47

$$J(y) = \int_1^2 \frac{\sqrt{1+y_x^2}}{y_x^3}\,dx \tag{1}$$

$$y(1) = -3,\ y(2) = -8 \tag{2}$$

Поскольку подынтегральная функция зависит только от y_x, то из необходимого условия слабой минимали заключаем, что решение имеет вид $y = ax + b$.
Из (2) получаем $y = -5x + 2$. Проверим необходимое условие Лежандра-Клебша:

$$\frac{\partial F}{\partial y_x} = \frac{\frac{y_x^4}{\sqrt{(1+y_x^2)}} - \sqrt{1+y_x^2}\cdot y_x^2}{y_x^6} = -\frac{2y_x^2+3}{y_x^4\cdot\sqrt{1+y_x^2}}$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial y_x^2} = -\frac{4y_x^5\sqrt{1+y_x^2} - (2y_x^2+3)\cdot(4y_x^3\sqrt{1+y_x^2} + \frac{y_x^5}{\sqrt{1+y_x^2}})}{x^8(1+y_x^2)} = \frac{6y_x^4+19y_x^2+12}{y_x^5(1+y_x^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$\left.\frac{\partial^2 F}{\partial y_x^2}\right|_{y_x=-5} < 0$$

Не выполняется необходимое условие, следовательно, допустимая кривая не является слабой минималью.