2007~2018年高考真题汇编“直线与圆方程”

1.【2009文·5】已知圆C_1：$(x+1)^2+(y-1)^2=1$，圆C_2与圆C_1关于直线$x-y-1=0$对称，则圆C_2的方程为

A. $(x+2)^2+(y-2)^2=1$　　B. $(x-2)^2+(y+2)^2=1$

C. $(x+2)^2+(y+2)^2=1$　　D. $(x-2)^2+(y-2)^2=1$

2.【2016理Ⅱ·4 文Ⅱ·6】圆$x^2+y^2-2x-8y+13=0$的圆心到直线$ax+y-1=0$的距离为1，则$a=$（ ）

A. $-\frac{4}{3}$　　B. $-\frac{3}{4}$　　C. $\sqrt{3}$　　D. 2

3.【2015理Ⅱ·7】过三点$A(1,3)$，$B(4,2)$，$C(1,-7)$的圆交于y轴于M、N两点，则$|MN|=$（　　）

A. $2\sqrt{6}$　　B. 8　　C. $4\sqrt{6}$　　D. 10

4.【2015文Ⅱ·7】知三点$A(1,0)$，$B(0,\sqrt{3})$，$C(2,\sqrt{3})$，则ΔABC外接圆的圆心到原点的距离为（　）

A. $\frac{5}{3}$　　B. $\frac{\sqrt{21}}{3}$　　C. $\frac{2\sqrt{5}}{3}$　　D. $\frac{4}{3}$

5.【2018理Ⅲ·6, 文Ⅲ·8】直线$x+y+2=0$分别与x轴，y轴交于A，B两点，点P在圆$(x-2)^2+y^2=2$上，则$\triangle ABP$面积的取值范围是

A. $[2,6]$　　B. $[4,8]$　　C. $[\sqrt{2},3\sqrt{2}]$　　D. $[2\sqrt{2},3\sqrt{2}]$

6.【2014文Ⅱ·12】设点$M(x_0,1)$，若在圆O：$x^2+y^2=1$上存在点N，使得$\angle OMN=45°$，则x_0的取值范围是（　　）

A. $[-1,1]$　　B. $[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}]$　　C. $[-\sqrt{2},\sqrt{2}]$　　D. $[-\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}]$

7.【2013理Ⅱ·12】已知点$A(-1,0)$，$B(1,0)$，$C(0,1)$，直线$y=ax+b(a>0)$将$\triangle ABC$分割为面积相等的两部分，则b的取值范围是（　　）

A. $(0,1)$　　B. $(1-\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{1}{2})$　　C. $(1-\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{1}{3}]$　　D. $[\frac{1}{3},\frac{1}{2})$

8.【2010文·13】圆心在原点上与直线$x+y-2=0$相切的圆的方程为___________. $x^2+y^2=2$

9.【2010理·15】过点A(4,1)的圆C与直线x-y-1=0相切于点B（2,1），则圆C的方程为$(x-3)^2+y^2=2$

10.【2016文Ⅰ·15】设直线$y=x+2a$与圆$C:x^2+y^2-2ay-2=0$相交于A,B两点，若$|AB|=2\sqrt{3}$，则圆C的面积为___________. 4π

11.【2016文Ⅲ· 15】已知直线l：$x-\sqrt{3}y+6=0$与圆$x^2+y^2=12$交于A,B两点，过A,B分别作l的垂线与x轴交于C,D两点，则$|CD|=$_____________. 4

12.【2018文Ⅰ·15】直线$y=x+1$与圆$x^2+y^2+2y-3=0$交于A，B两点，则$|AB|=$________.

13.【2014理Ⅱ·16】设点$M(x_0,1)$，若在圆$O:x^2+y^2=1$上存在点N，使得$\angle OMN=45°$，则x_0的取值范围是________.$[-1,1]$

14.【2016理Ⅲ· 16】已知直线l：$mx+y+3m-\sqrt{3}=0$与圆$x^2+y^2=12$交于A,B两点，过A,B分别做l的垂线与x轴交于C,D两点，若$AB=2\sqrt{3}$，则$|CD|=$___________. 4

15.【2007 文·21】在平面直角坐标系 xOy 中，已知圆 $x^2+y^2-12x+32=0$ 的圆心为 Q，过点 $P(0,2)$ 且斜率为 k 的直线与圆 Q 相交于不同的两点 A, B.（1）求 k 的取值范围；（2）是否存在常数 k，使得向量 $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$ 与 $\overrightarrow{PQ}$ 共线？如果存在，求 k 值；如果不存在，请说明理由.

