Task 2 (8 pt): … and a bit of Practice

$x(t) ... Wasservolumen\ zum\ Zeitpunkt\ \mathbf{t}$
$x(0) ... Initiales\ Wasservolumen\ [l]$

$x'(t) = ?$

Vorgehensweise: Aufteilen des Modells in $\mathbf{I}\ prozentuelle Abnahme$ und $\mathbf{II}\ konstanter Zufluss$
.

$\mathbf{I}$: $5\%\ Abnahme$:
$x(t) = x(0) * 0.95^t$
$x(t) = x(0) * e^{ln(0.95)*t}$
$x'(t) = x(0) * e^{ln(0.95)*t} * ln(0.95)$
$x'(t) = x(0) * ln(0.95)$

$\mathbf{II}$: $1000l\ konstanter\ Zufluss\ 1000l/h$:
$x'(t) = 1000$

Führen nun beide Modelle zusammen lässt sich folgende Gleichung aufstellen:

$$x'(t) = x(t) * ln(0.95) + 1000$$

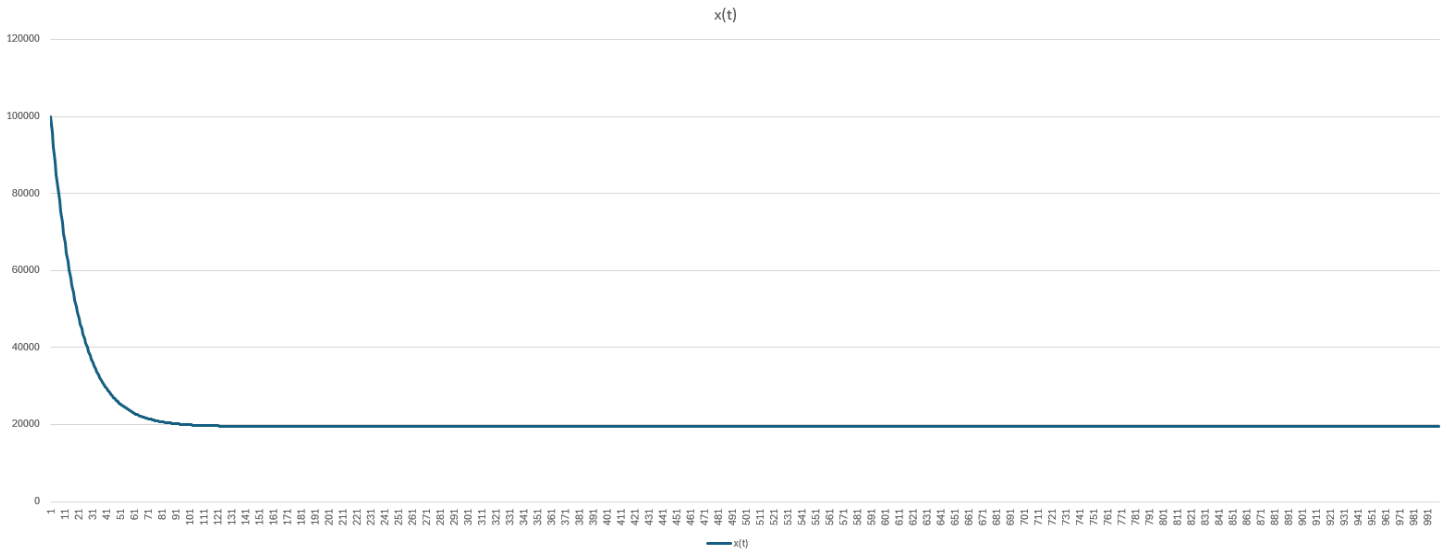
Für die Simulation kann folgende Iterationsvorschrift erstellt werden:
$tStep ... Schrittweite\ der\ Simulation$

1. Ermittle die Steigung $x'(0)$ (Initialwert) mit der oben aufgestellten Gleichung
2. Wende die ermittelte Steigung an, um den Wert des ersten Iterationsschrittes zu erhalten: $x(0 + tStep)$ (erster Iterationsschritt) entspricht dann $x(0) + x'(0) * tStep$
3. Ermittle für den ermittelten Wert erneut die Steigung und multipliziere sie mit $tStep$. Wende die nun mit $tStep$ korrigierte Steigung auf das aktuelle $x(t)$ an und erhalte das Ergebnis der nächsten Iteration.
4. Wiederhole Schritt **3** bis zur gewünschten Iterationstiefe

Dieses Verfahren ist allgemein bekannt unter *explizites Eulerverfahren*.

