

Optymalizacja wielokryterialna

1. Cel ćwiczenia.

Celem ćwiczenia jest zapoznanie się z problematyką optymalizacji wielokryterialnej i wyznaczenie rozwiązań minimalnych w sensie Pareto.

2. Testowa funkcje celu.

Funkcje celu dane są wzorami:

$$f_1(x_1, x_2) = a((x_1 - 3)^2 + (x_2 - 3)^2)$$

$$f_2(x_1, x_2) = 1/a((x_1 + 3)^2 + (x_2 + 3)^2)$$

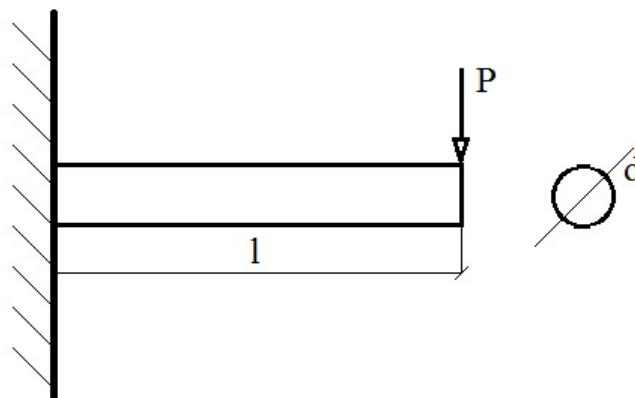
gdzie: a jest parametrem, którego wartość należy przyjąć równą:

- $a = 1$,
- $a = 10$,
- $a = 100$.

Punkt startowy powinien należeć do przedziału $x_1^{(0)} \in [-10, 10]$, $x_2^{(0)} \in [-10, 10]$.

3. Problem rzeczywisty.

Belka o długości l i przekroju kołowym o średnicy d jest obciążona siłą P .



Ugięcie belki pod wpływem działania siły wynosi:

$$u = \frac{64 \cdot P \cdot l^3}{3 \cdot E \cdot \pi \cdot d^4}$$

występujące naprężenie wynosi:

$$\sigma = \frac{32 \cdot P \cdot l}{\pi \cdot d^3}$$

gdzie:

$P = 2$ kN to działająca siła, $E = 120$ GPa to moduł Young,

Pierwszym kryterium optymalizacji jest masa belki (f_1), drugim jej ugięcie (f_2). Gęstość materiału z którego wykonana jest belka wynosi $\rho = 8920 \text{ kg/m}^3$. Jako zmienne optymalizacji należy przyjąć zmienne l oraz d ($l \in [200 \text{ mm}, 1000 \text{ mm}]$, $d \in [10 \text{ mm}, 50 \text{ mm}]$). Dodatkowymi ograniczeniami są maksymalne ugięcie belki równe $u_{max} = 2,5$ mm oraz maksymalne naprężanie $\sigma_{max} = 300$ MPa. W celu sprawdzenia poprawności implementacji równań, można policzyć masę i ugięcie belki oraz występujące w niej naprężenie dla $l = 500$ mm oraz $d = 25$ mm. Poprawne wartości wynoszą w przybliżeniu: $m \approx 2,19$ kg, $u \approx 36,22$ mm oraz $\sigma \approx 651,9$ MPa.

4. Algorytmy optymalizacji.

Problem wielokryterialny należy zamienić na problem jednokryterialny stosując metodę kryterium ważonego, tj. przyjmując:

$$f(\mathbf{x}) = w \cdot f_1(\mathbf{x}) + (1 - w) \cdot f_2(\mathbf{x})$$

gdzie: $w \in [0,1]$.

Do wyznaczenia minimum funkcji celu należy zastosować metodę Powella. Minimalizację na kierunku należy przeprowadzić metodą złotego podziału. Początkowy przedział należy wyznaczyć metodą ekspansji. Ograniczenia występujące w problemie rzeczywistym należy uwzględnić stosując zewnętrzną funkcję kary.

5. Zadanie do samodzielnego wykonania.

a. Testowa funkcja celu.

Zadanie polega na przeprowadzeniu 101 optymalizacji (dla $w = \{0, 0.01, 0.02, \dots, 1\}$) dla każdej wartości parametru a startując z losowego punktu początkowego. Wyniki należy zestawić w pliku xls w tabeli 1. Dla każdej wartości parametru a należy narysować wykres przedstawiający rozwiązania minimalne w sensie Pareto.

b. Problem rzeczywisty.

Zadanie polega na przeprowadzeniu 101 optymalizacji (dla $w = \{0, 0.01, 0.02, \dots, 1\}$) startując z losowego punktu początkowego. Wyniki należy zestawić w pliku xls w tabeli 2. Dodatkowo, należy narysować wykres przedstawiający rozwiązania minimalne w sensie Pareto.

6. Sprawozdanie.

Sprawozdanie powinno zostać przygotowane w formacie docx (lub doc) albo pdf i powinno zawierać parametry poszczególnych algorytmów, dyskusję wyników oraz wnioski. Dodatkowo, w sprawozdaniu należy umieścić kod zaimplementowanych metod, funkcję lab5 oraz funkcję wykorzystaną do obliczenia funkcji celu. Wyniki optymalizacji należy przygotować w formacie xls (lub xls).

Pseudokod metody Powella.

Dane wejściowe: punkt startowy $x^{(0)}$, dokładność $\varepsilon > 0$, maksymalna liczba wywołań funkcji celu N_{\max}

```
1:  i = 0
2:   $d_j^{(0)} = e^j$ , j = 1, 2, ..., n
3:  repeat
4:     $p_\theta^{(i)} = x^{(i)}$ 
5:    for j = 1 to n do
6:      wyznacz  $h_j^{(i)}$ 
7:       $p_j^{(i)} = p_{j-1}^{(i)} + h_j^{(i)} \cdot d_j^{(i)}$ 
8:    end for
9:    if  $\|p_n^{(i)} - x^{(i)}\|_2 < \varepsilon$  then
10:     return  $x^* = x^{(i)}$ 
11:   end if
12:   for j = 1 to n - 1 do
13:      $d_j^{(i+1)} = d_{j+1}^{(i)}$ 
14:   end for
15:    $d_n^{(i+1)} = p_n^{(i)} - p_\theta^{(i)}$ 
16:   wyznacz  $h_{n+1}^{(i)}$ 
17:    $p_{n+1}^{(i)} = p_n^{(i)} + h_{n+1}^{(i)} \cdot d_n^{(i+1)}$ 
18:    $x^{(i+1)} = p_{n+1}^{(i)}$ 
19:   i = i + 1
20: until  $f_{\text{calls}} > N_{\max}$ 
21: return error
```