

## 商品期货投资组合优化

华泰期货研究所 量化组

罗 剑

量化组组长

✉ luojian@htfc.com

从业资格号：F3029622

投资咨询号：Z0012563

### 报告摘要：

马科维茨提出的现代资产组合理论（MPT），提出以投资组合的预期收益与组合方差两个数学定量的概念，明确定义投资者偏好和解释投资分散化原理，并构建有效边界模型，在实际资产组合应用中作为基础模型广泛流传。

现代资产组合理论（MPT）的基本假设——收益率的正态分布，在商品期货组合中并不能有效满足，所以无论使用方差、标准差或风险价值（VaR）进行组合优化仍然存在尾部风险，本文尝试利用条件涉险价值（CVaR）考虑收益率分布厚尾的风险测度，进行商品期货投资组合优化，对比现代资产组合理论（MPT）的均值-方差模型对传统商品投资组合效果，同时探讨现代资产组合理论的实际应用方法。

## 一、现代资产组合理论（MPT）概念

1952 年哈里·马科维茨发表论文《投资组合的选择》提出如何权衡收益与风险的关联问题，通过收益率的波动来量化衡量风险，即可用数学的方法计算资产收益时间序列的方差或标准差。

投资组合期望收益：

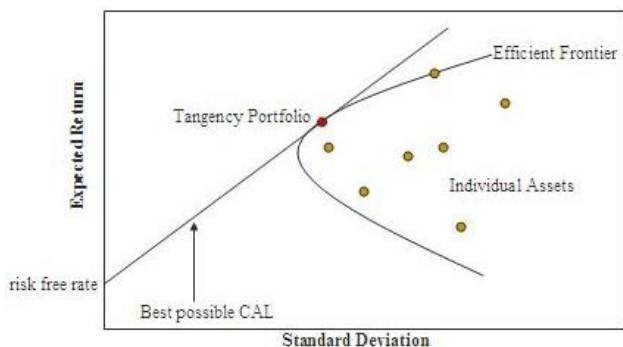
$$E(x_p) = \sum_i \omega_i E(x_i)$$

投资组合方差：

$$\sigma_p^2 = \sum_i \omega_i^2 \sigma_i^2 + \sum_i \sum_{j \neq i} \omega_i \omega_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij}$$

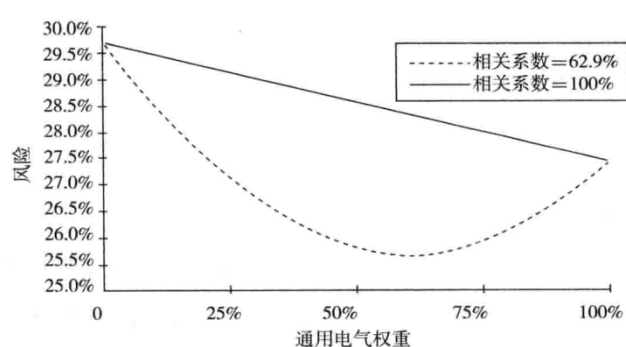
同时，马科维茨希望解决在多资产投资组合的时候如何配置不同类别资产的资金比例。因为组合资产间存在相关性，并非投入资产预期收益最大的品种就是最佳投资组合，往往利用投资组合的资产分散性，投资相关性不强的资产组合，可以达到增加组合的收益水平，且有效地降低风险，在以组合方差或标准差衡量的风险指标最小化为目标函数，确定不同资产投资比例，以此为基础延伸构建有效组合，即以最小的组合风险获得最大可能预期收益形成组合有效前沿。

图 1：资产投资组合有效组合前沿



数据来源：wikipedia，华泰期货研究院

图 2：分散化对组合风险的作用



数据来源：Active Portfolio Management 华泰期货研究院

图 2 显示两个不同风险度的资产组合，对比实线相关系数为 1 时的组合风险率与虚线相关系数为 62.9%时的组合风险差异，即图 2 实线与虚线的风险度差异表示非完全相关的资产组合有利于降低组合风险。

## 二、商品期货收益分布特征

马科维茨的现代资产组合理论的基于假设资产的收益分布为正态分布，在对商品期货投资组合进行建模时，首先要验证商品期货的单个收益分布情况。为达到现代资产组合理论的风险分散化效果，所选品种来自国内三大商品交易所流动性较好的 10 个板块。