解：（1）圆的方程可写成 $(x-6)^2+y^2=4$，所以圆心为 $Q(6,0)$，

过 $P(0,2)$ 且斜率为 k 的直线方程为 $y=kx+2$.

代入圆方程得 $x^2+(kx+2)^2-12x+32=0$，整理得 $(1+k^2)x^2+4(k-3)x+36=0$.　①

直线与圆交于两个不同的点 A, B 等价于 $\Delta=[4(k-3)^2]-4\times36(1+k^2)=4^2(-8k^2-6k)>0$，

解得 $-\frac{3}{4}<k<0$，即 k 的取值范围为 $\left(-\frac{3}{4},0\right)$.

（2）设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$，则 $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=(x_1+x_2, y_1+y_2)$，

由方程①，$x_1+x_2=-\frac{4(k-3)}{1+k^2}$　②　，　又 $y_1+y_2=k(x_1+x_2)+4$.　③

而 $P(0,2), Q(6,0), \overrightarrow{PQ}=(6,-2)$. 所以 $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$ 与 $\overrightarrow{PQ}$ 共线等价于 $(x_1+x_2)=6(y_1+y_2)$，

将②③代入上式，解得 $k=-\frac{3}{4}$. 由（1）知 $k\in\left(\frac{3}{4},0\right)$，故没有符合题意的常数 k.

16.【2008 文·20】已知 $m\in\mathbf{R}$，直线 l：$mx-(m^2+1)y=4m$ 和圆 C：$x^2+y^2-8x+4y+16=0$.
（1）求直线 l 斜率的取值范围；（2）直线 l 能否将圆 C 分割成弧长的比值为 $\frac{1}{2}$ 的两段圆弧？为什么？

解：（1）直线 l 的方程可化为 $y=\frac{m}{m^2+1}x-\frac{4m}{m^2+1}$，直线 l 的斜率 $k=\frac{m}{m^2+1}$，……………2 分

因为 $|m|\leqslant\frac{1}{2}(m^2+1)$，所以 $|k|=\frac{|m|}{m^2+1}\leqslant\frac{1}{2}$，当且仅当 $|m|=1$ 时等号成立.

所以，斜率 k 的取值范围是 $\left[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right]$. ……………………………………………………5 分

（Ⅱ）不能. ……………………………………………………………………………6 分

由（Ⅰ）知 l 的方程为 $y=k(x-4)$，其中 $|k|\leqslant\frac{1}{2}$.

圆 C 的圆心为 $C(4,-2)$，半径 $r=2$. 圆心 C 到直线 l 的距离 $d=\frac{2}{\sqrt{1+k^2}}$. ……………9 分

由 $|k|\leqslant\frac{1}{2}$，得 $d\geqslant\frac{4}{\sqrt{5}}>1$，即 $d>\frac{r}{2}$.

从而，若 l 与圆 C 相交，则圆 C 截直线 l 所得的弦所对的圆心角小于 $\frac{2\pi}{3}$.

所以 l 不能将圆 C 分割成弧长的比值为 $\frac{1}{2}$ 的两段弧. ………………………………………12 分

17.【2011 文·20】在平面直角坐标系 xOy 中，曲线 $y=x^2-6x+1$ 与坐标轴的交点都在圆 C 上.
（1）求圆 C 的方程；（2）若圆 C 与直线 $x-y+a=0$ 交于 A，B 两点，且 $OA\perp OB$，求 a 的值.

解：（1）曲线 $y=x^2-6x+1$ 与 y 轴的交点为 $(0,1)$，与 x 轴的交点为 $\left(3+2\sqrt{2},0\right),\left(3-2\sqrt{2},0\right)$.

