

Optymalizacja wielokryterialna

1. Cel ćwiczenia.

Celem ćwiczenia jest zapoznanie się z problematyką optymalizacji wielokryterialnej i wyznaczenie rozwiązań minimalnych w sensie Pareto.

2. Testowa funkcje celu.

Funkcje celu dane są wzorami:

$$f_1(x_1, x_2) = a((x_1 - 3)^2 + (x_2 - 3)^2)$$

$$f_2(x_1, x_2) = 1/a ((x_1 + 3)^2 + (x_2 + 3)^2)$$

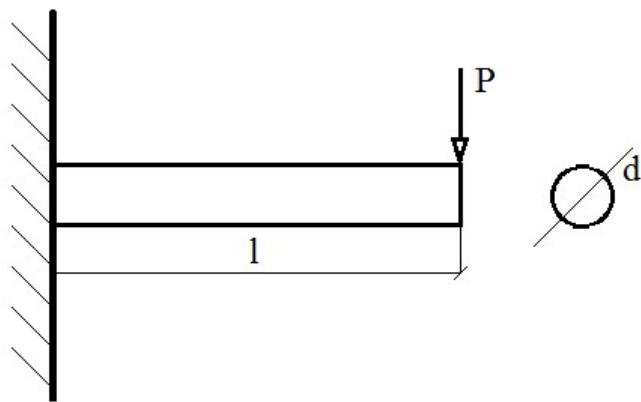
gdzie: a jest parametrem, którego wartość należy przyjąć równą:

- $a = 1$,
- $a = 10$,
- $a = 100$.

Punkt startowy powinien należeć do przedziału $x_1^{(0)} \in [-10, 10]$, $x_2^{(0)} \in [-10, 10]$.

3. Problem rzeczywisty.

Belka o długości l i przekroju kołowym o średnicy d jest obciążona siłą P .



Ugięcie belki pod wpływem działania siły wynosi:

$$u = \frac{64 \cdot P \cdot l^3}{3 \cdot E \cdot \pi \cdot d^4}$$

występujące naprężenie wynosi:

$$\sigma = \frac{32 \cdot P \cdot l}{\pi \cdot d^3}$$

gdzie:

$P = 2 \text{ kN}$ to działająca siła, $E = 120 \text{ GPa}$ to moduł Younga,

Pierwszym kryterium optymalizacji jest masa belki (f_1), drugim jej ugięcie (f_2). Gęstość materiału z którego wykonana jest belka wynosi $\rho = 8920 \text{ kg/m}^3$. Jako zmienne optymalizacji należy przyjąć zmienne l oraz d ($l \in [200 \text{ mm}, 1000 \text{ mm}]$, $d \in [10 \text{ mm}, 50 \text{ mm}]$). Dodatkowymi ograniczeniami są maksymalne ugięcie belki równe $u_{max} = 2,5 \text{ mm}$ oraz maksymalne naprężanie $\sigma_{max} = 300 \text{ MPa}$. W celu sprawdzenia poprawności implementacji równań, można policzyć masę i ugięcie belki oraz występujące w niej naprężenie dla $l = 500 \text{ mm}$ oraz $d = 25 \text{ mm}$. Poprawne wartości wynoszą w przybliżeniu: $m \approx 2,19 \text{ kg}$, $u \approx 36,22 \text{ mm}$ oraz $\sigma \approx 651,9 \text{ MPa}$.

4. Algorytmy optymalizacji.

Problem wielokryterialny należy zamienić na problem jednokryterialny stosując metodę kryterium ważonego, tj. przyając:

$$f(\mathbf{x}) = w \cdot f_1(\mathbf{x}) + (1 - w) \cdot f_2(\mathbf{x})$$

gdzie: $w \in [0,1]$.

Do wyznaczenia minimum funkcji celu należy zastosować metodę Powella. Minimalizację na kierunku należy przeprowadzić metodą złotego podziału. Początkowy przedział należy wyznaczyć metodą ekspansji. Ograniczenia występujące w problemie rzeczywistym należy uwzględnić stosując zewnętrzną funkcję kary.

5. Zadanie do samodzielnego wykonania.

a. Testowa funkcja celu.

Zadanie polega na przeprowadzeniu 101 optymalizacji (dla $w = \{0, 0.01, 0.02, \dots, 1\}$) dla każdej wartości parametru a startując z losowego punktu początkowego. Wyniki należy zestawić w pliku xlsx w tabeli 1. Dla każdej wartości parametru a należy narysować wykres przedstawiający rozwiązania minimalne w sensie Pareto.

b. Problem rzeczywisty.

Zadanie polega na przeprowadzeniu 101 optymalizacji (dla $w = \{0, 0.01, 0.02, \dots, 1\}$) startując z losowego punktu początkowego. Wyniki należy zestawić w pliku xlsx w tabeli 2. Dodatkowo, należy narysować wykres przedstawiający rozwiązania minimalne w sensie Pareto.

6. Sprawozdanie.

Sprawozdanie powinno zostać przygotowane w formacie docx (lub doc) albo pdf i powinno zawierać parametry poszczególnych algorytmów, dyskusję wyników oraz wnioski. Dodatkowo, w sprawozdaniu należy umieścić kod zaimplementowanych metod, funkcję lab5 oraz funkcję wykorzystaną do obliczenia funkcji celu. Wyniki optymalizacji należy przygotować w formacie xlsx (lub xls).

Pseudokod metody Powella.

Dane wejściowe: punkt startowy $x^{(0)}$, dokładność $\varepsilon > 0$, maksymalna liczba wywołań funkcji celu N_{\max}

```
1:   i = 0
2:   dj(0) = ej, j = 1, 2, ..., n
3:   repeat
4:       p0(i) = x(i)
5:       for j = 1 to n do
6:           wyznacz hj(i)
7:           pj(i) = pj-1(i) + hj(i) · dj(i)
8:       end for
9:       if ||pn(i) - x(i)||2 < ε then
10:          return x* = x(i)
11:      end if
12:      for j = 1 to n - 1 do
13:          dj(i+1) = dj+1(i)
14:      end for
15:      dn(i+1) = pn(i) - p0(i)
16:      wyznacz hn+1(i)
17:      pn+1(i) = pn(i) + hn+1(i) · dn(i+1)
18:      x(i+1) = pn+1(i)
19:      i = i + 1
20: until fcalls > Nmax
21: return error
```