



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Московский государственный технический университет  
имени Н.Э. Баумана  
(национальный исследовательский университет)»  
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

---

ФАКУЛЬТЕТ \_\_\_\_\_ «Информатика и системы управления»

КАФЕДРА \_\_\_\_\_ «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»

## РАСЧЕТНО-ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

*К НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ*

*НА ТЕМУ:*

«Классификация методов построения  
индексов в базах данных»

Студент: ИУ7-73Б  
(группа)

\_\_\_\_\_  
(подпись, дата)

М. Д. Маслова  
(И. О. Фамилия)

Руководитель:

\_\_\_\_\_  
(подпись, дата)

А. А. Оленев  
(И. О. Фамилия)

2022 г.

## РЕФЕРАТ

Расчетно-пояснительная записка 27 с., 13 рис., 4 табл., 20 источн., 1 прил.  
ИНДЕКСЫ, В-ДЕРЕВЬЯ, ХЕШ-ИНДЕКСЫ, БИТОВЫЕ ИНДЕКСЫ,  
ОБУЧЕННЫЕ ИНДЕКСЫ, БАЗЫ ДАННЫХ, СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ  
БАЗАМИ ДАННЫХ

Объектом исследования является построение индексов в базах данных.

Цель работы — классификация методов построения индексов в базах данных.

В разделе 1 рассмотрено понятие индекса в базах данных и его основные свойства, а также описаны типы индексов.

В разделе 2 проведен обзор методов построения индексов на основе В-деревьев, хеш-таблиц и битовых карт, а также соответствующих обученных индексов.

В разделе 3 приведены критерии оценки качества описанных методов и проведено сравнение по этим критериям.

В результате работы выявлено, что обученные индексы могут позволить уменьшить время поиска в 9.8 раза и вставки в 15.7 раза по сравнению с традиционными индексами, сократить число коллизий на 44.8%, а также уменьшить размер индексов, решающих задачу проверки существования ключа на 36%.

# СОДЕРЖАНИЕ

<b>РЕФЕРАТ</b> . . . . .	<b>3</b>
<b>ВВЕДЕНИЕ</b> . . . . .	<b>5</b>
<b>1 Анализ предметной области</b> . . . . .	<b>6</b>
1.1 Основные определения . . . . .	6
1.2 Типы индексов . . . . .	7
<b>2 Описание существующих методов построения индексов</b> . . . . .	<b>9</b>
2.1 Индексы на основе деревьев поиска . . . . .	9
2.1.1 В-деревья . . . . .	9
2.1.2 В <sup>+</sup> -деревья . . . . .	13
2.1.3 Обученные индексы . . . . .	14
2.2 Индексы на основе хеш-таблиц . . . . .	16
2.2.1 Хеш-индексы . . . . .	17
2.2.2 Обученные хеш-индексы . . . . .	19
2.3 Индексы на основе битовых карт . . . . .	20
2.3.1 Фильтр Блума . . . . .	20
2.3.2 Обученные индексы проверки существования . . . . .	20
<b>3 Классификация существующих методов</b> . . . . .	<b>22</b>
<b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ</b> . . . . .	<b>24</b>
<b>СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ</b> . . . . .	<b>26</b>
<b>ПРИЛОЖЕНИЕ А</b> . . . . .	<b>27</b>

## ВВЕДЕНИЕ

На протяжении последнего десятилетия происходит автоматизация все большего числа сфер человеческой деятельности [1]. Это приводит к тому, что с каждым годом производится все больше данных. Так, по исследованию компании IDC (International Data Corporation), занимающейся изучением мирового рынка информационных технологий и тенденций развития технологий, объем данных к 2025 году составит около 175 зеттабайт, в то время как на год исследования их объем составлял 33 зеттабайта [2].

Для хранения накопленных данных используются базы данных (БД), доступ к ним обеспечивается системами управления базами данных (СУБД), обрабатывающими запросы на поиск, вставку, удаление или обновление. При больших объемах информации необходимы методы для уменьшения времени обработки запросов, одним из которых является построение индексов [3].

Базовые методы построения индексов используют такие структуры, как деревья поиска, хеш-таблицы и битовые карты [4]. На основе данных методов проводятся исследования по разработке новых для уменьшения времени поиска и затрат на перестроение индекса при изменении данных, а также сокращения дополнительно используемой памяти. Одно из таких исследований [5] было проведено в 2018 году, авторы которого, опираясь на идею, что обычные индексы не учитывают распределение данных, предложили новый вид индексов, основанный на машинном обучении, и назвали их обученные индексы (*learned indexes*). За последние пять лет было проведено множество исследований [6–9] по совершенствованию обученных индексов в плане поддержки операций и улучшению производительности, поэтому в данной работе в сравнение к базовым приводятся методы построения обученных индексов.

Целью данной работы является классификация методов построения индексов в базах данных.

Для достижения поставленной цели требуется решить следующие задачи:

- провести анализ предметной области: дать основные определения, описать свойства индексов и их типы;
- описать методы построения индексов в базах данных;
- предложить и обосновать критерии оценки качества описанных методов и сравнить методы по предложенным критериям оценки.

# 1 Анализ предметной области

## 1.1 Основные определения

Индекс — это некоторая структура, обеспечивающая быстрый поиск записей в базе данных [10]. Индекс определяет соответствие значения атрибута или набора атрибутов — ключа поиска — конкретной записи с местоположением этой записи [11]. Это соответствие организуется с помощью индексных записей. Каждая из них соответствует записи в индексируемой таблице — таблице, по которой строится индекс — и содержит два поля: идентификатор записи или указатель на нее, а также значение индексированного поля в этой записи [12].

Индексы могут использоваться для поиска по конкретному значению или диапазону значений, а также для проверки существования элемента в таблице, однако обеспечение уменьшения времени доступа к записям в общем случае достигается за счет [11]:

- упорядочивания индексных записей по ключу поиска, что уменьшает количество записей, которые необходимо просмотреть;
- а также меньшего размера индекса по сравнению с индексируемой таблицей, сокращающего время чтения одного элемента.

В то же время индекс является структурой, которая строится в дополнение к существующим данным, то есть он занимает дополнительный объем памяти и должен соответствовать текущим данным. Последнее значит, что индекс необходимо изменять при вставке или удалении элементов, на что затрачивается время, поэтому индекс, ускоряя работу СУБД при доступе к данным, замедляет операции изменения таблицы, что необходимо учитывать [13].

Таким образом, индекс может описываться [11]:

- типом доступа — поиск записей по атрибуту с конкретным значением, или со значением из указанного диапазона;
- временем доступа — время поиска записи или записей;
- временем вставки, включающее время поиска правильного места вставки, а также время для обновления индекса;
- временем удаления, аналогично вставке, включающее время на поиск удаляемого элемента и время для обновления индекса;
- дополнительной памятью, занимаемой индексной структурой.