表 1: 商品期货组合的品种选择

类别	具体品种
谷物	玉米、玉米淀粉、
油脂油料	豆一、豆粕、豆油、棕榈油、菜油、菜粕
软商品	郑糖、棉花
农副产品	鸡蛋
有色	沪铜、沪铝、沪锌、沪镍
贵金属	沪金、沪银
煤焦钢矿	螺纹钢、热轧卷板、铁矿石、焦煤、焦炭、
非金属建材	PVC、玻璃
能源	动力煤
化工	橡胶、PTA、聚丙烯、塑料、沥青、甲醇

数据来源：Wind，华泰期货研究所

表 2 展示 2010 年至 2018 年 5 月单品种期货的日收益表现情况，包括采样天数（自上市以来）、平均日收益率、日波动率水平、最大日亏损、最大日盈利、偏度、超额峰度和及其 25%、50%、75% 的分位数情况，为了防止期货合约换月跳价影响，主力合约均经过复权处理，具体算法参照《CTA 量化策略因子系列》

表 2: 2010 年至 2018 年商品期货收益表现情况

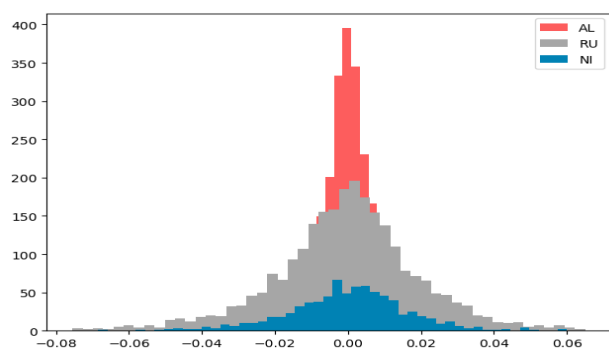
	count	mean	std	min	25%	50%	75%	max	skewness	kurtosis
AL	2526	-0.0002	0.0104	-0.0629	-0.0045	0.0000	0.0043	0.0552	-0.29529	5.113279
BU	1132	-0.0009	0.0169	-0.0853	-0.0068	0.0000	0.0065	0.0666	-0.54532	2.657536
C	2526	0.0000	0.0069	-0.0546	-0.0029	0.0000	0.0029	0.0412	-0.17798	6.338317
CF	2526	0.0000	0.0115	-0.0680	-0.0046	0.0000	0.0046	0.0586	-0.00942	5.060569
CS	836	-0.0001	0.0107	-0.0497	-0.0060	0.0000	0.0054	0.0411	0.072108	1.723631
CU	2526	0.0000	0.0151	-0.0657	-0.0071	0.0003	0.0075	0.0616	-0.15212	2.77021
FG	1331	0.0002	0.0134	-0.0521	-0.0068	0.0000	0.0069	0.0565	0.123925	1.985541
HC	1021	0.0004	0.0172	-0.0790	-0.0075	0.0000	0.0084	0.0824	-0.13299	3.029232
I	1125	0.0000	0.0217	-0.0763	-0.0118	0.0000	0.0116	0.0736	-0.02223	1.279863
J	1731	-0.0002	0.0177	-0.0991	-0.0078	-0.0003	0.0075	0.0911	-0.11293	3.81758
JD	1110	-0.0003	0.0126	-0.0531	-0.0063	0.0000	0.0053	0.0606	-0.04182	2.760812
JM	1260	0.0001	0.0194	-0.0854	-0.0092	0.0000	0.0094	0.0916	-0.03356	2.838788

