Задача по мат логике   В11

$$(\neg X \vee (Y \vee \neg Z)) \vdash (\to (Z \to \neg X) \to \neg(Y \to \neg X))$$

1. $\neg X \vee (Y \vee \neg Z) = \neg X \vee (\neg Y \to \neg Z)$
   $= \neg\neg X \to (\neg Y \to \neg Z)$ — гипотеза
2. $\neg(Z \to \neg X)$ — гипотеза
3. Y — гипотеза
4.

_____

$\wedge$

1. $\neg\neg X \to (\neg Y \to \neg Z)$ — гип
2. $\neg(Z \to \neg X) = Z \& X$ — гип
3. Y — гип
4. $(\neg\neg X \to (\neg Y \to \neg Z)) \to ((\neg\neg X \to \neg Y) \to (\neg\neg X \to \neg Z))$
   $= cx 2$ при $A: = \neg\neg X, B = \neg Y, C = \neg Z$
5. $(\neg\neg X \to \neg Y) \to (\neg\neg X \to \neg Z)$ — MP (1) ч (4)

4. $Z \& X \to X$ — св-ва тожноти
5. X — MP (2),(4)
6. $\neg\neg X$

$\neg(\neg(\neg B \vee C) \to (\neg A \vee C)) =$

$\neg(\neg(\neg B \vee C) \to (\neg A \vee C)) = \neg(\neg(\neg\neg B \to C) \to (\neg\neg A \to C))$

$\neg B \vee C = \neg\neg B \to C$

$\neg(\neg\neg B \to C) =$

$= \neg((\neg\neg B \to C) \vee (\neg\neg A \to C)) =$

$\Rightarrow \neg(\neg\neg B \to C) \& \neg(\neg\neg A \to C)$

Ниже показать
что из 1-3
выводит
$\neg X$

$\neg\neg X \to (\neg Y \to \neg Z)$
$\neg(Z \to \neg X)$
Y

$$\neg\left(\neg\overbrace{(\neg B \vee C)}^{x} \to \overbrace{(\neg A \vee C)}^{y}\right) = \neg \text{и}.$$

1. $:= \neg\left((\neg B \vee C) \vee (\neg A \vee C)\right)$ — опр. дизъюнкции

2. $\neg(\neg B \vee C) \,\&\, \neg(\neg A \vee C)$ — закон Де Моргана (1)

3. $\neg(\neg B \vee C)$ — св-ва конъюнкции (2)

4. $\neg(\neg A \vee C)$ — св-ва конъюнкции (2)

5. $\neg\neg B \,\&\, \neg C$ — De Морг (3)

6. $\neg\neg A \,\&\, \neg C$ — De Морг (4)

7. $\neg\neg B$

8. $\neg C$

9. $\neg\neg A$

$(\neg X \vee (Y \vee \neg Z)) \vdash (\neg(Z \to \neg X) \to \neg(Y \to \neg X))$

1. $\neg X \vee (Y \vee \neg Z) = \neg\neg X \to (\neg Y \to \neg Z)$ — имп

2. $\neg(Z \to \neg X) = Z \& X$ — имп, по опр конъюн

3. $Z \& X \to X$ — по св. конъюн 2 } обсуди ?

4. X — MP (2),(3) сразу

5. $\neg\neg X$ — R_4 и(4)

6. $\neg Y \to \neg Z$ — MP, (1) (5)

7. $Z \to Y$ — R_2 (6)

8. $Z \& X \to Z$ — по св. кон 2 } хочу

9. Z — MP (8),(2) сразу Z

10. Y — MP (7),(9)

11. $Y \& X = \neg(Y \to \neg X)$ — по св конъюн

(4) (10)

$(\neg X \vee (Y \vee \neg Z)), \neg(Z \to \neg X) \vdash \neg(Y \to \neg X)$

по теорем дедук

$(\neg X \vee (Y \vee \neg Z)) \vdash (\neg(Z \to \neg X) \to \neg(Y \to \neg X))$

ч.т.д.