
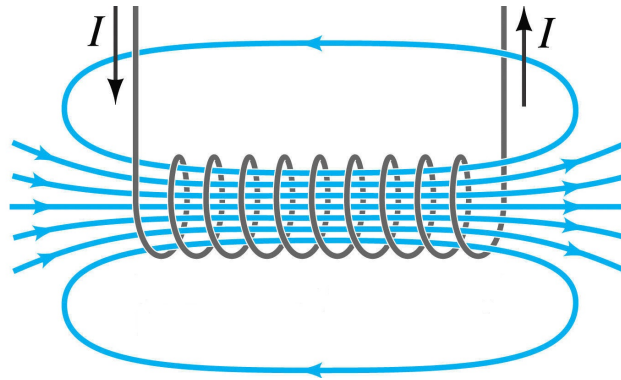


## 7.6 Applications de la loi d'Ampère

Ex. 2. Solénoïde  cas très utilisé dans les applications pratiques.

Avant d'appliquer la loi d'Ampère pour calculer  $\vec{B}$ , faisons-nous une idée de la forme de  $\vec{B}$ .

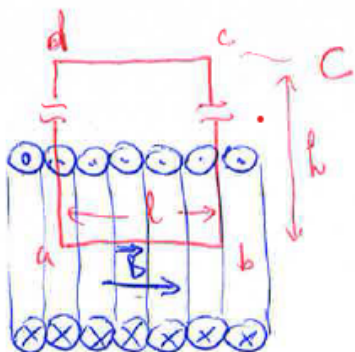
Lignes de champ, solénoïdes



**Note 7.11.**

- Les lignes de champ sont uniformes et parallèles à l'axe dans la région centrale
- Faible à l'extérieur
- Le champ semble concentré dans un volume défini (d'où l'utilité pratique) ... un peu comme le condensateur pour le champ électrique ...

Calcul de  $\vec{B}$  :



Section du solénoïde.

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i_{\text{entouré}} \quad (7.50)$$

Sur le parcours  $C$  :

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \underbrace{\int_a^b \vec{B} \cdot d\vec{l}}_{=Bl \text{ car } \vec{B} \simeq \text{const pour sol. infinie}} + \underbrace{\int_b^c \vec{B} \cdot d\vec{l}}_{=0 \text{ } (\vec{B} \perp d\vec{l})} + \underbrace{\int_c^d \vec{B} \cdot d\vec{l}}_{=0 \text{ car } B \simeq 0 \text{ si } h \text{ est assez grand}} + \underbrace{\int_d^a \vec{B} \cdot d\vec{l}}_{=0 \text{ } (\vec{B} \perp d\vec{l})} \quad (7.51)$$

donc

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = Bl_{\text{Ampère}} = \mu_0 i \times nl, \quad \text{avec } n = \frac{\# \text{ tours}}{\text{unité de longueur}} \quad (7.52)$$

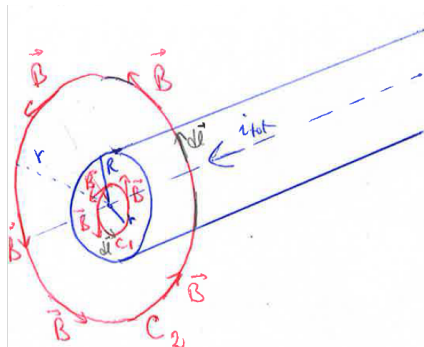
$$\Rightarrow B l = \mu_0 i n l \Rightarrow \boxed{B = \mu_0 i n = \mu_0 i \frac{N_{\text{tot}}}{L_{\text{tot}}}} \quad (7.53)$$

**Note 7.12.** Nous avons supposé que  $\vec{B}$  est dirigé selon l'axe du solénoïde, et  $B \rightarrow 0$  à l'extérieur. Cette approximation est de plus en plus valable au fur et à mesure que la longueur du solénoïde augmente, comparée à son diamètre.

**Note 7.13.** La partie du parcours  $ab$  n'est pas forcément le long de l'axe :  $B$  a la même valeur partout, à l'intérieur.

