

homework 5

细分曲线

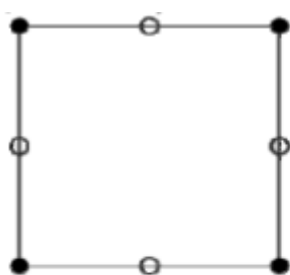
本次作业实现了三种利用细分进行曲线绘制的方法，各个方法介绍如下。

逼近型

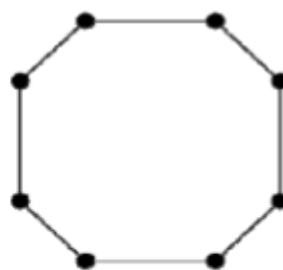
逼近型的细分方法可以看作是在割角。最后得到的曲线不一定会经过原有的点。逼近型的方法可用来生成之前学过的二次以及三次均匀B样条曲线。

Chaikin算法

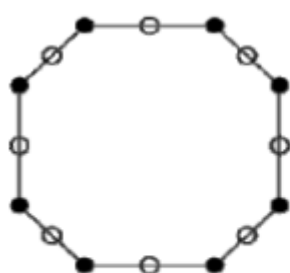
- 每条边取中点，生成新顶点
- 每个点与相邻点平均
- 迭代生成曲线



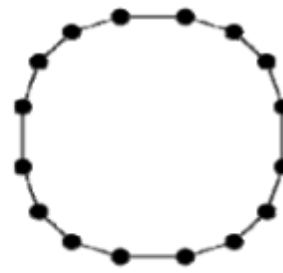
1. Split



2. Average



3. Split



4. Average

可以看到Chaikin算法是逼近型细分。可以证明的是，Chaikin算法是一定会收敛的，最终生成的曲线是二阶均匀B样条，只在节点处是 C^1 ，其他都是 C^∞ 。

三次均匀B样条

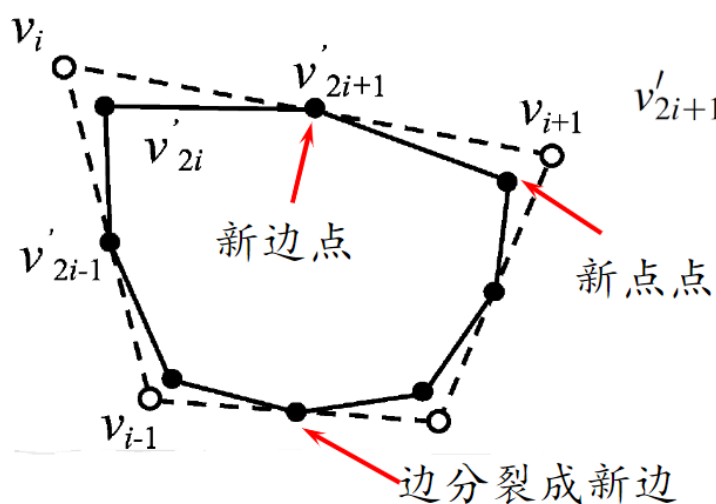
生成三次均匀B样条的方法如下：

- 拓扑规则：边分裂成两条新边

- 几何规则：

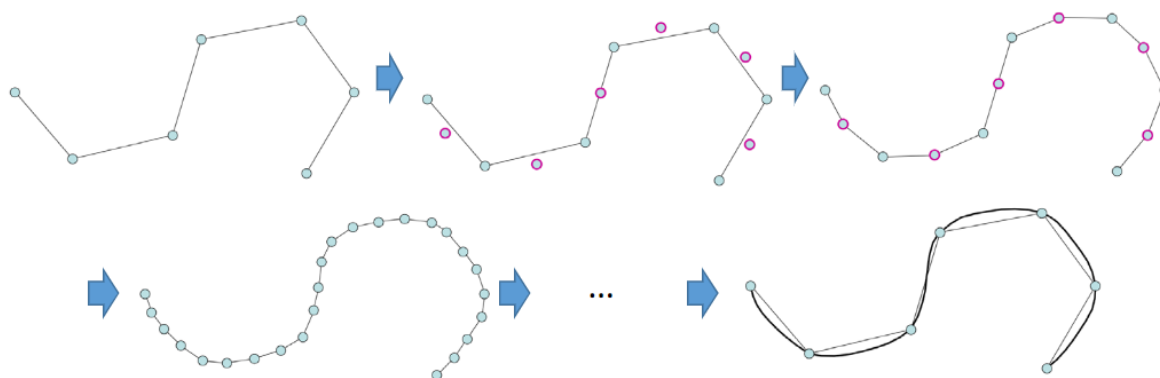
$$v'_{2i} = \frac{1}{8}v_{i-1} + \frac{3}{4}v_i + \frac{1}{8}v_{i+1}$$

