### **DERS 5 : BULANIK MODELLER**

Bulanık girişimli sistem, bulanık küme teorisi, bulanık if-then kuralları ve bulanık mantığına dayalı popüler bir hesaplama yapısıdır. Otomatik kontrol, veri sınıflandırılması, karar verme analizi, uzman sistemler, robotik ve görüntü tanıma gibi alanlarda çok başarılı bir şekilde uygulanmaktadır. Çoklu-disiplin yapısı itibariyle bulanık girişimli sistem, bulanık kural tabanlı sistem, bulanık uzman sistem, bulanık model, bulanık çağrışımlı bellek, bulanık mantık denetleci ve en basitçe bulanık sistemi gibi çok çeşitli adlarla bilinmektedir.

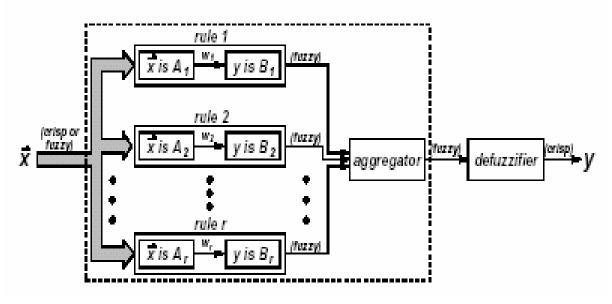
Bulanık girişimli sistemin temel yapısı üç kavramsal ögeden meydana gelmiştir :

- bulanık kurallarının seçimini içeren **kural tabanı**,
- veri tabanı veya bulanık kurallarda kullanılan MF fonksiyonlarını açıklayan bir sözlük
- bulanık kurallar üzerinde girişim yöntemini uygulayan ve verilen bir durumdan yargıya veya uygun bir çıkışa ulaştıran mantık mekanizması.

Temel bulanık girişimli sistemin hem bulanık giriş hem de keskin girişler ( belli bir nokta dışında üyelik derecesi sıfır, sadece o noktada üyelik derecesi olan bir bulanık tek ton olarak düşünülebilir. ) alabileceği anlaşılmalıdır. Fakat elde edilen çıkışlar, hemen hemen her zaman bulanık kümelerdir. Sıklıkla, özellikle bulanık girişimli sistemin kontrolör olarak kullanıldığı durumlarda keskin bir çıkışa sahip olmak gereklidir. Bu yüzden, keskin bir değer çıkartmak için bir **durulandırma stratejisine** ihtiyaç duyulur.

Şekil 5.1 bulanık girişimli sistemin genel yapısını göstermektedir. Şekildeki kesik çizgilerin içinde kalan kısım, bulanık çıkışlı basit bir bulanık girişimli sistemi belirtmektedir. Durulandırma bloğu ile birlikte de yapı keskin çıkışlı bulanık sistem yapısına dönmektedir.

Keskin giriş ve çıkışlarla, bulanık girişimli bir sistem, kendi giriş aralığından çıkış aralığına kadar doğrusal olmayan aktarım oluşturmaktadır. Bu aktarım, her biri kendi bölgesinin davranışını tanımlayan çeşitli bulanık if-then kuralları aracılığı ile oluşmaktadır. Özellikle, her bir kural, herhangi bir giriş aralığının bir bulanık bağıntısını tanımlamakta ve akabinde de çıkış aralığında tanımlı bir bulanık kümeye eşleme yapmaktadır.



Şekil 5.1. Bulanık Girişimli Sistemin blok diyagramı

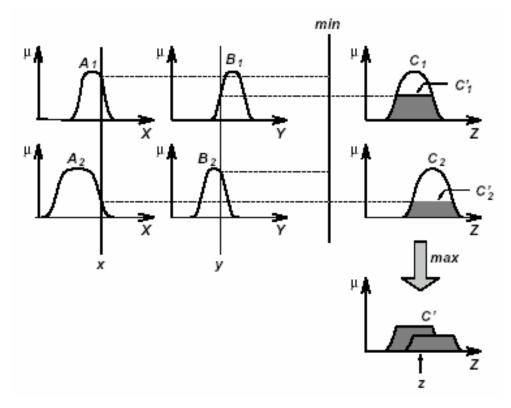
Aşağıda , birçok uygulamalarda yaygın olarak kullanılmakta olan bulanık girişim sistemleri (bulanık modelleri) sunulacaktır. Bu bulanık girişim sistemlerinin aralarındaki farklılıklar, bulanık kurallarının sonuçlarında yatmaktadır ve bundan dolayıdır ki birleşme ve durulandırma yöntemleri birbirine benzememektedir. Herhangi bir tür bulanık girişim sistemi için giriş aralığının bölünmesinin üç farklı yolu daha sonra sunulacaktır. En son olarak da kısaca önemini ve belirli bir amaca yönelik sistem modellemek için bulanık girişimli bir sistem yapımı ile ilgilenen bulanık modellemedeki sorunlara değinilecektir.