On peut aussi appliquer la loi d'Ampère dans des cas qui sont caractérisés par une distribution continue de courant (pas juste un fil infiniment fin).

Ex. 3 Conducteur cylindrique (câble) avec courant distribué uniformément sur sa section



$$B(r) = ?$$

Point crucial : choisir le parcours  $C$ .

Densité de courant  $J = \frac{i}{\text{surface}} = J_0 = \text{const.}$

$$J_0 = \frac{i_{\text{tot}}}{\pi R^2}$$

(1)  $r < R$  (à l'intérieur du câble)

$$\oint_{C_1} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i_{\text{entouré}} \Rightarrow B(r) 2\pi r = \mu_0 \overbrace{J_0 \times \text{surface}(r)}^{i_{\text{entouré}}} = \mu_0 J_0 \pi r^2 = \mu_0 i_{\text{tot}} \frac{r^2}{R^2} \quad (7.54)$$

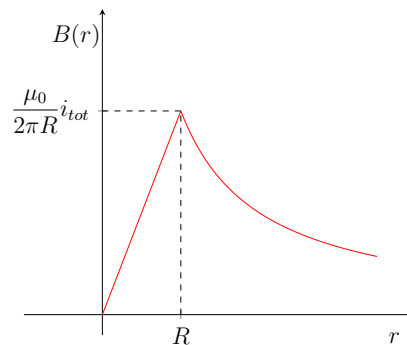
$$\Rightarrow B(r) = \frac{\mu_0 i_{\text{tot}}}{2\pi R^2} r \quad (7.55)$$

(2)  $r \geq R$

$$\oint_{C_2} \vec{B} \cdot d\vec{l} = B(r) 2\pi r = \mu_0 i_{\text{entouré}} = \mu_0 i_{\text{tot}} \quad (7.56)$$

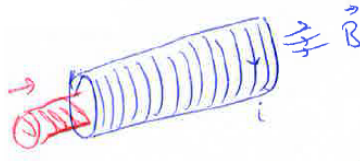
$$\Rightarrow B(r) = \frac{\mu_0 i_{\text{tot}}}{2\pi r} \quad (7.57)$$

Graphiquement



## 7.7 Dipôles magnétiques et moment magnétique

Nous avons vu qu'un élément "de base" simple pour les circuits est le solénoïde, source de champ  $\vec{B}$  localisé dans un volume.



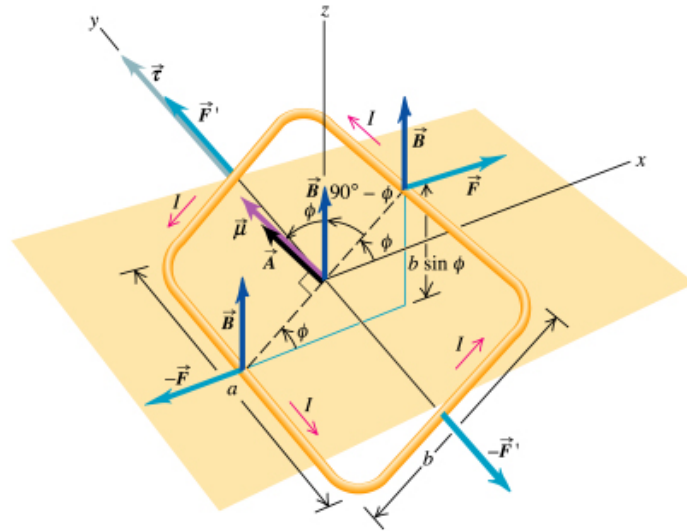
Si on insère un matériau dans le volume où le champ  $\vec{B}$  est présent, on peut voir une augmentation de la valeur de  $\vec{B}$  : pourquoi ?

Avant de discuter des effets du champ magnétique dans la matière, et de comment  $|\vec{B}|$  peut être augmenté (ou diminué), nous devons nous rappeler des effets de  $\vec{B}$  sur un circuit fermé, et introduire le concept de dipôle magnétique.

