

Exercice n°1 :

I) On considère dans \mathbb{C} l'équation $(E): z^2 - 2mz + m^2 + 4 = 0$ avec $m \in \mathbb{C}^*$

1) Résoudre dans \mathbb{C} l'équation (E)

2) On suppose que $m = 2e^{i\theta}$ et $\theta \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$ Donner les solutions (E) de sous forme trigonométrique

3) Soient A et B respectivement les image de $m + 2i$ et $m - 2i$

a- Déterminer chacun des ensembles suivants

$$(D) = \{M(m) \in P / OA = OB\} \text{ et } (C) = \{M(m) \in P / \overrightarrow{OA} \perp \overrightarrow{OB}\}$$

b- Quelles sont les valeurs possibles de m pour que le triangle OAB soit rectangle et isocèle en O

II) On considère les points $I(1,0), \Omega(1,1)$ et $C(2,0)$

Soient $M_1(z_1)$ l'image de $M(z)$ par la symétrie centrale de centre I

et $M_2(z_2)$ l'image de $M(z)$ par la rotation de centre Ω et d'angle $\frac{\pi}{2}$

1) Montrer que $z_1 = -z + 2$ et $z_2 = iz + 2$

2) Déterminer l'ensemble des points M pour que les points C, Ω, M_1 et M_2 soient cocycliques

Exercice n°2 :

On considère le système $(S): \begin{cases} n \equiv 3[5] \\ n \equiv 9[17] \end{cases}$ et Dans \mathbb{Z}^2 l'équation $(E): 5x - 17y = 6$

1) a- Déterminer une solution particulière de (E)

b- résoudre l'équation (E)

2) a- Montrer que $(n \text{ solution de } (S) \Leftrightarrow n \equiv 43[85])$

b- Résoudre le système (S)

3) Soit n une solution de (S)

a- Montrer que $n \wedge 17 = 1$ et $n \wedge 5 = 1$

b- Montrer que $n^{16} \equiv 1[85]$

c - En déduire que $n^{2019} - n^3$ est un multiple de 85

4) Existe-t-il un entier naturel m solution de (S) et vérifiant : $m = \overline{1aba}^{(5)}$