Teoretická informatika TIN - 2020/2021

1. průběžná test 15. 10. 2020

Čas na řešení: 90 + 30 minut

(max. zisk 100 bodů – 10 bodů níže odpovídá 1 bodu v hodnocení předmětu)

Jméno/přihlašovací jméno:

Hodnocení:

Prohlašuji, že jsem test vypracoval/a samostatně. **Podpis:**

Poznámka: *Pokud při vypracování zkoušky použijete jinou notaci a konvence, než byly zavedeny na přednáškách, je nutné takovou notaci popsat. Písemnou zkoušku zpracujte čitelně a úhledně.*

Příklad 1
20 bodů

Dokažte, že každá gramatika $G = (N, \Sigma, P, S)$, která obsahuje pravidla P typu

$$A \to x \mid yB \quad \text{kde } x \in \Sigma^* \wedge y \in \Sigma^+ \wedge \ A, B \in N$$

generuje regulární jazyk. K důkazu postačí formální popis konstrukce převodu libovolné gramatiky G na ekvivalentní regulární gramatiku nebo konečný automat. Konstrukci demonstrujte na Vámi zvolené gramatice, která není regulární a obsahuje dva neterminály.

Příklad 2
25 bodů

Pro jazyk

$$L = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid (\#_a(w) \ \texttt{mod}\ 2) \cdot (\#_b(w) \ \texttt{mod}\ 3) = 0\}$$

zkonstruujte konečný automat A. Dále automat A převeďte algoritmicky do redukované podoby, nebo ukažte, že již v redukované podobě je.

Příklad 3
25 bodů

Pomocí Pumping Lemmatu dokažte, že jazyk

$$L = \{a^i b^j c^k \mid i \geq 2 \land j > k > 0\}$$

není regulární. Dále dokažte, že jazyk $L' = \{a^n \mid n > 2\}$ na abecedou $\Sigma = \{a\}$ splňuje následující tvrzení (tj. pravou stranu Pumping Lemmatu):

$$\exists p > 0, \forall w \in \Sigma^* : (w \in L' \land |w| \geq p) \Rightarrow (\exists x, y, z \in \Sigma^* : w = xyz \land y \neq \epsilon \land |xy| \leq p \land \forall i \geq 0 : xy^i z \in L')$$

Příklad 4
30 bodů

Uvažme abecedu $\Sigma = \{a, b, c\}$. Rozhodněte a dokažte, zda platí následující tvrzení:

1. $L_1 \cap L_2 \in \mathcal{L}_3 \Rightarrow L_1 \in \mathcal{L}_3 \vee L_2 \in \mathcal{L}_3$
2. $(L_1 \in \mathcal{L}_3 \vee L_2 \in \mathcal{L}_3) \Rightarrow L_1 \cap L_2 \in \mathcal{L}_3$
3. $\forall L_1 \in \mathcal{L}_2 \setminus \mathcal{L}_3 : \exists L_2 \in \mathcal{L}_3 : L_1 \setminus L_2$ je konečný neprázdný jazyk.