МАСЛОВА М. Д. ИУ7-33Б ВАРИАНТ № 11

Задача „Языки и конечные автоматы"

Автомат задан набором $(\{a, b\}, \{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}, Q_s, Q_f)$, где $\{a, b\}$ – алфавит, Q_s – множество начальных состояний (входов), Q_f – множество конечных состояний (выходов), и списком дуг с метками, определяющих допустимые переходы. Запись (i, j, a, b) означает, что дуга (i, j), идущая из состояния q_i в состояние q_j, имеет две метки – a и b.

1. Построить граф автомата и найти язык L, допускаемый автоматом.
2. Детерминизировать автомат.
3. Построить графы автоматов, представляющих языки L_0, $L \cup L_0$, $L \circ L_0$, L^*.
4. Из построенных графов удалить λ-переходы.

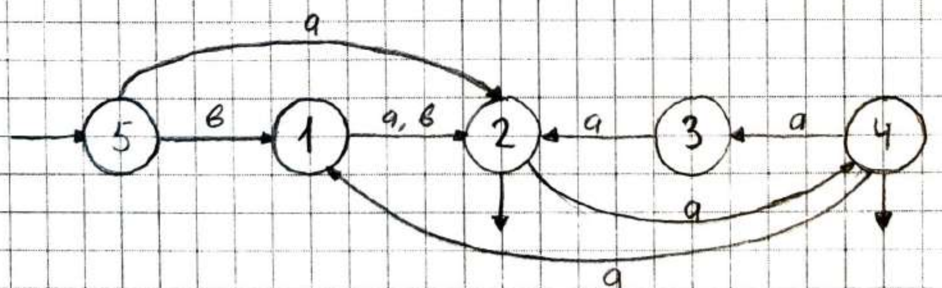
Вход $Q_s = \{5\}$, выход $Q_f = \{2, 4\}$,

дуги $(1, 2, a, b)$, $(5, 2, a)$, $(5, 1, b)$, $(4, 1, a)$, $(2, 4, a)$, $(3, 2, a)$, $(4, 3, a)$.

$L_0 = \{ab^m a^n b \mid n, m \geq 0\}$.

Решение: (q_1, q_2, q_3, q_4, q_5 обозначены как 1, 2, 3, 4, 5 соответственно)

1.



Найдем язык L, допускаемый автоматом.

Т.к. 5 – точка входа, из приведенной ниже системы находим X_5:

$$\begin{cases} x_1 = (a+b)x_2 \\ x_2 = a x_4 + \lambda \\ x_3 = a x_2 \\ x_4 = a x_1 + a x_3 + \lambda \\ x_5 = b x_1 + a x_2 \end{cases}$$

Исключаем x_3:

$$\begin{cases} x_1 = (a+b)x_2 \\ x_2 = a x_4 + \lambda \\ x_4 = a x_1 + a^2 x_2 + \lambda \\ x_5 = b x_1 + a x_2 \end{cases}$$

Исключаем x_1:

$$\begin{cases} x_2 = a x_4 + \lambda \\ x_4 = a(a+b)x_2 + a^2 x_2 + \lambda \\ x_5 = b(a+b)x_2 + a x_2 \end{cases}$$

Раскрываем скобки, приводим подобные слагаемые:

$$\begin{cases} x_2 = a x_4 + \lambda \\ x_4 = (a^2 + ab)x_2 + \lambda \\ x_5 = (ba + b^2 + a)x_2 \end{cases}$$

Исключаем x_2:

$$\begin{cases} x_4 = (a^2 + ab)(a x_4 + \lambda) + \lambda \\ x_5 = (ba + b^2 + a)(a x_4 + \lambda) \end{cases}$$

Раскрываем скобки, приводим подобные слагаемые:

$$\begin{cases} x_4 = (a^3 + aba)x_4 + a^2 + ab + \lambda \\ x_5 = (ba^2 + b^2 a + a^2)x_4 + ba + b^2 + a \end{cases}$$

Выражаем x_4:

$$x_4 = (a^3 + aba)^* (a^2 + ab + \lambda)$$

Подставляем x_4 в выражение для x_5 и получаем окончательное выражение для языка данного КА:

$$L = x_5 = (ba^2 + b^2 a + a^2)(a^3 + aba)^* (a^2 + ab + \lambda) + ba + b^2 + a$$

2. Т.к ~~из~~ КА не содержит λ-переходов, сразу строим эквивалентный детерминированный КА „методом вытягивания".

