БИЛЕТ №1.

1. Поток вектора напряженности

Потоком вектора напряженности $\vec E$ через выбранную поверхность S наз. интеграл от нормальной составляющей вектора напряженности $\vec E$, взятый по всей поверхности:

$$\Phi_E = \int_S E_n dS \quad \left(\Phi_E = \int_S \vec E d\vec S\right)$$

Теорема Гаусса для вектора напряженности эл. поля в вакууме в интегральной форме.

Поток вектора напряженности электростатического поля через любую замкнутую поверхность равен алгебраической сумме электрических зарядов, охваченных этой поверхностью, деленной на электрическую постоянную ε_0.

$$\oint_S \vec E d\vec S = \frac{1}{\varepsilon_0}\left(\sum_{i=1}^{N} q_i\right),$$

$\sum_{i=1}^{N} q_i$ — сумма зарядов внутри поверхности S.

Билет №1 | 2. Теорема о циркуляции вектора магнитной индукции в вакууме в дифференциальной форме.

Циркуляция вектора индукции магнитного поля по любому ориентированному замкнутому контуру пропорциональна алгебраической сумме токов, пронизывающих ориентированную поверхность, ограниченную контуром

$$\oint_\Gamma (\vec B, d\vec l) = \mu_0 \sum_k^n I_k$$

$I_k > 0 \;\; \angle < 90$; $I_k < 0 \;\; \angle > 90$

$$\sum_i I_i = \int_S j_n dS = \int_S \vec j d\vec S$$

$$\oint_L \vec B d\vec l = \mu_0 \int_S \vec j dS \qquad rot \vec A = \begin{vmatrix} \vec i & \vec j & \vec k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix}$$

По теореме Стокса:

$$\oint_L \vec B d\vec l = \int rot \vec B d\vec S$$

Откуда $rot \vec B = \mu_0 \vec j$

БИЛЕТ №1 | 3. I, χ. $I'_{нам}$ - ?

По теореме о циркуляции вектора $\vec J$:

$$\oint_L \vec J d\vec l = \chi \oint_L \vec H d\vec l = I'_{нам}$$

По теореме о циркуляции вектора $\vec H$:

$$\oint_L \vec H d\vec l = I$$

Тогда:

$$\boxed{I'_{нам} = \chi I}$$

Билет №2 | 1. Вектор электрического смещения.

Вектор электрического смещения определяется формулой

$$\vec D = \varepsilon_0 \vec E + \vec P$$

$\vec E$ - вектор напр., $\vec P$ - вектор поляриз.

В изотропных диэлектриках $\vec P = \chi \varepsilon_0 \vec E$:

$$\vec D = (1+\chi)\varepsilon_0 \vec E = \varepsilon \varepsilon_0 \vec E$$

ε - диэлектрическая проницаемость диэлектрика. χ-восприимчивость

Билет №2 | 2. Теорема Гаусса вектора эл. смещения в интегральной и дифференциальной форме.

Поток вектора эл. смещения через замкнутую поверхность равен алгебраической сумме сторонних зарядов, заключенных внутри этой поверхности.

$$\oint_S \vec D d\vec S = q \qquad q = \int \rho dV$$

По теореме Остроградского: $\oint \vec D d\vec S = \oint div \vec D dV$

Дифференциальная форма.

$$div \vec D = \rho$$

2. Ускорение заряженных частиц

Ускорители — установки, предназначенные для ускорения заряженных частиц до высоких энергий. (Выше 1 МэВ, $6 \cdot 10^{12}$ Дж)

Основа: взаим. зар. част. с эл. и м. полем

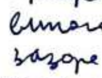
Линейные	Циклические
Прямая траектория (поток)	Замкнутая траект. (поток)
Разгон част. эл. м. устройствами	под действием сил. Лор. и разгон эл. полем на опред. участке

БИЛЕТ №2 | 2. Циклотрон

Принцип действия основан на независимости периода оборота зар. частицы в магнитном поле от её скорости $T = 2\pi \frac{m}{Bq}$.

Два полых электрода в верт. однород. м. поле. Система в вакууме, где нет воздуха. В зазоре возникает эл. поле, разгоняющее частицы $\sigma P \to R P$. Частота колебаний напряжения между дуантами совпадает с частотой вращения частиц.

3. $d_1, d_2, \varepsilon_1, \varepsilon_2, S, U$ | σ^* - ?



1) $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$

$$\frac{1}{C} = \frac{d_1}{\varepsilon_1 \varepsilon_0 S} + \frac{d_2}{\varepsilon_2 \varepsilon_0 S}$$

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{\frac{d_1}{\varepsilon_1} + \frac{d_2}{\varepsilon_2}}$$

2) $U = E_1 d_1 + E_2 d_2$

$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$ 2) $E_2 = \frac{\varepsilon_1 E_1}{\varepsilon_2}$

$$E_1 = \frac{\varepsilon_2 U}{\varepsilon_2 d_1 + \varepsilon_1 d_2} \to E_2 =$$

$$\sigma'_1 = \chi \varepsilon_0 E_1 = (\varepsilon_1 - 1)\varepsilon_0 E_1 = \ldots$$

$$\sigma'_2 = \chi \varepsilon_0 E_2 = (\varepsilon_2 - 1)\varepsilon_0 E_2 = \ldots$$

$$\sigma' = \sigma'_1 - \sigma'_2 = \frac{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)\varepsilon_0 U}{\varepsilon_2 d_1 + \varepsilon_1 d_2}$$

БИЛЕТ №3 | 1. Энергия заряженного проводника, конденсатора.