### Force et couple sur un dipôle magnétique

Nous avons étudié la force exercée par un champ magnétique sur un fil parcouru par un courant, mais en effet le cas le plus commun est que le courant passe dans un circuit fermé. Prenons une géométrie simple, avec champ magnétique uniforme, et un circuit de forme rectangulaire.

fil infiniment fin.



La force totale sur le circuit fermé est nulle, car  $\vec{F}$  et  $-\vec{F}$ ,  $\vec{F}'$  et  $-\vec{F}'$  s'équilibrent (rappel :  $B$  est uniforme).

Mais le couple, ou moment de force, n'est pas nul en général ! Il l'est pour  $\vec{F}'$  et  $-\vec{F}'$ , car ces deux forces agissent le long du même axe (l'axe  $y$ ).

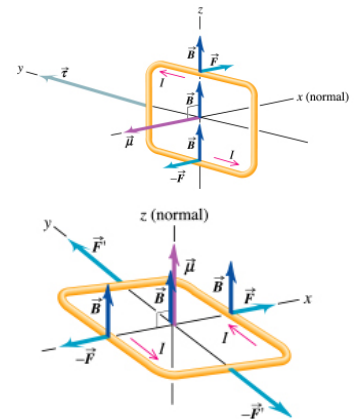
Mais il n'est pas nul pour  $\vec{F}$  et  $-\vec{F}$ , car elles agissent le long des axes différents !

Comme le bras de la force de chaque côté est  $\frac{b}{2} \sin \phi$ , le moment de force totale, ou couple, est la somme des deux (les deux forces “font tourner” dans le même sens) :

$$\tau = 2F \left( \frac{b}{2} \sin \phi \right) = Fb \sin \phi = iBab \sin \phi \quad (7.58)$$

Le couple est max. pour  $\phi = \frac{\pi}{2}$   
( $\tau = iBab$ )

Le couple est min. pour  $\phi = 0$   
( $\tau = 0$ )



**Note 7.14.**  $ab = A$ , surface du circuit

**Définition 1.**  $\boxed{\mu = iA}$  “moment de dipôle magnétique” ou “moment magnétique”.  
Donc  $\tau = \mu B \sin \phi$ .

Le fait qu'il y ait “ $\sin \phi$ ” suggère le résultat d'un produit vectoriel. En effet  $\mu$  peut être défini comme un vecteur :

$$\vec{\mu} = i\vec{A}, \quad \text{avec } \vec{A} = A\hat{n}$$

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$



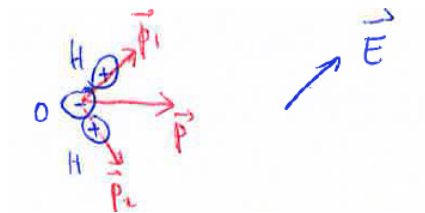
(direction/sens donné par la règle de la main droite)

**Note 7.15.** Analogie avec champ électrique/dipôle électrique  $\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$

Le couple impose une rotation qui tend à aligner  $\vec{\mu}$  avec  $\vec{B}$

Analogie 1 :

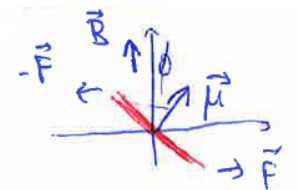
champ  $\vec{E}$  uniforme



$$\vec{F} = 0 \quad ; \quad \vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E};$$

énergie potentielle  $E_p = -\vec{p} \cdot \vec{E}$

champ  $\vec{B}$  uniforme

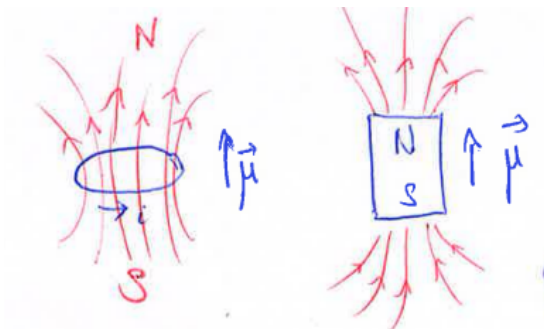


$$\vec{F} = 0 \quad ; \quad \vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B};$$

$$\Rightarrow E_p = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

Analogie 2 :

