

# Домашнее задание по курсу общей физики.

1-й курс (2-й семестр)

Группа ИУ7-23Б Фамилия, имя, отчество Маслова М.Д

Вариант № 11

Задача № 1-2

Гладкая частица сферической формы массой  $m = 10^{-3} \text{ кг}$ , которую можно рассматривать как материальную точку, ударяется со скоростью  $V_0 = 6 \frac{\text{м}}{\text{с}}$  о гладкую массивную преграду, которая движется со скоростью  $U = 2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ . Угол, образованный векторами  $\vec{V}_0$  и  $\vec{U}$ , равен  $\beta = 120^\circ$ . Массу преграды считать бесконечной. (рис. 1). Время удара  $\Delta t = 10^{-5} \text{ с}$ . Вид взаимодействия: абсолютно упругий удар (АУУ).

Определить: скорость частицы после удара  $V_k$ ;  
 угол  $\alpha_k$ , образованный векторами  $\vec{V}_k$  и  $\vec{U}$ ;  
 изменение скорости частицы за время удара  $\Delta V$ ;  
 изменение кинетической энергии частицы за время удара  $\Delta E$ ;  
 изменение модуля импульса частицы за время удара  $|\Delta \vec{p}|$ ;  
 модуль средней силы, с которой частица действует на стенку во время удара,  $F$

Дано:

$$m = 10^{-3} \text{ кг}$$

$$V_0 = 6 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$U = 2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$\beta = 120^\circ$$

$$\Delta t = 10^{-5} \text{ с}$$

АУУ

$$V_k - ?$$

$$\alpha_k - ?$$

$$\Delta V - ?$$

$$\Delta E - ?$$

$$|\Delta \vec{p}| - ?$$

$$F - ?$$

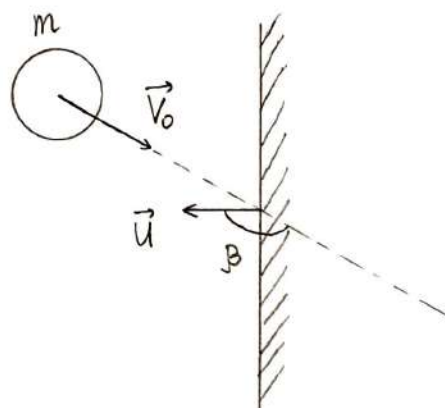


рис. 1

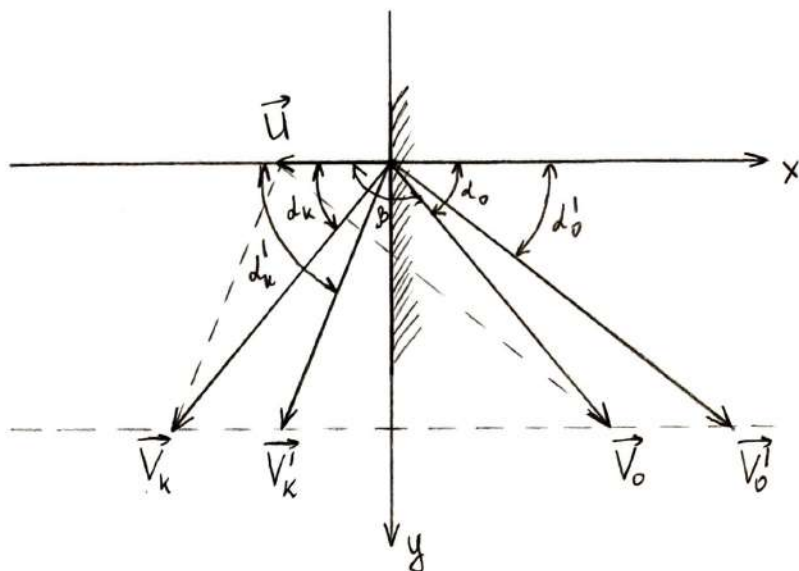


рис. 2

Скорости связаны соотношениями:

$$\vec{V}_o = \vec{U} + \vec{V}'_o \quad (1)$$

$$\vec{V}_k = \vec{U} + \vec{V}'_k \quad (2)$$

Закон изменения импульса при ударе о стенку:

$$m\vec{V}_k - m\vec{V}_o = \vec{F} \Delta t \quad (3)$$

После подстановки (1) и (2) в (3) получаем:

$$m\vec{V}'_k - m\vec{V}'_o = \vec{F} \Delta t \quad (4)$$

Проецируем (1), (2), (3) и (4) на оси Ox и Oy:

$$(1) \quad O_x: V_o \cos d_o = -U + V'_o \cos d'_o \quad (5)$$

$$O_y: V_o \sin d_o = V'_o \sin d'_o \quad (6)$$

$$(2) \quad O_x: V_k \cos d_k = U + V'_k \cos d'_k \quad (7)$$

$$O_y: V_k \sin d_k = V'_k \sin d'_k \quad (8)$$

$$(3) \quad O_x: m V_k \cos d_k + m V_o \cos d_o = F \Delta t \quad (9)$$

$$O_y: m V_k \sin d_k = m V_o \sin d_o \Rightarrow V_k \sin d_k = V_o \sin d_o \quad (10)$$

$$(4) \quad O_x: m V'_k \cos d'_k + m V'_o \cos d'_o = F \Delta t \quad (11)$$

$$O_y: m V'_k \sin d'_k = m V'_o \sin d'_o \Rightarrow V'_k \sin d'_k = V'_o \sin d'_o \quad (12)$$

Закон сохранения энергии при АУУ:

$$\frac{mV_0'^2}{2} = \frac{mV_k'^2}{2} \quad (13)$$

Отсюда:  $V_0' = V_k' \quad (14)$

Из (12) и (14) получаем  $\sin \alpha_k' = \sin \alpha_0'$   
 $\alpha_k' = \alpha_0' \quad (15)$

По (5) и (6)  $\div \begin{cases} V_0' \sin \alpha_0' = V_0 \sin \alpha_0 \\ V_0' \cos \alpha_0' = V_0 \cos \alpha_0 + u \end{cases}$

---

$$\operatorname{tg} \alpha_0' = \frac{V_0 \sin \alpha_0}{V_0 \cos \alpha_0 + u} \quad (16)$$

По рис. 2:  $\alpha_0 = 180^\circ - \beta = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ \quad (17)$

Из (16) и (17):  $\alpha_0' = \operatorname{arctg} \frac{V_0 \sin \alpha_0}{V_0 \cos \alpha_0 + u}$

$$\alpha_0' = \operatorname{arctg} \frac{6 \cdot \sin 60^\circ}{6 \cos 60^\circ + 2} = 46^\circ 6'$$

Тогда, согласно (15):  $\alpha_k' = 46^\circ 6'$

Из (6):  $V_0' = V_0 \frac{\sin \alpha_0}{\sin \alpha_0'}$

$$V_0' = 6 \frac{\sin 60^\circ}{\sin 46^\circ 6'} = 7,21 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Согласно (14):  $V_k' = 7,21 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

По (7) и (8):  $\div \begin{cases} V_k \sin \alpha_k = V_k' \sin \alpha_k' \\ V_k \cos \alpha_k = u + V_k' \cos \alpha_k' \end{cases}$

---

$$\operatorname{tg} \alpha_k = \frac{V_k' \sin \alpha_k'}{u + V_k' \cos \alpha_k'} \quad (18)$$

Преобразуем (18) и подставим в нее найденные значения  $V_k'$ ,  $\alpha_k'$ :

$$\alpha_k = \arctg \frac{V_k' \sin \alpha_k'}{u + V_k' \cos \alpha_k'}$$

$$\alpha_k = \arctg \frac{7,21 \cdot \sin 46^\circ 6'}{2 + 7,21 \cos 46^\circ 6'} = 36^\circ 35'$$

Тогда из (8):  $V_k = \frac{V_k' \sin \alpha_k'}{\sin \alpha_k}$

$$V_k = \frac{7,21 \sin 46^\circ 6'}{\sin 36^\circ 35'} = 8,72 \frac{м}{с}$$

Проверка. Из (10):  $V_k = V_0 \frac{\sin \alpha_0}{\sin \alpha_k}$

$$V_k = 6 \frac{\sin 60^\circ}{\sin 36^\circ 35'} = 8,72 \frac{м}{с}$$

Изменение скорости частицы за время удара:

$$\Delta V = V_k - V_0$$

$$\Delta V = 8,72 - 6 = 2,72 \frac{м}{с}$$

Изменение кинетической энергии за время удара:

$$\Delta E = E_k - E_0$$

$$\Delta E = \frac{m V_k^2}{2} - \frac{m V_0^2}{2}$$

$$\Delta E = \frac{m (V_k^2 - V_0^2)}{2}$$

$$\Delta E = \frac{10^{-3} (8,72^2 - 6^2)}{2} = 0,022 Дж$$

Согласно (11):

$$|\Delta \vec{p}| = F \Delta t = m V_k' \cos \alpha_k' + m V_0' \cos \alpha_0'$$