## 1.2 Типы индексов

Индексы могут быть [11]:

- кластеризованные и некластеризованные;
- плотные и разреженные;
- одноуровневые и многоуровневые;
- а также иметь в своей основе различные структуры, что описывается в следующем разделе, так как исследуется в данной работе.

В кластеризованных индексах логический порядок ключей определяет физическое расположение записей, а так как строки в таблице могут быть упорядочены только в одном порядке, то кластеризованный индекс может быть только один на таблицу. Логический порядок некластеризованных индексов не влияет на физический, и индекс содержит указатели на записи таблицы [13].

Плотные индексы (рисунок 1.1) содержат ключ поиска и указатель на первую запись с заданным ключом поиска. При этом в кластеризованных индексах другие записи с заданным ключом будут лежать сразу после первой записи, так как записи в таких файлах отсортированы по тому же ключу. Плотные некластеризованные индексы должны содержать список указателей на каждую запись с заданным ключом поиска [11].



Рисунок 1.1 – Плотный индекс

В разреженных индексах (рисунок 1.2) записи содержат только некоторые значения ключа поиска, а для доступа к элементу отношения ищется запись индекса с наибольшим меньшим или равным значением ключа поиска, происходит переход по указателю на первую запись по найденному ключу и далее по указателям в файле происходит поиск заданной записи. Таким образом, разреженные индексы могут быть построены только на отсортированных последовательностях записей, иначе хранения только некоторых ключей поиска

будет недостаточно, так как будет неизвестно, после записи, с каким ключом будет лежать необходимый элемент отношения [11].



Рисунок 1.2 – Разреженный индекс

Поиск с помощью плотных индексов быстрее, так как указатель в записи индекса сразу приводит к необходимым записям. Однако разреженные индексы требуют меньше дополнительной памяти и сокращают время поддержания структуры индекса в актуальном состоянии при вставке или удалении [11].

Одноуровневые индексы ссылаются на данные в таблице, индексы же верхнего уровня многоуровневой структуры ссылаются на индексы нижестоящего уровня [11] (рисунок 1.3).

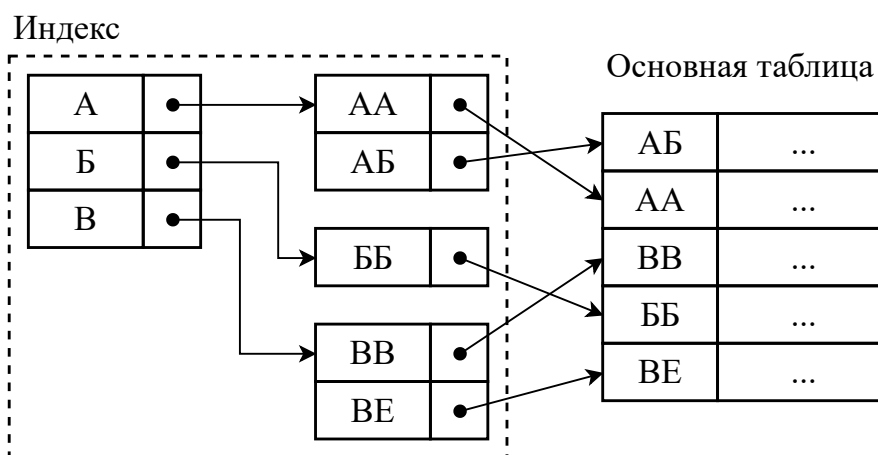


Рисунок 1.3 – Многоуровневый индекс

## **2 Описание существующих методов построения индексов**

Как было сказано выше индексы обеспечивают быстрый поиск записей, поэтому в их основе лежат структуры, предназначенные для решения этой задачи. По данным структурам индексы подразделяются на

- индексы на основе деревьев поиска,
- индексы на основе хеш-таблиц,
- индексы на основе битовых карт.

При этом каждой из представленных групп индексов соответствует своя подзадача, которую решают данные индексы, что подробнее описано далее.

### **2.1 Индексы на основе деревьев поиска**

Дерево поиска — иерархическая структура, используемая для поиска записей, которая осуществляет работу с отсортированными значениями ключей и в которой каждый переход на более низкий уровень иерархии уменьшает интервал поиска. При использовании деревьев поиска для построения индексов необходимо учитывать, что требуется обеспечить как ускорение поиска данных, так и уменьшение затрат на обновление индекса при вставках и удалениях. По этим причинам при решении задачи поиска в базах данных используют сбалансированные сильноветвящиеся деревья [14].

В данном случае сбалансированными деревьями называют такие деревья, что длины любых двух путей от корня до листьев одинаковы [15]. Сильноветвящимися же являются деревья, каждый узел которых ссылается на большое число потомков [16]. Эти условия обеспечивают минимальную высоту дерева для быстрого поиска и свободное пространство в узлах для внесения изменений в базу данных без необходимости изменения индекса при каждой операции.

Наиболее используемыми деревьями поиска, имеющими описанные свойства, являются В-деревья и их разновидность —  $B^+$ -деревья [14].

#### **2.1.1 В-деревья**

В-дерево — это сбалансированная, сильноветвящаяся древовидная, работающая с отсортированными значениями структура данных, операции вставки и удаления в которой не изменяют ее свойств [17]. Все свойства данной структуры поддерживаются путем сохранения в узлах положений для включения



новых элементов [18]. Это осуществляется за счет свойств узлов, которые определяются порядком В-дерева  $m$ .

В-деревом порядка  $m$  [14, 18] называется дерево поиска, такое что:

- каждый узел имеет формат, описывающийся формулой (2.1):

$$(P_1, (K_1, Pr_1), P_2, (K_2, Pr_2), \dots, (K_{q-1}, Pr_{q-1}), P_q), \quad (2.1)$$

где  $q \leq m$ ,

$P_i$  — указатель на  $i$ -ого потомка в случае внутреннего узла или пустой указатель в случае внешнего (листа),

$K_i$  — ключи поиска,

$Pr_i$  — указатель на запись, соответствующую ключу поиска  $K_i$ ;

- для каждого узла выполняется  $K_1 < K_2 < \dots < K_q$ ;
- для каждого ключа поиска  $X$  потомка, лежащего по указателю  $P_i$  выполняются условия, описывающиеся формулой (2.2):

$$\begin{aligned} K_{i-1} < X < K_i, & \text{ если } 1 < i < q, \\ X < K_i, & \text{ если } i = 1, \\ K_{i-1} < X, & \text{ если } i = q; \end{aligned} \quad (2.2)$$

- каждый узел содержит не более  $m - 1$  ключей поиска или, что то же самое, имеет не более  $m$  потомков;
- каждый узел за исключением корня содержит не менее  $\lceil m/2 \rceil - 1$  ключей поиска, или, что то же самое, имеет не менее  $\lceil m/2 \rceil$  потомков;
- корень может содержать минимум один ключ, либо, что то же самое, иметь минимум два потомка;
- каждый узел за исключением листьев, содержащий  $q - 1$  ключей, имеет  $q$  потомков;
- все листья находятся на одном и том же уровне.

