

Лабораторная работа «Интеграл Римана»

Задание. Составьте интегральную сумму для интеграла Римана данной функции по данному промежутку. Вычислите ее и найдите предел. Докажите, что соответствующий интеграл существует. Проверьте с помощью формулы Ньютона-Лейбница. Напишите программу (язык любой), вычисляющую (и желательно, рисующую), интегральные суммы для данной функции на данном отрезке. Входные данные для программы: число точек разбиения, способ выбора оснащения (левые, правые, средние, случайные точки). Разбиение равномерное.

Отчет по заданию должен содержать:

- 1) Аналитическая часть: доказательство существования интеграла Римана; получение интегральной суммы (для одного случая оснащения); нахождение ее предела; сравнение со значением интеграла, найденным по формуле Ньютона—Лейбница.
- 2) Скриншоты результатов работы программы с комментариями. Должны быть несколько графиков слагаемых интегральных сумм (ступенчатые фигуры) для различных разбиений ($n=10, 100$, например) и различных оснащений (4-х графиков достаточно). Для каждого графика должно быть указано значение соответствующей интегральной суммы.
- 3) Текст или скриншот текста программы.
- 4) *(для желающих) Написать программу, вычисляющую приближенное значение интеграла для фиксированного разбиения методом трапеций. Нарисовать соответствующий рисунок и сравнить полученный результат с имеющимися.

Варианты заданий

- | | | |
|-----------------------------------|-------------------------------------|-----------------------------------|
| 1. $f(x) = x^2, [1, 2];$ | 12. $f(x) = \cos x, [0, \pi];$ | 23. $f(x) = 4^x, [1, 2];$ |
| 2. $f(x) = e^x, [0, 1];$ | 13. $f(x) = 2^x, [0, 1];$ | 24. $f(x) = e^{-2x}, [1, 3];$ |
| 3. $f(x) = \sin x, [0, \pi];$ | 14. $f(x) = x^3, [0, 2];$ | 25. $f(x) = x^2, [1, 4];$ |
| 4. $f(x) = \cos x, [0, \pi / 2];$ | 15. $f(x) = 3^x, [-1, 0];$ | 26. $f(x) = e^{2x}, [-1, 0];$ |
| 5. $f(x) = 2^x, [0, 2];$ | 16. $f(x) = e^{-x}, [0, 2];$ | 27. $f(x) = \sin 2x, [0, \pi.2];$ |
| 6. $f(x) = x^3, [0, 1];$ | 17. $f(x) = x^2, [-1, 1];$ | 28. $f(x) = \cos 2x, [0, \pi];$ |
| 7. $f(x) = 3^x, [1, 2];$ | 18. $f(x) = e^{3x}, [0, 0.5];$ | 29. $f(x) = 5^x, [0, 3];$ |
| 8. $f(x) = e^{-x}, [0, 1];$ | 19. $f(x) = \sin 2x, [0, \pi];$ | 30. $f(x) = x^3, [-1, 1];$ |
| 9. $f(x) = x^2, [-3, 0];$ | 20. $f(x) = \cos 2x, [0, \pi / 2];$ | 31. $f(x) = 3^x, [-1, 1];$ |
| 10. $f(x) = e^{2x}, [0, 1];$ | 21. $f(x) = 4^x, [0, 2];$ | 32. $f(x) = e^{-x}, [-1, 1].$ |
| 11. $f(x) = \sin x, [0, 2\pi];$ | 22. $f(x) = x^3, [-2, 0];$ | |