Тогда по (14) и (15):  $|\Delta \vec{p}| = 2 m V_k' \cos \alpha_k'$

$$|\Delta \vec{p}| = 2 \cdot 10^{-3} \cdot 7,21 \cdot \cos (46^\circ 6') = 0,01 \frac{кг \cdot м}{с}$$

Проблема Comano (9):

$$|\Delta \vec{p}| = m V_k \cos \alpha_k + m V_0 \cos \alpha_0$$

$$|\Delta \vec{p}| = 10^{-3} (8,72 \cos 36^\circ 35' + 6 \cos 60^\circ) = 0,01 \frac{\text{м} \cdot \text{с}}{\text{с}}$$

Можно считать что:

$$F = \frac{|\Delta \vec{p}|}{\Delta t}$$

$$F = \frac{0,01}{10^{-5}} = 10^3 \text{ Н}$$

Ответа:  $V_k = 8,72 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$$\alpha_k = 36^\circ 35'$$

$$\Delta V = 2,72 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$\Delta E = 0,02 \text{ Дж}$$

$$|\Delta \vec{p}| = 0,01 \frac{\text{м} \cdot \text{с}}{\text{с}}$$

$$F = 10^3 \text{ Н}$$



Домашнее задание по курсу общей физики.

1-й курс (2-й семестр)

Группа УЧ7-23Б Фамилия, имя, отчество Маслова М.Д.

Вариант № 11

Задача № 2-2

Однородный жёсткий вертикальный стержень длиной  $l = 1\text{ м}$  и  $M = 1\text{ кг}$ , движущийся поступательно в плоскости рисунка с постоянной горизонтальной скоростью  $V_0 = 1,2 V_{\text{от}}$ , налетает на край массивной преграды (рис. 3). После удара стержень вращается вокруг оси  $O$ , перпендикулярной плоскости рисунка. Ось вращения стержня совпадает с ребром преграды и проходит через точку контакта стержня с преградой так, что точка контакта лежит выше центра тяжести стержня. Потери механической энергии при вращении стержня после удара пренебречь. Расстояние от верхнего конца стержня до точки контакта  $l_1 = 0,4\text{ м}$ .  $V_{\text{от}}$  — минимальная горизонтальная скорость стержня.

Определить: угловую скорость стержня сразу после удара  $\omega_0$ ;  
угловую скорость в момент удара стержня о горизонтальную поверхность преграды  $\omega_k$ ;  
минимальную горизонтальную скорость стержня  $V_{\text{от}}$ .

Дано:

$$l = 1\text{ м}$$

$$M = 1\text{ кг}$$

$$V_0 = 1,2 V_{\text{от}}$$

$$l_1 = 0,4\text{ м}$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$\omega_0 = ?$$

$$\omega_k = ?$$

$$V_{\text{от}} = ?$$

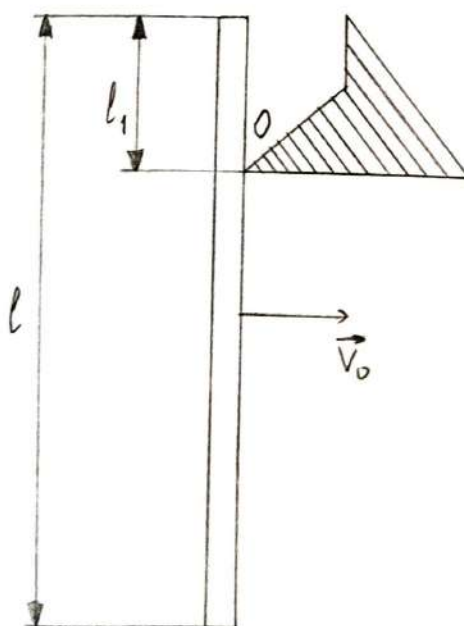


рис. 3

Рассчитаем минимальную горизонтальную скорость стержня  $V_{0m}$ .