В случае с индексами к каждому ключу поиска во всех узлах добавляется указатель на запись, соответствующую этому ключу. Другими словами, каждый узел содержит набор указателей, ссылающихся на дочерние узлы, и набор пар, каждая из которых состоит из ключа поиска и указателя, ссылающегося на данные. При этом записи с данными хранятся отдельно и частью В-дерева не являются [14].

Пример В-дерева представлен на рисунке 2.1.

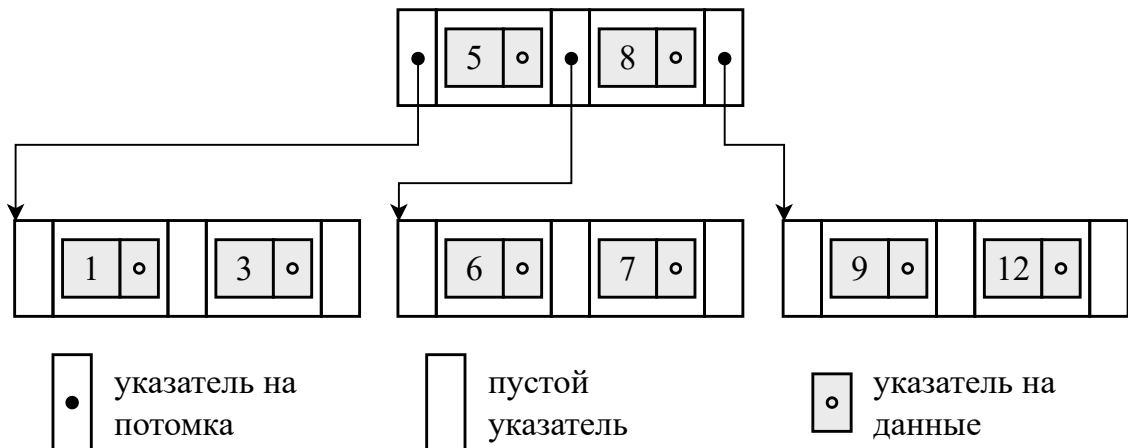


Рисунок 2.1 – Пример В-дерева

Построение В-дерева [19] начинается с создания корневого узла. В него происходит вставка до полного заполнения, то есть до того момента, пока все  $q - 1$  позиций не будут заняты. При вставке  $q$ -ого значения создается новый корень, в который переносится только медиана значений, старый корень разделяется на два узла, между которыми равномерно распределяются оставшиеся значения (рисунок 2.2). Два созданных узла становятся потомками нового корня.

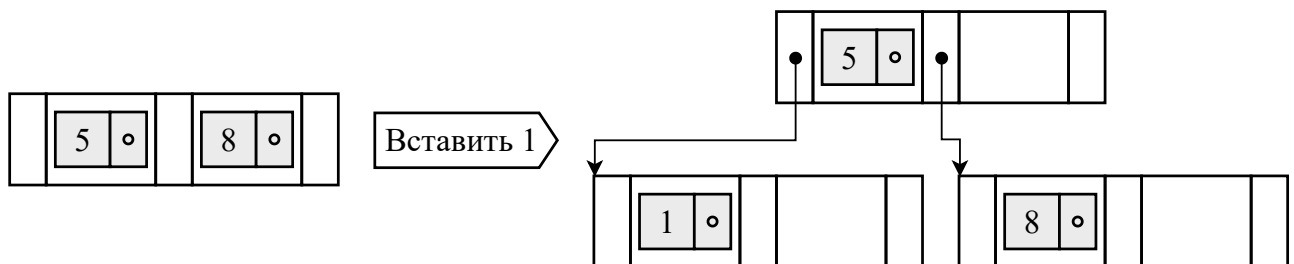


Рисунок 2.2 – Пример вставки в В-дерево при заполненном корне

Когда некорневой узел заполнен и в него должен быть вставлен новый ключ, этот узел разделяется на два узла на том же уровне, а средняя запись перемещается в родительский узел вместе с двумя указателями на новые разделенные узлы. Если родительский узел заполнен, он также разделяется. Разделение может распространяться вплоть до корневого узла, при разделении которого создается новый уровень (рисунок 2.3). Фактически дерево строится последовательным выполнением операций вставки.

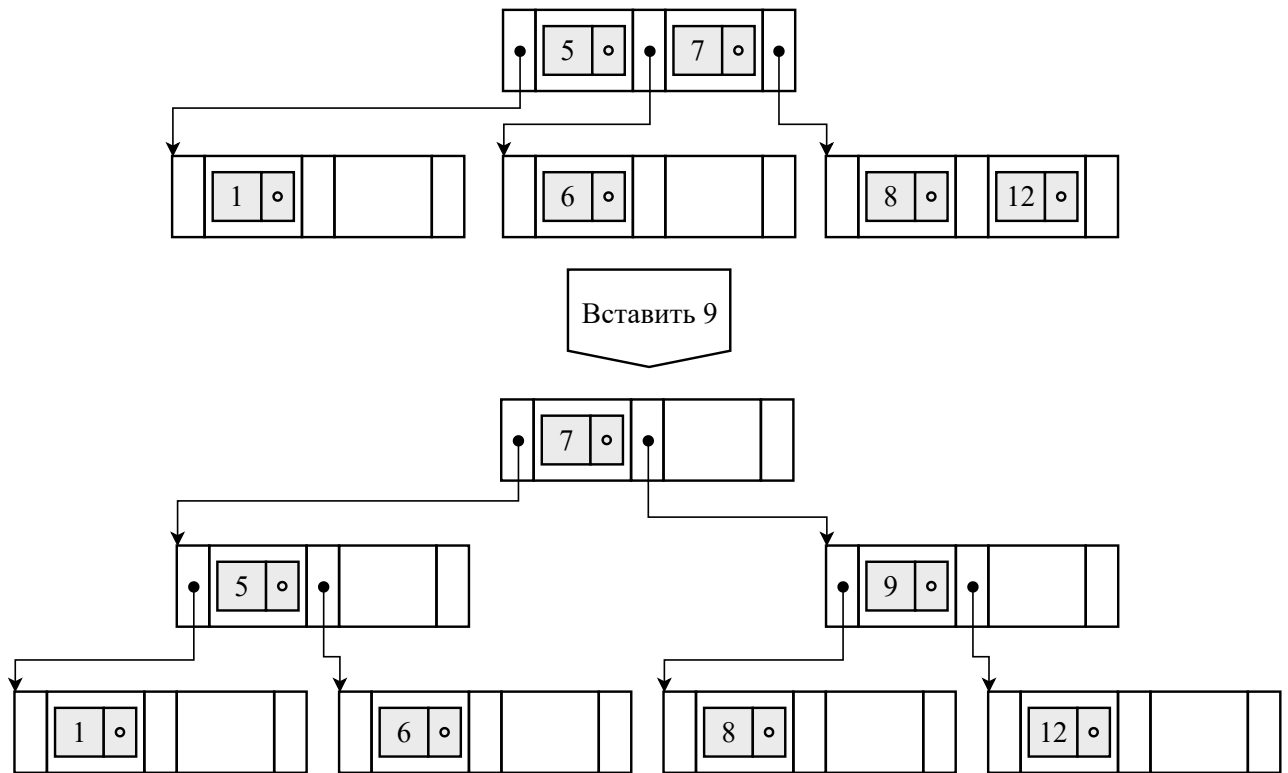


Рисунок 2.3 – Пример вставки в В-дерево при последовательном заполнении узлов разных уровней