#### 5.1 Mamdani Bulanık Modeli

Mamdani bulanık modeli ilk kez, uzman insan operatörler tarafından elde edilen dilsel kontrol kuralları bütünü tarafından buhar makinesini ve kazan bileşimini kontrol etmek için İngiliz Prof. Ebraham Mamdani tarafından önerildi. Şekil 5.2 ve Şekil 5.3, Mamdani türünden iki-kurallı bir bulanık girişim sisteminin çıkış z'nin nasıl x ve y gibi iki keskin girişten elde edilişini açıklamaktadır.

Şekilde açıklanan model iki girişli ve iki kurallı bir bulanık sistemdir. Bulanık çıkarım mekanizması şu biçimde işler: Önce,x ve y girişlerinin her hangi bir andaki değerlerine (keskin değer) göre önce kuralın tanımladığı giriş bulanık kümesinde bu girişlerin üyelik dereceleri (her bir kural için ayrı ayrı) belirlenir. Bu iki keskin üyelik derecesi min operatöründen geçirilir. Elde edilen en küçük üyelik derecesi kadar seviyede kırpılmış (kuralın tanımladığı) çıkış bulanık kümesi belirlenir. Bu işlem her bir kural için ayrı ayrı işletildiğinde kural sayısı kadar çıkış bulanık kümeleri elde edilir. Bu çıkış bulanık kümeler

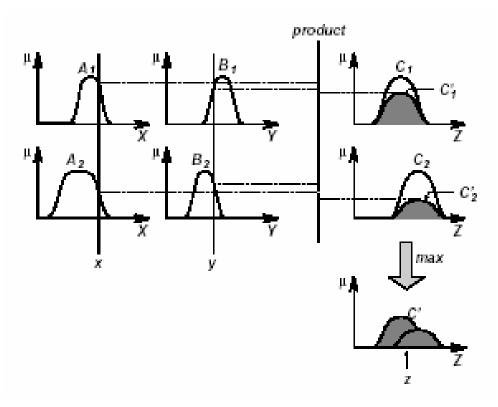
de max operatöründen (birleşimi alınır) geçirilir. Sonuç yine bir bulanık kümedir. Dikkat edilirse hala çıkışta keskin bir değere ulaşılmamıştır. Keskin değere ulaşmak için sonuç çıkış bulanık kümesi *durulandırma* işleminden geçirilmelidir.



Şekil 5.2. Mamdani Bulanık girişimli sistemi (T-norm ve S-norm opretörleri sırasıyla min ve max )

.

Eğer T-norm operatörü olarak cebirsel çarpım ve S-norm operatörü olarak max işlemi seçilirse, bu durumda, bulanık mantığın sonucu her bir kuralın cebirsel çarpım yolu ile belirlenen ateşleme gücü tarafından azaltılan bir bulanık kümeye eşleme yapılması ile belirlenir. Bu durum Şekil 5.3'te gösterilmiştir. Bu tür bir bulanık çıkarım Mamdani'nin orjinal makalesinde kullanılmamasına rağmen, literatürde sıklıkla kullanılmaktadır. Diğer AND ( T-normu ) ve OR ( S-normu ) operatörlerinin farklı varyasyonları ile de Mamdani modeli ile çıkarım yapmak mümkündür.



Şekil 5.3. Mamdani Bulanık girişimli sistemi(T-norm ve S-norm opretörleri sırasıyla cebirsel çarpım ve max )

Şekil 5.2 ve 5.3'te verilen çıkarım mekanizmalarının haricinde başka işleyişe sahip sistemlerde mevcuttur. Mesela, ateşleme gücünü hesaplamak için hem çarpımı hem de min kullanılabilir. Başka bir yaklaşım da sum, normalde bir bulanık OR işlemi olmadığı halde standart bulanık mantığında max yerine noktasal toplam ( sum) kullanmaktır.

### Durulandırma

Çıkış bulanık kümesinden keskin değerleri elde etme yolu olarak adlandırılır. Durulandırmada en sık kullanılan stratejiler aşağıda tanımlanmıştır.