$$v'_{2i+1} = \frac{1}{2}v_i + \frac{1}{2}v_{i+1}$$



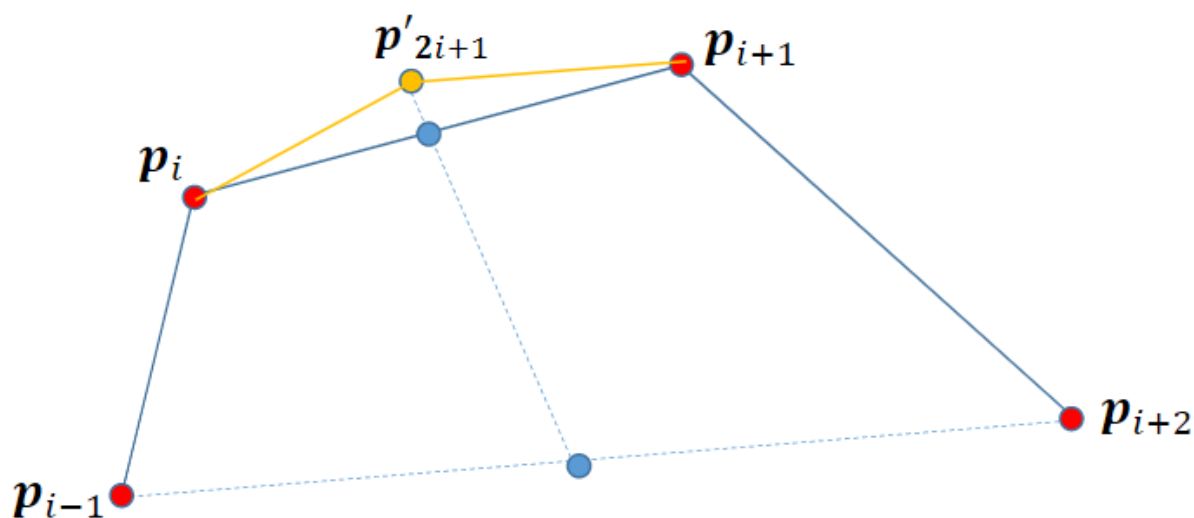
插值型

如果逼近型细分是割角法，插值型细分可以看作是补角法。



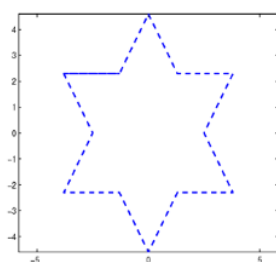
四点插值

四点插值型细分每次插值需要四个点，如下图：

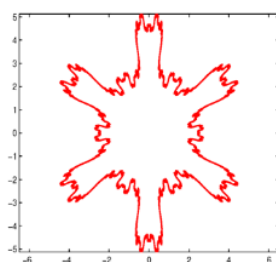


$$p'_{2i+1} = \frac{p_i + p_{i+1}}{2} + \alpha \left(\frac{p_i + p_{i+1}}{2} - \frac{p_{i-1} + p_{i+2}}{2} \right)$$

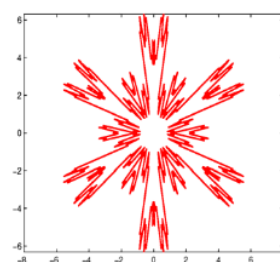
需要注意的是，当 α 值属于 $(0, \frac{1}{8})$ 时，才会收敛成连续曲线，否则会导致分形：



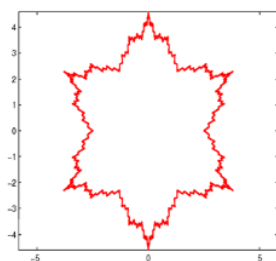
(a)



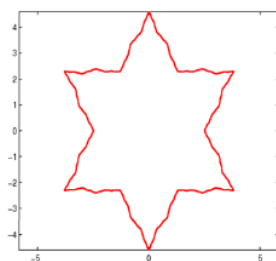
(b)



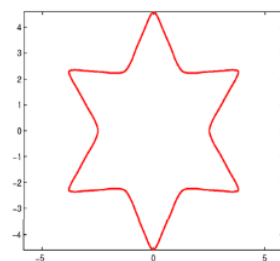
(c)



(d)



(e)