L	2526	0.0000	0.0149	-0.0650	-0.0074	0.0005	0.0079	0.0685	-0.18238	1.836843
M	2526	0.0003	0.0135	-0.0567	-0.0068	0.0000	0.0076	0.0619	-0.09921	2.073642
MA	1599	0.0000	0.0136	-0.0648	-0.0068	-0.0003	0.0065	0.0530	0.04289	2.003532
NI	773	0.0000	0.0164	-0.0684	-0.0094	0.0006	0.0096	0.0600	-0.16515	1.219997
OI	2526	-0.0002	0.0123	-0.0760	-0.0056	0.0000	0.0058	0.0538	-0.40303	4.558485
P	2526	-0.0004	0.0143	-0.0594	-0.0077	0.0000	0.0076	0.0544	-0.27064	1.731941
PB	1745	0.0000	0.0118	-0.0741	-0.0055	0.0000	0.0052	0.0696	-0.07349	4.83349
PP	1036	0.0004	0.0139	-0.0558	-0.0072	-0.0001	0.0077	0.0520	0.07411	1.279815
RB	2229	-0.0001	0.0141	-0.0790	-0.0064	0.0000	0.0057	0.0665	0.049967	4.28835
RM	1312	0.0004	0.0133	-0.0609	-0.0068	0.0004	0.0072	0.0562	-0.02448	1.662604
RU	2526	-0.0005	0.0198	-0.0755	-0.0111	0.0000	0.0106	0.0650	-0.21738	1.064251
SR	2526	-0.0001	0.0111	-0.0778	-0.0056	0.0000	0.0052	0.0455	-0.07293	3.036719
TA	2526	-0.0001	0.0135	-0.0801	-0.0065	0.0000	0.0068	0.0560	-0.25614	2.7477
V	2190	-0.0002	0.0112	-0.0487	-0.0055	0.0000	0.0050	0.0523	-0.01937	3.008629
Y	2526	-0.0004	0.0130	-0.0649	-0.0065	0.0000	0.0065	0.0622	-0.31838	2.652476
ZC	1136	0.0003	0.0128	-0.0576	-0.0054	-0.0003	0.0058	0.0448	-0.0948	2.429922
ZN	2526	-0.0001	0.0155	-0.0709	-0.0074	0.0003	0.0082	0.0638	-0.32518	2.171852

数据来源：华泰期货研究所

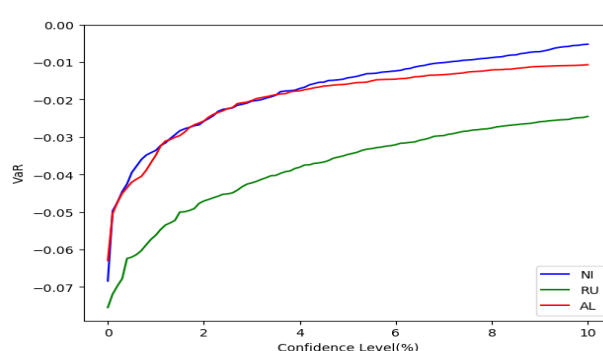
从偏度和峰度可以得到大多数品种的收益率分布不是正态分布，29 个品种里有 24 个品种负偏，全部具于超额峰度，尤其玉米、棉花、铝等品种具于较高超额峰度水平，说明尾部风险较大。

图 3：单品种日收益率分布情况



数据来源：华泰期货研究院

图 4：单品种风险价值变化情况



数据来源：华泰期货研究院

图 3 展示从 29 个品种选取的铝、橡胶和镍的日收益分布情况，可以看到此三个品种均有不同程度的尖峰肥尾特征，不属于正态分布。而图 4 的风险价值变化情况，也可以得到在尾部时具有风险急速放大的情况，尤其铝和镍在置信水平 95% 以外，呈现大尾巴的情况，风险价值水平快速提高。

最后对商品期货收益变量进行 Jarque-Bera 检验，检验序列是否符合正态分布。Jarque-Bera 检验通过检验随机误差  $u_i$  的近似值残差  $e_i$  的正态性来估计随机误差  $u_i$  的分布，具体计算公式如下：