Удаление значений основано на той же идее. Нужно значение удаляется из узла, в котором оно находится, и если количество значений в узле становится меньше половины максимально возможного количества значений, то узел объединяется с соседними узлами, что также может распространяться вплоть до корня [20].

Поиск в В-дереве начинается с корня. Если искомое ключевое значение  $X$  найдено в узле, то есть какой либо ключ  $K_i$  в нем равен  $X$ , то доступ к нужной записи осуществляется по соответствующему указателю  $Pr_i$ . Если значение не найдено, происходит переход к поддереву по указателю  $P_i$ , соответствующему наименьшему значению  $i$ , такому, что  $X < K_i$ . Если  $X$  больше  $K_i$  для любого значения  $i \in \overline{1, q-1}$ , то переход осуществляется по указателю  $P_q$ . Далее действия повторяются для того поддерева, к которому произошел переход, до тех пор, пока не будет найдено нужное значение или не будет достигнут конец листового узла, что означает отсутствие искомого ключа [14].

Таким образом, можно выделить следующие основные свойства В-деревьев [20]:

- ключи и указатели на данные хранятся во всех узлах дерева;

- как следствие первого свойства, поиск различных ключей может выполняться проходом по разному числу узлов, но максимальная длина пути равна высоте дерева, что дает временную сложность поиска в среднем случае —  $O(\log N)$ ;
- операции вставки и удаления также имеют временную сложность в среднем случае —  $O(\log N)$ ;
- в случае поиска по ключам, принадлежащим некоторому диапазону, требуется переход от дочерних узлов к родительским и наоборот, что является главным недостатком В-дерева.

### 2.1.2 В<sup>+</sup>-деревья

Для устранения недостатков В-деревьев были введены В<sup>+</sup>-деревья [20], структура которых аналогична структуре В-дерева за исключением двух моментов [14]. Во-первых, внутренние узлы не содержат указателей на записи, в них хранятся только значения ключей, то есть внутренние узлы имеют формат, описывающийся формулой (2.3):

$$(P_1, K_1, P_2, K_2, \dots, K_{q-1}, P_q), \quad (2.3)$$

где  $q \leq m$ ,

$P_i$  — указатель на  $i$ -ого потомка,

$K_i$  — ключи поиска.

Указатели на данные содержатся только в листьях. При этом каждый ключ, содержащийся во внутренних узлах, встречается в каком-либо листе, то есть условие, представленное формулой (2.2), для В<sup>+</sup>-деревьев модернизируется в формулу (2.4):

$$\begin{aligned} K_{i-1} < X \leq K_i, & \text{ если } 1 < i < q, \\ X \leq K_i, & \text{ если } i = 1, \\ K_{i-1} < X, & \text{ если } i = q. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Все остальные свойства В-дерева порядка  $m$  верны и для В<sup>+</sup>-дерева.

Во-вторых, каждый листовой узел содержит только пары (ключ, указатель на данные) и не содержит указателей на потомков, так как при любых операциях лист не может стать внутренним узлом, а также структура внешнего

узла отличается от структуры внутренних. При этом в конец каждого листа добавляется указатель на следующий лист.

Пример  $B^+$ -дерева приведен на рисунке 2.4.

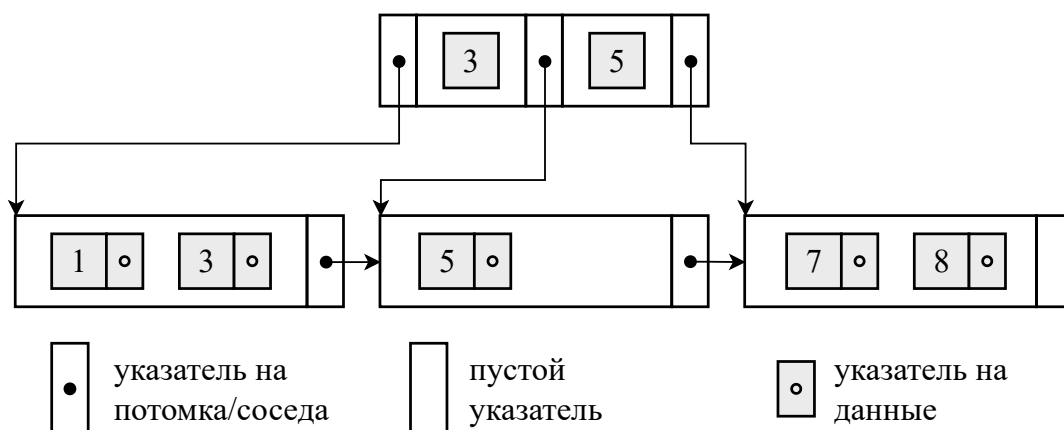


Рисунок 2.4 – Пример  $B^+$ -дерева

В силу того, что листы имеют структуру, они могут иметь порядок отличный от порядка внутренних узлов, что позволяет уменьшить высоту дерева, а следовательно и количество блоков памяти, к которым необходимо обратиться, что позволяет сократить время поиска. Наличие же во внешних узлах всех ключей и указателей на соседние листы, предоставляет новый способ обхода дерева — последовательно по листам, что дает возможность быстрее обрабатывать запросы на поиск в диапазоне [18]. Операции вставки и удаления элементов в  $B^+$ -дерево аналогичны соответствующим операциям на  $B$ -дереве, то есть сложности всех операций над  $B^+$ -деревом остаются такими же как в  $B$ -дереве. Из-за большей скорости поиска по сравнению с  $B$ -деревьями и аналогичных операций  $B^+$ -деревья часто называют просто  $B$ -деревьями, подменяя исходный термин.