Équivalence entre boucle de courant et petit aimant



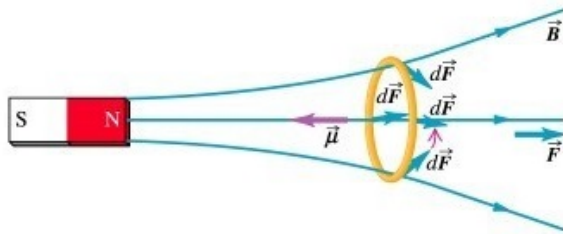
pourra-t-on décrire le petit aimant aussi en termes de  $\vec{\mu}$ ? Oui! Les deux créent le même type de champ et se comportent de la même façon dans un champ magnétique externe ...

Regardons deux applications macroscopiques de ce couple.

(1) Galvanomètre (mesure de courant électrique)

### Dipôles magnétiques dans un champ $\vec{B}$ non-uniforme

Un circuit parcouru par un courant ressent un couple ( $\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$ ), mais pas de force nette dans un champ magnétique uniforme. Par contre, si  $\vec{B}$  n'est pas uniforme :

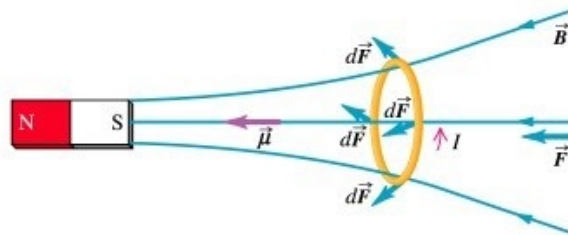


comme  $\vec{B}$  n'est pas parfaitement horizontal, la force, en plus d'une composante radiale (qui s'annule sur toute la boucle) a une petite composante horizontale vers la droite .

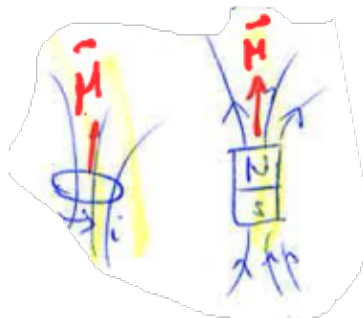
$$d\vec{F} = i d\vec{l} \times \vec{B}$$

Donc la boucle est repoussée par l'aimant.

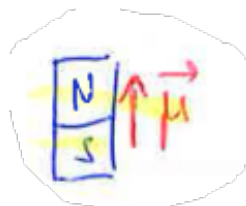
Si on inverse la polarité de l'aimant,  $\vec{\mu}$  et  $\vec{B}$  deviennent parallèles (orientés dans la même direction), et le circuit est attiré par l'aimant



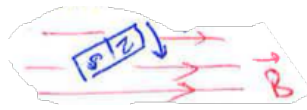
Ou peut maintenant reprendre notre analogie entre boucle de courant et aimant



et attribuer un moment magnétique  $\vec{\mu}$  à l'aimant aussi :