Зар. пров. — совокупность большого числа точечных зарядов на пов. проводника.

Δq_i — один из таких малых по величине зарядов

Эл-ст энергия проводника

$$W_э = \frac{1}{2}\sum_i \Delta q_i \varphi = \frac{1}{2}\varphi q, \quad q \text{ — общий заряд проводника}$$

или

$$W_э = \frac{1}{2} q \varphi = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} C \varphi^2$$

Конденсатор. Сумма энергий его заряженных обкладок:

$$W_э = \frac{1}{2}[q\varphi_1 + (-q)\varphi_2] = \frac{1}{2} q(\varphi_1 - \varphi_2) = \frac{1}{2} qU.$$

$$A' = \int_0^q U dq = \frac{1}{C}\int_0^q q dq = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$$

$$W_э = \frac{1}{2} qU = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} CU^2 \qquad \boxed{C = \frac{q}{U}}$$

БИЛЕТ №1 | 2. Магнитная восприимчивость

— χ — физическая величина, характеризующая связь между магнитным моментом (намагниченностью) вещества и магнитным полем в этом веществе.

$$\vec J = \chi \vec H$$

Магнитная проницаемость — μ — коэффициент, характеризующий связь между магнитной индукцией и напряженностью магнитного поля в веществе:

$$\vec B = \mu \mu_0 \vec H$$

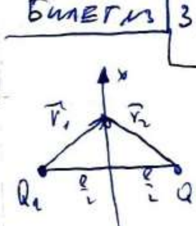
$$\mu = 1 + \chi$$

Диамагнетики $\mu < 1$

Парамагнетики $\mu > 1$

Ферромагнетики $\mu >> 1$

БИЛЕТ №3 | 3. $Q_1 = Q_2 = Q$, $l = 5$ см, x_{max} - ?



По принципу суперпозиции:

$$\vec E = k\frac{Q_1}{r_1^3}\vec r_1 + k\frac{Q_2}{r_2^3}\vec r_2$$

$$r_1 = r_2 = \sqrt{\frac{l^2}{4} + x^2}$$

$$r_{1x} = r_{2x} = x$$

В проекции на x:

$$E_x = k\left(\frac{Q_1}{\left(\frac{l^2}{4}+x^2\right)^{3/2}} x + \frac{Q_2}{\left(\frac{l^2}{4}+x^2\right)^{3/2}} x\right) = 2kQ\frac{x}{\left(\frac{l^2}{4}+x^2\right)^{3/2}}$$

$$E'_x(x) = 2kQ\frac{\left(\frac{l^2}{4} + x^2 - 3x^2\right)}{\left(\frac{l^2}{4}+x^2\right)^{5/2}} = 0$$

$$\frac{l^2}{4} - 2x^2 = 0$$

$$x = \sqrt{\frac{l^2}{8}} = \pm\frac{0,05}{2\sqrt{2}} = \pm 1,8 \text{ см}$$

Ответ: $\pm 1,7$ см

БИЛЕТ №1 1. Уравнение Пуассона

Общая задача электростатики — по распределению зарядов в пространстве определить потенциал φ и, следовательно, напряженность эл/ст поля.

$\vec E = -\text{grad}\varphi$, $\text{div}(\vec E) = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$

$$\text{div}(\text{grad}\varphi) = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

отличает нахождение потенциала по заданному распределению заряда в декартовой системе координат

$$\text{div}(\text{grad}\varphi) = \frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} = \Delta\varphi$$

Δ - оператор Лапласа.

$$\Delta\varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon_0} \text{ - ур. Пуассона}$$

При $\rho = 0$, ур-е Лапласа $\Delta\varphi = 0$.

БИЛЕТ №1 2. Вектор напряженности магнитного поля и его связь с векторами индукции и намагниченности

Вектор напряженности магнитного поля:

$$\vec H = \frac{\vec B}{\mu_0} - \vec J \quad \left(\frac{А}{м}\right)$$

Циркуляция вектора $\vec H$ по произвольному замкнутому контуру L равна алгебраической сумме токов проводимости, охватываемых этим контуром:

$$\boxed{\oint_L \vec H d\vec l = I} \quad I = \sum_k I_k = \int_S \vec j d\vec S$$