### 2.1.3 Обученные индексы

Индексы на основе  $B$ -деревьев можно рассматривать как модель сопоставления ключа с позицией искомой записи в отсортированном массиве, или в терминах машинного обучения, как дерево принятия решения. Такие индексы сопоставляют ключ положению записи с минимальной ошибкой, равной нулю, и максимальной ошибкой, равной размеру страницы, гарантируя, что искомое значение принадлежит указанному диапазону. Поэтому  $B$ -дерево может быть заменено на какую-либо модель машинного обучения, включая нейронные

сети, при условии, что эта модель будет также гарантировать принадлежность записи некоторому диапазону (рисунок 2.5), при этом возможно достижение временной сложности поиска  $O(1)$  [5].

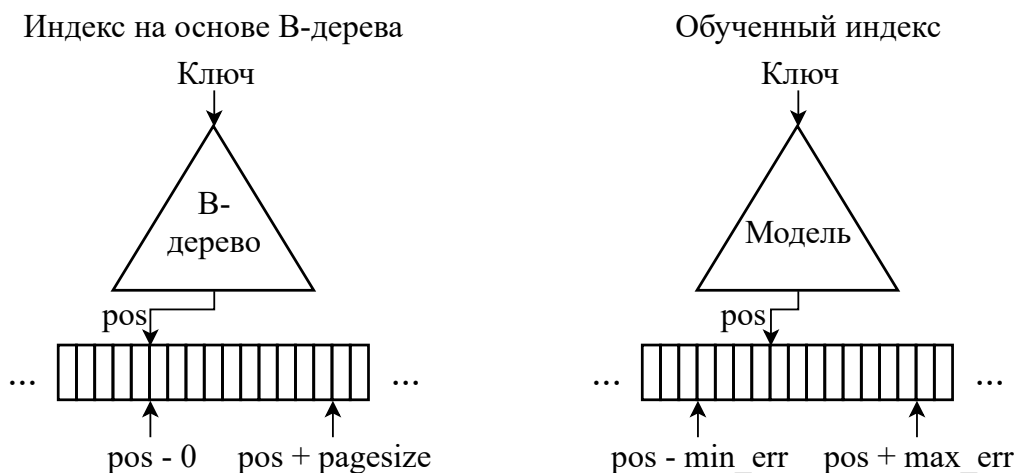


Рисунок 2.5 – Сравнение индексов на основе В-деревьев и обученных индексов

Основываясь на этой идее авторы [5] пришли к наблюдению, что модель предсказывающая положение заданного ключа внутри отсортированного массива, аппроксимирует функцию распределения, что позволяет находить искомое положение с помощью формулы (2.5):

$$p = F(K) \cdot N, \quad (2.5)$$

где  $p$  — искомая позиция;

$K$  — ключ поиска;

$F(K)$  — функция распределения, дающая оценку вероятности обнаружения ключа, меньшего или равного ключу поиска  $K$ , то есть  $P(X < K)$ ;

$N$  — количество ключей.

Описанные выше индексы были названы обученными, однако по ряду причин [5] время поиска с помощью описанного выше «наивного» подхода превзошло время поиска с помощью В-деревьев, поэтому была предложена рекурсивная модель индекса (рисунок 2.6), в которой строится иерархия моделей из  $n$  уровней. Каждая модель на вход получает ключ, на основе которого выбирает модель на следующем уровне, а модели последнего этапа предсказывают положение записи. В данную иерархию возможно включение различных моделей: например, на верхнем уровне использовать нейронные сети, а на нижних простые линейные регрессионные модели или даже В-деревья.

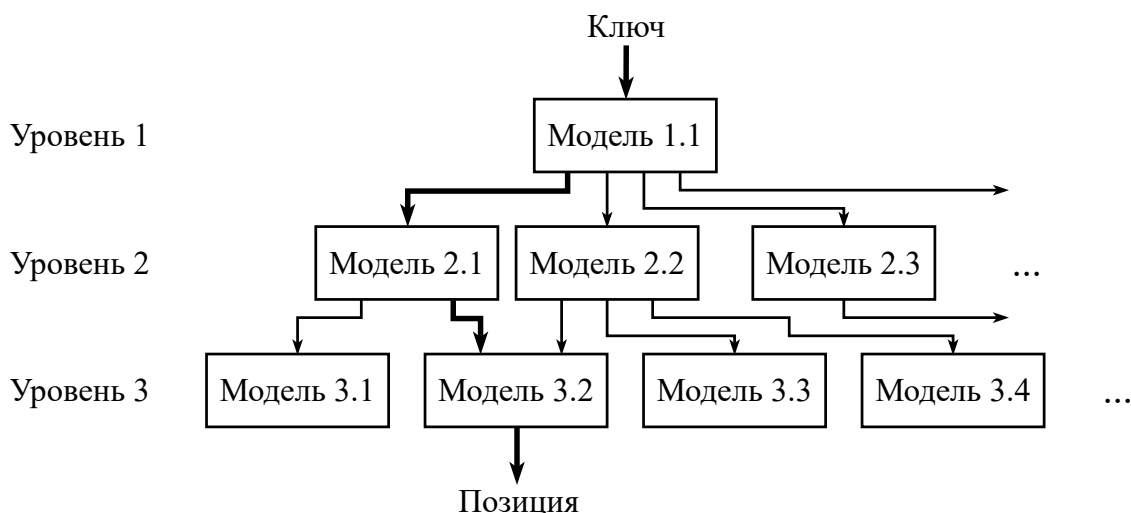


Рисунок 2.6 – Рекурсивная модель индекса

С учетом иерархии временная сложность поиска обученных индексов составляет  $O(\log N)$ , однако такая модель по сравнению с B-деревьями каждому узлу соотносит большее число элементов, что дает меньшее время поиска. Недостатком такого подхода является невозможность осуществления операций вставки и удаления без переобучения модели [8]. Однако дальнейшие исследования [6–9] решили эту проблему. Так, был представлен обновляемый обученный индекс с точными позициями (*LIPP — Updatable Learned Index with Precise Positions*), который для вставки предсказывает положение ключа и, если оно совпадает с положением другого ключа, создает узел вмещающий два ключа, а также выполняет перераспределение ключей в поддереве. LIPP позволяет с сохранением временной сложности поиска  $O(N)$  достичь временной сложности вставки —  $O(\log^2 N)$  [8].

## 2.2 Индексы на основе хеш-таблиц

Альтернативным способом построения индексов является хеширование. Идея этого подхода заключается в применении к значению ключа поиска некоторой функции свертки, называемой хеш-функцией, по определенному алгоритму вырабатывающей значение, определяющее адрес в таблице, содержащей ключи и записи или указатели на записи, называемой хеш-таблицей [13]. Следует учитывать, что разные ключи могут быть преобразованы хеш-функцией в одно и то же значение. Такая ситуация называется коллизией и должна быть каким-либо способом разрешена.