偏度系数 skewness:

$$S = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^3}{n\sigma_x^3}$$

峰度系数 kurtosis:

$$K = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^4}{n\sigma_x^4}$$

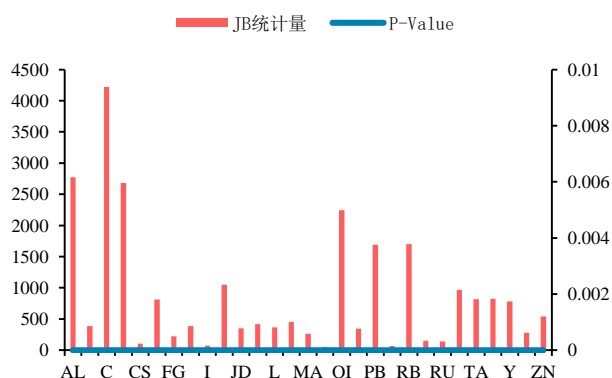
JB 统计量:

$$JB = \frac{n}{6} \left[ S^2 + \frac{(K - 3)^2}{4} \right]$$

其中  $n$  为样本容量， $S$  为偏度系数， $K$  为峰度系数，假设序列服从正态分布，根据正态分布的峰度和偏度定义，将有  $S=0$  和  $K=3$ ，即 JB 统计量为 0。若非正态分布，JB 统计量将为一个逐渐增大的值，且在以显著性水平 5% 的情况下，服从正态分布的 JB 统计量临界值  $\chi^2$  为 5.99147。

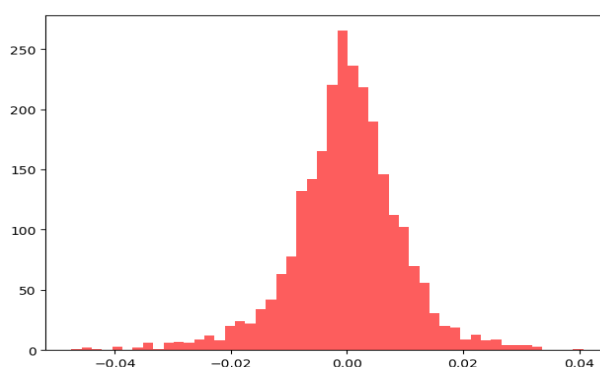
由图 5 的 Jarque-Bera 正态分布检验可以发现，单品种的 JB 统计量都比较大，且 P-Value 都远小于正态分布的 JB 统计量临界值，证明采样数据的商品期货收益率分布非正态。

图 5：单品种 Jarque-Bera 正态分布检验



数据来源：华泰期货研究院

图 6：29 个商品期货等权组合的收益率分布



数据来源：华泰期货研究院

同时对 29 个商品期货等权组合收益率进行 Jarque-Bera 正态分布检验，JB 统计量为 532，P-Value 小于正态分布的 JB 统计量临界值 5.99147。

### 三、商品期货组合相关性

从马科维茨的现代资产组合理论，认识到资产的分散化可以有效地增加组合的收益率，同时降低组合的风险水平。在大类资产配置里，商品投资利用自身与股票、债券之间的低相关性或负相关性，可以有效分散风险提高收益。

在商品期货的投资组合里，并非越多的商品种类就能达到越多的分散化作用，如果盲目加入相关性很高的商品投资组合分散因子或品种，并不能有效的达到风险分散化，还需要考虑商品期货投资组合间的相关性问题。

如表 3 所示，为保证商品期货投资组合的风险分散性，在构建组合时尽量包含不同板块的品种，从整体平均相关程度上看，铜、橡胶与其他品种的相关性相比玉米、玉米淀粉、鸡蛋等品种较高。