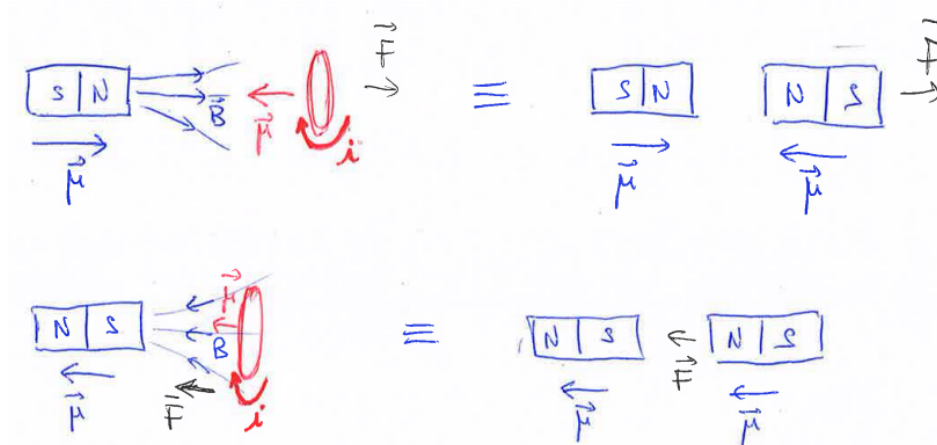


L'effet est le même :  $\vec{\mu}$  de l'aimant a la tendance à s'aligner avec  $\vec{B}$ .

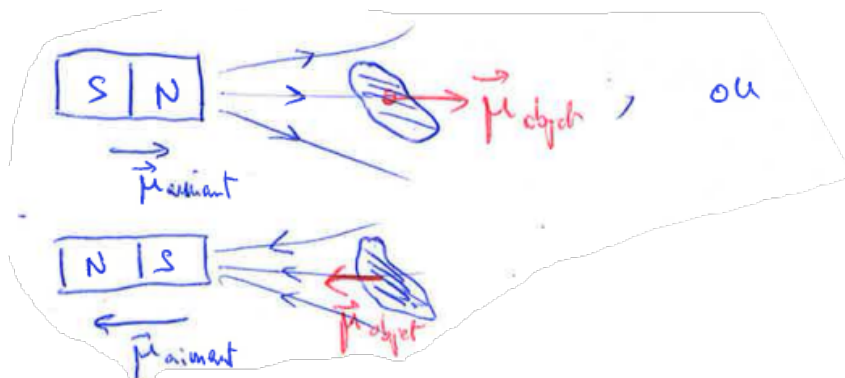


'south to north' : direction de  $\vec{B}$

De plus, la représentation de l'aimant à travers  $\vec{\mu}$  explique, par analogie avec la boucle de courant, pourquoi deux aimants avec le même pôle l'un devant l'autre se repoussent, et vice-versa.



Question "challenge" : pourquoi un objet de fer est attiré par un aimant de tous les côtés ?  
Réponse : un objet contenant du fer contient des 'domaines' de  $\vec{\mu} \neq 0$ , qui sont alignés par le champ de l'aimant



Dans le deux cas,  $\vec{\mu}_{\text{objet}}$  est aligné comme  $\vec{\mu}_{\text{aimant}}$ , donc il y a attraction !  
Ceci est un 'avant-goût' de la discussion du champ  $\vec{B}$  dans le matière.

## 7.8 Champs magnétiques dans la matière

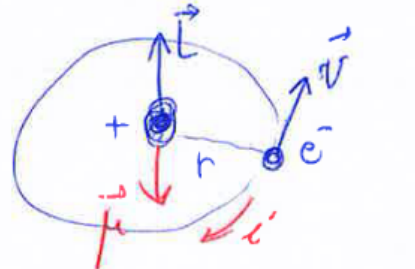
Dans la réalité de la plupart des applications, nous avons affaire à des matériaux, dont les propriétés magnétiques sont très importantes et exploitées, par ex. pour augmenter  $B$ , pour créer des mémoires magnétiques, pour confiner du plasma etc.

## Origine atomique du magnétisme de la matière

courants  $\rightarrow$  champs  $\vec{B}$

Le courant le plus élémentaire est celui produit par un électron qui orbite autour de son noyau

$$i = \frac{e}{\text{période}} = \frac{e}{\frac{2\pi r}{v}} = \frac{ev}{2\pi r} \quad (7.59)$$



moment magnétique :

$$\mu = iA = \frac{ev}{2\pi r} \pi r^2 = \frac{evr}{2} \quad (7.60)$$

moment cinétique

$$L = mvr \quad (7.61)$$

On peut donc exprimer  $\mu$  en fonction de  $L$  :

$$\mu = \frac{evr}{2} = \frac{eL}{2m} \quad (7.62)$$

mais  $\vec{\mu}$  et  $\vec{L}$  sont toujours opposés, à cause du signe de la charge.