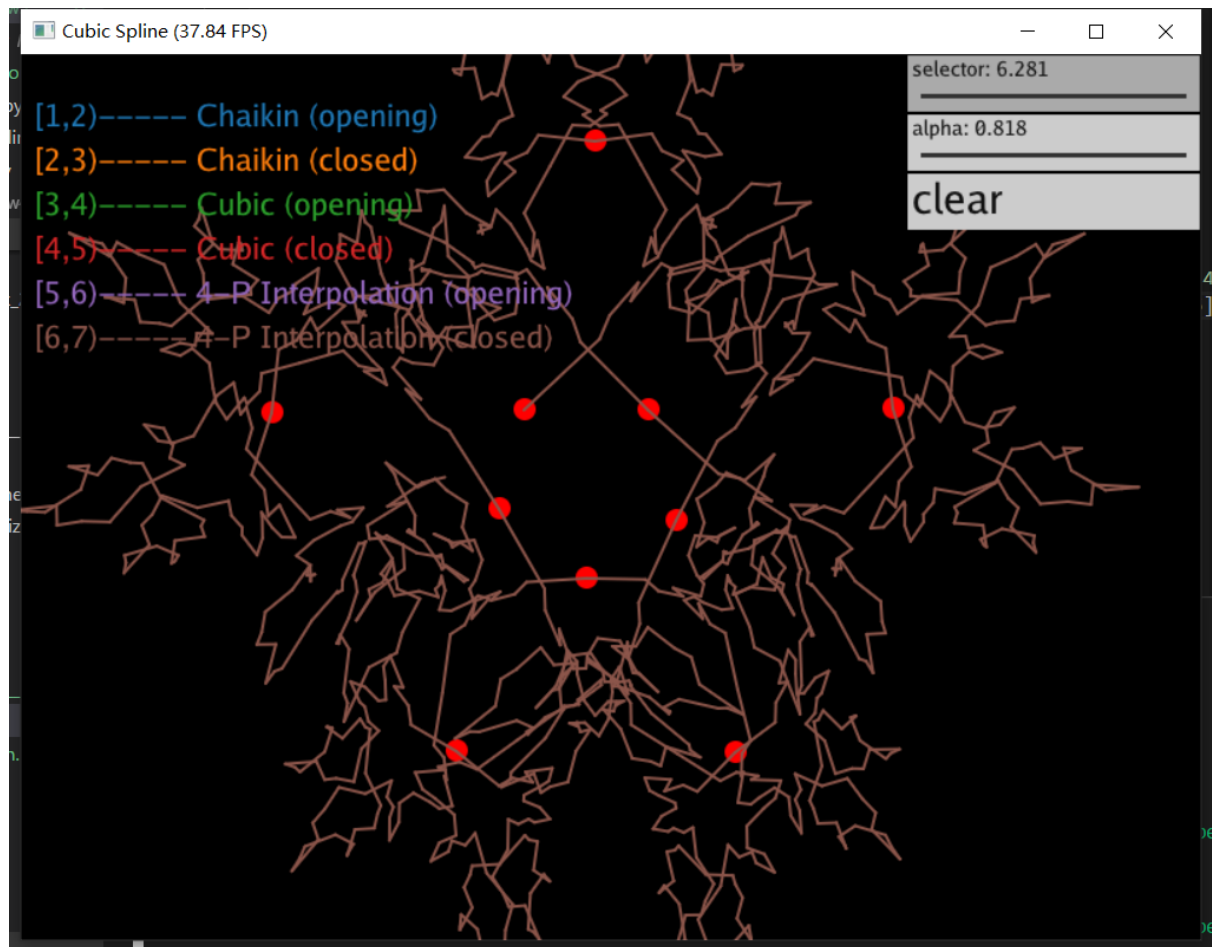


(f)

