Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ «Информатика и системы управления»

КАФЕДРА «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»

ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ
по курсу «Моделирование»

«Марковские процессы»

Студент: ИУ7-73Б (группа) ____________________ (подпись, дата) М. Д. Маслова (И. О. Фамилия)

Руководитель: ____________________ (подпись, дата) И. В. Рудаков (И. О. Фамилия)

2022 г.

СОДЕРЖАНИЕ

1 Задание

Разработать программное обеспечение, предоставляющее возможность определения вероятности и времени пребывания системы массового обслуживания в каждом состоянии в установившемся режиме работы.

Реализовать графический интерфейс, позволяющий задать количество состояний системы (их не более десяти) и матрицу интенсивностей переходов.

2 Теоретическая часть

2.1 Марковские процессы

Случаный процесс, протекающий в некоторой системе S, называется ***марковским***, если для каждого момента времени вероятность любого состояния системы в будущем зависит только от ее состояния в настоящем времени и не зависит от того, когда и каким образом система пришла в это состояние, то есть не зависит от того, как процесс развивался в прошлом.

2.2 Предельные вероятности состояний

Для марковских процессов используются уравнения Колмогорова, составляющиеся по следующему правилу:

1. В левой части каждого уравнения стоит производная вероятности состояния.
2. Правая часть чодержит столько членов, сколько стрелок связано с этим состоянием; если стрелка направлена из состояния соответствующий член имеет знак «-», если в состояние — знак «+».
3. Каждый член равен плотности веротности перехода (интенсивности), соответсвующей данной стрелке, умноженной на вероятность того состояния, из которого исходит стрелка.

То есть строится система уравнений, которые имеют вид:

$$P_i'(t) = \sum_{j=1}^{n} \lambda_{ji} P_j(t) - P_i(t) \sum_{j=1}^{n} \lambda_{ij}, \tag{2.1}$$

где $P_i(t)$ – вероятность того, что система находится в i-ом состоянии;
n — число состояний в системе;
$\lambda_i j$ — интенсивность перехода системы из i-ого состояния в j-ое.
Одно из уравнений данной системы заменяется условием нормировки:

$$\sum_{i=1}^{n} P_i(t) = 1. \tag{2.2}$$

В силу того, что ***предельные вероятности состояний постоянны***, для их определения в уравнениях Колмогорова необходимо ***заменить их про-***

изводные нулями и решить полученную систему линейных алгебраческих уравнений.

Отметим, что предельная вероятность состояния показывает ***среднее относительное время пребывания*** системы в этом состоянии.

2.3 Точки стабилизации

Для определения точек стабилизации системы определяются вероятности состояний с некоторым малым шагом Δt. Точка стабилизации считается найденной, если приращение вероятности, а также разница между ранее найденной предельной вероятностью состояния и вычисленной вероятностью, достаточно малы, то есть выполняются соотношения:

$$|P_i(t + \Delta t) - P_i(t)| < \varepsilon, \tag{2.3}$$

$$|P_i(t) - \lim_{t \to \infty} P_i(t)| < \varepsilon, \tag{2.4}$$

где ε — заданная точность.

3 Практическая часть

3.1 Текст программы

3.2 Полученный результат