RS40 - Réseaux et Cybersécurité niveau 1

BENEDUCI Marie

14/05/2023

Table des matières

1.		Introduction	3
		Implémentation des fonction manquantes	
	1.	Exponentiation modulaire	4
	2.	Algorithme d'Euclide étendu	6
3.		Améliorations	7
	1.	Amélioration du processus de vérification de la signature de Bob	7
	2.	Définition d'une nouvelle limite de caractère pour le message	9
	3.	Théorème du reste chinois	10
	4.	Découpage du message par blocs et au bourrage	13
4		Conclusion	18

1. Introduction

Ce document est un rapport d'analyse sur un TP réalisé en RS40 à l'UTBM. L'objectif de ce dernier est d'implémenter le déploiement d'un ensemble de mécanismes cryptographiques pour sécuriser l'échange entre deux parties : Alice et Bob. Le TP considère un message envoyé de Bob vers Alice, où chacun dispose d'une paire de clés (publique, privée) pour le chiffrement RSA. Bob chiffre le message avec la clé publique d'Alice. Il procède aussi à la signature de l'empreinte numérique du message avec sa clé privée. Alice reçoit le message le déchiffre et vérifie la signature de Bob.

Ce TP a été réalisé au travers d'un exercice guidé et à partir d'un code de base donné.

Vous trouverez dans ce rapport une explication et une analyse de chaque étape de programmation suivant le TP.

Le code source du projet ainsi que de ce rapport sont disponibles sur mon Github :

https://github.com/Mxrie2001/RS40-RSA

2. Implémentation des fonction manquantes

Dans un premier temps nous est demandé dans le TP d'implémenter 2 fonctions :

- home_mod_expnoent(x,y,n): La fonction qui permet de réaliser l'exponentiation modulaire x^y%n.
- home_ext_euclide(y,b) : La fonction permettant d'obtenir la clé secrète en utilisant l'algorithme d'Euclide étendu.

1. Exponentiation modulaire

Pour implémenter cette fonction, on se sert de l'algorithme en pseudo code vu en cours :

```
Algorithme 1 Calcul de y = x^p \mod (n)

Entrées: n \ge 2, x > 0, p \ge 2

Sortie: y = x^p \mod (n)

Début p = (d_{k-1}; d_{k-2}; \cdots; d_1; d_0) % Écriture de p en base 2 R_1 \leftarrow 1 R_2 \leftarrow x

Traitement Pour i = 0; \cdots; k-1 Faire Si d_i = 1 Alors R_1 \leftarrow R_1 \times R_2 \mod (n) % Calcul de la colonne 4 du tableau si le bit est 1 Fin Si R_2 \leftarrow R_2^2 \mod (n) % carré modulo n de la colonne 3 du tableau Fin Pour
```

Notre objectif ici est de calculer rapidement une puissance modulo un nombre donné.

Voici le code :

```
def home_mod_expnoent(x, y, n): # exponentiation modulaire
    # Convertir y en binaire et stocker chaque bit dans une liste
    tab = []
    binaireY = bin(y) # convertir en binaire
    binaireY = binaireY[2::] # supprimer le '0b' au début

# ajouter chaque bit de y à la liste tab
    for i in range(len(binaireY)):
        tab.append(binaireY[i])

# renverser la liste tab pour lire les bits dans le bon ordre
    tab.reverse()

# initialiser r1 et r2
    r1 = 1
    r2 = x

# Parcourir les bits de y
    for i in range(0, len(tab)):
        if tab[i] == str(1): # si le bit est égal à 1
            r1 = (r1 * r2) % n # calculer r1
        r2 = (r2 ** 2) % n # calculer r2

return r1 # renvoyer le résultat final
```

La fonction home_mod_expnoent prend en entrée trois paramètres : x, la base de la puissance, y, l'exposant et n, le modulo.

Dans un premier temps, la fonction convertit l'exposant y en binaire en utilisant la fonction bin(y) et en retirant les deux premiers caractères pour ne conserver que la représentation binaire. Les bits de l'exposant binaire sont ensuite stockés dans une liste tab pour être traités un à un.