К хеш-функциям предъявляется ряд требований [18, 20]:

- значения, получаемые в результате применения хеш-функции к ключу должны принадлежать диапазону значений, определяющему действительные адреса в хеш-таблице;
- значения хеш-функции должны быть равномерно распределены для уменьшения числа коллизий;
- хеш-функция должна при одном и том же входном значении выдавать одно и то же выходное.

### 2.2.1 Хеш-индексы

Для построения индекса на основе хеш-таблиц выбирается единица хранения, именуемая бакетом (англ. *bucket* — корзина) [20] или хеш-разделом [10], которая может содержать одну или несколько индексных записей, при этом их количество фиксировано [11].

Первоначально создается некоторое количество бакетов, которые и составляют хеш-таблицу. Хеш-функция, получая на вход ключ, отображает его в номер хеш-раздела в таблице. В случае, если раздел не заполнен, запись, состоящая из ключа и указателя на данные, помещается в него. Если же в разделе нет места для вставки новой записи, то есть возникает коллизия и необходимо найти новое место для вставки [20]. Процесс поиска такого места называется разрешением коллизии и может выполняться [18]:

- методом открытой адресации, при котором ищется первая свободная позиция в последующих незаполненных хеш-разделах;
- методом цепочек переполнения, заключающийся в создании хеш-разделы переполнения, к каждому из которых, включая раздел в хеш-таблице, добавляется указатель на следующий раздел, что создает связный список, относящийся к одному значению хеш-функции;
- методом двойного хеширования, при получении коллизии в результате применения первой хеш-функции используется вторая и метод открытой адресации при повторной коллизии, возможно включение и третьей хеш-функции.

Операции поиска, вставки и удаления в хеш-индексе зависят от используемого метода разрешения коллизий. Простейшим в этом плане и рассматрива-



ющимся далее при описании обученных хеш-индексов является метод цепочек переполнения, в котором поиск, вставка и удаление являются операциями над связным списком [18].

Пример хеш-индекса с разрешением коллизий по методу цепочек переполнения, приведен на рисунке 2.7.

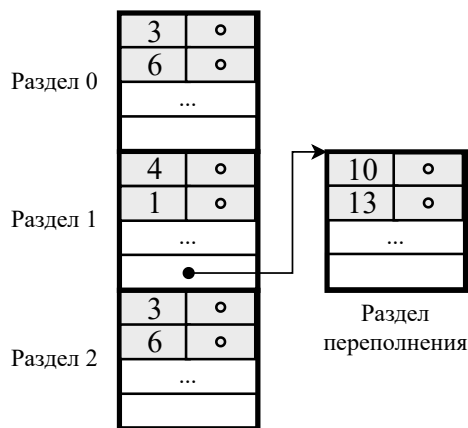


Рисунок 2.7 – Пример структуры хеш-индекса с разрешением коллизий методом цепочек переполнения

Хеш-индексы обеспечивают временную сложность каждой операции в среднем и лучшем случае —  $O(1)$ , в худшем случае —  $O(N)$  [16]. При этом хеш-индексы, в отличие индексов, на основе деревьев поиска, используются только для поиска единичных ключей и не предназначены для поиска диапазонов.

Существование коллизий подчеркивает потенциальную проблему использования хеш-индексов [16]. Так при заполнении хеш-таблицы более чем на 70% возникающие коллизии увеличивают время поиска в 1.5-2.5 раза при любом из методов разрешения коллизий [18].

Для предотвращения появления коллизий используют также методы динамического хеширования, при котором при вставках и удалениях размер исходной хеш-таблицы увеличивается или уменьшается соответственно. К таким методам относят:

- расширяемое хеширование (*extendible hashing*) [15], представляющее значение хеш-функции как битовую строку и использующее из нее количество бит, необходимое для однозначной идентификации текущего количества записей в таблице;
- и линейное хеширование (*linear hashing*) [15], при необходимости изменяющее размер таблицы на один хеш-раздел.

Однако они также имеют недостатки. При расширяемом хешировании из-за увеличения числа учитываемых разрядов в битовой строке размер таблицы каждый раз увеличивается в два раза, что может не оправдаться в случае, если дальнейших вставок в таблицу не произойдет. При этом линейное хеширование не исключает создание разделов переполнения [15].

### 2.2.2 Обученные хеш-индексы

Традиционные хеш-индексы, описанные выше, могут быть рассмотрены как модели сопоставления ключа позиции искомой записи в неупорядоченном массиве, а следовательно могут быть заменены моделями машинного обучения. Обученные хеш-индексы [5] основаны на предположении, что модели машинного обучения, учитывающие распределение ключей, могут без увеличения размеров хеш-таблицы уменьшить количество коллизий. Для этого функция распределения ключей  $F$  масштабируется на размер хеш-таблицы  $M$ , а в качестве хеш-функции используется выражение, описываемое формулой (2.6):

$$h(K) = F(K) \cdot M, \quad (2.6)$$

где  $K$  — ключ.

Таким образом, обученный хеш-индекс учитывает эмпирическое распределение ключей, что позволяет уменьшать количество коллизий по сравнению с обычными хеш-таблицами (рисунок 2.8).

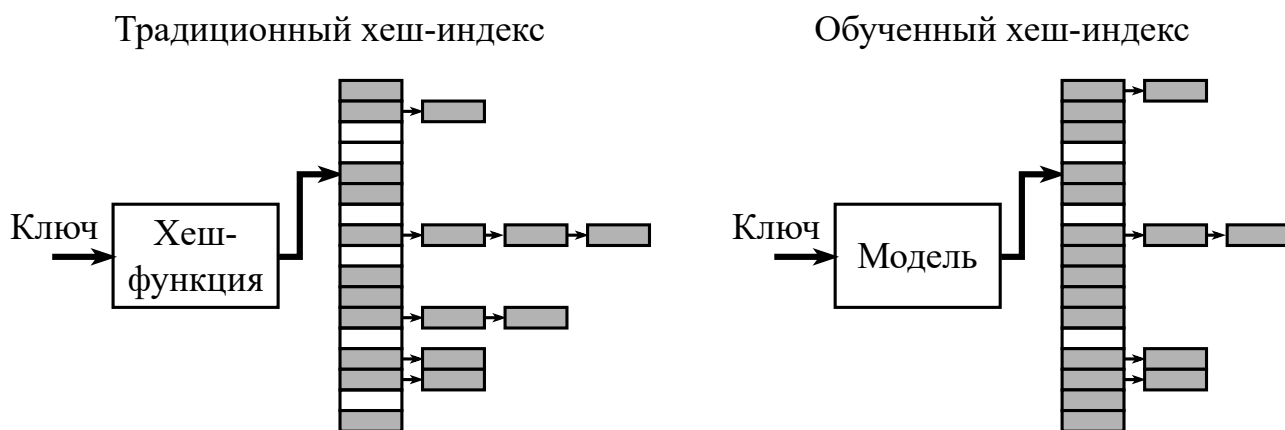


Рисунок 2.8 – Сравнение традиционных и обученных хеш-индексов

Так как обученный индекс уменьшает, но не предотвращает появление коллизий, его временные сложности совпадают со сложностями традиционного хеш-индекса.

