4. Численное интегрирование.

Светимость черного тела

Согласно формуле Планка спектральная плотность энергетической светимости абсолютно черного тела равна

$$\varphi(\lambda, T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5 \left(e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1\right)},$$

где **h=6.6261×10−34** (постоянная Планка, Вт·с2); **k=1.3806×10−23** (постоянная Больцмана, Вт с/К); **c=2.9979×108** (скорость света, м/с); **T=5778** (эффективная температура Солнца, К). Формула Планка позволяет узнать, какую энергию излучает единица поверхности тела с эффективной температурой T за единицу времени на каждой единице длины волны λ . Для определения энергии, излучаемой телом в определенном диапазоне частот λ1 , λ2 , необходимо найти интеграл

$$R(\lambda_1, \lambda_2, T) = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \varphi(\lambda, T) d\lambda.$$

Применим эти знания к Солнцу. Нас не должно удивлять, что формулу для абсолютно черного тела мы применяем к Солнцу. Среди тел нашей системы Солнце всех лучше удовлетворяет свойствам абсолютно черного тела.

Чтобы узнать полную энергетическую светимость Солнца надо умножить **R(λ1,λ2,T)** на площадь поверхности Солнца. Пригодится его радиус: **R=6.957×108** (м)

1. Постройте для Солнца график зависимости φ(λ,T) от λ .
2. С помощью численного интегрирования найдите светимость Солнца на видимой области длин волн, т.,е. для λ в диапазоне от **λ1=3.5×10−7 до λ2=7×10−7** .
3. Найдите также светимость Солнца для всех длин волн: от 0 до ∞ (вам придется брать несобственный интеграл).
4. Этот интеграл, оказывается, можно взять аналитически и энергетическая светимость равна **R∗=σT4** , где

   $$\sigma = \frac{8\pi^5 k^4}{15c^3 h^3}$$

Это так называемый закон Стефана–Больцмана. Константа σ называется константой Стефана–Больцмана. Чтобы узнать полную энергетическую светимость не забудьте $\mathbf{R}^*$ умножить на площадь поверхности Солнца. Сравните полученный результат с результатом из предыдущего пункта.

5. Найдите так называемую солнечную постоянную – мощность солнечного излучения, падающего перпендикулярно на единичную площадку на высоте верхней границы атмосферы Земли. Вам пригодится расстояние от Солнца до Земли: **149.6×10^9** м
6. Попробуйте найти вычисленные вами величины в литературе и сравните ваши значения с найденными.
7. Сделайте выводы.

Выполнение

Для начала подключил нужные мне библиотеки.

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import scipy.integrate as spi
```

Дальше прописал нужные константы.

```
# Задаю константы
h = 6.6261e-34    # Постоянная Планка
c = 2.9979e8      # Скорость света
k = 1.3806e-23    # Постоянная Больцмана
T = 5778         # Температура Солнца
R = 6.957e8      # Радиус Солнца
sigma = 5.67032e-8    # Константа Стефана-Больцмана
distance = 149.6e9   # Расстояние от Солнца до Земли
```

1.Приступаю к построению графика.

Прописываю диапазон волн и количество точек на графике.

```
lambda_min1 = 0.1e-6     # Минимальная длина волны
lambda_max1 = 2.0e-6     # Максимальная длина волны
num_points = 1000       # Количество точек на графике
```

Создаю массив длин волн.

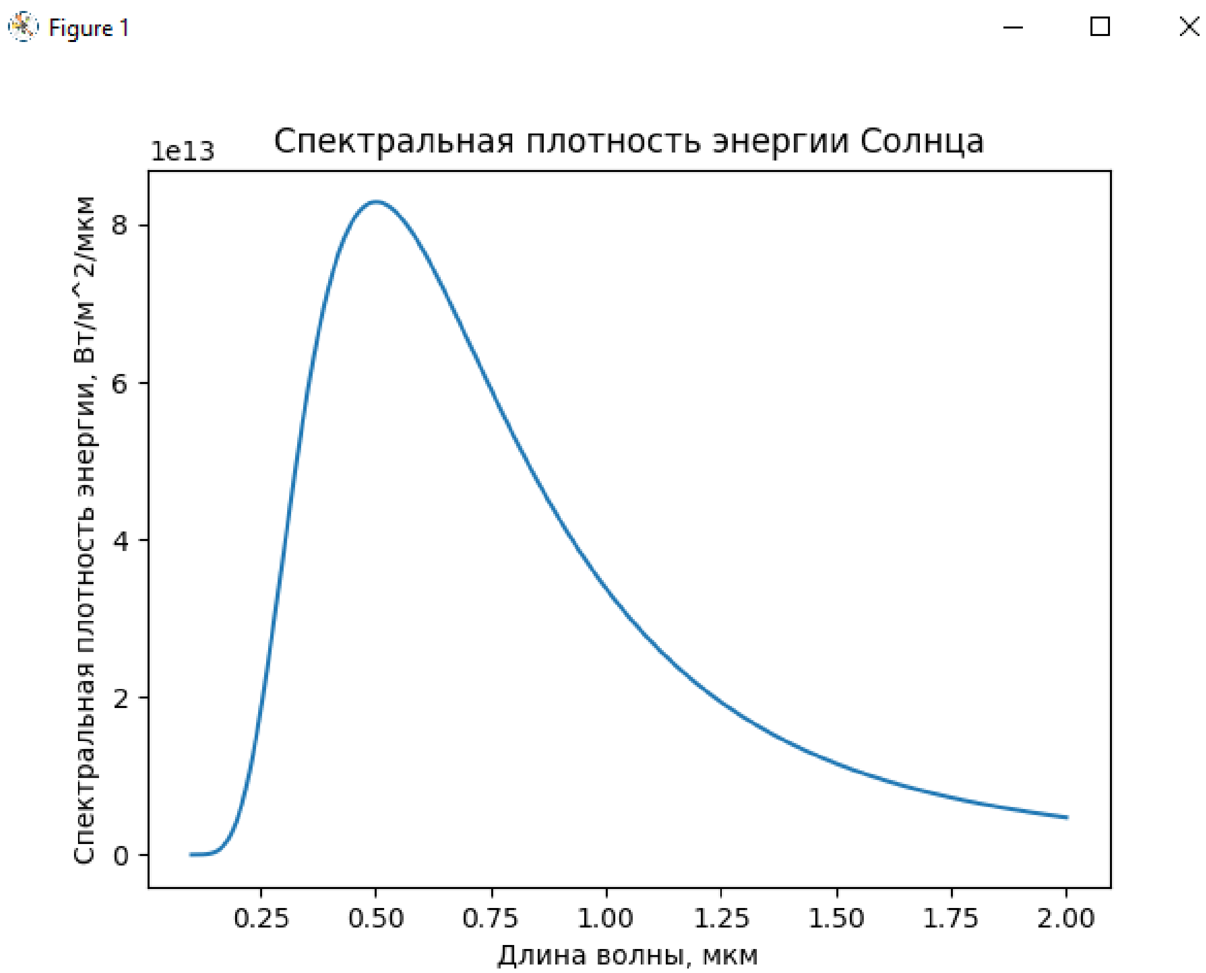
```
lambdas = np.linspace(lambda_min1, lambda_max1, num_points)
```

По формуле нахожу спектральную плотность энергии для каждой волны.

