

1. Энергия гармонических колебаний.

Пусть гармонические колебания совершаются по закону:

$$x = A \sin(\omega_0 t + \varphi_0) \quad (1)$$

Тогда:

$$v = \dot{x} = A \omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \quad (2)$$

И кинетическая энергия тела, совершающего гармонические колебания:

$$E_k = \frac{m v^2}{2} \quad (3)$$

$$E_k = \frac{m A^2 \omega_0^2}{2} \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0) \quad (4)$$

Потенциальная энергия тела, которое совершает гармонические колебания:

$$E_p = \frac{k x^2}{2} \quad (5)$$

$$E_p = \frac{k A^2}{2} \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0) \quad (6)$$

Если учесть, что $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ (7)

$$\underset{\text{и}}{\downarrow} k = m \omega_0^2 \quad (8)$$

Подставляя (8) в (6), получаем:

$$E_p = \frac{m A^2 \omega_0^2}{2} \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0) \quad (9)$$

Полная механическая энергия гармонических колебаний

$$E = E_k + E_p \quad (10)$$

1. (продолжение)

Подставляя (4) и (9) в (10), получаем формулу полной механической энергии гармонических колебаний:

$$E = \frac{m A^2 \omega_0^2}{2} \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0) + \frac{m A^2 \omega_0^2}{2} \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0) \quad (11)$$

$$E = \frac{m A^2 \omega_0^2}{2} \left(\cos^2(\omega_0 t + \varphi_0) + \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0) \right) \quad (12)$$

$$E = \frac{m A^2 \omega_0^2}{2} \quad (13)$$

При этом полная энергия совпадает с максимальным значением кинетической и потенциальной энергии:

$$E = E_{k \max} = E_{p \max} = \frac{m A^2 \omega_0^2}{2}$$

Максимальное значение кинетической энергии достигается при прохождении через положение равновесия, при этом потенциальная энергия равна 0.

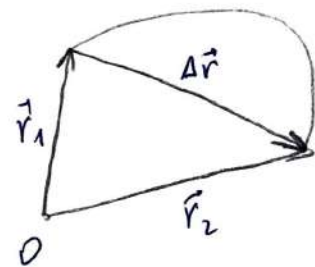
Максимальное значение потенциальной энергии достигается, когда отклонение от положения равновесия максимально, при этом кинетическая энергия равна 0.

Но полная механическая энергия гармонических колебаний остается постоянной.

2. Дайте определение вектора перемещения материальной точки. Укажите единицу измерения этой величины в СИ.

Вектором перемещения материальной точки называется направленный отрезок прямой, соединяющий начальную точку траектории с конечной.

$$\vec{s} = \Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$



Модулем вектора перемещения называется величина вектора перемещения.

Единицей измерения данной величины в СИ является метр (м).

3. Маховик в форме диска, момент инерции которого равен $72 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, вращается с угловой скоростью равной 36 рад/с . Под действием сил трения маховик останавливается через 28 с . Найти момент сил торможения.

Дано:

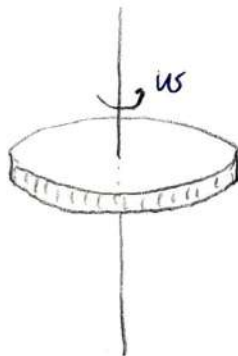
$$I = 72 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

$$\omega = 36 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$$

$$t = 28 \text{ с}$$

Найти:

$M - ?$



Решение:

Основное уравнение динамики вращательного движения:

$$M = I \cdot \varepsilon \quad (1)$$

Т.к. маховик останавливается под действием постоянной силы, угловое ускорение постоянно:

3 (продолжение)

Тогда ур-е для угловой скорости можно записать так:

$$\omega_k = \omega - \varepsilon t \quad (2)$$

Т.к. конечная угловая скорость равна нулю;

получаем:

$$\omega - \varepsilon t = 0 \quad (3)$$

из (3) :

$$\varepsilon = \frac{\omega}{t} \quad (4)$$

Подставляя (4) в (1), получаем:

$$M = I \frac{\omega}{t}$$

$$M = 72 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \frac{36 \frac{\text{рад}}{\text{с}}}{28 \text{ с}} \approx 93 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

Ответ: $M = 93 \text{ Н} \cdot \text{м}$