Ensuite, la fonction utilise l'algorithme d'exponentiation modulaire pour calculer la puissance modulo n. Elle initialise deux variables r1 et r2 à 1 et x respectivement.

Puis, elle itère sur chaque bit de l'exposant y stocké dans la liste tab. Si le bit est égal à 1, la fonction multiplie la valeur de r1 par r2 modulo n. Enfin, elle calcule la valeur de r2 élevée au carré modulo n.

Finalement, la fonction retourne la valeur de r1 qui représente la valeur de x élevée à la puissance y modulo n.

A noter que cette méthode est efficace car elle ne nécessite pas de calculer la valeur de x élevée à la puissance y en entier avant d'appliquer la division modulo n. Cela permet de réduire considérablement le temps de calcul pour de grandes valeurs de y.

2. Algorithme d'Euclide étendu

Nous devons maintenant appliquer l'algorithme d'Euclide étendu afin d'obtenir la clef secrète par la suite.

Voici le code:

```
def home_ext_euclide(y, b):
    # Initialisation de variables et listes
    q = []
    u = [1, 0]
    nouvr = y
    r = b

# Boucle qui calcule le pgcd et les coefficients de Bézout
while nouvr:
    # Effectue une division euclidienne pour obtenir le quotient et le reste
    quotient, nouvr, r = r // nouvr, r % nouvr, nouvr
    # Calcule les coefficients de Bézout
    u.append(u[-2] - quotient * u[-1])
    # Stocke le quotient
    q.append(quotient)

# Calcul du résultat final
return u[-2] % y
```

La fonction home_ext_euclide implémente l'algorithme d'Euclide étendu pour trouver l'inverse d'un élément b dans le corps modulaire y, c'est-à-dire, l'exposant secret permettant de résoudre l'équation b^x = c (mod y).

La fonction commence par initialiser les variables et listes nécessaires pour le calcul, à savoir q pour les quotients, u pour les coefficients de Bézout, et nouvr et r pour les valeurs à diviser.

Ensuite, la fonction entre dans une boucle qui calcule le pgcd et les coefficients de Bézout en alternance, jusqu'à ce que nouvr atteigne 0. Dans chaque itération de la boucle, la fonction calcule le quotient et le reste de la division euclidienne de r par nouvr, puis échange les valeurs de nouvr et r. Les coefficients de Bézout sont également mis à jour à chaque itération. Les valeurs de quotient sont stockées dans la liste q pour une utilisation ultérieure.

Finalement, la fonction calcule le résultat final, qui est le coefficient de Bézout u[-2] modulo 'y'.

Les commentaires dans la fonction expliquent chaque étape en détails comme dans la fonction précédente.

3. Améliorations

1. Amélioration du processus de vérification de la signature de Bob

Le md5 étant une fonction faible, nous allons, afin d'améliorer le processus de vérification de la signature de Bob la remplacer par la fonction Sha-256.

Pour mieux comprendre, il faut savoir que MD5 (Message Digest 5) et SHA-256 (Secure Hash Algorithm 256 bits) sont 2 algorithmes de hachage cryptographiques largement utilisés pour sécuriser les données sensibles.

L'objectif principal de ces algorithmes est de prendre une entrée (message) de longueur variable et de la transformer en une sortie (digest) de longueur fixe. Cette sortie est censée être unique pour chaque message donné, de sorte qu'un petit changement dans le message entraîne une grande différence dans la sortie.

La principale différence entre MD5 et SHA-256 est la taille de leur sortie de hachage. MD5 produit une sortie de 128 bits, tandis que SHA-256 produit une sortie de 256 bits. Cela signifie que SHA-256 offre un niveau de sécurité plus élevé que MD5, car il est beaucoup plus difficile de trouver deux messages différents qui ont la même sortie de hachage SHA-256 que deux messages qui ont la même sortie de hachage MD5.

En outre, MD5 est considéré comme vulnérable aux attaques de collision, ce qui signifie que des messages différents peuvent avoir la même sortie de hachage MD5. Des attaques de collision réussies ont été réalisées sur MD5, ce qui a conduit à sa mise en garde. SHA-256, en revanche, est considéré comme résistant aux attaques de collision.