Момент импульса стержня, движущегося поступательно с минимальной горизонтальной скоростью, перпендикулярно неподвижной оси  $Oz$  относительно этой оси (до удара)

$$L_z = M V_{0m} h, \quad (1)$$

где  $h = \frac{\ell}{2} - \ell_1$

$$h = \frac{1}{2} - 0,4 = 0,1 \text{ м}$$

Момент импульса стержня, вращающегося относительно неподвижной оси  $Oz$  с минимальной угловой скоростью  $\omega_{0m}$  (после удара):

$$L_z = I_{Oz} \omega_{0m}, \quad (2)$$

где  $I_{Oz}$  — момент инерции стержня относительно оси  $Oz$ .

Закон сохранения момента импульса:

$$M V_{0m} h = I_{Oz} \omega_{0m} \quad (3)$$

Закон сохранения энергии после удара:

$$\frac{I_{Oz} \omega_{0m}^2}{2} = M g h \quad (4)$$

из (4):

$$\omega_{0m} = \sqrt{\frac{2 M g h}{I_{Oz}}} \quad (5)$$

Подставляем (5) в (3) и упрощаем:

$$M V_{0m} h = \sqrt{2 M g h I_{Oz}} \quad (6)$$

По теореме Штейнера:

$$I_{Oz} = I_{Cz} + Mh^2, \quad (7)$$

где  $I_{Cz}$  - момент инерции сечения, относительно оси, проходящей через его центр масс.

$$I_{Cz} = \frac{Ml^2}{12} \quad (8)$$

Тогда (7) примет вид:

$$I_{Oz} = M \left( \frac{l^2}{12} + h^2 \right) \quad (9)$$

Подставляем (9) в (6):

$$M V_{om} h = \sqrt{2 M^2 g h \left( \frac{l^2}{12} + h^2 \right)}$$

$$V_{om} h = \sqrt{2 g h \left( \frac{l^2}{12} + h^2 \right)}$$

$$V_{om} = \sqrt{\frac{2 g \left( \frac{l^2}{12} + h^2 \right)}{h}} \quad (10)$$

$$V_{om} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10 \left( \frac{1^2}{12} + 0,1^2 \right)}{0,1}} = 4,3 \frac{м}{с}$$

Тогда  $V_0 = 1,2 V_{om}$

$$V_0 = 1,2 \cdot 4,3 = 5,16 \frac{м}{с}$$

Закон сохранения момента импульса справедлив и при начальной скорости  $V_0$ :

$$M V_0 h = I_{Oz} \omega_0$$

$$\omega_0 = \frac{M V_0 h}{I_{Oz}} \quad (11)$$

Подставляем (9) в (11):

$$\omega_0 = \frac{M V_0 h}{M \left( \frac{l^2}{12} + h^2 \right)}$$



$$\omega_0 = \frac{V_0 h}{\frac{e^2}{12} + h^2}$$

$$\omega_0 = \frac{5,16 \cdot 0,1}{\frac{1}{12} + 0,1^2} = 5,5 \text{ c}^{-1}$$

Закон сохранения энергии после удара:

$$\frac{I_{O2} \omega_0^2}{2} = Mgh + \frac{I_{O2} \omega_k^2}{2}$$

$$\omega_k = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{2Mgh}{I_{O2}}}$$

$$\omega_k = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{2gh}{\frac{e^2}{12} + h^2}}$$

$$\omega_k = \sqrt{5,5^2 - \frac{2 \cdot 10 \cdot 0,1}{\frac{1}{12} + 0,1^2}} = 3,0 \text{ c}^{-1}$$

Ответ:  $V_{om} = 4,3 \frac{м}{с}$

$$\omega_0 = 5,5 \text{ c}^{-1}$$

$$\omega_k = 3,0 \text{ c}^{-1}$$

# Домашнее задание по курсу общей физики.

1-й курс (2-й семестр)

Группа ИУ7-23Б Фамилия, имя, отчество Маслова М.Д.