表 3: 29 个商品期货相关性矩阵

	AL	BU	C	CF	CS	CU	FG	HC	I	JD	JM	L	M	MA	NI	OI	P	PG	PP	RB	RM	RU	SR	TA	V	Y	ZC	ZN	
AL	1.00	0.24	0.27	0.23	0.23	0.58	0.27	0.22	0.22	0.27	0.29	0.40	0.27	0.25	0.26	0.40	0.40	0.47	0.21	0.26	0.20	0.44	0.27	0.22	0.28	0.41	0.29	0.2	
BU	0.24	1.00	0.20	0.20	0.20	0.27	0.21	0.25	0.25	0.29	0.29	0.22	0.28	0.29	0.45	0.46	0.24	0.24	0.27	0.42	0.25	0.22	0.45	0.28	0.50	0.26	0.26	0.2	
C	0.27	0.20	1.00	0.22	0.23	0.27	0.27	0.14	0.14	0.22	0.21	0.27	0.27	0.27	0.27	0.44	0.15	0.16	0.29	0.25	0.27	0.14	0.18	0.21	0.29	0.22	0.21	0.28	0.2
CF	0.23	0.20	0.22	1.00	0.23	0.24	0.22	0.23	0.22	0.22	0.25	0.17	0.20	0.22	0.29	0.23	0.24	0.25	0.26	0.25	0.23	0.23	0.40	0.25	0.40	0.29	0.25	0.27	0.2
CS	0.23	0.20	0.23	0.23	1.00	0.25	0.28	0.25	0.22	0.22	0.29	0.26	0.27	0.27	0.26	0.24	0.24	0.24	0.24	0.24	0.24	0.24	0.24	0.24	0.24	0.24	0.24	0.24	0.2
CU	0.58	0.27	0.27	0.24	0.25	1.00	0.25	0.45	0.47	0.29	0.20	0.25	0.24	0.44	0.29	0.24	0.45	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.2
FG	0.27	0.22	0.24	0.22	0.28	0.25	1.00	0.48	0.50	0.47	0.22	0.46	0.32	0.21	0.25	0.28	0.23	0.25	0.24	0.23	0.22	0.26	0.43	0.27	0.22	0.22	0.25	0.22	0.2
HC	0.22	0.25	0.14	0.22	0.25	0.45	0.48	1.00	0.74	0.65	0.22	0.57	0.22	0.18	0.25	0.43	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.2
I	0.22	0.25	0.11	0.22	0.22	0.47	0.50	0.74	1.00	0.66	0.17	0.61	0.26	0.19	0.28	0.47	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.2
JD	0.27	0.29	0.24	0.22	0.28	0.29	0.47	0.65	0.66	1.00	0.24	0.66	0.20	0.26	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.2
JM	0.29	0.32	0.27	0.25	0.29	0.20	0.25	0.22	0.22	0.24	1.00	0.23	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.2
L	0.40	0.28	0.23	0.20	0.27	0.54	0.22	0.22	0.22	0.22	0.23	0.25	0.29	1.00	0.27	0.21	0.25	0.40	0.45	0.28	0.24	0.29	0.23	0.22	0.22	0.22	0.22	0.22	0.2
M	0.27	0.29	0.44	0.22	0.27	0.44	0.21	0.28	0.28	0.26	0.21	0.21	0.27	1.00	0.22	0.29	0.29	0.29	0.29	0.29	0.29	0.29	0.29	0.29	0.29	0.29	0.29	0.29	0.2
MA	0.25	0.45	0.25	0.23	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	1.00	0.40	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.2
NI	0.26	0.48	0.26	0.23	0.24	0.44	0.29	0.43	0.47	0.39	0.22	0.27	0.25	0.29	0.40	1.00	0.26	0.26	0.26	0.26	0.26	0.26	0.26	0.26	0.26	0.26	0.26	0.26	0.2
OI	0.40	0.24	0.29	0.24	0.24	0.49	0.23	0.25	0.25	0.25	0.27	0.23	0.40	0.23	0.29	0.26	1.00	0.23	0.23	0.23	0.23	0.23	0.23	0.23	0.23	0.23	0.23	0.23	0.2
P	0.40	0.24	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.24	0.21	0.21	0.45	0.21	0.21	0.21	1.00	0.20	0.20	0.20	0.20	0.20	0.20	0.20	0.20	0.20	0.20	0.2
PG	0.47	0.27	0.27	0.26	0.22	0.52	0.24	0.26	0.26	0.25	0.28	0.22	0.28	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	1.00	0.29	0.29	0.29	0.29	0.29	0.29	0.29	0.29	0.29	0.2
PP	0.21	0.43	0.24	0.25	0.23	0.45	0.23	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.29	1.00	0.29	0.29	0.29	0.29	0.29	0.29	0.29	0.29	0.2
RB	0.26	0.25	0.18	0.23	0.24	0.43	0.52	0.50	0.79	0.66	0.22	0.60	0.29	0.24	0.27	0.45	0.29	0.29	0.29	0.29	1.00	0.22	0.48	0.21	0.27	0.27	0.27	0.27	0.2
RM	0.20	0.23	0.21	0.23	0.21	0.29	0.26	0.20	0.22	0.28	0.21	0.23	0.23	0.28	0.26	0.22	0.44	0.21	0.22	0.26	0.22	1.00	0.23	0.28	0.29	0.29	0.29	0.29	0.2
RU	0.44	0.45	0.29	0.40	0.22	0.52	0.43	0.49	0.52	0.45	0.24	0.44	0.23	0.23	0.43	0.45	0.27	0.47	0.45	0.48	0.23	1.00	0.28	0.28	0.28	0.28	0.28	0.28	0.2
SR	0.27	0.28	0.29	0.28	0.23	0.23	0.27	0.28	0.27	0.28	0.27	0.28	0.27	0.28	0.27	0.28	0.27	0.28	0.27	0.28	0.27	0.28	1.00	0.24	0.24	0.24	0.24	0.24	0.2
TA	0.23	0.50	0.22	0.40	0.26	0.49	0.23	0.23	0.23	0.23	0.23	0.23	0.23	0.23	0.23	0.23	0.23	0.23	0.23	0.23	0.23	0.23	1.00	0.24	0.24	0.24	0.24	0.24	0.2
V	0.28	0.29	0.23	0.29	0.23	0.47	0.23	0.23	0.40	0.29	0.28	0.28	0.29	0.28	0.29	0.43	0.21	0.26	0.40	0.24	0.24	0.24	0.24	1.00	0.24	0.24	0.24	0.24	0.2
Y	0.41	0.26	0.26	0.25	0.21	0.52	0.25	0.27	0.28	0.25	0.27	0.23	0.44	0.28	0.22	0.28	0.28	0.28	0.28	0.28	0.28	0.28	0.28	1.00	0.24	0.24	0.24	0.24	0.2
ZC	0.29	0.28	0.28	0.27	0.22	0.27	0.22	0.42	0.39	0.52	0.23	0.24	0.21	0.29	0.27	0.25	0.24	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	1.00	0.24	0.24	0.24	0.2
ZN	0.41	0.21	0.27	0.22	0.24	0.56	0.20	0.41	0.43	0.27	0.27	0.25	0.49	0.41	0.21	0.26	0.45	0.47	0.28	0.23	0.42	0.26	0.27	0.23	0.45	0.44	0.48	0.24	0.2