Ergebnisse

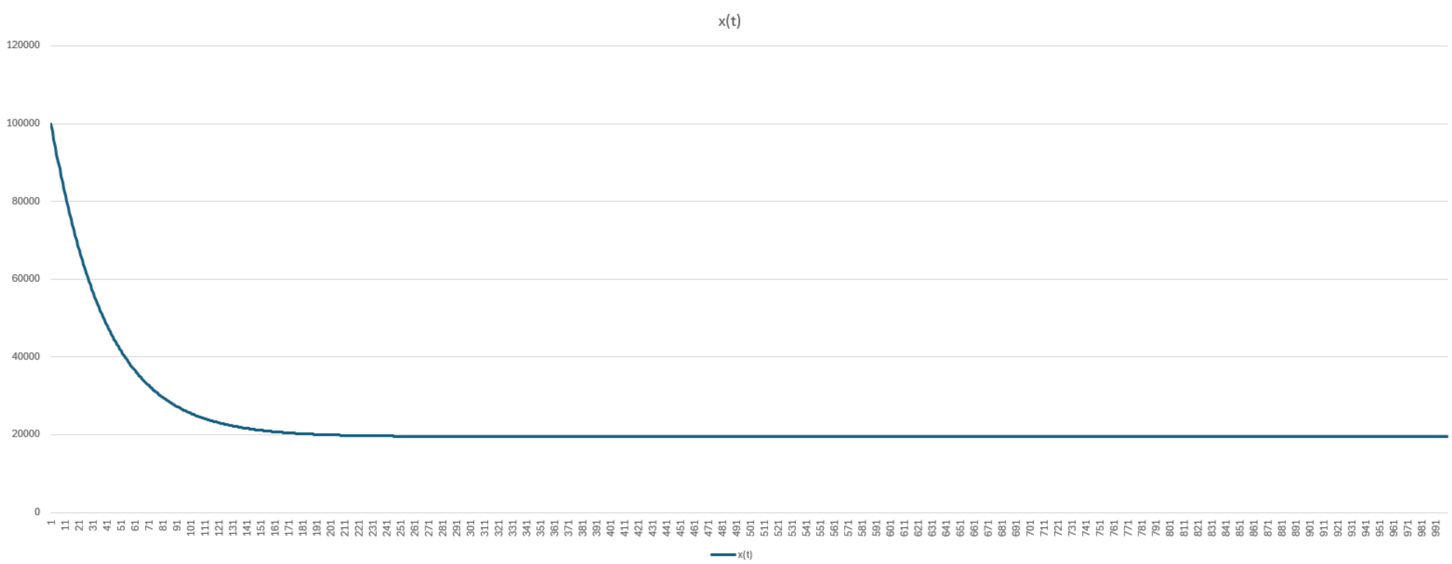
Ergebnis mit $tStep = 1.0$



$Equilibrium ... 19495.72575l$

Erreicht nach ~430 Iterations-Schritten -> ~430h

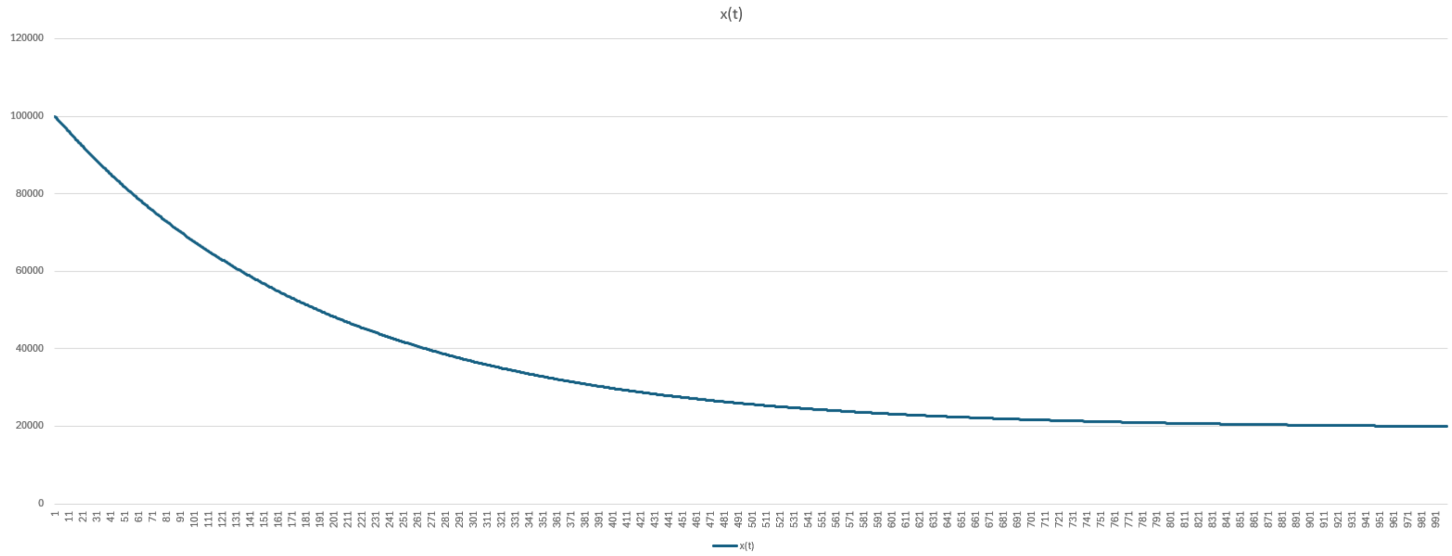
Ergebnis mit $tStep = 0.5$



$Equilibrium ... 19495.72575l$

Erreicht nach ~885 Iterations-Schritten -> ~442.5h

Ergebnis mit $tStep = 0.1$



$Equilibrium ... 19495.72575l$

Erreicht nach ~4460 Iterations-Schritten -> ~446h

> Für die Feststellung des Equilibriums wurden 5 Nachkommastellen betrachtet.