



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Московский государственный технический университет  
имени Н.Э. Баумана  
(национальный исследовательский университет)»  
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

---

ФАКУЛЬТЕТ \_\_\_\_\_ «Информатика и системы управления»

КАФЕДРА \_\_\_\_\_ «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»

## ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ по курсу «Моделирование»

«Марковские процессы»

Студент:	<u>ИУ7-73Б</u> (группа)	_____ (подпись, дата)	<u>М. Д. Маслова</u> (И. О. Фамилия)
Руководитель:		_____ (подпись, дата)	<u>И. В. Рудаков</u> (И. О. Фамилия)

2022 г.

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>1</b>	<b>Задание . . . . .</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Теоретическая часть . . . . .</b>	<b>5</b>
2.1	Марковские процессы . . . . .	5
2.2	Предельные вероятности состояний . . . . .	5
2.3	Время наступления установившегося режима . . . . .	6
<b>3</b>	<b>Практическая часть . . . . .</b>	<b>7</b>
3.1	Текст программы . . . . .	7
3.2	Полученный результат . . . . .	7

## **1 Задание**

Разработать программное обеспечение, предоставляющее возможность определения вероятности и времени пребывания системы массового обслуживания в каждом состоянии в установившемся режиме работы.

Реализовать графический интерфейс, позволяющий задать количество состояний системы (их не более десяти) и матрицу интенсивностей переходов.

## 2 Теоретическая часть

### 2.1 Марковские процессы

Случайный процесс, протекающий в некоторой системе  $S$ , называется **марковским**, если для каждого момента времени вероятность любого состояния системы в будущем зависит только от ее состояния в настоящем времени и не зависит от того, когда и каким образом система пришла в это состояние, то есть не зависит от того, как процесс развивался в прошлом.

### 2.2 Предельные вероятности состояний

Для марковских процессов используются уравнения Колмогорова, составляющиеся по следующему правилу:

1. В левой части каждого уравнения стоит производная вероятности состояния.
2. Правая часть содержит столько членов, сколько стрелок связано с этим состоянием; если стрелка направлена из состояния соответствующий член имеет знак «-», если в состояние — знак «+».
3. Каждый член равен плотности вероятности перехода (интенсивности), соответствующей данной стрелке, умноженной на вероятность того состояния, из которого исходит стрелка.

То есть строится система уравнений, которые имеют вид:

$$P'_i(t) = \sum_{j=1}^n \lambda_{ji} P_j(t) - P_i(t) \sum_{j=1}^n \lambda_{ij}, \quad (2.1)$$

где  $P_i(t)$  — вероятность того, что система находится в  $i$ -ом состоянии;

$n$  — число состояний в системе;

$\lambda_{ij}$  — интенсивность перехода системы из  $i$ -ого состояния в  $j$ -ое.

Одно из уравнений данной системы заменяется условием нормировки:

$$\sum_{i=1}^n P_i(t) = 1. \quad (2.2)$$

В силу того, что **предельные вероятности состояний постоянны**, для их определения в уравнениях Колмогорова необходимо **заменить их про-**

*изводные нулями* и решить полученную систему линейных алгебраических уравнений.

Отметим, что предельная вероятность состояния показывает *среднее относительное время пребывания* системы в этом состоянии.

### **2.3 Время наступления установившегося режима**

### **3 Практическая часть**

#### **3.1 Текст программы**

#### **3.2 Полученный результат**