```
phi = (2*np.pi*h*c**2/lambdas**5) * (np.exp(h*c/(lambdas*k*T))-1)**-1
```

И с помощью подключенной библиотеки “matplotlib” строю график.

```
plt.plot(lambdas*1e6, phi)
plt.xlabel('Длина волны, мкм')
plt.ylabel('Спектральная плотность энергии, Вт/м^2/мкм')
plt.title('Спектральная плотность энергии Солнца')
plt.show()
```



2.Нахожу светимость Солнца на заданном диапазоне.

Для этого создаю сам диапазон.

```
lambda_min2 = 3.5e-7   # минимальная длина волны (в метрах)
lambda_max2 = 7.0e-7   # максимальная длина волны (в метрах)
```

Создаю функцию которая находить нужный нам интеграл.

```
def integrall(lambd):
    return (2 * np.pi * h * c**2 / lambd**5) * (np.exp(h * c / (lambd * k * T)) - 1)**-1
```

Нахожу результат на данной области.

```
result1, error1 = spi.quad(integrall, lambda_min2, lambda_max2)
```

Умножаю на площадь поверхности Солнца и вывожу.

```
svet1 = result1 * 4 * np.pi * R**2
# Выводим результат
print("Светимость Солнца на видимой области длин волн: {:.2e} Вт".format(svet1))
```

3.Нахожу светимость Солнца для всех длин волн.

Нахожу несобственный интеграл.

```
result2, error2 = spi.quad(integrall , 0, np.inf)
```

Умножаю результат на площадь повехности и вывожу.

```
svet2 = result2 * 4 * np.pi * R**2
# Выводим результат
print("Светимость Солнца для всех длин волн: {:.2e} Вт".format(svet2))
```

4.Нахожу светимость Солнца по закону Стефана–Больцмана.

Вычисляю светимость солнца с помощью константы Больцмана и вывожу.

```
sigma = 5.67032e-8    # Константа Стефана-Больцмана
```

```
svet3 = sigma * T**4 * 4 * np.pi * R**2
# Выводим результат
print("Светимость Солнца по закону Стефана-Больцмана: {:.2e} Вт".format(svet3))
```

Можно заметить что результаты схожи.

```
Светимость Солнца для всех длин волн: 3.83e+26 Вт
Светимость Солнца по закону Стефана-Больцмана: 3.84e+26 Вт
```

5.Вычисляю солнечную постоянную.

Для этого я воспользовался светимостью Солнца из 3 пункта и вывел ее.

```
solar_constant = svet2 / (4*np.pi * distance**2)
# Выводим результат
print("Солнечная постоянная: {:.2f} Вт/м^2".format(solar_constant))
```

6.Вывод

```
Светимость Солнца на видимой области длин волн: 1.61e+26 Вт
Светимость Солнца для всех длин волн: 3.83e+26 Вт
Светимость Солнца по закону Стефана-Больцмана: 3.84e+26 Вт
Солнечная постоянная: 1361.09 Вт/м^2
```

Литературные данные:
Светимость Солнца равна **3.827 *10^26 Вт.**
Солнечная постоянная равна **1360+-0.5 Вт/м2.**
Я сверил свои полученные данные с литературными и получил приблизительно похожие результаты.

7.Подведу итог.

Провел нужные вычисления, выполнил поставленные задачи, сверил полученные значения и убедился в правильности работы программы. Могу заметить что результаты не полностью точны и это возмозможно связано с вычислениями чисел с плавающей запятой самим phython. Так как ему свойственно округлять большие числа с плавающей запятой для упрощения работы.