Ceci vous sera utile pour la physique quantique, car  $L$  est ‘quantisé’, multiple de  $\frac{h}{2\pi}$ , avec  $h = \text{const. de Planck}$ .

Si  $L$  est quantisé en  $\frac{h}{2\pi}$ , alors  $\mu$  est quantisé en

$$\frac{e}{2m} \left( \frac{h}{2\pi} \right) \Rightarrow \mu = n \left[ \frac{e}{2m} \cdot \frac{h}{2\pi} \right] = n\mu_B \quad \text{“magneton de Bohr”} \quad (7.63)$$

mais  $n = 1, 2, 3, \dots$  et  $\mu_B \sim 9.3 \times 10^{-24} \text{ J/T}$

Question : comme toutes les substances contiennent des électrons pourquoi en général elles ne sont pas magnétiques (avec  $\mu \neq 0$ ) ? Parce que les moments magnétiques s’annulent réciproquement, presque parfaitement.

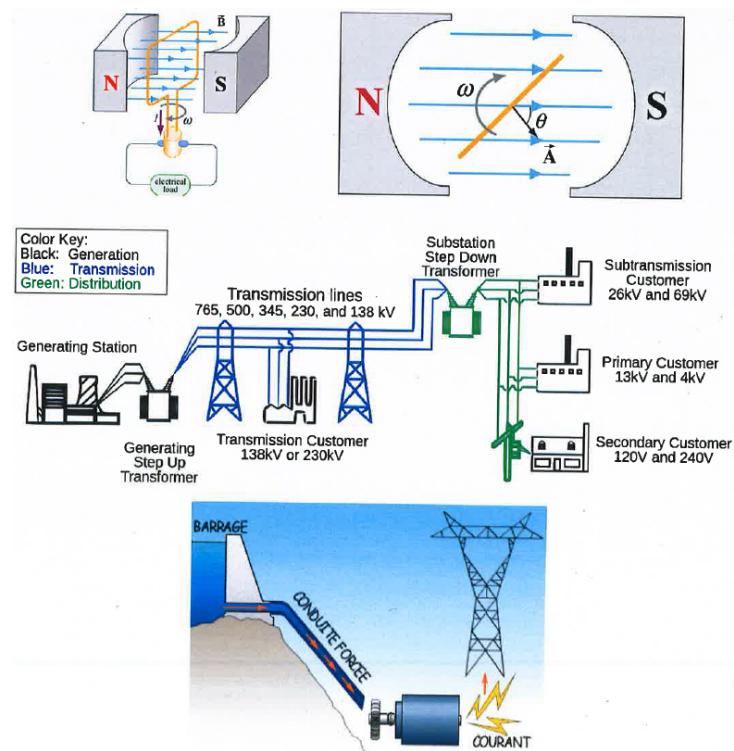
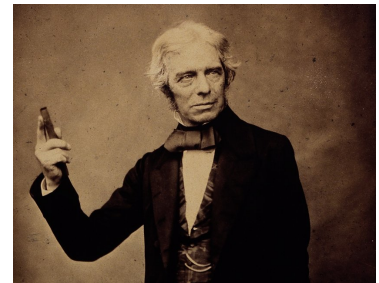
**Note 7.19.** En plus de son moment magnétique orbital, l’électron a une propriété intrinsèque appelée “spin”, qui contribue à son moment magnétique total. C’est “comme si” l’électron avec sa charge tournait autour de son axe... même si cette idée classique n’est pas très appropriée...

En général les spins des électrons se compensent, mais les atomes avec un nombre impair d’électrons doivent avoir au moins un électron dont le spin n’est pas compensé par un autre (de son “couple”), et donc un moment magnétique de spin non-nul. Le moment magnétique total est la somme (vectorielle) des moments magnétiques orbitaux et de spin.