故可设 C 的圆心为 $(3,t)$，则有 $3^2+(t-1)^2=\left(2\sqrt{2}\right)^2+t^2$，解得 $t=1$.

则圆 C 的半径为 $\sqrt{3^2+(t-1)^2}=3$，所以圆 C 的方程为 $(x-3)^2+(y-1)^2=9$.

（2）设 $A\left(x_1,y_1\right)$，$B\left(x_2,y_2\right)$，其坐标满足方程组 $\begin{cases}x-y+a=0,\\ \left(x-3\right)^2+\left(y-1\right)^2=9.\end{cases}$

消去 y，得方程 $2x^2+\left(2a-8\right)x+a^2-2a+1=0$.

由已知可得，判别式 $\Delta=56-16a-4a^2>0$，因此 $x_{1,2}=\dfrac{(8-2a)\pm\sqrt{56-16a-4a^2}}{4}$，

从而 $x_1+x_2=4-a$，$x_1x_2=\dfrac{a^2-2a+1}{2}$.　　　①

由于 $OA\perp OB$，可得 $x_1x_2+y_1y_2=0$.　又 $y_1=x_1+a$，$y_2=x_2+a$

所以 $2x_1x_2+a(x_1+x_2)+a^2=0$.　　　②

由①②得 $a=-1$，满足 $\Delta>0$，故 $a=-1$.

18.【2013 文Ⅱ·20】在平面直角坐标系 xoy 中，已知圆 P 在 x 轴上截得线段长为 $2\sqrt{2}$，在 y 轴上截得线段长为 $2\sqrt{3}$.

（1）求圆心 P 的轨迹方程；（2）若 P 点到直线 $y=x$ 的距离为 $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，求圆 P 的方程.

解：（1）设 $P(x，y)$，圆 P 的半径为 r. 由题设 $y^2+\left(\sqrt{2}\right)^2=r^2$，$x^2+\left(\sqrt{3}\right)^2=r^2$. 从而 $y^2+2=x^2+3$.

故 P 点的轨迹方程为 $y^2-x^2=1$.

（2）设 $P(x_0，y_0)$. 由已知得 $\dfrac{|x_0-y_0|}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. 又 P 点在双曲线 $y^2-x^2=1$ 上，从而得 $\begin{cases}|x_0-y_0|=1\\ {y_1}^2-{x_0}^2=1\end{cases}$.

由 $\begin{cases}x_0-y_0=1\\ {y_0}^2-{x_0}^2=1\end{cases}$，得 $\begin{cases}x_0=0\\ y_0=-1\end{cases}$. 此时，圆 P 的半径 $r=\sqrt{3}$.

由 $\begin{cases}x_0-y_0=-1\\ {y_0}^2-{x_0}^2=1\end{cases}$，得 $\begin{cases}x_0=0\\ y_0=1\end{cases}$. 此时，圆 P 的半径 $r=\sqrt{3}$.

故圆 P 的方程为 $x^2+(y-1)^2=3$ 或 $x^2+(y+1)^2=3$. 19.

【2014 文Ⅰ·20】已知点 $P(2,2)$，圆 $C:x^2+y^2-8y=0$，过点 P 的动直线 l 与圆 C 交于 A,B 两点，线段 AB 的中点为 M，O 为坐标原点.

（1）求 M 的轨迹方程；（2）当 $\left|OP\right|=\left|OM\right|$ 时，求 l 的方程及 ΔPOM 的面积

解：（I）圆 C 的方程可化为 $x^2+(y-4)^2=16$，所以圆心为 $C(0,4)$，半径为 4，

设 $M(x,y)$，则 $\overrightarrow{CM}=(x,y-4)$，$\overrightarrow{MP}=(2-x,2-y)$，

由题设知 $\overrightarrow{CM}\bullet\overrightarrow{MP}=0$，故 $x(2-x)+(y-4)(2-y)=0$，即 $(x-1)^2+(y-3)^2=2$.

由于点 P 在圆 C 的内部，所以 M 的轨迹方程是 $(x-1)^2+(y-3)^2=2$.

（2）由（1）可知 M 的轨迹是以点 $N(1,3)$ 为圆心，$\sqrt{2}$ 为半径的圆.