$\delta'(\{5\}, a) = \{2\}$

$\delta'(\{5\}, b) = \{1\}$

$\delta'(\{2\}, a) = \{4\}$

$\delta'(\{2\}, b) = \varnothing$

$\delta'(\{1\}, a) = \{2\}$

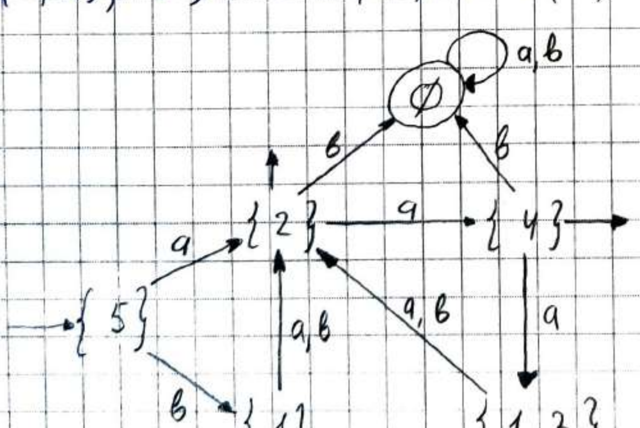
$\delta'(\{1\}, b) = \{2\}$

$\delta'(\{4\}, a) = \{1, 3\}$

$\delta'(\{4\}, b) = \varnothing$

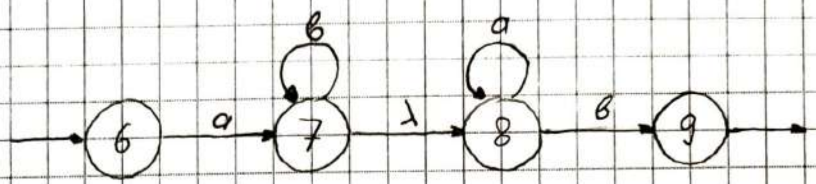
$\delta'(\{1,3\}, a) = \delta(1, a) \cup \delta(3, a) = \{2\} \cup \{2\} = \{2\}$

$\delta'(\{1,3\}, b) = \delta(1, b) \cup \delta(3, b) = \{2\} \cup \varnothing = \{2\}$

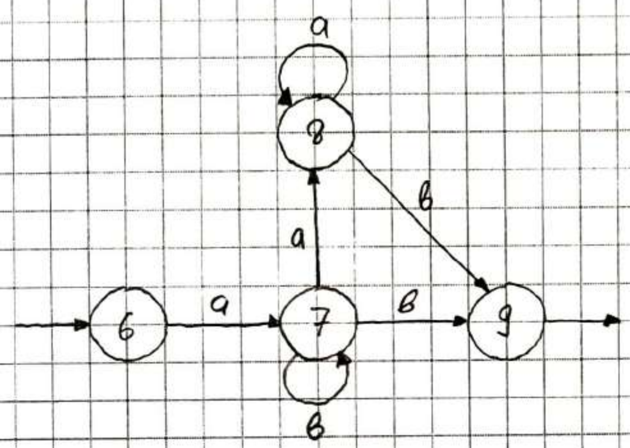


3-4.