# Chapitre 8

## Induction électromagnétique et loi de Faraday

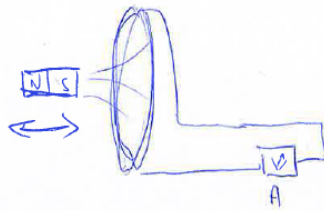


## 8.1 Découverte de l'induction magnétique

Si les courants électriques (générés par  $\vec{E}$ ,  $V$ ) donnent lieu à des champs magnétiques ( $\vec{E} \Rightarrow \vec{B}$ ), est-ce que  $\vec{B}$  peut donner lieu à des courants ? ( $\vec{B} \stackrel{?}{\Rightarrow} \vec{E}$ ) ?

Les gens ont cherché cette relation dans les deux sens pendant  $\sim 10$  ans, sans succès. Helmholtz, par ex., avait entouré sa ville d'un très long fil électrique pour voir si le champ magnétique de la terre y générerait un courant... mais sans succès.

L'erreur était de ne considérer que des boucles fixes et des champs magnétiques constants. C'est Faraday qu'en 1831 réalise que "quelque chose" doit varier dans le temps.



Si on bouge l'aimant, on observe un courant !

$i_{ind}$  : courant "induit"

### Note 8.1.

- *plus vite on bouge, plus de courant est induit*
- *le signe du courant change selon la direction du mouvement*
- *le signe change si on inverse l'aimant*
- *si on change l'orientation de la bobine,  $i_{ind}$  change*

### Histoire ou légende de Faraday

Il a montré ce nouvel effet devant de grands politiciens anglais (à la Royal Society). Les gens n'étaient pas impressionnés, et demandaient quelle était l'utilité de l'effet. Faraday répondit : "c'est juste un bébé qui vient de naître ... quelle est l'utilité d'un bébé ?" Puis rajouta : "... mais un jour vous allez mettre des impôts dessus."

En effet, il s'agissait d'un pas fondamental vers l'application de l'électricité pour notre vie de tous les jours.

## 8.2 Lois de Faraday et de Lenz

Pour créer un courant, on doit avoir une force électromotrice

$$\mathcal{E}_{ind} = \oint_{\text{boucle}} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \frac{\text{Travail}_{\text{boucle}}}{\text{charge}}$$

comme on a "induit"  $\mathcal{E}$ , on a aussi "induit"  $\vec{E}$ .



Maintenant, on peut essayer de bouger le circuit dans un champ magnétique, dans le champ magnétique terrestre, ou dans le champ d'un aimant permanent.

On peut aussi augmenter le nombre de spires (tours), et voir que l'effet augmente ... mais aussi l'effort "mécanique" qu'on doit faire.

Cette dernière observation nous rend attentifs au fait que la source d'énergie est dans le travail qu'on doit faire pour déplacer le fil.

Résumé des observations :

- "quelque chose" doit varier dans le temps :  $|\vec{B}|$ , ou la surface du circuit "vue" par  $\vec{B}$
- $\varepsilon$  est proportionnel à  $\begin{cases} \text{vitesse de la variation de } |\vec{B}| \\ \text{" " " de la surface "vue" par } \vec{B} \end{cases}$

Qu'elle est la quantité physique qui mesure  $|\vec{B}|$  et la surface "vue" par  $\vec{B}$ ?  $\Rightarrow$  le flux magnétique à travers la surface  $S$  :  $\Phi_B^S = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{A}$

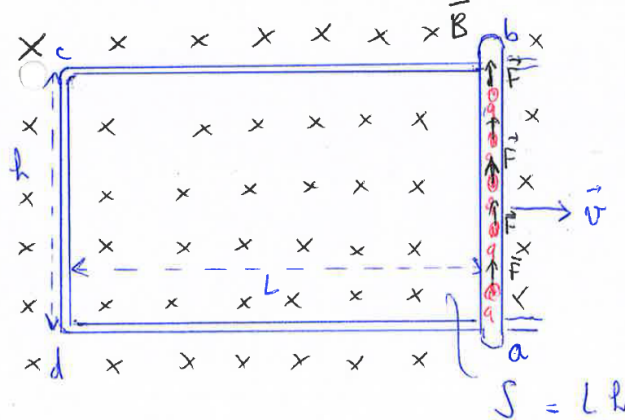
Donc

$$|\mathcal{E}| = \left| \frac{d\Phi_B^S}{dt} \right| \quad \text{loi de Faraday} \quad (8.1)$$

$S$  : surface contenue dans le circuit.

