad k \geq 0$

es. Quanti numeri di 3 cifre distinte si possono fare utilizzando solo   
 cifre dispari?  $\{1, 3, 5, 7, 9\} \quad \left. \begin{matrix} n=5 \\ k=3 \end{matrix} \right\} D_{5,3} = \frac{5!}{(5-3)!} = 60$

N.B. due disposizioni sono diverse se cambia almeno uno degli   
 elementi oppure se gli stessi elementi compaiono in ordine differente.   
 L'ordine tra gli elementi conta, infatti  $\{3, 1\} \neq \{1, 3\}$

es.  $\{a, b, c\} \quad \left. \begin{matrix} n=3 \\ k=2 \end{matrix} \right\} D'_{3,2} = 3^2 = 9$

$\rightarrow \{a, a\}, \{a, b\}, \{a, c\}$    
 $\{b, a\}, \{b, b\}, \{c, c\}$    
 $\{c, a\}, \{c, b\}, \{c, c\}$

N.B. Ammettiamo elementi ripetuti (es  $\{a, a\}$ ) e l'ordine è   
 importante, infatti  $\{b, a\} \neq \{a, b\}$

## Combinazioni

raggruppamento di  
 $k$  elementi, presi in qualsiasi  
ordine, formato a partire da  
 $n$  elementi distinti

semplici :  $C_{n,k} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$   $0 \leq k \leq n$

con ripetizione :  $C'_{n,k} = \frac{(n+k-1)!}{(n-1)! \cdot k!}$   
 $k \geq n$

es. Partendo da 20 studenti, quante squadre di pallavolo  
è possibile formare ?

$$\begin{matrix} n=20 \\ k=6 \end{matrix}$$

$$C_{20,6} = \frac{20!}{(20-6)!6!} = \frac{20!}{14!6!}$$

N.B. Due combinazioni sono diverse tra loro se c'è almeno  
un elemento diverso (non conta l'ordine)

es.  $\{s, t\}$   $n=2$   
 $k=3$

$$C'_{2,3} = \frac{(2+3-1)!}{3!(2-1)!} = \frac{4!}{3!} = 4$$

$$\begin{aligned} \rightarrow & \{s, s, s\} & \{t, t, t\} \\ & \{s, s, t\} & \{s, t, t\} \end{aligned}$$

N.B. Anche qui l'ordine non conta :  $\{s, s, t\} = \{s, t, s\}$

COEFFICIENTE BINOMIALE :

$$\binom{n}{k} = \frac{D_{n,k}}{P_k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

BINOMIO DI NEWTON

$$(x+y)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \cdot x^{n-k} \cdot y^k =$$
$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \cdot x^k \cdot y^{n-k}$$