由于 $|OP|=|OM|$，故 O 在线段 PM 的垂直平分线上，又 P 在圆 N 上，从而 $ON\perp PM$.

因为 ON 的斜率为 3，所以 l 的斜率为 $-\dfrac{1}{3}$，故 l 的方程为 $y=-\dfrac{1}{3}x+\dfrac{8}{3}$.

又 $|OP|=|OM|=2\sqrt{2}$，O 到 l 的距离为 $\dfrac{4\sqrt{10}}{5}$，$|PM|=\dfrac{4\sqrt{10}}{5}$，所以 ΔPOM 的面积为 $\dfrac{16}{5}$.

20.【2015 文Ⅰ·20】已知过点 $A(0, 1)$且斜率为 k 的直线 l 与圆 C：$(x-2)^2+(y-3)^2=1$ 交于 M,N 两点.

(1)求 k 的取值范围；　(2)$\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{ON}=12$，其中 O 为坐标原点，求$|MN|$.

解：(1)依题可设直线 l 的方程为 $y=kx+1$，则圆心 $C(2,3)$到的 l 距离

$d=\dfrac{|2k-3+1|}{\sqrt{1+k^2}}<1$． 解得 $\dfrac{4-\sqrt{7}}{3}<k<\dfrac{4+\sqrt{7}}{3}$．所以 k 的取值范围是 $(\dfrac{4-\sqrt{7}}{3},\dfrac{4+\sqrt{7}}{3})$．

(2)将 $y=kx+1$ 代入圆 C 的方程整理得 $(k^2+1)x^2-4(k+1)x+7=0$.

设 $M(x_1, y_1),N(x_2, y_2)$，则 $x_1+x_2=\dfrac{4(k+1)}{k^2+1},x_1x_2=\dfrac{7}{k^2+1}$.

所以 $\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{ON}=x_1x_2+y_1y_2=x_1x_2+(kx_1+1)(kx_2+1)=(1+k^2)x_1x_2+k(x_1+x_2)+1$

$=\dfrac{4k(k+1)}{k^2+1}+8=12$，解得 $k=1$ $k=1$，所以 l 的方程为 $y=x+1$.

故圆心在直线 l 上，所以$|MN|=2$.

21.【2017 文Ⅲ· 20】在直角坐标系 xOy 中，曲线 $y=x^2+mx-2$ 与 x 轴交于 A，B 两点，点 C 的坐标为(0,1). 当 m 变化时，解答下列问题：（1）能否出现 $AC\perp BC$ 的情况？说明理由；（2）证明过 A，B，C 三点的圆在 y 轴上截得的弦长为定值.

解：（1）不能出现 $AC\perp BC$ 的情况，理由如下：

设A（x_1,0）,B（x_2,0）,则x_1，x_2满足$x^2+mx-2=0$所以$x_1x_2=-2$. 又 C 的坐标为（0，1），

故 AC 的斜率与 BC 的斜率之积为$\frac{-1}{x_1}\cdot\frac{-1}{x_2}=-\frac{1}{2}$，所以不能出现 $AC\perp BC$ 的情况.

（2）BC 的中点坐标为（$\frac{x_2}{2}$，$\frac{1}{2}$），可得 BC 的中垂线方程为$y-\frac{1}{2}=x_2\left(x-\frac{x_2}{2}\right)$.

由（1）可得$x_1+x_2=-m$，所以 AB 的中垂线方程为$x=-\frac{m}{2}$.

联立$\begin{cases} x=-\frac{m}{2}, \\ y-\frac{1}{2}=x_2\left(x-\frac{x_2}{2}\right), \end{cases}$ 又$x_2^2+mx_2-2=0$，可得$\begin{cases} x=-\frac{m}{2}, \\ y=-\frac{1}{2}, \end{cases}$

所以过 A、B、C 三点的圆的圆心坐标为（$-\frac{m}{2}$，$-\frac{1}{2}$，），半径$r=\frac{\sqrt{m^2+9}}{2}$，

故圆在 y 轴上截得的弦长为$2\sqrt{r^2-\left(\frac{m}{2}\right)^2}=3$，即过 A、B、C 三点的圆在 y 轴上的截得的弦长为定值.