## 2.3 Индексы на основе битовых карт

Индексы на основе битовых карт хранят данные в виде битовых массивов. Обход индекса осуществляется путем выполнения побитовых логических операций над битовыми картами [17]. Данные индексы используются, когда атрибут имеет небольшое количество значений, так как, чем больше записей соответствуют значению одной и той же битовой карте, тем меньше их требуется, тем меньше размер индекса [20]. За счет этого свойства данные индексы могут использоваться для проверки существования записи с заданным ключом в наборе данных.

### 2.3.1 Фильтр Блума

Одним из индексов, использующимся для проверки существования записи, является индекс на основе фильтра Блума.

Фильтр Блума использует массив бит размером  $m$  и  $k$  хеш-функций, каждая из которых сопоставляет ключ с одну из  $m$  позиций. Для добавления элемента в множество существующих значений ключ подается на вход каждой хеш-функции, возвращающих позицию бита, который должен быть установлен в единицу. Для проверки принадлежности ключа множеству, ключ также подается на вход  $k$  хеш-функций. Если какой-либо бит, соответствующий одной из возвращенных позиций, равен нулю, то ключ не входит во множество. Из этого следует, что данный алгоритм гарантирует отсутствие ложноотрицательных результатов, то есть, если по результату работы алгоритма ключ не существует в исходном наборе данных, то он на самом деле отсутствует, если же по результату работы алгоритма ключ существует, то он может как и принадлежать множеству ключей исходного набора, так и не принадлежать ему. Временная сложность поиска для индекса на основе фильтра Блума —  $O(k)$ , где  $k$  — количество используемых хеш-функций [11].

Пример построения индекса на основе фильтра Блума приведен на рисунке 2.9, где  $h_1, h_2, h_3$  — хеш-функции.

### 2.3.2 Обученные индексы проверки существования

Обученные индексы для проверки наличия ключа в наборе данных преследуют цель уменьшения размера индекса, для этого в результате обучения

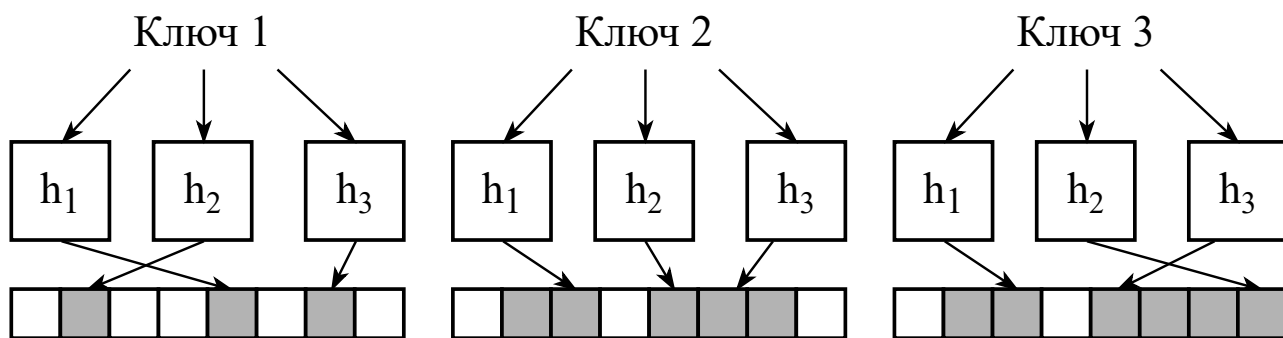


Рисунок 2.9 – Пример построения индекса на основе фильтра Блума

должна получаться такая функция, которая относит ключи к одному как можно меньшему набору бит, а не ключи — к другому, не пересекающемуся с первым (рисунок 2.10). То есть, если провести аналогию с индексами на основе хеш-таблиц, где требуется сокращение числа коллизий, то в данном случае требуется идеальной будет функция, которая дает коллизии для каждого ключа с каждым, для каждого не ключа с каждым не ключом, и не дает ни одной коллизии какого-либо ключа с каким-либо не ключом [5].

Основным отличием дающим преимущество обученным индексам в данном случае является то, что для традиционного фильтра Блума число ложноотрицательных результатов, равное нулю, и число ложноположительных результатов, равное константе, выбираются априори, а для обученных индексов проверки существования для нулевого числа ложноотрицательных результатов, достигается заданное число ложноположительных результатов на реальных запросах. При этом для поиска достигается сложность  $O(1)$ , так как происходит только вычисление значения функции [5].

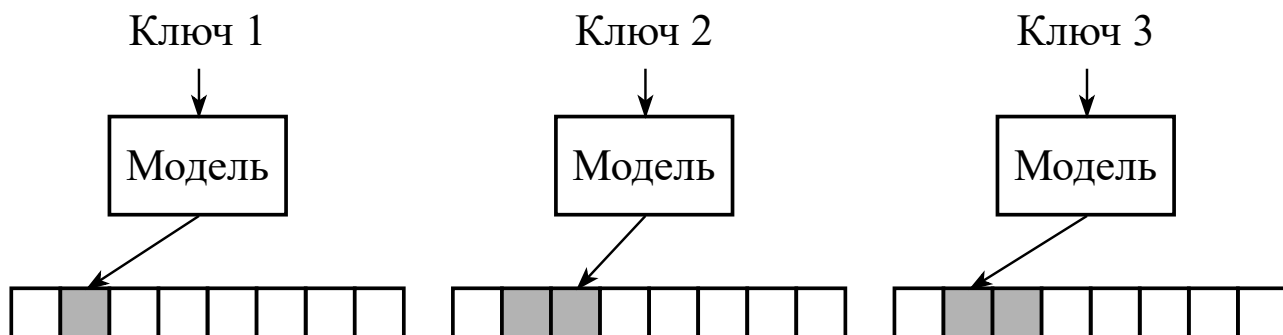


Рисунок 2.10 – Пример построения обученного индекса проверки существования

### 3 Классификация существующих методов

Индексы в соответствии со структурой лежащей в их основе служат для различных задач: индексы на основе деревьев поиска предназначены для поиска ключей в некотором диапазоне, индексы на основе хеш-таблиц — для поиска единичных ключей, индексы на основе битовых карт — для проверки существования ключа. Поэтому ниже описываются критерии оценки качества методов построения индексов отдельно для каждой из решаемых задач.

Для оценки качества методов построения индексов для поиска ключей, принадлежащих некоторому диапазону, выделены следующие критерии:

- временная сложность поиска и вставки;
- время выполнения поиска и вставки (в наносекундах);
- среднее количество обращений к памяти при поиске и вставке.