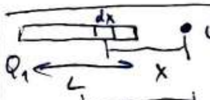
По теореме Стокса

$$\oint_L \vec H d\vec l = \int_S \text{rot}\vec H d\vec S$$

$$\boxed{\text{rot}\vec H = \vec j}$$

БИЛЕТ №1 3. $l = 8$ см $Q_1, F, Q_2, r, \varepsilon = 1$

$Q_2 = ?$



заряд: $dq = \frac{Q_1}{L}dx$

$$dF_{21} = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\varepsilon_0 L}\frac{dx}{x^2}$$

$$F = \int_{r-\frac{l}{2}}^{r+\frac{l}{2}} \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\varepsilon_0 L}\frac{dx}{x^2} = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\varepsilon_0 (r^2-\frac{L^2}{4})}$$

$$Q_2 = \frac{4\pi\varepsilon_0 (r^2-\frac{l^2}{4})F}{Q_1} = 76 \text{ пКл}$$

БИЛЕТ №5

1. Электрический заряд — физ. величина, определяющая силу электромагнитного взаимодействия. +, − и свойство тел вступать в эти взаимодействия

Свойства эл. заряда:

1. Инвариантен — его величина одинакова при измерении в любых инерциальных системах отсчета
2. Заряд сохраняется — суммарный заряд изолированной системы тел не изменяется.
3. Аддитивен — заряд системы тел равен сумме зарядов отдельных тел
4. Квант элем. заряда $1.6\cdot10^{-19}$ Кл

Закон Кулона

Два точечных неподвижных заряда, находящихся на расстоянии R друг от друга, взаимодействуют друг с другом с силой, величина которой пропорциональна произведению величин зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними:

$$F = k\frac{|q_1 \cdot q_2|}{R^2}$$

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} \approx 9\cdot10^9 \frac{Н\cdot м^2}{Кл^2}$$

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9\cdot10^9 \frac{Н\cdot м^2}{Кл^2}$$

БИЛЕТ №5

2. Применение теоремы о циркуляции вектора магнитной индукции для расчета магнитных полей.

$$\oint_L B dl = \mu_0 \sum_{k=1}^{n} I_k$$

Соленоид.

$$\oint_L B_n dl = \mu_0 \sum_{k=1}^{K} I_k$$

1-4, 2-3 $\perp \Rightarrow B = 0$

$$\oint B_e dl = \int_1^2 + \int_2^3 + \int_3^4 + \int_4^1 \quad (B, dl)$$

Контур охватывает число токов $\sum I_k = n \cdot l \cdot I$, n - число витков на 1 м длины

Т.е. $B = \mu\mu_0 n I$

БИЛЕТ №5 3. R, I, d,

$d \ll R$ Внутри нет поля. Поле снаружи как от точки

$$i = I\cdot\frac{d}{2\pi R}$$

$$B(r) = i\frac{\mu_0}{2\pi r}$$

$$B(r) = I\cdot\frac{d}{2\pi R}\cdot\frac{\mu_0}{2\pi r} = I\frac{d\mu_0}{4\pi^2 R r}$$

БИЛЕТ №6

1. Проводники в эл/ст поле.

а) Эл/ст поле внутри проводника отсутствует

$\vec E = 0$

б) Потенциал всех точек проводника одинаков.

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 E_l dl = 0$$

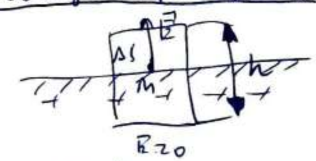
$$\varphi_1 = \varphi_2$$

в) Эл. заряды располагаются только на пов. проводника

$$q_\Sigma = \varepsilon_0 \oint_S E_n dS$$

Т.к. $\vec E = 0 \Rightarrow q = 0$

Вблизи проводника



По теор. Гаусса

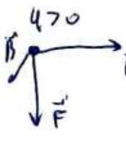
$$\oint_S E_n dS = E\Delta S = \frac{\sigma\Delta S}{\varepsilon_0}$$

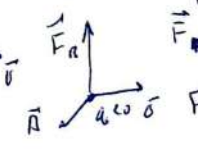
$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \text{ или } E = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}$$

2. Сила Лоренца

$$\vec F_Л = q\vec E + q[\vec v, \vec B]$$

$\vec F_E$ - эл. сила





$\vec F_B = q[\vec v, \vec B]$ - маг. сила

$F_B = qvB\sin\alpha$

БИЛЕТ №6 3. B, R, h $W_p = ?$

$$F_{Л\perp} = \frac{m v_\perp^2}{R}$$

$$q v_\perp B = \frac{m v_\perp^2}{R}$$

$$R = \frac{m v_\perp}{qB} \Rightarrow v_\perp = \frac{RqB}{m}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi R}{v_\perp} = \frac{2\pi m}{qB}$$

$$h = v_\parallel T = \frac{2\pi m}{qB}v_\parallel \Rightarrow v_\parallel = \frac{hqB}{2\pi m}$$

$$W = \frac{mv^2}{2} = \frac{m}{2}(v_\parallel^2 + v_\perp^2) = \frac{m}{2}\left(\left(\frac{hqB}{2\pi m}\right)^2 + \left(\frac{RqB}{m}\right)^2\right) = \dots$$

БИЛЕТ №7