

Sprawozdanie 2

„Projektowanie algorytmów i metody sztucznej inteligencji”

29 maja 2019

Temat : Grafy

Autor : Mateusz Perdek

Termin : Śr 11:15

Prowadzący : Dr inż. Łukasz Jeleń

1 Wstęp teoretyczny

1.1 Grafy – Definicja

Graf to podstawowy obiekt rozważań teorii grafów, struktura matematyczna służąca do przedstawiania i badania relacji między obiektami. W uproszczeniu graf to zbiór wierzchołków, które mogą być połączone krawędziami w taki sposób, że każda krawędź kończy się i zaczyna w którymś z wierzchołków. Wierzchołki i krawędzie mogą być numerowane, etykietowane i nieść pewną dodatkową informację – w zależności od potrzeby modelu, do którego konstrukcji są wykorzystywane. W porównaniu do drzew w grafach mogą występować pętle i cykle. Krawędzie mogą mieć wyznaczony kierunek (wtedy graf nazywamy skierowanym), mogą mieć przypisaną wagę (pewną liczbę), kolor, etykietę, np. odległość pomiędzy punktami w terenie, rodzaj połączenia. W ogólności dopuszcza się krawędzie wielokrotne i pętle (czyli krawędzie, które rozpoczynają i kończą się w tym samym wierzchołku).

1.2 Rodzaje grafów

Rodzajów grafów jest bardzo wiele, najbardziej podstawowymi są :

- Graf nieskierowany
- Graf skierowany
- Graf spójny i niespójny
- Drzewo i dag
- Graf pełny
- Graf dwudzielny
- Graf hamiltonowski i eulerowski

1.3 Reprezentacje grafu

Graf to jedna z podstawowych struktur danych w informatyce ale jednocześnie należy do jednych z najbardziej skomplikowanych. Stosy, kolejki, listy i drzewa możemy traktować jako szczególne przypadki grafu lub grafy uproszczone. Grafy dostarczają nam potężne możliwości tworzenia różnego rodzaju relacji pomiędzy danymi, które można wiązać na wiele różnych sposobów, reprezentując lub modelując złożone zależności z otaczającego świata.

Najczęściej używanymi metodami reprezentacji grafu są

Macierz sąsiedztwa – ma wymiary $V \times V$. Idea tej reprezentacji to jeżeli na skrzyżowaniu i -tego wiersza i j -tej kolumny znajduje się 1 to znaczy, że istnieje krawędź (i,j) , jeśli 0 to oznacza, że taka krawędź nie istnieje.

Cechy:

- Złożoność pamięciowa: $O(V^2)$
- Przeglądanie wszystkich krawędzi: $O(V^2)$
- Przeglądanie następnych/poprzednich wierzchołków: $O(V)$
- Sprawdzenie czy istnieje dana krawędź: $O(1)$

Zalety szybka możliwość znalezienia danej krawędzi.

Wady duża złożoność pamięciowa oraz czas dla większej liczby krawędzi.

Lista sąsiedztwa – jak sama nazwa wskazuje, działa na zasadzie przechowywania przez każdy wierzchołek listy każdego z sąsiadujących wierzchołków.

Cechy:

Złożoność pamięciowa: $O(E)$

Przeglądanie wszystkich krawędzi: $O(E)$

Przeglądanie następnych/poprzednich wierzchołków: $O(V)$

Sprawdzenie czy istnieje dana krawędź: $O(V)$

Zalety najmniejsza złożoność pamięciowa szybkie przeszukiwanie

Wady długo czas sprawdzenia istnienia jednej krawędzi

1.4 Algorytmy grafowe

- **Algorytm Bellman-Forda** jeśli ścieżki grafu posiadają nieujemne wagi, to najlepszym rozwiązaniem tego problemu jest przedstawiony w poprzednim rozdziale algorytm Dijkstry. W niektórych zastosowaniach ścieżki mogą posiadać wagi ujemne. W takim przypadku musimy użyć nieco mniej efektywnego, lecz bardziej wszechstronnego algorytmu Bellmana-Forda. Algorytm tworzy poprawny wynik tylko wtedy, gdy graf nie zawiera ujemnego cyklu (ang. negative cycle), czyli cyklu, w którym suma wag krawędzi jest ujemna. Jeśli taki cykl istnieje w grafie, to każdą ścieżkę można "skrócić" przechodząc wielokrotnie przez cykl ujemny. W takim przypadku algorytm Bellmana-Forda zgłasza błąd.

