Задача 7

Primal

variables: x_1, x_2

$$3x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_2 \le 2, \\ -x_1 + x_2 \ge -2, \\ x_1 + x_2 \ge 1, \end{cases}$$

$$x_1 \ge 0$$
.

Dual

variables: y_1, y_2, y_3

$$2y_1 - 2y_2 + y_3 \to \min$$

$$\begin{cases} -y_2 + y_3 \ge 3, \\ y_1 + y_2 + y_3 = 2, \end{cases}$$

$$y_1 \ge 0, \ y_2 \le 0, \ y_3 \le 0.$$

Приведем задачу к каноническому виду

Primal

variables: x_1, x_2, x_3, x_4

$$3x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 - x_3 = -2, \\ x_1 + x_2 - x_4 = 1, \end{cases}$$

$$0 \le x_1 \le 4, -0.5 \le x_2 \le 2,$$

$$0 \le x_3, \ 0 \le x_4.$$

Dual

variables: $y_1, y_2,$

 $w_1, w_2, w_3, w_4,$

 v_1, v_2, v_3, v_4

$$-2y_1 + y_2 +$$

$$+4w_1 + 2w_2 +$$

 $+0.5v_2 \rightarrow \min$

$$\begin{cases}
-y_1 + y_2 + w_1 - v_1 = 3, \\
y_1 + y_2 + w_2 - v_2 = 2, \\
-y_1 + w_3 - v_3 = 0, \\
-y_2 + w_4 - v_4 = 0
\end{cases}$$

$$w_i > 0, \ v_i > 0, \ i = \overline{1,4}$$

Ранне мы получили решение $x = (4, 2, 0, 0), J_{\scriptscriptstyle B} = \{3, 4\}.$

Оценки и вектор потенциалов равны

$$u = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\Delta_1 = 3 > 0, \ x_1 = d_1^*$$

 $\Delta_2 = 2 > 0, \ x_2 = d_2^*$

Исходя из алгоритма построение плана двойственной задачи

$$y_1 = 0, \ y_2 = 0,$$

 $v_1 = 0, \ w_1 = 3$
 $v_2 = 0, \ w_2 = 2$
 $w_i = v_i = 0, \ i = \overline{3, 4}$

Задача 9

Primal

variables: x_1 , x_2 , x_3 , x_4 , $\overline{x_5}$

$$-4x_1 + 8x_2 + 8x_3 - 3x_5 \to \max$$

$$\begin{cases}
-x_1 + 3x_5 = -1, \\
2x_2 + 4x_3 = 24, \\
x_2 + 3x_4 + 2x_5 = 6,
\end{cases}$$

$$1 \le x_1 \le 6, \ 1 \le x_2 \le 6, \ 0 \le x_3 \le 4,$$

$$-2 \le x_4 \le 3, \ -1 \le x_5 \le 4$$

Dual

variables: $y_1, y_2, y_3,$

$$w_1, w_2, w_3, w_4, w_5,$$

$$v_1, v_2, v_3, v_4, v_5$$

$$-y_1 + 24y_2 + 6y_3 +$$

$$+6w_1 + 6w_2 + 4w_4 + 3w_4 + 4w_5 -$$

$$-v_1 - v_2 + 2v_4 + v_5 \to \min$$

$$\begin{cases}
-y_1 + w_1 - v_1 = -4, \\
2y_2 + y_3 + w_2 - v_2 = 8, \\
4y_2 + w_3 - v_3 = 8, \\
3y_3 + w_4 - v_4 = 0, \\
3y_1 + 2y_3 + w_5 - v_5 = -3,
\end{cases}$$

$$4y_2 + w_3 - v_3 = 8,$$

$$3y_3 + w_4 - v_4 = 0,$$

$$3y_1 + 2y_3 + w_5 - v_5 = -3$$

$$w_i \ge 0, \ v_i \ge 0, \ i = \overline{1,5}.$$

Ранее мы получили решение

$$x = (1, 6, 3, 0, 0), J_{\scriptscriptstyle B} = \{3, 4, 5\}$$

Напомним, чему равны оценки и вектор потенциалов

$$u = \begin{bmatrix} -1\\2\\0 \end{bmatrix}$$

$$\Delta_1 = -5 < 0, \ x_1 = d_{*_1}$$

$$\Delta_2 = 4 > 0, \ x_2 = d_2^*$$

Исходя из алгоритма построение плана двойственной задачи

$$y_1 = -1, \ y_2 = 2, \ y_3 = 0$$

 $v_1 = 5, \ w_1 = 0$
 $v_2 = 0, \ w_2 = 4$
 $w_i = v_i = 0, \ i = \overline{3,5}$