Вариант № 11

Задача № 3-3

Колебательная система (КС), представленная на рис. 4, состоит из маятника массой  $m = 0,1 \text{ кг}$  и двух упругих пружин, имеющих жесткости  $k_1 = 16 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$  и  $k_2 = 14 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$ . Движение КС происходит в окружающей среде с малыми вязкими свойствами (малым коэффициентом сопротивления  $r = 0,8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ ). Маятник колеблется под действием пружин, соединенных параллельно. Массой пружин можно пренебречь. КС имеет горизонтальное положение. Длина 1-ой и 2-ой пружин в недеформированном состоянии равны  $l_{10} = 0,12 \text{ м}$  и  $l_{20} = 0,12 \text{ м}$ .  $L = 0,11 \text{ м}$  — длина каждой пружины в деформированном состоянии при  $t = 0$ . Маятник, находящийся в положении равновесия, смещают до расстояния  $L$ , а затем импульсом придают ей в начальный момент времени  $t = 0$  скорость  $V_1 = 0,03 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ . В результате КС приходит в колебательное движение. Необходимо:

1. Вывести дифференциальное ур-е малых колебаний, если сила сопротивления движению тела КС пропорциональна скорости, т.е.  $\vec{F} = -r\vec{V}$ , где  $r$  — коэффициент сопротивления.
2. Определить круговую частоту  $\omega_0$  и период  $T_0$  свободных незатухающих колебаний.
3. Найти круговую частоту  $\omega$  и период  $T$  свободных затухающих колебаний.
4. Вычислить логарифмический декремент затухания.
5. Определить, используя начальные условия задачи и

исходные данные, начальные амплитуду  $A_0$  и фазу  $\varphi_0$  колебаний.  
6. Написать с учетом найденных значений ур-е колебаний.

Дано:

$$m = 0,1 \text{ кг}$$

$$k_1 = 16 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$$

$$k_2 = 14 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$$

$$r = 0,8 \frac{\text{кг}}{\text{с}}$$

$$l_{10} = 0,12 \text{ м}$$

$$l_{20} = 0,12 \text{ м}$$

$$L = 0,11 \text{ м}$$

$$V_2 = 0,03 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

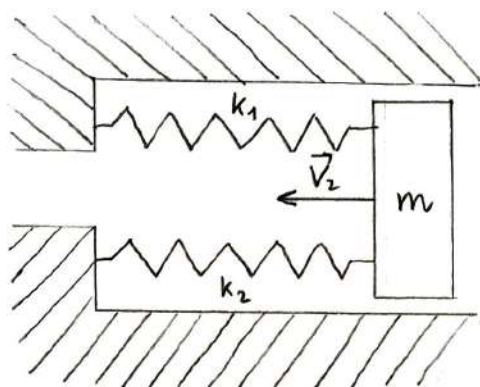


рис. 4.

Решение:

1. По 2-ому закону Ньютона

$$m a_x = \sum_i F_{ix}$$

В данном случае:

$$m a_x = -kx - r V_x$$

( $k$  - общая жесткость  
двух пружин)

$$m \ddot{x} = -kx - r \dot{x}$$

$$m \ddot{x} + r \dot{x} + kx = 0 \quad | : m$$

$$\ddot{x} + \frac{r}{m} \dot{x} + \frac{k}{m} x = 0 \quad (1)$$

$$\beta = \frac{r}{2m} - \text{коэффициент затухания} \quad (2)$$

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m} \quad (3)$$

Тогда, подставляя (2) и (3) в (1), получаем:

$$\ddot{x} + 2\beta \dot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

$$2. \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Найдем общую жесткость  $k$ :

$$\vec{F}_{осл} = \vec{F}_{упр1} + \vec{F}_{упр2}$$

$$Ox: kx = k_1 x + k_2 x$$

$$k = k_1 + k_2$$

$$k = 14 + 16 = 30 \frac{H}{m}$$

Тогда:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{30}{0,1}} = 17,3 \text{ c}^{-1}$$

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} ; T_0 = \frac{2 \cdot 3,14}{17,3} = 0,36 \text{ c}$$

$$3. \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$$

$$\beta = \frac{r}{2m} ; \beta = \frac{0,8 \frac{H}{c}}{2 \cdot 0,1m} = 4 \frac{1}{c}$$

$$\omega = \sqrt{17,3^2 - 4^2} = 16,8 \text{ c}^{-1}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} ; T = \frac{2 \cdot 3,14}{16,8} = 0,37 \text{ c}$$