В таблицах 3.1-3.2 приведены результаты классификации по описанным критериям для поиска и вставки соответственно. Значения в таблицах представлены на основе исследования [8].

Таблица 3.1 – Классификация методов построения индексов для поиска ключей, принадлежащих некоторому диапазону (поиск)

Метод	Сложность	Время, нс	Обращения к памяти
В-деревья	$O(\log N)$	237.94	57.0
Обученные индексы	$O(\log N)$	139.09	12.6
LIPP	$O(\log N)$	24.23	3.1

Таблица 3.2 – Классификация методов построения индексов для поиска ключей, принадлежащих некоторому диапазону (вставка)

Метод	Сложность	Время, нс	Обращения к памяти
В-деревья	$O(\log N)$	1114.19	57.8
Обученные индексы	—	—	—
LIPP	$O(\log^2 N)$	70.93	3.1

Таким образом, обученные индексы (с учетом отнесения к ним LIPP) могут обеспечить уменьшение времени при поиске в 9.8 раза, при вставке — в 15.7 раза, и уменьшить число обращений к памяти в 18.6 раза.

Для оценки качества методов построения индексов для поиска единичных выделены следующие критерии:

- временная сложность поиска в худшем и среднем случае [5, 16];
- процент коллизий (значения на основе исследования [5]), представляющий отношения количества коллизий к числу записей.

В таблице 3.3 приведены результаты классификации по описанным критериям.

Таблица 3.3 – Классификация методов построения индексов для поиска единичных ключей

Метод	Сложность		Процент коллизий
	Худший	Средний	
Хеш-индексы	$O(N)$	$O(1)$	35.3%
Обученные хеш-индексы	$O(N)$	$O(1)$	19.5%

Таким образом, обученные хеш-индексы могут обеспечить уменьшение количества коллизий на 44.8%.

Для оценки качества методов построения индексов для проверки существования ключа выделены следующие критерии (на основе исследования [5]):

- временная сложность поиска;
- размер индекса на одном и том же наборе данных (в мегабайтах).

В таблице 3.4 приведены результаты классификации по описанным критериям ( $k$  — количество хеш-функций).

Таблица 3.4 – Классификация методов построения индексов для проверки существования ключа в наборе данных

Метод	Сложность	Размер, МБ
Фильтр Блума	$O(k)$	2.04
Обученные индексы	$O(1)$	1.31

Таким образом, обученные индексы проверки существования ключа в наборе данных могут обеспечивать уменьшение своего размера на 36%.

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

В рамках научно-исследовательской работы была проведена классификация методов построения индексов в базах данных.

В результате сравнения методов выделено, что обученные индексы имеют преимущества перед индексами, построенными на традиционных структурах данных, по числовым критериям для каждой из задач.

В итоге, в ходе данной работы:

- проведен анализ предметной области;
- описаны методы построения индексов в базах данных;
- предложены и обоснованы критерии оценки качества описанных методов и проведено сравнение методов по предложенным критериям оценки.

Таким образом, все поставленные задачи были выполнены, а цель достигнута.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. *Коптенко Е. В.* Исследование способов ускорения поисковых запросов в базах данных / Е. В. Коптенко, М. А. Подвесовская, Т. М. Хвостенко, А. В. Кузин // Вестник образовательного консорциума среднерусский университет. Информационные технологии. — 2019. — № 1(13). — С. 24—27.
2. *Reinsel D., Gantz J., Rydning J.* The Digitization of the World From Edge to Core // IDC White Paper. — 2018.
3. *Носова Т. Н., Калугина О. Б.* Использование алгоритма битовых шкал для увеличения эффективности поисковых запросов, обрабатывающих данные с низкой избирательностью // Электротехнические системы и комплексы. — 2018. — № 1(38). — С. 63—67.
4. DAMA-DMBOK : Свод знаний по управлению данными // 2-е изд. — М. : Олимп-Бизнес. — 2020. — С. 828.
5. *Kraska T.* The Case for Learned Index Structures / T. Kraska, A. Beutel, E. H. Chi [и др.] // Proceedings of the 2018 International Conference on Management of Data. — 2018. — С. 489—504.
6. *Ding J.* ALEX: An Updatable Adaptive Learned Index / J. Ding, U. F. Minhas, H. Zhang [и др.] // Proceedings of the 2020 ACM SIGMOD International Conference on Management of Data. — 2020. — С. 969—984.
7. *Lu B.* APEX: A High-Performance Learned Index on Persistent Memory (Extended Version) / B. Lu, J. Ding, E. Lo [и др.] // Proceedings of the VLDB Endowment. — 2022. — Т. 15(3). — С. 597—610.
8. *Wu J.* Updatable Learned Index with Precise Positions / J. Wu, Y. Zhang, S. Chen [и др.] // Proceedings of the VLDB Endowment. — 2021. — Т. 14(8). — С. 1276—1288.
9. *Ferragina P., Vinciguerra G.* The PGM-index: a fully-dynamic compressed learned index with provable worst-case bounds // PVLDB. — 2020. — Т. 13(8). — С. 1162—1175.
10. *Григорьев Ю. А., Плутенко А. Д., Плужникова О. Ю.* Реляционные базы данных и системы NoSQL: учебное пособие. // Благовещенск : Амурский гос. ун-т. — 2018. — С. 424.



11. *Silberschatz A., Korth H. F., Sudarshan S. Database System Concepts* // New York : McGraw-Hill. — 2020. — С. 1344.
12. *Эдвард Сьоре. Проектирование и реализация систем управления базами данных* // М. : ДМК Пресс. — 2021. — С. 466.
13. *Осипов Д. Л. Технологии проектирования баз данных* // М. : ДМК Пресс. — 2019. — С. 498.
14. *Lemahieu W., Broucke S. vanden, Baesens B. Principles of database management : the practical guide to storing, managing and analyzing big and small data* // Cambridge : Cambridge University Press. — 2018. — С. 1843.
15. *Encyclopedia of Database Systems* / ed. by L. Ling, M. T. Özsu // New York : Springer New York. — 2018. — С. 4866.
16. *Mannino M. V. Database Design, Application Development, and Administration* // Chicago : Chicago Business Press. — 2019. — С. 873.
17. *Campbell L., Major C. Database Reliability Engineering : Designing and Operating Resilient Database Systems* // Sebastopol : O'Reilly Media. — 2018. — С. 560.
18. *Gupta G. K. Database Management Systems* // Chennai : McGraw Hill Education (India) Private Limited. — 2018. — С. 432.
19. *Petrov A. Database Internals : A Deep Dive into How Distributed Data Systems Work* // Sebastopol : O'Reilly Media. — 2019. — С. 370.
20. *Шустова Л. И., Тараканов О. В. Базы данных* // М. : ИНФРА-М. — 2018. — С. 304.

## **ПРИЛОЖЕНИЕ А**