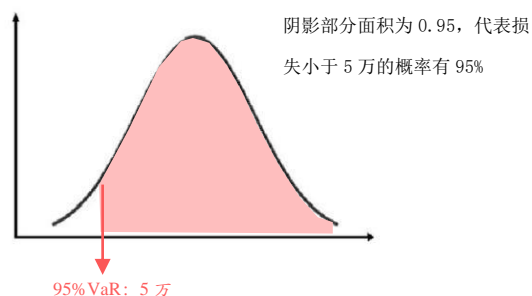
数据来源：华泰期货研究所

### 四、构建有效的商品期货投资组合

根据前文的结论，无论从单商品还是商品组合的角度出发，由于它们的收益率分布呈非正态化，与马科维茨的现代投资组合理论的前提假设——收益率呈正态分布相违背，使得现代投资组合理论中以方差或标准差量化风险水平的方法，在构建商品期货投资组合时容易面对收益非正态化引起的尾部风险。

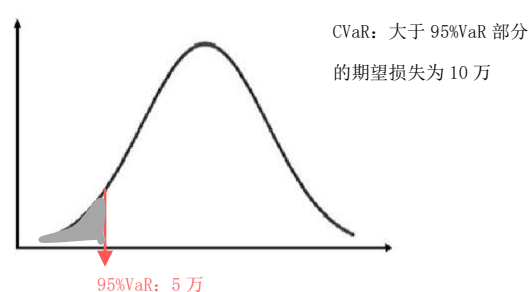
在 Artzner et al. 1999、Rockafellar and Uryasev 2000、Embrechts, Kaplanski and Kroll 2003 等人在风险测度等文献中提出以条件涉险价值(CVaR)代替另一个广泛使用的风险价值指标 (VaR) 来解决商品投资组合的尾部风险问题。