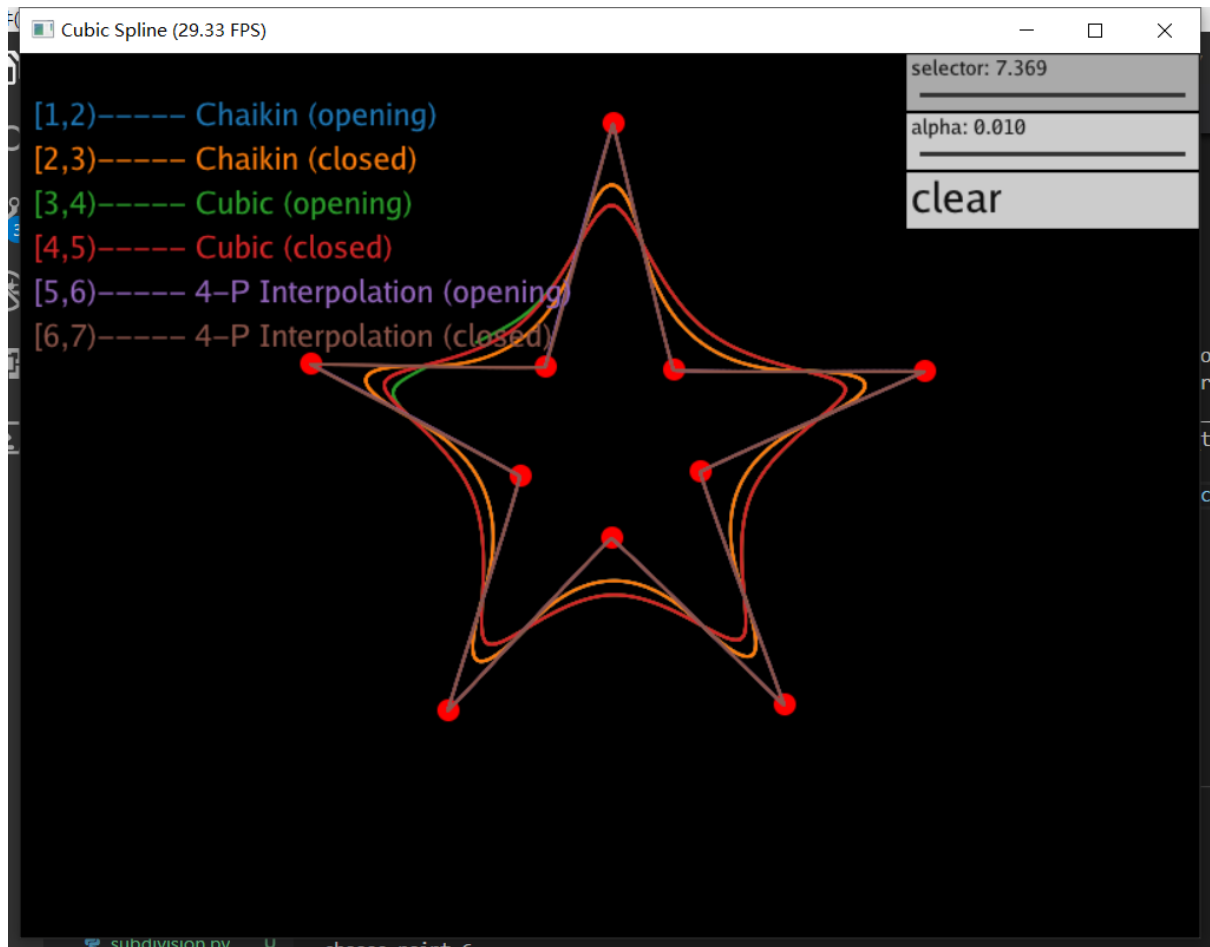
实现

本次作业使用Taichi来进行可视化，可以实时进行点的插入，清除与拖动，并且看到绘制的曲线。右上角的selector可以用来选择屏幕中绘制的曲线，而右上角的alpha是

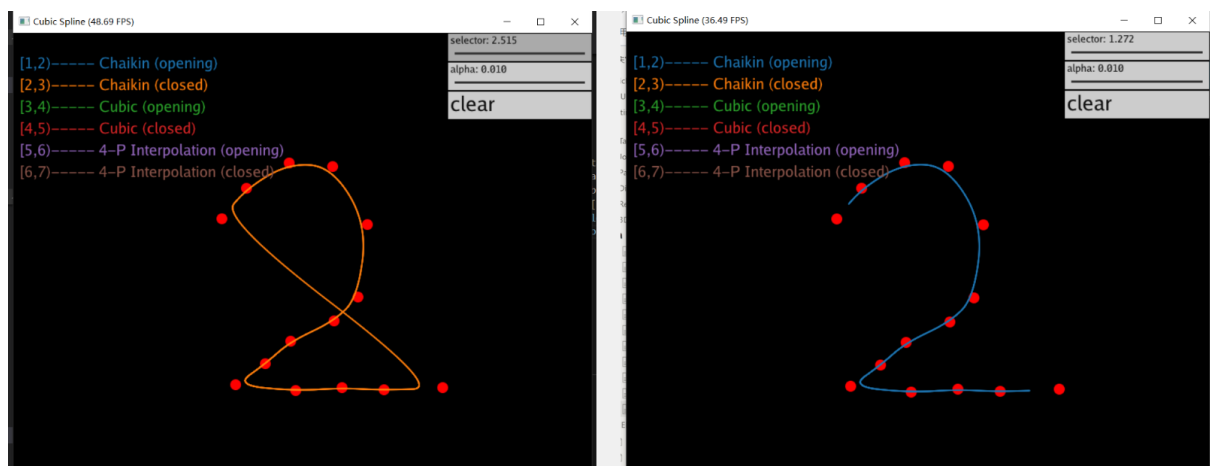
用来调控插值细分中的 α 值，也可以观察到当 α 值比较大时，会产生分形曲线：



然而 α 的值也不是越小越好，而当 α 等于0时，得到的就是原始多边形。



对于每一类曲线，绘制了两种，闭合曲线与不闭合曲线。



本次作业内容较少，到这里就结束了，谢谢老师和助教！