- **Algorytm Dijkstry** znajduje najkrótszą drogę z wierzchołka p (zwanego źródłem lub początkiem) do wszystkich pozostałych wierzchołków grafu lub do wybranego wierzchołka k (zwanego ujściem lub końcem) w grafie, w którym wszystkim krawędziom nadano nieujemne wagi. Polega na przypisaniu wierzchołkom pewnych wartości liczbowych. Taką liczbę nazwijmy cechą wierzchołka. Cechę wierzchołka v nazwiemy stałą (gdy jest równa długości najkrótszej drogi z p do v) albo, w przeciwnym przypadku, tymczasową. Na początku wszystkie wierzchołki, oprócz p , otrzymują tymczasowe cechy źródło p otrzymuje cechę stałą równą 0. Następnie wszystkie wierzchołki połączone krawędzią z wierzchołkiem

p otrzymują cechy tymczasowe równe odległości od p. Potem wybierany jest spośród nich wierzchołek o najmniejszej cesze tymczasowej. Oznaczmy go v. Cechę tego wierzchołka zamieniamy na stałą oraz przeglądamy wszystkie wierzchołki połączone z v. Jeśli droga z p do któregoś z nich, przechodząca przez v ma mniejszą długość od tymczasowej cechy tego wierzchołka, to zmniejszamy tą cechę. Ponownie znajdujemy wierzchołek o najmniejszej cesze tymczasowej i zamieniamy cechę tego wierzchołka na stałą. Kontynuujemy to postępowanie aż do momentu zamiany cechy wierzchołka k na stałą (czyli obliczenia długości najkrótszej drogi z p do k).

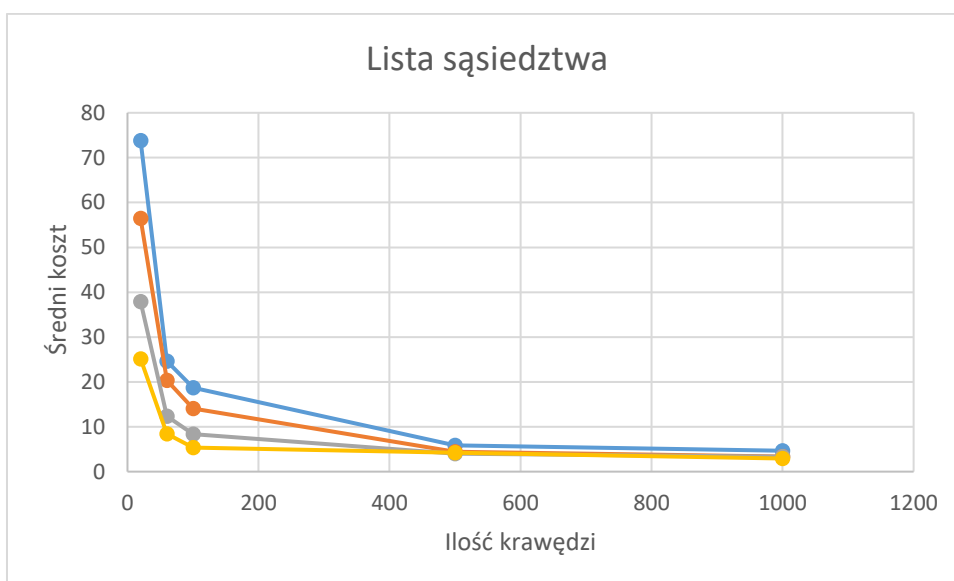
2. Cele projektu

Celem projektu jest zapoznanie się ze strukturą danych jaką są grafem oraz rozwiązanie problemu najkrótszej drogi za pomocą jednego z powyżej wymienionych algorytmów. Za najkrótszą drogę uznaje się w tym problemie, drogę z najmniejszą wagą. W programie wykorzystano algorytm Bellmana- Forda. Badania zostały wykonane na 5 różnych ilościach wierzchołków oraz dla różnych gęstości grafu : 25%, 50%, 75%, 100%.

3. Badania

Tabela z pomiarami oraz wykres dla listy sąsiedztwa

| | Rozmiar | | | | |
|---------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Gęstość | 20 | 60 | 100 | 500 | 1000 |
| 25% | 73,8125 | 24,60714 | 32,59375 | 5,865385 | 4,653846 |
| 50% | 56,44444 | 20,34483 | 14,03061 | 4,403846 | 3,365385 |
| 75% | 11,15789 | 12,33898 | 8,384615 | 4 | 3,326923 |
| 100% | 25,15789 | 8,423077 | 5,384615 | 4,211538 | 2,923077 |



4. Wnioski

- Dla reprezentacji grafu w postaci listy sąsiedztwa najmniejszy koszt uzyskuje przy gęstości grafu 100%, natomiast największy dla gęstości 25%
- Wraz ze wzrostem ilości krawędzi w algorytmie Bellmana-Forda koszt jest co raz mniejszy.

Literatura

- <http://student.krk.pl/026-Ciosek-Grybow/rodzaje.html>
- <https://pl.wikipedia.org/wiki/Graf>
- <http://www.mini.pw.edu.pl/miniwyklady/grafy/grafy.html>
- https://eduinf.waw.pl/inf/alg/001_search/?fbclid=IwAR3IDcZMSpeo0OGzZOj2Ya_37vs3Qmd5BwTqulig0QX_5uO1yyo0RZNgBCg