# Задача 9

Primal

variables: $x_1,\ x_2,\ x_3,\ x_4,\ x_5$

$$-4x_1 + 8x_2 + 8x_3 - 3x_5 \to \max$$
$$\begin{cases} -x_1 + 3x_5 = -1, \\ 2x_2 + 4x_3 = 24, \\ x_2 + 3x_4 + 2x_5 = 6, \end{cases}$$
$$1 \le x_1 \le 6,\ 1 \le x_2 \le 6,\ 0 \le x_3 \le 4,$$
$$-2 \le x_4 \le 3,\ -1 \le x_5 \le 4$$

Решим задачу двойственным симплекс-методом. В качестве начального базиса возьмём множество $J_Б = \{2, 4, 5\}$

## Итерация 1

### Шаг 1

$$A_Б^T u = \check{c}_Б$$
$$\left[\begin{array}{ccc|c} 0 & 2 & 1 & 8 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & 2 & -3 \end{array}\right] \implies u = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \\ 0 \end{bmatrix}$$

### Шаг 2

$$\Delta_1 = -4 - [-1, 0, 0] \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \\ 0 \end{bmatrix} = -5 < 0,$$
$$\Delta_3 = 8 - [0, 4, 0] \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \\ 0 \end{bmatrix} = -8 < 0,$$

### Шаг 3

$$\varkappa_1 = 1,\ \varkappa_3 = 0$$
$$A_Б \varkappa_Б = b - A_н \varkappa_н$$

$$b - A_{\text{н}}\varkappa_{\text{н}} = \begin{bmatrix} -1 \\ 24 \\ 6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 4 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 24 \\ 6 \end{bmatrix}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 0 & 0 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 24 \\ 1 & 3 & 2 & 6 \end{array}\right] \implies \varkappa_{\text{Б}} = \begin{bmatrix} 12 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

**Шаг 4**

$$\varkappa_2 = 12 > 6 = d_2^*, \ j_* = 2$$

**Шаг 5**

$$\begin{cases} a_j^T p_u = 0, \ j \in \ J_{\text{Б}} \setminus \{j_*\} \\ a_{j_*} p_u = -\operatorname{sign}(\varkappa_{j_*} - \overline{x_{j_*}}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3p_{u_3} = 0 \\ 3p_{u_1} + 3p_{u_3} = 0 \\ 2p_{u_2} + p_{u_3} = -1 \end{cases} \implies p_u = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{2} \\ 0 \end{bmatrix}$$

**Шаг 6**

$$p_{\delta_j} = -p_u^T a_j, \ j \in J_{\text{н}}$$

$$p_{\delta_1} = -[0, -\frac{1}{2}, 0] \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = 0$$

$$p_{\delta_3} = -[0, -\frac{1}{2}, 0] \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \\ 0 \end{bmatrix} = 2$$

**Шаг 7**

$$\sigma_j = -\frac{\delta_j}{p_{\delta_j}}$$

$$\sigma_1 = \infty$$

$$\sigma_3 = -\frac{\delta_3}{p_{\delta_3}} = -\frac{-8}{2} = 4$$

$$\sigma = 4 \text{ при } j_0 = 3$$

$$J_{\text{Б}} = \{3, 4, 5\}$$

## Итерация 2

### Шаг 1

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 0 & 4 & 0 & 8 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & 2 & -3 \end{array}\right] \implies u = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

### Шаг 2

$$\Delta_1 = -4 - [-1, 2, 0] \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = -5 < 0$$

$$\Delta_2 = 8 - [-1, 2, 0] \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = 4 > 0$$

### Шаг 3

$$\varkappa_1 = 1, \ \ \varkappa_2 = 6$$

$$b - A_{\text{н}}\varkappa_{\text{н}} = \begin{bmatrix} -1 \\ 24 \\ 6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 12 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 0 & 0 & 3 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 12 \\ 0 & 3 & 2 & 0 \end{array}\right] \implies \varkappa_{\text{Б}} = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

### Шаг 4

$$d_{*_3} = 0 < \varkappa_3 = 3 < 4 = d_3^*$$

$$d_{*_4} = -2 < \varkappa_4 = 0 < 3 = d_4^*$$

$$d_{*_5} = -1 < \varkappa_4 = 0 < 4 = d_4^*$$

Псевдоплан $\varkappa = (1, 6, 3, 0, 0)$ с планом $J_{\text{Б}} = \{3, 4, 5\}$ удовлетворяет ограничениям задачи, следовательно, является решением.