PR :ABOULFADIL YASSINE

cours les suites numériques

2 BAC PC/SVT

La suite arithmétique – la suite géométrique :

	D'une suite arithmétique	D'une suite géométrique
Définition	$u_{n+1}=u_n+r$ (r est la raison)	$u_{n+1}=q\times u_n$ (q est la raison)
Le terme général	$u_n=u_p+(n-p)r$ ($p\leq n$)	$u_n=u_p\times q^{n-p}$ ($P\leq n$)
La somme de termes successifs	$u_p+u_{p+1}+\cdots+u_n=\left(\frac{n-p+1}{2}\right)\times(u_p+u_n)$	$u_p+u_{p+1}+\cdots+u_n=u_p\times\left(\frac{1-(q)^{n-p+1}}{1-q}\right)$
a et b et c trois termes successifs	$2b=a+c$	$b^2=a\times c$

La suite majorée – la suite minorée:

Soit $(u_n)_{n\in I}$ une suite numérique

- $(\forall n\in I);u_n\leq M \Leftrightarrow (u_n)_{n\in I}$ est majorée par M
- $(\forall n\in I);u_n\geq m \Leftrightarrow (u_n)_{n\in I}$ est minorée par m
- $(u_n)_{n\in I}$ est bornée $\Leftrightarrow (u_n)_{n\in I}$ majorée et minorée

La monotonie d'une suite numérique:

Soit $(u_n)_{n\in I}$ une suite numérique

- $(\forall n\in I);u_{n+1}\leq u_n\ (u_{n+1}\prec u_n) \Leftrightarrow (u_n)_{n\in I}$ est décroissante (strictement décroissante)
- $(\forall n\in I);u_{n+1}\geq u_n\ (u_{n+1}\succ u_n) \Leftrightarrow (u_n)_{n\in I}$ est croissante (strictement croissante)
- $(\forall n\in I);u_{n+1}=u_n \Leftrightarrow (u_n)_{n\in I}$ est constante

Remarque:

Soit $(u_n)_{n\in I}$ une suite numérique dont le premier terme est : u_p

- Si $(u_n)_{n\in I}$ est décroissante, alors : $(\forall n\in I);u_n\leq u_p$
- Si $(u_n)_{n\in I}$ est croissante, alors : $(\forall n\in I);u_n\geq u_p$

Limite d'une suite:

Limite de la suite (n^{α}) :

$\alpha \succ 0$	$\alpha \prec 0$
$\lim\limits_{n \to +\infty} n^{\alpha} = +\infty$	$\lim\limits_{n \to +\infty} n^{\alpha} = 0$

Limite de la suite géométrique (q^{n}):

$q \succ 1$	$q = 1$	$-1 \prec q \prec 1$	$q \leq -1$
$\lim\limits_{n \to +\infty} q^{n} = +\infty$	$\lim\limits_{n \to +\infty} q^{n} = 1$	$\lim\limits_{n \to +\infty} q^{n} = 0$	Pas de limite

Critères de convergence:

- Toute suite croissante et majorée est une suite convergente
- Toute suite décroissante et minorée est une suite convergente

$$\left.\begin{array}{l} v_n \leq u_n \leq w_n \\ \lim\limits_{x \to +\infty} v_n = l \\ \lim\limits_{x \to +\infty} w_n = l \end{array}\right\} \Rightarrow \lim\limits_{x \to +\infty} u_n = l$$

$$\left.\begin{array}{l} |u_n - l| \leq v_n \\ \lim\limits_{x \to +\infty} v_n = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \lim\limits_{x \to +\infty} u_n = l$$

$$\left.\begin{array}{l} u_n \leq v_n \\ \lim\limits_{x \to +\infty} v_n = -\infty \end{array}\right\} \Rightarrow \lim\limits_{x \to +\infty} u_n = -\infty$$

$$\left.\begin{array}{l} u_n \geq v_n \\ \lim\limits_{x \to +\infty} v_n = +\infty \end{array}\right\} \Rightarrow \lim\limits_{x \to +\infty} u_n = +\infty$$

Suite de type $u_{n+1} = f(u_n)$:

Considérons la suite (u_n) définie par :

$$\begin{cases} u_n = a \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$$

Avec f une fonction continue sur un intervalle I tel que $f(I) \subset I$ et a un élément de I

Si (u_n) converge, alors sa limite l est la solution de l'équation : $f(x) = x$

Suite de type $v_n = f(u_n)$:

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{n \to +\infty} u_n = K \\ \text{La fonction } f \text{ est continue en K} \end{array}\right\} \rightarrow \lim\limits_{n \to +\infty} v_n = f(K)$$