**Note 8.2.**  $\Phi_B^S = 0$  pour toute surface fermée, mais la surface contenue dans un circuit (fermé) n'est pas elle-même fermée !

### Interprétation de la loi de Faraday pour un circuit en mouvement



le circuit est fermé par une tige conductrice qui bouge horizontalement

$$|\vec{v}| = \frac{dL}{dt} = \text{const.} \quad (8.2)$$

Les charges sur la tige ressentent une force  $|\vec{F}| = |q\vec{v} \times \vec{B}| = q \frac{dL}{dt} B$ . Sur les autres parties du circuit il n'y a pas de force, car il n'y a pas de mouvement.

Travail par unité de charge le long du circuit (c'est la force électromotrice)

$$\mathcal{E} = \frac{\text{travail}}{\text{charge}} = \frac{1}{q} \oint_{abcd} \vec{F} \cdot d\vec{l} = \frac{1}{q} \int_a^b q \frac{dL}{dt} B = \frac{dL}{dt} Bh \quad (8.3)$$

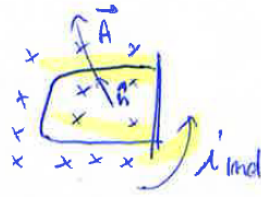
Sur les parties du circuit autres que  $ab$  il n'y a pas de force, car rien ne bouge.

Mais  $B$  et  $h$  sont constants :

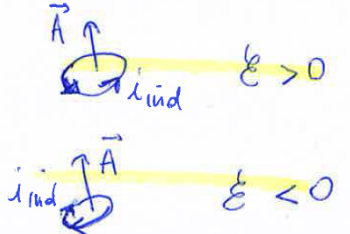
$$\frac{dL}{dt} Bh = \frac{d}{dt} (B \overbrace{Lh}^{\text{surface } S}) = \frac{d}{dt} (BS) = \frac{d}{dt} |\Phi_B^S| \Rightarrow |\mathcal{E}| = \left| \frac{d\Phi_B}{dt} \right| \quad (8.4)$$

Signes ?

- signe pour  $\vec{A} = A\hat{n}$



- signe pour  $\Phi_B^S$  et  $\frac{d}{dt}(\Phi_B^S)$  [les deux peuvent être différents!]

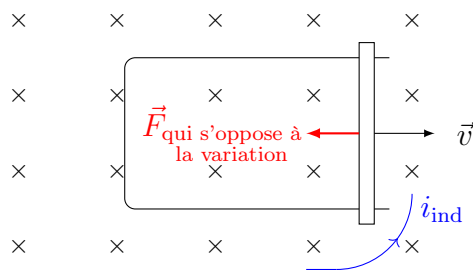


- règle de la main droite

Trois ans après la loi de Faraday, Lenz a établi la règle pour déterminer le signe :

*“le signe de  $i_{ind}$  est tel que le système s’oppose à la variation (du flux) qui l’a généré”*

Ex. circuit avec tige qui bouge



( $\vec{v}$  est la cause de la variation du flux)

$\vec{F}_{ind} = i_{ind} d\vec{l} \times \vec{B}$  est vers la gauche !

Donc, justement,  $\vec{F}_{ind}$  tend à “freiner” la tige qui coulisse vers la droite, cause primaire de la variation du flux qui induit un courant.

**Note 8.3.** La loi de Lenz s’écrit

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_B^S}{dt} \quad (8.5)$$

et elle correspond à une loi de conservation (de l’énergie)

Si le signe était opposé, toute variation du flux serait amplifiée [“positive feedback”]. On pourrait générer de l’énergie électrique sans investir de l’énergie mécanique.

La loi de Lenz décrit une sorte d’inertie ou “frottement” efficace pour tout mouvement qui tend à changer la valeur du flux magnétique.