图 7: VaR 损失概率分布图



数据来源: 华泰期货研究院

图 8: CVaR 损失概率分布图

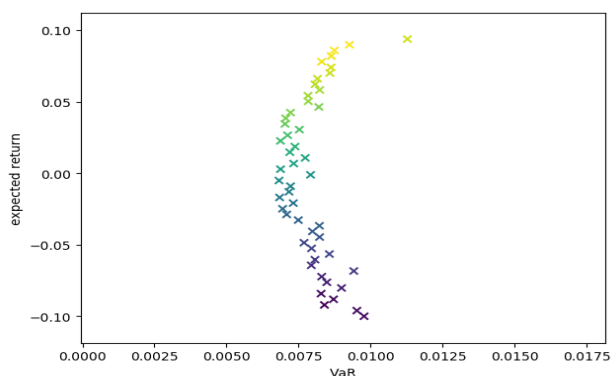


数据来源: 华泰期货研究院

风险价值指标 (VaR) 表示在市场正常波动下, 在一定概率水平 (置信度) 下, 某一金融资产或证券组合价值在未来特定时期内的最大可能损失。条件涉险价值 (CVaR) 则指某资产组合在给定的持有期内, 损失超过风险价值的条件均值。CVaR 也可称为平均超额损失 (Mean Excess Loss)、期望短缺 (Expected Shortfall) 或尾部 VaR (Tail VaR), 反映了超额损失的平均水平。

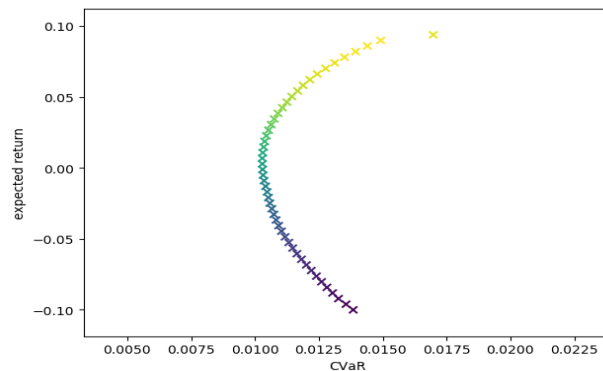
若资产收益率非正态分布, 则尾部风险加大, 风险价值并不能完全反应商品或商品组合的可能的风险水平, 条件涉险价值将远超风险价值水平。

图 9: 商品投资组合期望收益与 VaR 有效前沿



数据来源: 华泰期货研究院

图 10: 商品投资组合期望收益与 CVaR 有效前沿

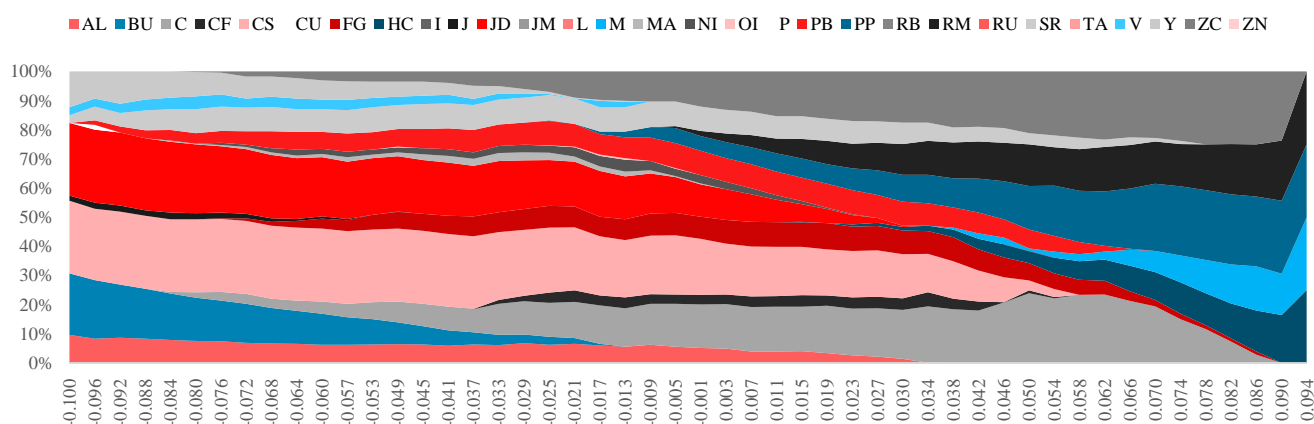


数据来源: 华泰期货研究院

以构建多头商品指数的方法进行商品投资组合测试, 只能做多商品期货主力合约, 限制每个商品头寸的上限为 25%, 最后利用 SLSQP (Sequential Least Squares Programming optimization algorithm) 方法进行约束问题的求解配置权重。