Ainsi dans le cadre de ce TP, nous avons dans un premier temps remplacer tous les md5() par sha256(). 2 lignes de code seront impactées :

```
print("On utilise la fonction de hashage SHA-256 pour obtenir le hash du message avec plus de
sécurité", secret)
BhachisO = hashlib.sha256(secret.encode(encoding='UTF-8', errors='strict')).digest() # SHA-256 du
message
```

```
print("Alice vérifie si elle obtient la même chose avec le hash de ", dechif)
Ahachis0 = hashlib.sha256(dechif.encode(encoding='UTF-8', errors='strict')).digest()
```

Mais en lançant le code, une erreur... ça ne marche pas :

Ceci est normal car la taille du message est maintenant supérieure à la clé il faut donc augmenter la taille des clés. Pour cela nous utilisons le site web : https://bigprimes.org/ pour régénérer 4 nouvelles clés de 60 caractères.

```
# voici les éléments de la clé d'Alice

# x1a = 2010942103422233250095259520183 # p

# x2a = 3503815992030544427564583819137 # q

x1a = 608374008321988961645676216446814912308108652191114995556897 # p nouvelle clef de 60 caracteres
pour sha256

x2a = 310862287259718118908416875730252948527603190886142270567957 # q nouvelle clef de 60 caracteres
pour sha256

na = x1a * x2a # n

phia = ((x1a - 1) * (x2a - 1)) // home_pgcd(x1a - 1, x2a - 1)

ea = 17 # exposant public

da = home_ext_euclide(phia, ea) # exposant privé

# voici les éléments de la clé de bob

# x1b = 9434659759111223227678316435911 # p

# x2b = 8842546075387758637728590482297 # q

x1b = 762807463949654769548656894998136037163904829497830908642209 # p nouvelle clef de 60 caracteres
pour sha256

x2b = 357925266421579046844087625375712068094818394193046496285147 # q nouvelle clef de 60 caracteres
pour sha256

nb = x1b * x2b # n

phib = ((x1b - 1) * (x2b - 1)) // home_pgcd(x1b - 1, x2b - 1)

eb = 23 # exposants public

db = home_ext_euclide(phib, eb) # exposant privé
```

Après cela le code marche de nouveau en le lançant.

2. Définition d'une nouvelle limite de caractère pour le message

La fonction de hachage ayant été changé, il est maintenant plus sécurisé d'envoyer des données. Après plusieurs recherches, nous pouvons dire que théoriquement la taille maximale de données à hacher avec la méthode SHA-256 est de 2^64-1 bits, soit 2^61-1 octets, soit environ 2.3 x 10^18 octets. Cela signifie qu'il est pratiquement impossible d'atteindre cette limite avec les technologies actuelles.

Dans le cadre général, pour une utilisation pratique, les données à hacher ne devraient pas dépasser quelques mégaoctets afin de garantir des temps de traitement raisonnables et une sécurité adéquate.

Notons que 1 mégaoctet (1 Mo) correspond à 1 048 576 octets. Le nombre de caractères dans 1 Mo dépend de l'encodage utilisé pour représenter ces caractères. Par exemple, si l'encodage est UTF-8, qui utilise généralement un octet pour représenter les caractères ASCII et jusqu'à 4 octets pour certains caractères non-ASCII, le nombre de caractères dans 1 Mo peut varier de 1 048 576 (pour des textes ne contenant que des caractères ASCII) à environ 262 144 (pour des textes contenant des caractères non-ASCII).

Pour ce TP, après plusieurs tests nous pouvons déduire que la taille maximale pour que le programme fonctionne est de 50 caractères. A noter que, la taille du message échangé entre Alice et Bob est limitée par la taille de la clé. Pour respecter cela, il faut modifier la fonction de limite de caractère et son appel ainsi :

```
def mot50char(): # entrer le secret
    secret = input("donner un secret de 50 caractères au maximum : ")
    while (len(secret) > 51):
        secret = input("c'est beaucoup trop long, 50 caractères S.V.P : ")
    return (secret)
```

```
x = input("appuyer sur entrer")
secret = mot50char()
```

3. Théorème du reste chinois

Dans la suite de ce TP, il nous faut modifier l'algorithme de RSA afin qu'il soit plus léger grâce au théorème du reste chinois. En nous appuyant sur le document fournit, nous pouvons coder la fonction utilisant le théorème chinois et son calcul préalable en suivant le pseudo code donné :

Algorithme de calcul $m = c^d \% n$ en utilisant CRT

Calcul préalable :

- 1- Avec $n = x_i x_i$ prendre $q = x_i$ et $p = x_i$ tel que $x_i < x_i$
- 2- Calculer q^{-1} dans \mathbb{Z}_p
- 3- Calculer $d_q = d\%(q-1)$ et $d_p = d\%(p-1)$

Ces calculs sont réalisés qu'une seule fois et les valeurs de q^{-1} , d_q et d_p sont gardées secrètement. A la réception d'un message c, effectuer les opérations suivantes :

- 1- Calculer $m_q = c^{d_q} \% q$ et $m_p = c^{d_p} \% p$
- 2- Calculer $h = \left(\left(m_p m_q \right) q^{-1} \right) \% p$
- 3- Calculer $m = (m_q + h \times q)\%n$

Nous arrivons donc dans un premier temps à ce code pour le calcul préalable :

```
def calculPréalable(xi, xj, d):
    # Initialisation de la variable n
    n = xi * xj

# Si xi est inférieur à xj, q prend la valeur de xi et p prend la valeur de xj
# Sinon, q prend la valeur de xj et p prend la valeur de xi
if (xi < xj):
    q = xi
    p = xj
else:
    q = xj
    p = xi
# Appel de la fonction home_ext_euclide avec les arguments p et q
qPrime = home_ext_euclide(p, q)

# Calcul du reste de la division de d par q-1 et p-1, respectivement
dq = d % (q - 1)
dp = d % (p - 1)
return (qPrime, dq, dp, q, p, n)</pre>
```

Et à celui-ci pour la suite, c'est-à-dire l'utilisation du théorème du reste chinois directement :

```
def CRT(xi, xj, d, message):
    # Appel de la fonction calculPréalable pour déterminer les valeurs de qPrime, dq, dp, q, p et n
    (qPrime, dq, dp, q, p, n) = calculPréalable(xi, xj, d)

# Calcul de mq et mp en utilisant la fonction home_mod_expnoent
    mq = home_mod_expnoent(message, dq, q)
    mp = home_mod_expnoent(message, dp, p)

# Calcul de la variable h comme le reste de la division de ((mp-mq) multiplié par qPrime) par p
    h = ((mp - mq) * qPrime) % p

# Calcul de la variable m comme le reste de la division de (mq plus h multiplié par q) par n
    m = (mq + h * q) % n

return m
```

Pour ces 2 fonction, il s'agit d'une application directe du pseudo code.

Pour vérifier que cette méthode fonctionne bien, il nous faut l'appeler dans les résultats, et l'utiliser. Nous allons donc rajouter ces lignes pour comparer les 2 méthodes :

```
print("voici la signature avec la clé privée de Bob du hachis")
signe = home_mod_expnoent(Bhachis3, db, nb)
print(signe)

print("voici la signature avec la clé privée de Bob du hachis avec le CRT")
signe2 = CRT(x1b, x2b, db, Bhachis3)
print(signe2)
```

```
print("Alice déchiffre le message chiffré \n", chif, "\nce qui donne ")
dechif = home_int_to_string(home_mod_expnoent(chif, da, na))
print(dechif)

print("Déchiffrement par le CRT : ")
dechiffreCRT=CRT(xla,x2a,da, chif)
print("Alice déchiffre le message chiffré avec la clé de Bob \nCe qui donne : ")
print(home_int_to_string(dechiffreCRT))
```

```
print("Alice déchiffre la signature de Bob \n", signe, "\n ce qui donne en décimal")
designe = home_mod_expnoent(signe, eb, nb)
print(designe)

print("Alice déchiffre la signature CRT de Bob \n", signe2, "\n ce qui donne en décimal")
designe2 = home_mod_expnoent(signe2, eb, nb)
print(designe2)
```

```
print("La différence =", Ahachis3 - designe)
if (Ahachis3 - designe == 0):
    print("Alice : Bob m'a envoyé : ", dechif)
else:
    print("oups")

print("La différence pour le CRT =", Ahachis3 - designe2)
if (Ahachis3 - designe2 == 0):
    print("Alice : Bob m'a envoyé : ", dechif)
else:
    print("oups")
```

En exécutant le code, nous arrivons à ceci :

Le résultat final étant :

```
La différence = 0
Alice : Bob m'a envoyé : test ça marche tjrs?
La différence pour le CRT = 0
Alice : Bob m'a envoyé : test ça marche tjrs?
Process finished with exit code 0
```

Nous pouvons donc en déduire que tout marche.

4. Découpage du message par blocs et au bourrage

Pour cette partie, nous allons avoir besoin de plusieurs fonctions, que nous expliquerons au fur et à mesure :

Dans un premier temps nous découpons le message en morceau d'une taille j aléatoire.

```
def créationBlocsMessage(message):
    # Initialisation de la liste de blocs et limite du k
    m = []

    if len(message) % 2 == 0: # le message a une longueur
paire limit = len(message) // 2
    else: # le message a une longueur impaire
        limit = (len(message) - 1) // 2

    j = random.randint(2, limit)

    print( "\ntaille de j:",j,"\n")
    # Boucle pour couper le message
    while len(message) > j:
        mi = message[:j]
        m.append(mi)
        message = message[j:]

# Ajout de la dernière sous-chaîne
m.append(message)
    print("Messages: ", m)

return m
```

Cette fonction prend en entrée une chaîne de caractères message et renvoie une liste de souschaînes de message, appelées "blocs de message". Elle utilise également la bibliothèque random de Python pour générer un nombre aléatoire j qui est utilisé pour découper la chaîne de caractères.

 Ensuite, nous allons transformer ces petits blocs de message en décimal pour la suite de l'exercice

```
def blocDecimal(messages):
    messageDecimal = []
    for m in messages:
        messageDecimal.append(home_string_to_int(m))
    print("Version en nombre décimal des messages ", messageDecimal)
    return messageDecimal
```

Cette fonction appelle pour chaque bloc de string la fonction home_string_to_int implémentées plus haut qui renverra un tableau de decimal correspondant aux bouts de message.

• Il faut maintenant créer les blocs :

```
def creationBloc(messages):
    blocks = []
    limitK = 60
    k = random.randint(5, limitK)
    print('taille de k :', k)
    for m in messages:
        sizeX = -1
        while sizeX < 0:
            sizeX = k-len(str(m)) - 4 # k - j - 3 octets sous forme de caracteres
    print('taille de x :', sizeX)

        x= ''
        for i in range(sizeX):
            xsuite = secrets.randbelow(9) + 1
            x += str(xsuite)

    print('x :', x)
    # Construire le bloc de la forme : 00||02||x||00||mi||
    block = '00' + '02' + x + '00' + str(m)

    blocks.append(block)

print('blocks :', blocks)
    return blocks</pre>
```

Cette fonction permet de créer des blocs de données à partir d'un ensemble de messages. Pour chaque message, la fonction génère un nombre aléatoire x qui sera utilisé pour remplir le bloc. Le bloc sera ensuite construit en concaténant différentes parties ensemble (données dans l'énoncé).

Plus précisément, la fonction commence par initialiser une liste vide appelée "blocks" qui contiendra tous les blocs de données générés. La variable limitK est initialisée à 60, ce qui sera la limite supérieure pour la taille des blocs. Elle devrait être limité à log2(n) mais je n'ai pas réussi à l'implémenter.

Pour chaque message m dans la liste messages, la fonction génère aléatoirement un entier k compris entre 5 et limitK. De même, la fonction calcule la taille sizeX du bloc x en soustrayant la longueur du message m et 4 du nombre k. Ce calcul vise à laisser de l'espace pour d'autres éléments du bloc.

La fonction génère aléatoirement une chaîne de caractères x de taille sizeX en concaténant des chiffres aléatoires générés par la fonction `secrets.randbelow(9) + 1`.