4. Логарифмический декремент затухания:

$$\delta = \beta T$$

$$\delta = 4 \cdot 0,37 = 1,48$$

5. Т.к.  $\omega_0 > \beta$ , общее решение ур-я (1) имеет вид:

$$x = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0)$$

Тогда:

$$\begin{aligned} V = \dot{x} &= A_0 \left( (e^{-\beta t})' \cos(\omega t + \varphi_0) + (\cos(\omega t + \varphi_0))' e^{-\beta t} \right) = \\ &= A_0 e^{-\beta t} \left( -\beta \cos(\omega t + \varphi_0) - \omega \sin(\omega t + \varphi_0) \right) = \\ &= -A_0 e^{\beta t} \left( \beta \cos(\omega t + \varphi_0) + \omega \sin(\omega t + \varphi_0) \right) \end{aligned}$$



$$x(0) = l_{10} - L = A_0 \cos \varphi_0 \quad (4)$$

$$V(0) = V_2 = -A (\beta \cos \varphi_0 + \omega \sin \varphi_0) \quad (5)$$

Поделим (4) на (5):

$$\frac{l_{10} - L}{V_2} = \frac{A_0 \cos \varphi_0}{-A_0 (\beta \cos \varphi_0 + \omega \sin \varphi_0)}$$

$$V_2 \cos \varphi_0 = (L - l_{10}) (\beta \cos \varphi_0 + \omega \sin \varphi_0) \quad | : \cos \varphi_0$$

$$V_2 = (L - l_{10}) (\beta + \omega \operatorname{tg} \varphi_0)$$

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{1}{\omega} \left( \frac{V_2}{L - l_{10}} - \beta \right)$$

$$\varphi_0 = \arctg \left( \frac{1}{\omega} \left( \frac{V_2}{L - l_{10}} - \beta \right) \right)$$

$$\varphi_0 = \arctg \left( \frac{1}{16,8} \left( \frac{0,03 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{0,11 - 0,12} - 4 \right) \right) = -0,39 \text{ рад}$$

из (4):

$$A_0 = \frac{l_{10} - L}{\cos \varphi_0}$$

$$A_0 = \frac{0,12 - 0,11}{\cos(-0,39)} = 0,01 \text{ м}$$

6. Уравнение с учетом найденных значений:

$$\ddot{x} + 8\dot{x} + 282,24x = 0$$

или

$$x = 0,01 e^{-4t} \cos(16,8t - 0,39)$$

Ответ:  $\omega_0 = 17,3 \text{ с}^{-1}$ ;  $\omega = 16,8 \text{ с}^{-1}$ ;  $\delta = 1,48$ ;  $A_0 = 0,01 \text{ м}$

$T_0 = 0,36 \text{ с}$ ;  $T = 0,37 \text{ с}$ ;  $\varphi_0 = -0,39 \text{ рад}$ ;

$$\ddot{x} + 8\dot{x} + 282,24x = 0$$

$$x = 0,01 e^{-4t} \cos(16,8t - 0,39)$$

Домашнее задание по курсу общей физики.

1-й курс (2-й семестр)

Группа ИУ7-235 Фамилия, имя, отчество Маслова М.Д

Вариант № 11 Задача № 4-2

Для стержня, закрепленного, как показано на рис. 5, необходимо:

1. вывести формулу для возможных частот продольных волн, возбуждаемых в стержне, при которых в нем образуется стоячая волна.
2. указать, какая частота колебаний является основной, а какие частоты относятся к обертонам (и волнам гармоникам)
3. определить частоту и длину волн  $i$ -ой гармоники
4. для этой гармоники нарисовать вдоль стержня качественную картину:
  - а) стоячей волн амплитуд смещений
  - б) стоячей волн амплитуд деформаций.

