

Задача по математической логике.

Доказать в исчислении высказываний:

$$(\neg X \vee (Y \vee \neg Z)) \vdash (\neg(Z \rightarrow \neg X) \rightarrow \neg(Y \rightarrow \neg X))$$

Док-во:

1. $\neg X \vee (Y \vee \neg Z) = \neg \neg X \rightarrow (\neg Y \rightarrow \neg Z)$ - гипотеза,
(расшифровали дизъюнкцию)
2. $\neg(Z \rightarrow \neg X) = Z \& X$ - гипотеза (свернули в конъюнкцию)
3. Z, X - свойства конъюнкции к шагу (2)
4. $\neg \neg X$ - R_4 , шаг (3)
5. $\neg Y \rightarrow \neg Z$ - МР, (4) и (1)
6. $Z \rightarrow Y$ - R_6 , шаг (5)
7. Y - МР, (3) и (6)
- ~~8. $Y \& X$ - свойства конъюнкции~~
8. $Y \& X = \neg(Y \rightarrow \neg X)$ - свойства конъюнкции, (3) и (7)

Доказана секвенция:

$$\neg X \vee (Y \vee \neg Z), \neg(Z \rightarrow \neg X) \vdash \neg(Y \rightarrow \neg X)$$

Тогда по теореме дедукции:

$$(\neg X \vee (Y \vee \neg Z)) \vdash (\neg(Z \rightarrow \neg X) \rightarrow \neg(Y \rightarrow \neg X))$$

Ч.т.д.