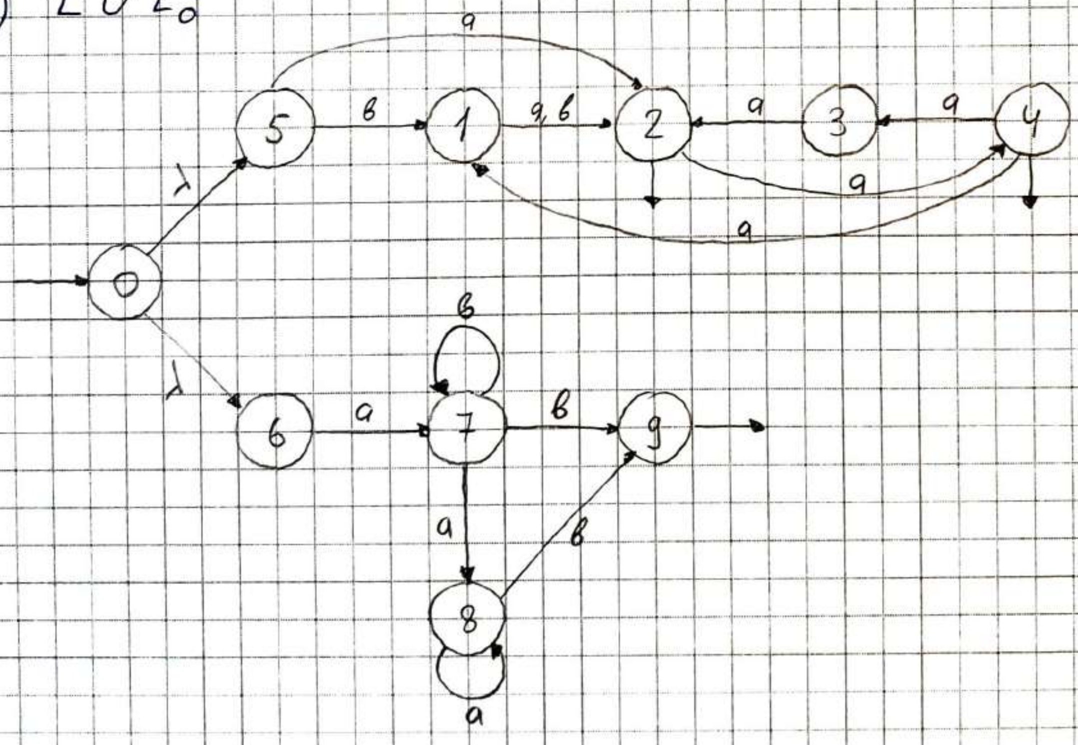
а) $L_0 = \{ a b^m a^n b \mid n, m \geq 0 \}$



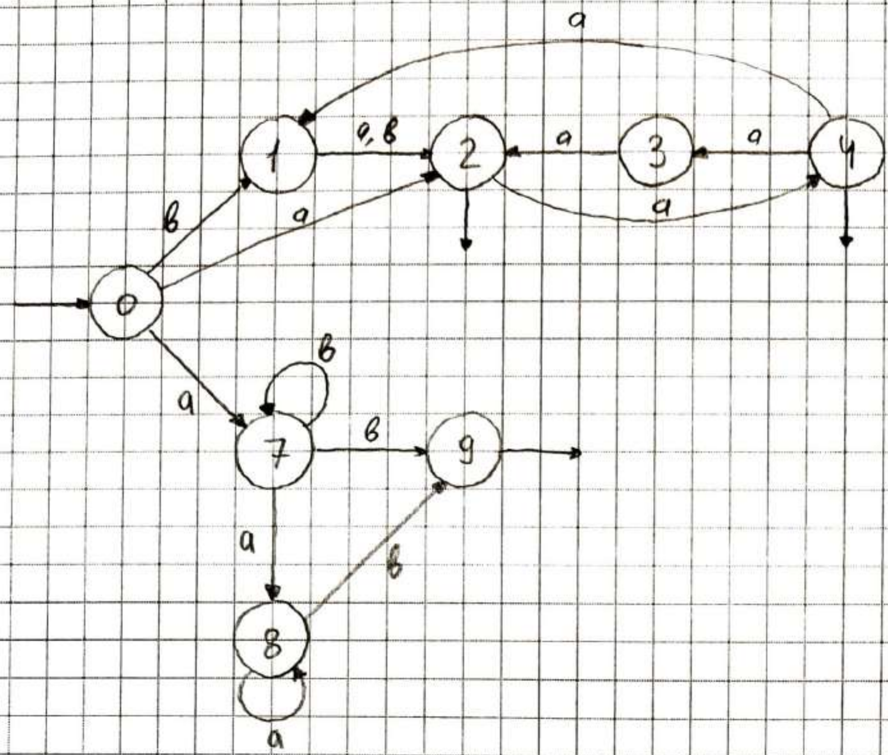
Удалим λ-переходы:



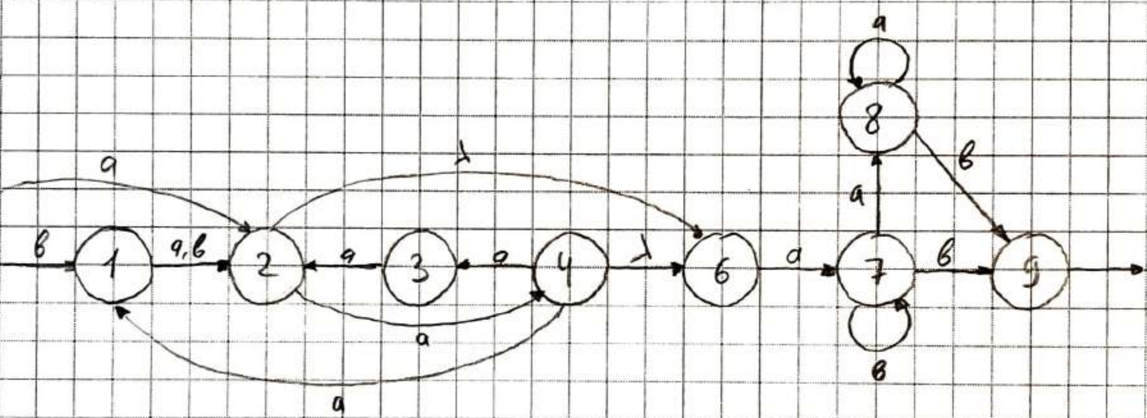
б) $L \cup L_0$



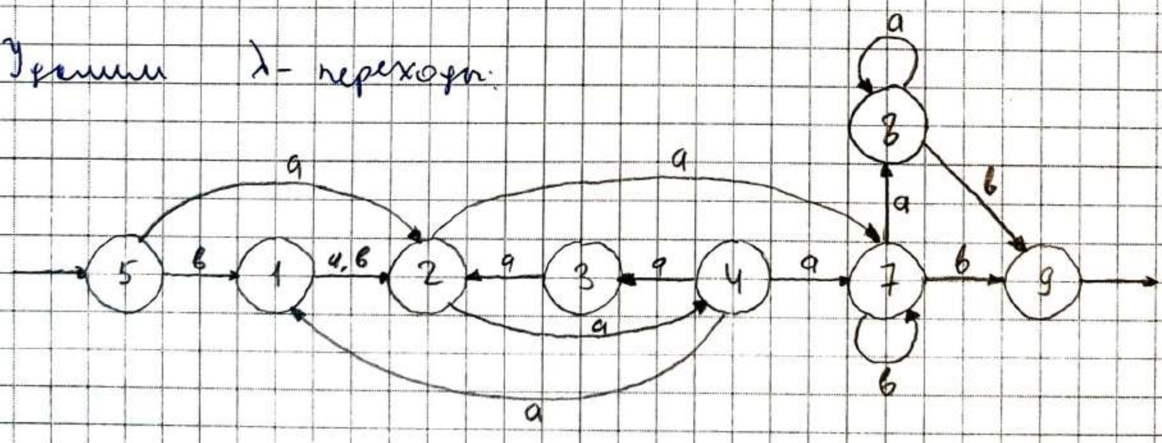
Удалим λ-переходы:



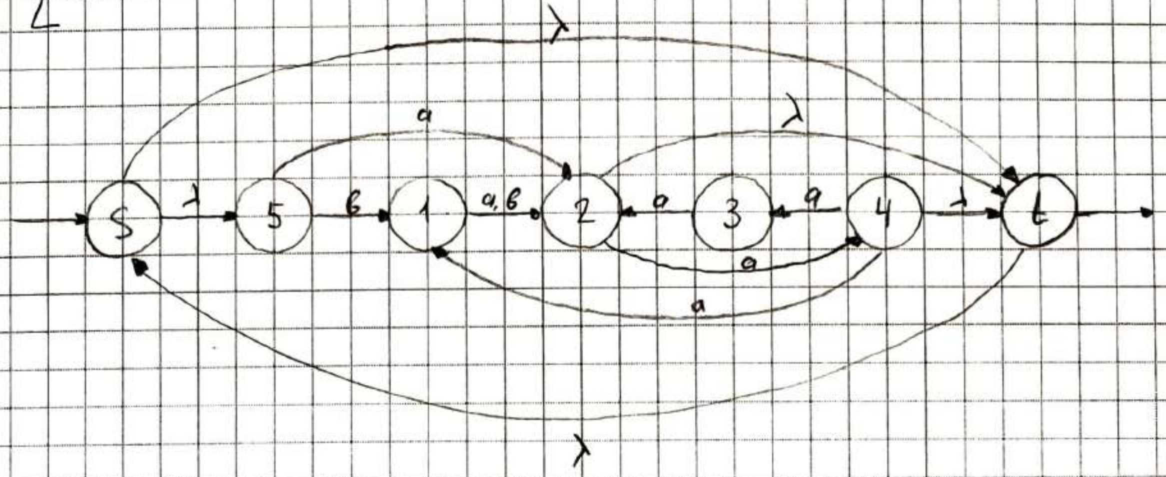
в) $L \circ L_0$



Удалим λ-переходы:



2) L^*



Удалим λ-переходы: