17.40

$$\begin{cases} f(x) = 2x_1^2 - 4x_2 - x_1 \to \min,\ x \in \mathbb{R}^2 \\ \left.\begin{matrix} g_1(x) = 3x_1 - x_2 + 1 \le 0 \\ g_2(x) = x_2^2 - 2 \le 0 \end{matrix}\right\} Q \end{cases} \tag{1}$$

Функция Лагранжа:

$$F(x,\lambda) = 2x_1^2 - 4x_2 - x_1 + \lambda_1(3x_1 - x_2 + 1) + \lambda_2(x_2^2 - 2) \tag{2}$$

$$\lambda_1 \ge 0,\ \lambda_2 \ge 0$$

Стационарность

$$\frac{\partial F}{\partial x}(x^0, \lambda^0) = 0 \tag{3}$$

$$\begin{cases} 4x_1 - 1 + 3\lambda_1 = 0 \\ -4 - \lambda_1 + 2\lambda_2 x_2 = 0 \end{cases} \tag{4}$$

Дополняющая нежесткость

$$\langle \lambda_i^0, g_i(x^0) \rangle = 0,\ i = 1, 2 \tag{5}$$

$$\begin{cases} \lambda_1(3x_1 - x_2 + 1) = 0 \\ \lambda_2(x_2^2 - 2) = 0 \end{cases} \tag{6}$$

Пусть $3x_1 - x_2 + 1 = 0$ и $x_2^2 - 2 = 0$.

Из (4) получаем 2 точки $A(\frac{\sqrt{2}-1}{3}, \sqrt{2})$, $B(\frac{-\sqrt{2}-1}{3}, -\sqrt{2})$

Для точки A имеем $\lambda_1 = \frac{7-4\sqrt{2}}{9} > 0,\ \lambda_2 = \frac{43-4\sqrt{2}}{18\sqrt{2}} > 0$

Для точки B имеем $\lambda_1 = \frac{7+4\sqrt{2}}{9} > 0,\ \lambda_2 = -\frac{43+4\sqrt{2}}{18\sqrt{2}} < 0$

$$\min_{x \in Q} f(x) = 1 - \frac{43\sqrt{2}}{9}$$