• Ağırlık merkezi (centroid of area) yöntemi

$$z_{AM} = \frac{\int_{z} \mu_{c'}(z) z.dz}{\int_{z} \mu_{c'}(z).dz} \qquad \qquad (\mu_{C}(z), \text{ çıkışta aktif ÜF fonksiyonlarının birleşimidir})$$

• Alan açıortayı (bisector of area) yöntemi

$$z_{ACO} = \int_{\alpha}^{z_{ACO}} \mu_{C'}(z) dz = \int_{z_{ACO}}^{\beta} \mu_{C'}(z) dz$$

 $(\alpha = \min\{z | z \in Z\}, \beta = \max\{z | z \in Z\}, z_{ACO} z = \alpha \text{ ve } z = \beta \text{ arasındaki yatay hattı tanımlar})$ 

### • Maksimum ortalama (mean of maximum) yöntemi

$$z_{EBO} = \frac{\int_{z'} z.dz}{\int_{z'} dz}$$

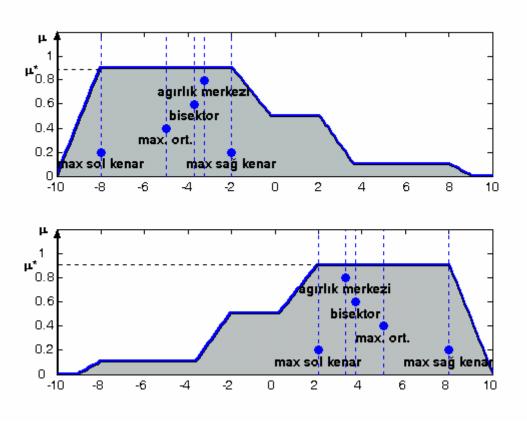
 $(Z'=\{z|\mu_c(z)=\mu^*\},$  Mamdaninin uyguladığı durulama öntemi bu yöntemdir)

## • Maksimumun en küçüğü (smallest of maximum) yöntemi

Sonuç çıkış bulanık kümesinde maksimum seviyeye sahip çıkış ÜFsinin orijine yakın kenarını keskin çıkış değeri olarak alan yöntemdir.

# Maksimumun en büyüğü (Largest of maximum) yöntemi

Sonuç çıkış bulanık kümesinde maksimum seviyeye sahip çıkış ÜFsinin orijine uzak kenarını keskin çıkış değeri olarak alan yöntemdir.



Şekil 5.4 . Örnek bir sonuç çıkış ÜFsi üzerinde durulandırma yöntemlerinin karşılaştırmalı sonuçları

Şekil 5.4, bu stratejilerin sonucunda bulunan keskin çıkış değerlerini örnek bir çıkış bulanık kümesi (ya da ÜFsi) üzerinde göstermektedir. Daha esnek olan diğer durulandırma yöntemleri de kaynaklarda bulunmaktadır. Örneğin, aşağıda künyesi verilen kaynaktaki yöntem bunlardan biridir.

R:R. Yager and D.P. Filev. SLIDE: A simple adaptive defuzzification method. *IEEE Transaction on Fuzzy Systems*, 1(1):69-78, Feb. 1993.

Görüleceği üzere durulama stratejilerinin gerçeklenmesi/hesaplanması özel bir donanım yada yazılım olmadıkça zaman alıcıdır. Bu sebeple durulandırma işlemine ihtiyaç duymayan bulanık modeller hesapsal yükün azalması bakımından cezp edicidir.

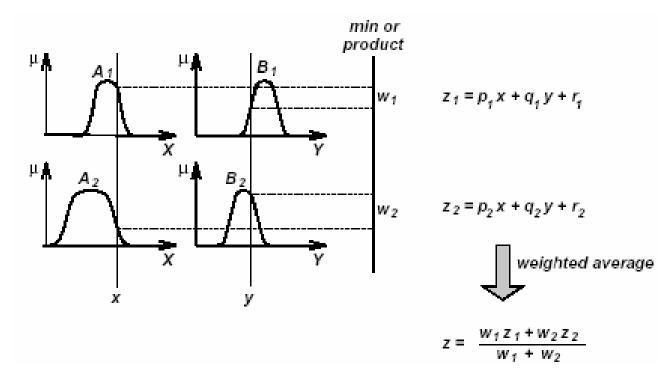
### 5.2 Sugeno Bulanık Modeli

Sugeno bulanık modeli (TSK bulanık modeli olarak da bilinir.), Takagi, Sugeno ve Kang tarafından önerilip, verilen bir giriş-çıkış bilgi kümesinden bulanık kuralları elde etmek için sistematik bir yaklaşım getirmiştir. Bir Sugeno bulanık modelindeki tipik bulanık kuralı şu forma sahiptir:

Eğer x, A ve y de B ise o halde 
$$z = f(x,y)$$

Burada A ve B , z = f(x,y) ' ye bağlı keskin çıkış veren bir fonksiyon iken giriş bulanık kümeleri olmaktadırlar. Genellikle , f(x,y) x ve y değişkenlerine bağlı bir polinomdur fakat kuralın girişi tarafından belirtilmiş bölge dahilinde uygun bir şekilde bir sistemin çıkışını tanımlayabildiği sürece herhangi bir fonksiyon da olabilir. f(x,y) birinci-dereceden polinom olduğu zaman, bulanık girişim sistemi sonuçları (İlk olarak 1970 yılında önerilen ) **birinci-dereceden Sugeno bulanık modeli** olarak adlandırılır. f sabit katsayı model **sıfırıncı-dereceden Sugeno bulanık modeli** olarak adlandırılır. Bu model her bir kuralın sonucunun bir tek ton bulanık küme olduğu Mamdani modelinin özel bir durumudur. Yine bu model aşağıda tanımlayacağımız, bir kuralın sonucunun merkezi sabit bir katsayı olan basamak fonksiyonu biçiminde tanımlanan bulanık küme olduğu Tsukomoto modelinin de bir özel durumu olarak değerlendirilebilir.

Şekil 5.5, birinci dereceden Sugeno modelinin bulanık çıkarım mekanizmasını göstermektedir. Her bir kural keskin çıkışa sahip olduğundan, sonuç keskin çıkış değeri *ağırlıklı ortalama* ile elde edilir. Bu yaklaşım Mamdani modelindeki durulandırma işlemindeki hesapsal yükü ve zaman kaybını gideren basit ve fonksiyonel bir yaklaşımdır. Üstelik on-line sistem modelleme ve kontrolör tasarımına çok uygun bir çıkarım mekanizmasıdır. Pratikte bazen ağırlıklı ortalama opreratörü yerine *ağırlıklı toplama* ( $z=w_1z_1+w_2z_2$ ) operatörü kullanılır. Bu basitleştirme işlemi, kuralların ateşleme derecelerinin toplamı "1" e yakınsamadıkça( $\Sigma_iw_i=1$ ) ÜFlerin dilsel anlamının kaybolmasına neden olabilir.



Sekil 5.5. Sugeno Bulanık Modeli

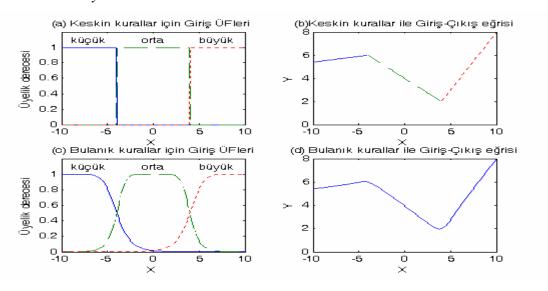
Sıfırıncı-dereceden Sugeno modeli, komşu ÜFnin şartları yeterince örtüşebildiği sürece kendi giriş değişkenlerine bağlı olarak düzgün bir fonksiyon olur. Mamdani modelde ise, ÜFlerdeki örtüşmeler sonuçta ara değerlemenin (interpolasyon) düzgünlüğü üzerinde belirleyici etkiye sahip değildir.

Örnek1: Tek girişli bir Sugeno bulanık model şöyle tanımlanmaktadır.

X küçük ise o halde Y=0.1X+6.4

*X orta ise o halde Y=-0.5X+4* 

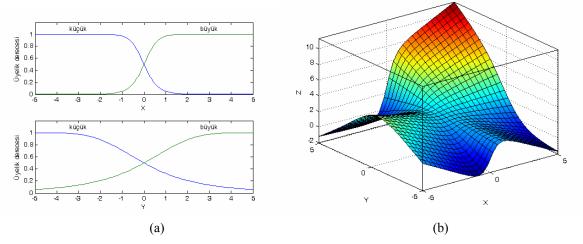
X büyük ise o halde Y=X-2



Şekil 5.6. Örnek1 için bulanık olmayan ve bulanık kuralların verdiği giriş-çıkış karakteristiğinin karşılaştırılması

Örnek2: iki girişli, tek çıkışlı bir Sugeno bulanık model aşağıdaki 4 kural ile tanımlanmaktadır.

