



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ _____ «Информатика и системы управления»

КАФЕДРА _____ «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»

ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №1 по курсу «Моделирование»

Студент _____ Маслова Марина Дмитриевна

Группа _____ ИУ7-63Б

Оценка (баллы) _____

Преподаватель _____ Градов Владимир Михайлович

2022 г.

Тема: Программная реализация приближенного аналитического метода и численных алгоритмов первого и второго порядков точности при решении задачи Коши для ОДУ.

Цель работы. Программная реализация приближенного аналитического метода и численных алгоритмов первого и второго порядков точности при решении задачи Коши для ОДУ.

1 Исходные данные

1. ОДУ, не имеющее аналитического решения (формула (1.1)).

$$\begin{aligned}u'(x) &= x^2 + u^2, \\ u(0) &= 0.\end{aligned}\tag{1.1}$$

2 Описание алгоритмов

Обыкновенные дифференциальные уравнения (ОДУ) — дифференциальные уравнения (ДУ) с одной независимой переменной.

ДУ n -ого порядка описывается формулой (2.1). Заменой переменной ОДУ n -ого порядка сводится к системе ДУ первого порядка.

$$F(x, u, u', u'', \dots, u^{(n)}) = 0.\tag{2.1}$$

Задача данной лабораторной работы является задачей Коши, состоящей в поиске решения дифференциального уравнения, удовлетворяющего начальным условиям (формула (2.2)).

$$\begin{aligned}u'(x) &= f(x, u), \\ u(\xi) &= \eta.\end{aligned}\tag{2.2}$$

В данной лабораторной работе рассматриваются следующие методы решения:

- метод Пикара;
- явный метод первого порядка точности (Эйлера);
- явный метод второго порядка точность (Рунге-Кутта).

2.1 Метод Пикара

Пусть поставлена задача Коши, выражающаяся формулой (2.3):

$$\begin{aligned}u'(x) &= \varphi(x, u(x)), \\x_0 &\leq x \leq x_l \\u(x_0) &= u_0.\end{aligned}\tag{2.3}$$

Проинтегрировав выписанное уравнение получим формулу (2.4).

$$u(x) = u_0 + \int_{x_0}^x \varphi(t, u(t)) dt.\tag{2.4}$$

Последовательные приближения метода пикара реализуются по схеме, описывающейся формулой (2.5).

$$u_i(x) = u_0 + \int_{x_0}^x \varphi(t, u_{i-1}(t)) dt,\tag{2.5}$$

где $i = 1, 2, \dots$ — номер итерации,

причем $u_0(t) = u_0$.

Для задачи данной лабораторной работы с помощью схемы, описывающейся формулой (2.5), получим следующие приближения (формулы (2.6-2.9)):

$$u_1(x) = 0 + \int_0^x (t^2 + u_0^2(t)) dt = \int_0^x t^2 dt = \left. \frac{t^3}{3} \right|_0^x = \frac{x^3}{3},\tag{2.6}$$

$$\begin{aligned}u_2(x) &= 0 + \int_0^x (t^2 + u_1^2(t)) dt = \int_0^x \left(t^2 + \left(\frac{t^3}{3} \right)^2 \right) dt = \\&= \int_0^x \left(t^2 + \frac{t^6}{9} \right) dt = \left. \left(\frac{t^3}{3} + \frac{t^7}{63} \right) \right|_0^x = \frac{x^3}{3} + \frac{x^7}{63}\end{aligned}\tag{2.7}$$

$$\begin{aligned}
u_3(x) &= 0 + \int_0^x (t^2 + u_2^2(t)) dt = \\
&= \int_0^x \left(t^2 + \left(\frac{t^3}{3} + \frac{t^7}{63} \right)^2 \right) dt = \int_0^x \left(t^2 + \frac{t^6}{9} + \frac{2t^{10}}{63 \cdot 3} + \frac{t^{14}}{63^2} \right) dt = \\
&= \left(\frac{t^3}{3} + \frac{t^7}{63} + \frac{2t^{11}}{2079} + \frac{t^{15}}{59535} \right) \Big|_0^x = \frac{x^3}{3} + \frac{x^7}{63} + \frac{2x^{11}}{2079} + \frac{x^{15}}{59535}
\end{aligned} \tag{2.8}$$

$$\begin{aligned}
u_4(x) &= 0 + \int_0^x (t^2 + u_3^2(t)) dt = \\
&= \int_0^x \left(t^2 + \left(\frac{x^3}{3} + \frac{x^7}{63} + \frac{2x^{11}}{2079} + \frac{x^{15}}{59535} \right)^2 \right) dt = \\
&= \left(\frac{t^3}{3} + \frac{t^7}{63} + \frac{2t^{11}}{2079} + \frac{13t^{15}}{218295} + \frac{82t^{19}}{37328445} + \frac{662t^{23}}{10438212015} + \right. \\
&\quad \left. + \frac{4t^{27}}{3341878155} + \frac{t^{31}}{109876901975} \right) \Big|_0^x = \frac{x^3}{3} + \frac{x^7}{63} + \frac{2x^{11}}{2079} + \frac{13x^{15}}{218295} + \\
&\quad + \frac{82x^{19}}{37328445} + \frac{662x^{23}}{10438212015} + \frac{4x^{27}}{3341878155} + \frac{x^{31}}{109876902975}
\end{aligned} \tag{2.9}$$

3 Код программы

4 Результат работы

5 Контрольные вопросы