Ensuite, elle construit un bloc de données en concaténant différentes parties : "00" + "02" + x + "00" + le message m. Enfin, le bloc de données est ajouté à la liste `blocks`.

En résumé, la fonction génère des blocs de données en ajoutant des éléments aléatoires x et des messages spécifiés à partir de la liste messages. Chaque bloc est construit en suivant un format spécifique. La fonction retourne ensuite la liste des blocs générés.

Pour en finir avec l'envoie il faut crypter le message en utilisant le RSA

```
def blocsRSA(blocks, ea, na):
    chiffblocks = []
    for m in blocks:
        chiff = home_mod_expnoent(int(m), ea, na)
        chiffblocks.append(chiff)

print("voici les blocks message chiffré avec la publique d'Alice : \n", chiffblocks)
    return chiffblocks
```

Ici, la fonction appelée pour chaque élément de la liste block est home_mod_exponent (expliqué et implémentée plus haut dans le rapport). Cette dernière va donc chiffrer nos différents blocs et nous renvoyer une liste de blocks chiffrés.

Passons maintenant au déchiffrage

```
def blocsRSAinv(blockschiffree, da, na):
    dechiffblocks = []
    for m in blockschiffree:
        dechiff = home_mod_expnoent(m, da, na)
        dechiffblocks.append(dechiff)

print("Alice déchiffre le bloc message chiffré rendu en decimal: \n", dechiffblocks)
    return dechiffblocks
```

Tout à l'inverse de précédemment nous allons maintenant récupérer la liste des blocs chiffrés et les déchiffrés avec la même fonction que précédemment à savoir home_mod_exponent mais avec des paramètres différents. Ce déchiffrement nous renverra la liste de blocs sous forme décimal.

• Pour finir, il nous faut retrouver le message initialement envoyé

```
def dechiffrementRSAblocs(dechiffblocks):
    dechiffblocksMessage = []
    dechiffblocksMessageString = []
    for m in dechiffblocks:
        bloc_str = str(m)
        for i in range(len(bloc_str)):
            if bloc_str[i:i + 2] == '00':
                bloc_str = bloc_str[i + 2:]
            break
        dechiffblocksMessage.append(int(bloc_str))
    print("Alice obtient les message decimaux: \n", dechiffblocksMessage)

for md in dechiffblocksMessage:
        blocstring = home_int_to_string(md)
        dechiffblocksMessageString.append(blocstring)
    print("Alice obtient les messages : \n", dechiffblocksMessageString)

messageEnvoye = "".join(dechiffblocksMessageString)
    print("Pour finir, alice regroupe les differents blocs et recupere le message envoyé: \n",
messageEnvoye)
```

La fonction dechiffrementRSAblocs prend en entrée une liste de blocs chiffrés avec RSA, où chaque bloc est représenté sous forme d'un entier. La fonction a pour objectif de déchiffrer chaque bloc pour obtenir le message original, puis de regrouper les différents messages obtenus pour reconstituer le message envoyé.

En testant la méthode ici :

Nous obtenons ce résultat :

```
Methode inspirée de PKC58iv1.5:

taille de j: 2

Messages: ['ca', 'a', 'an', 'ch', 'e']

Version en nombre décimal des messages [25063, 27936, 29281, 26723, 101]

taille de k: 10

taille de k: 11

taille de x: 1

x: 3

taille de x: 1

x: 4

taille de x: 1

x: 8

taille de x: 1

x: 6

Taille de x: 1

x: 8

taille de x: 1

x: 9

taille de x: 1

taille de x: 1

x: 9

taille de x: 1

taille de x: 1

x: 9

taille de x: 1

taille de x:
```

Ce qui prouve bien que la méthode marche, le message initial est bien retrouvé!

4. Conclusion

Pour conclure, ce TP m'a permis de réaliser des fonctions illustrant des mécanismes cryptographiques pour sécuriser l'échange entre deux parties. Ce TP a été très intéressant pour moi, malgré le fait qu'il était assez flou dans un premier temps, après avoir fait plusieurs tests, j'ai pu mieux comprendre le principe afin d'appliquer les notions vues en cours et en TD.