Дано:

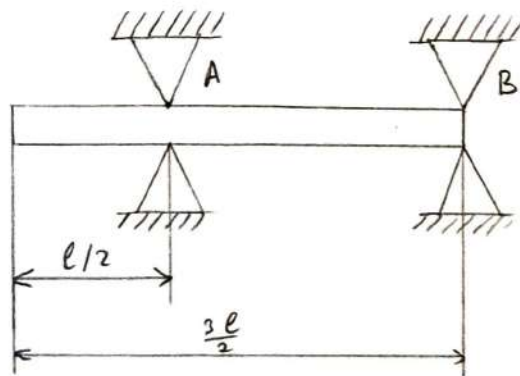
материал — титан

$$\rho = 4,5 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$E = 11 \cdot 10^{10} \text{ Па}$$

$$l = 0,8 \text{ м}$$

$$i = 1$$



Решение:

- 1 Пусть на левом конце стержня действует источник гармонических колебаний:

$$\xi = A \cos \omega t$$

Тога урание прямой волн:

$$\xi_1(x, t) = A \cos(\omega t - kx)$$

Т.к в точке В будет наблюдаться узел стоячей волн ( $l_0 = \frac{3l}{2}$ )

$$\xi_2(x, t) = A \cos(\omega t + kx - 2kl_0 - \pi)$$

Урание стоячей волн:

$$\begin{aligned} \xi(x, t) &= \xi_1 + \xi_2 = A \cos(\omega t - kx) + A \cos(\omega t + kx - 2kl_0 - \pi) = \\ &= 2A \sin(kl_0 - kx) \sin(kl_0 - \omega t) \end{aligned}$$

Тога:  $A_{cm} = |2A \sin(kl_0 - kx)|$

В точке В дамен наблюдаться узел:

$$x = l_0 \Rightarrow A_{cm} = 0$$

В точке А — узел:  $l_0 = \frac{3l}{2}$ ;  $x = \frac{l}{2}$

$$\sin\left(\frac{3kl}{2} - \frac{kl}{2}\right) = 0$$

$$\sin(kl) = 0$$

$$kl = \pi n; \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

На левом краю нити:  $l_0 = \frac{3l}{2}$ ;  $x = 0$

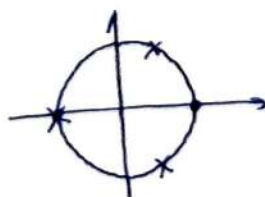
$$\sin \frac{3kl}{2} = \pm 1$$

$$\frac{3kl}{2} = \pi n - \frac{\pi}{2}; \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

$$kl = \frac{2\pi n}{3} - \frac{\pi}{3}$$

Условие одновременности:

$$\begin{cases} kl = \pi n \\ kl = \frac{2\pi n}{3} - \frac{\pi}{3} \end{cases}$$



$$kl = 2\pi n - \pi, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Т.к.  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  :

$$\frac{2\pi}{\lambda} \ell = 2\pi n - \pi, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

$$\frac{2\ell}{\lambda} = 2n - 1$$

$$\frac{\ell}{\lambda} = n - \frac{1}{2}$$

$$\ell = \frac{\lambda}{2} (2n - 1) \quad - \text{б. ринне } \ell \text{ умножается на нечетное число полуволн}$$

Для  $\ell_0 = \frac{3\ell}{2}$  :

$$\frac{3\ell}{2} = \frac{3\lambda}{4} (2n - 1)$$

$$\ell_0 = \frac{3\lambda}{4} (2n - 1)$$

Т.к.  $\lambda = \frac{c}{\nu}$  ; где  $c$  - скорость волны в вакууме.  
 $c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$

Тогда  $\ell_0 = \frac{3}{4} \ell \quad \ell = \frac{c}{2\nu} (2n - 1)$

$$\nu = \frac{c}{2\ell} (2n - 1)$$

$$\nu = \frac{1}{2\ell} \sqrt{\frac{E}{\rho}} (2n - 1) \quad - \text{возможные частоты, при которых в центре может образоваться стоячая волна}$$

$(n = 1, 2, 3, \dots)$

2. При  $n = 1$  ;  $\nu_1 = \frac{c}{2\ell}$  - основной тон

При  $n = 2, 3, 4, \dots$  - обертоны

3. Для  $i$ -ой гармоники ( $i = 1$ , т.е.  $n = 1$ )

$$\nu_1 = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \cdot \frac{1}{2\ell} ; \quad \nu_1 = \sqrt{\frac{11 \cdot 10^{10}}{4,5 \cdot 10^3}} \cdot \frac{1}{2 \cdot 0,8} = 3,1 \cdot 10^3 \text{ Гц}$$

$$\lambda_1 = \frac{2\ell}{2n - 1} \quad \lambda_1 = 2 \cdot 0,8 = 1,6 \text{ м}$$



4. Качественная картина:

а) связан волн амплитуд смещения.



б) связан волн амплитуд деформаций.

