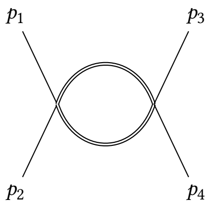


(1)

QFT 中用西海岸度规 $(1,-1)$

Feynman Rule of Sclar Field

费曼规则解决 $S_{fi}=\langle f|S|i\rangle \sim \langle\Omega|T\{\phi(x_1)\cdots\phi(x_n)\}|\rangle$ 后面式子的计算，$|\Omega\rangle$ 是相互作用理论的基态/真空，$|0\rangle$ 是自由理论的基态.

$$D_F(x,y)\equiv\langle 0|T\{\phi_0(x)\phi_0(y)\}\rangle=\int\frac{\mathrm{d}^4k}{(2\pi)^4}\frac{\mathrm{i}}{k^2-m^2+\mathrm{i}\epsilon}\mathrm{e}^{\mathrm{i}k(x-y)} \tag{2}$$

Schwartz 书中 **Schwinger-Dyson equations**:

$$(\Box_x+m^2)\langle\phi_x\phi_1\cdots\phi_n\rangle=\langle\mathscr{L}'_{\mathrm{int}}[\phi_x]\phi_1\cdots\phi_n\rangle-\mathrm{i}\hbar\sum_j\delta^4(x-x_j)\langle\text{没有}\phi_j\rangle \tag{3}$$

这里 $\langle\cdots\rangle=\langle\Omega|T\{\cdots\}|\Omega\rangle$，以及相应的 $m=0$(为了描述简便. $m\neq 0$ 是简单的推广) 下的 $\Box_x D_{x1}=-\mathrm{i}\delta_{x1}$，$\langle\phi_1\phi_2\rangle=\int\mathrm{d}^4x\,D_{x_1}\Box_x\langle\phi_x\phi_2\rangle$.

Wick 定理，时序算符和收缩的来源：

$$\langle\Omega|T\{\phi(x_1)\cdots\phi(x_n)\}|\Omega\rangle=\frac{\langle 0|T\{\phi_0(x_1)\cdots\phi_0(x_n)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\int\mathrm{d}^4x\,\mathscr{L}_{\mathrm{int}}[\phi_0]}\}|0\rangle}{\langle 0|T\{\mathrm{e}^{\mathrm{i}\int\mathrm{d}^4x\,\mathscr{L}_{\mathrm{int}}[\phi_0]}\}|0\rangle} \tag{4}$$

Wick's Theorem: 真空场正负展开 $\phi_0(x)=\phi_+(x)+\phi_-(x)$ 其中 $\phi_\pm=\int\frac{\mathrm{d}^3p}{(2\pi)^3}\frac{1}{2\sqrt{2\omega_p}}a_p^\pm\mathrm{e}^{\pm\mathrm{i}px}$

最后 $\langle 0|T\{\cdots\}|0\rangle$ 值只会在所有都**收缩**下存在. **收缩**: ϕ_+ 和 ϕ_- 配对.

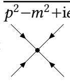
对称因子的计算: 1. 如果一个传播子首尾连接于一个顶点，那么贡献对称因子 2；2. 如果两个点之间连接 n 个全同传播子，那么贡献对称因子 $n!$；3. 如果费曼图中有一个 n 阶旋转对称轴，即存在一个 n 阶置换对称不变性，贡献 $n!$

相互作用顶点: 接上的线的数量取决于相互作用项，如 ϕ^4 理论就能接入 4 条线，又如 $\frac{-g}{1\times 2!}\Phi\phi^2$ 理论接线数是 1 条 Φ 线和 2 条 ϕ 线.

位置空间的费曼规则: 以 $\mathscr{L}_{\mathrm{int}}=-\frac{\lambda}{4!}\phi^4$ 理论为例——

- 内部传播子: x ●——● y $=D_F(x-y)$
- 顶点: z ● $=(-\mathrm{i}\lambda)\int\mathrm{d}^4z$
- 外线: z ●—— $=1$
- 除以对称因子

动量空间 ϕ^4 费曼规则:

- 传播子: $\xrightarrow{p}$ $=\frac{\mathrm{i}}{p^2-m^2+\mathrm{i}\epsilon}$
- 对于每个相互作用顶点:  $=-\mathrm{i}\lambda$
- 外点: x ●$\xleftarrow[p]{}$ $=\mathrm{e}^{-\mathrm{i}p\cdot x}$
- 对每个相互作用顶点应用动量守恒 $\delta(p+k\cdots)$
- 对所有内动量积分 $\int\frac{\mathrm{d}^4p}{(2\pi)^4}$
- 除以对称因子

对一个任意给出的标量场相互作用如 $\mathscr{L}_{\mathrm{int}}=g\phi_1^n\phi_2^m$