X küçük ve Y küçük ise o halde z=-x+y+1 X küçük ve Y büyük ise o halde z=-y+3 X büyük ve Y küçük ise o halde z=-x+3 X büyük ve Y büyük ise o halde z=x+y+2

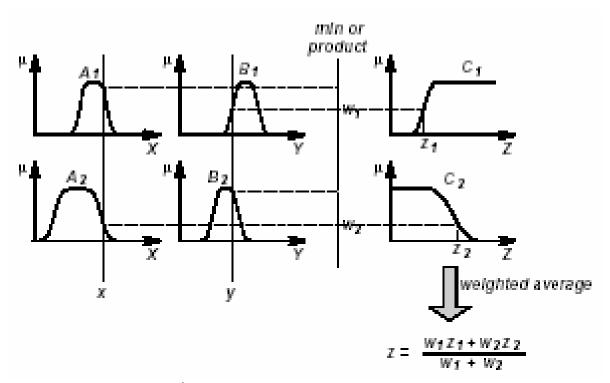


Şekil 5.7. Örnek2 için (a)'da verilen ÜFler ile elde edilen giriş-çıkış yüzeyi (b)

Örnek2'den de görüleceği üzere bu tip bulanık model ile doğrusal cebirsel denklem şeklinde sonuçlanan kurallar kullanılarak son derece doğrusal olmayan sistemlerin modellemesi kolayca yapılabilir. Bu özelliği, hesapsal kolaylığı, durulandırma gerektirmemesi sebebiyle, Sugeno modeli giriş-çıkış örnekleri bilinen sistemlerin modellenmesinde en popüler bulanık model olagelmektedir.

# 2.4.3 Tsukamoto Bulanık Modeli

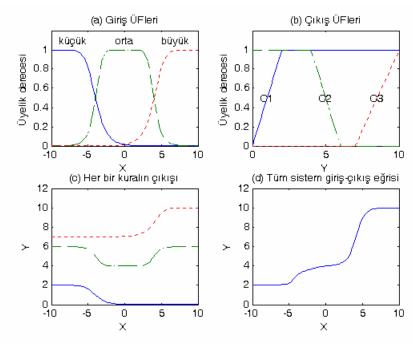
Tsukamoto bulanık modelinde, her bir bulanık if-then kuralının sonucu (Şekil 5.8'de gösterildiği gibi) monoton ÜFli bulanık kümesi ile temsil edilir. Sonuç olarak; her bir kural için elde edilmiş çıkış, kuralların ateşleme gücü tarafından belirlenen bir keskin değer olarak tanımlanmıştır. Toplam çıkış, yani sitemin keskin çıkışı, her bir kuralın çıkışının ağırlıklı ortalaması olarak alınmaktadır. Şekil 5.8, iki-girişli, iki-kurallı bir sistem için bulanık çıkarım işlemlerini bütünüyle açıklamaktadır.



Şekil 5.8. İki giriş, tek çıkış ve iki kurallı Tsukamoto Bulanık Modeli

Her bir kural keskin bir çıkış elde ettiği için , Tsukamoto bulanık modeli, ağırlıklı ortalama yöntemi tarafından her bir kuralın çıkışını toplamaktadır ve böylece durulandırmadaki zaman-tüketim işlemlerinden sakınılmış olur.

<u>Örnek3:</u> Tek girişli bir Tsukamoto bulanık model aşağıdaki üç kural ile tanımlanmaktadır. X küçük ise o halde Y  $C_1$  dir.; X orta ise o halde Y  $C_2$  dir.; X büyük ise o halde Y  $C_3$  dir.



Şekil 5.9. Örnek3 için (a) ve (b) de verilen giriş çıkış ÜFler ile elde edilen her bir kuralın (c) ve tüm sistemin giriş-çıkış karakteristiği (d)

ÖDEV: Örnek2'de verilen Sugeno bulanık sistemi aşağıda verilen ÜF'ler ile oluşturun ve giriş-çıkış yüzeyini çizdirin. Bu işlemi ağırlıklı toplam ile tekrarlayın ve giriş-çıkış yüzeyini çizdirin. Ağırlıklı ortalama ile aldığınız sonuçla kıyaslayın ve yorumlayın.

$$\mu_{k\ddot{u}c\ddot{u}k}(x) = sig(x,-5,0); \ \mu_{b\ddot{u}y\ddot{u}k}(x) = sig(x,5,0); \ \mu_{k\ddot{u}c\ddot{u}k}(y) = sig(y,-2,0); \ \mu_{b\ddot{u}y\ddot{u}k}(y) = sig(y,2,0)$$

Matlab'da sigmoidal(sig)ÜF için "sigmf" adlı fonksiyon hazırdır.