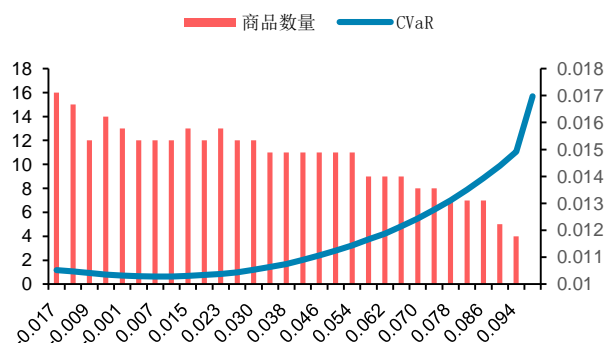
图 11: 商品投资组合 CVaR 有效边界的目标收益率与品种权重变化



数据来源：华泰期货研究所

由图 11 和图 12 显示，以最优条件涉险价值 CVaR 的不同的预期收益目标观察商品权重的变化，可以发现品种选择数量越多，在有效前沿的条件涉险价值 CVaR 越小，说明不同商品间的不完全相关性起到了分散风险的作用，与现代投资组合理论的结论一致。

图 12: 商品投资组合与 CVaR 关系



数据来源：华泰期货研究院

从收益风险特征发现，不同的单品种收益分布与风险特征差别很大，在构建有效的商品组合与单个商品投资对比，组合具有赚取可能更高的预期收益和不同商品组合风险分散化的降低组合风险的特征，但是也需要投资者承担更多的条件涉险价值 CVaR 来换取更高的收益。

综上所述，利用马科维茨的现代投资组合理论能够根据风险价值的定义，构建有效投资组合，可在回顾历史情境时，利用模型计算商品最优有效组合权重。但策略构建时，预期收益与风险测度是模型有效性的关键因素，本文主要介绍现代投资组合理论的基本原理，并未对这两者进行详细计算讨论，仅利用历史平均收益率与历史方差与分布作为拟合未来预期收益与风险，在实际应用中可采取其他更有效的计算预测方法进行测度使用。



## 免责声明

此报告并非针对或意图送发给或为任何就送发、发布、可得到或使用此报告而使华泰期货有限公司违反当地的法律或法规或可致使华泰期货有限公司受制于的法律或法规的任何地区、国家或其它管辖区域的公民或居民。除非另有显示，否则所有此报告中的材料的版权均属华泰期货有限公司。未经华泰期货有限公司事先书面授权下，不得更改或以任何方式发送、复印此报告的材料、内容或其复印本予任何其它人。所有于此报告中使用的商标、服务标记及标记均为华泰期货有限公司的商标、服务标记及标记。

此报告所载的资料、工具及材料只提供给阁下作查照之用。此报告的内容并不构成对任何人的投资建议，而华泰期货有限公司不会因接收人收到此报告而视他们为其客户。

此报告所载资料的来源及观点的出处皆被华泰期货有限公司认为可靠，但华泰期货有限公司不能担保其准确性或完整性，而华泰期货有限公司不对因使用此报告的材料而引致的损失而负任何责任。并不能依靠此报告以取代行使独立判断。华泰期货有限公司可发出其它与本报告所载资料不一致及有不同结论的报告。本报告及该等报告反映编写分析员的不同设想、见解及分析方法。为免生疑，本报告所载的观点并不代表华泰期货有限公司，或任何其附属或联营公司的立场。

此报告中所指的投资及服务可能不适合阁下，我们建议阁下如有任何疑问应咨询独立投资顾问。此报告并不构成投资、法律、会计或税务建议或担保任何投资或策略适合或切合阁下个别情况。此报告并不构成给予阁下私人咨询建议。

华泰期货有限公司2018版权所有。保留一切权利。

## ● 公司总部

地址：广东省广州市越秀区东风东路761号丽丰大厦20层、29层04单元

电话：400-6280-888

网址：[www.htfc.com](http://www.htfc.com)