# I / الدراسة التحريكية

{ نابض + جسم نقطي (S) }

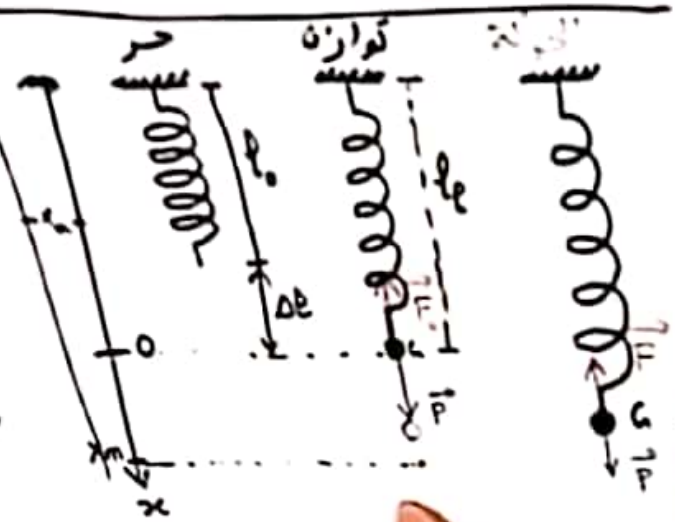
كتلته معمله m

م ت

جرة ع مخمدة

① دراسة حالة التوازن

② الدراسة الندبذية




## * دراسة توازن النواس

- المجموعة المدروسة {(S)}
- جرد القوى:

$\vec{P}$ : الوزن.

$\vec{F_0}$ : توتر النابض

- الجسم (S) في توازن تحت تأثير

أي: $\vec{P} + \vec{F_0} = \vec{0}$

- الاسقاط على (Ox): $\ldots + F_{0x} = 0$

أي $\boxed{mg - K.\Delta l = 0}$

أي $\boxed{mg = K.\Delta l}$

## * دراسة الحركة:

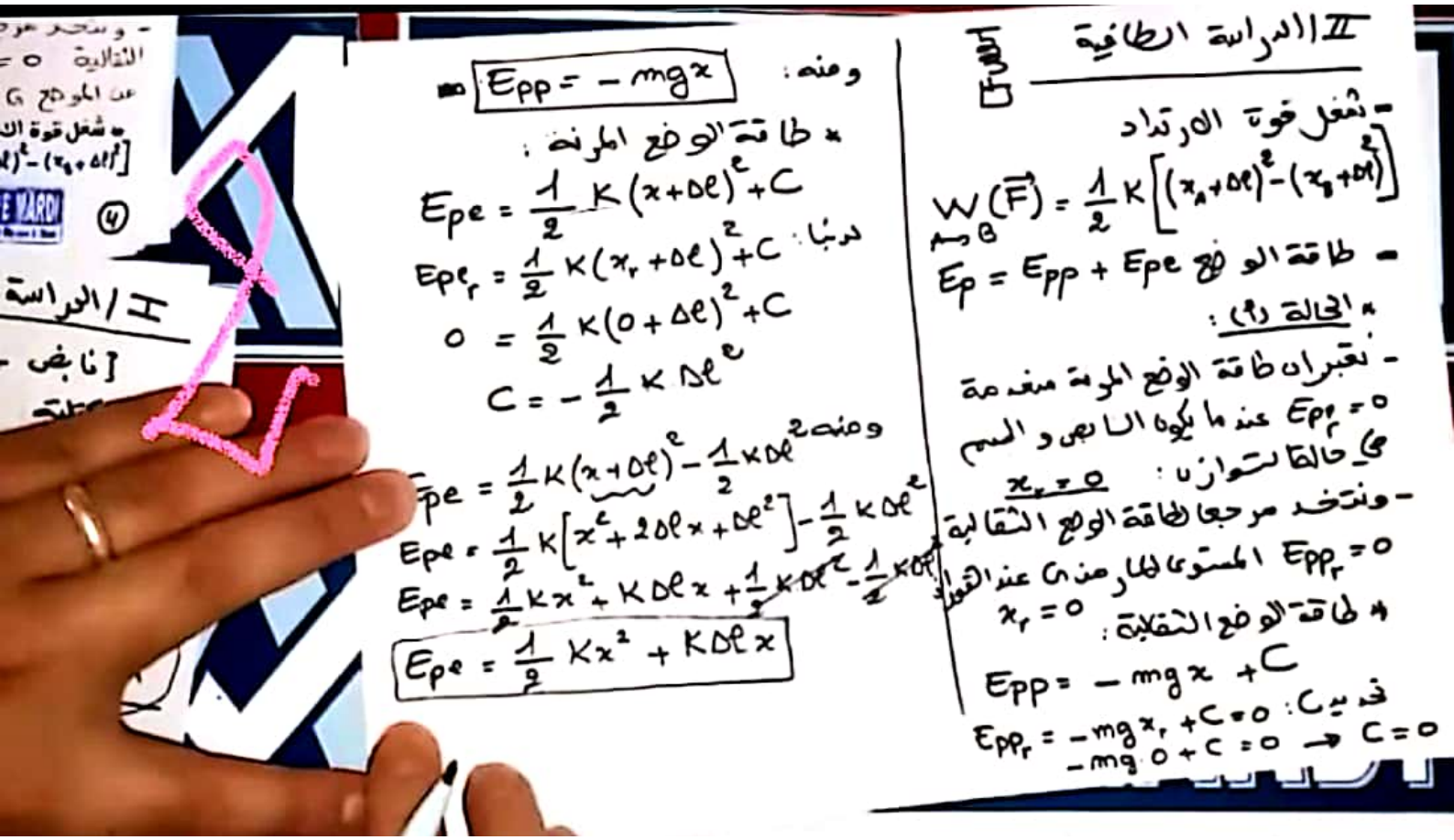
المجموعة المدروسة {(S)}

جرد القوى: $\vec{P}$ : الوزن

$\vec{F}$ : قوة الارتداد

حسب القانون الثاني لنيوتن:

$$\sum \vec{F}_{ext} = m.\vec{a}_G$$



II الدراسة الطاقية

- شغل قوة الارتداد

$$W_{A\to B}(\vec{F}) = \frac{1}{2}K\left[(x_A+\Delta\ell)^2-(x_B+\Delta\ell)^2\right]$$

- طاقة الوضع $E_p = E_{pp} + E_{pe}$

* الحالة (2):

- نعتبر ان طاقة الوضع المرونة منعدمة $E_{pe_r}=0$ عندما يكون النابض و السم في حالة توازن: $x_r = 0$

- ونتخذ مرجعا لطاقة الوضع الثقالية المستوى الأفقي المار من G عند التوازن $E_{pp_r}=0$ $x_r=0$

* طاقة الوضع الثقالية:

$$E_{pp} = -mgx + C$$

نحدد C: $E_{pp_r} = -mgx_r + C = 0$

$-mg\,0 + C = 0 \rightarrow C = 0$

ومنه: $E_{pp} = -mgx$

* طاقة الوضع المرونة:

$$E_{pe} = \frac{1}{2}K(x+\Delta\ell)^2 + C$$

$$E_{pe_r} = \frac{1}{2}K(x_r+\Delta\ell)^2 + C$$

$$0 = \frac{1}{2}K(0+\Delta\ell)^2 + C$$

$$C = -\frac{1}{2}K\Delta\ell^2$$

ومنه

$$E_{pe} = \frac{1}{2}K(x+\Delta\ell)^2 - \frac{1}{2}K\Delta\ell^2$$

$$E_{pe} = \frac{1}{2}K\left[x^2+2\Delta\ell x+\Delta\ell^2\right] - \frac{1}{2}K\Delta\ell^2$$

$$E_{pe} = \frac{1}{2}Kx^2 + K\Delta\ell x + \frac{1}{2}K\Delta\ell^2 - \frac{1}{2}K\Delta\ell^2$$

$$E_{pe} = \frac{1}{2}Kx^2 + K\Delta\ell x$$

المعادلة التفاضلية من دراسة طاقوية :

$$E_m = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}m\dot{x}^2 = cte$$

أي $\frac{dE_m}{dt} = 0$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}kx^2\right) + \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}m\dot{x}^2\right) = 0$$

$$\frac{1}{2}k \cdot 2x\dot{x} + \frac{1}{2}m \cdot 2\dot{x}\ddot{x} = 0$$

$$\dot{x}\left[kx + m\ddot{x}\right] = 0$$

أي إذن $kx + m\ddot{x} = 0$

$$m\ddot{x} + kx = 0$$

$$\boxed{\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0}$$

$E_p = -mgz + \frac{1}{2}kx^2 + kl_0z$ إذن :

عند التوازن : $mg = kl_0$

$mg - kl_0 = 0$

$kl_0 - mg = 0$

$E_p = z(kl_0 - mg) + \frac{1}{2}kx^2$

$E_p = \frac{1}{2}kx^2$ ومنه :

* الطاقة الحركية :

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\dot{x}^2$$

* الطاقة الميكانيكية :

$$E_m = E_p + E_c = cte$$

$$E_m = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}m\dot{x}^2 = cte$$

$$E_m = \frac{1}{2}kX_m^2 = \frac{1}{2}mV_{max}^2 = cte$$

$x(t) = X_m$

$(f(x)^n)' = n$

$(x^2)' = 2$

$(\dot{x}^2)' = 2$

$\dot{x} = -X_m$

3

$$E_{pe} = \frac{1}{2} K (x+\Delta\ell)^2$$ : نكتب

طاقة الوضع :

$$E_p = -mgx + \frac{1}{2} K (x+\Delta\ell)^2$$

$$E_p = -mgx + \frac{1}{2} K x^2 + K\Delta\ell x + \frac{1}{2} K \Delta\ell^2$$

$$E_p = x(K\Delta\ell - mg) + \frac{1}{2} K x^2 + \frac{1}{2} K \Delta\ell^2$$

$$E_p = \frac{1}{2} K x^2 + \frac{1}{2} K \Delta\ell^2$$ نكتب

$$E_p = -mgx + \frac{1}{2} K x^2 + K\Delta\ell x$$

عند التوازن :

$$mg = K\Delta\ell$$

$$mg - K\Delta\ell = 0$$

$$K\Delta\ell - mg = 0$$

$$E_p = x(K\Delta\ell - mg) + \frac{1}{2} K x^2$$

$$E_p = \frac{1}{2} K x^2$$ نكتب

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \dot{x}^2$$

$$E_m = E_p + E_c = cte$$

$$E_m = \frac{1}{2} K x^2 + \frac{1}{2} m \dot{x}^2 = cte$$

$$E_m = \frac{1}{2} K X_m^2 = \frac{1}{2} m V_{max}^2 = cte$$

4.

PC

الحالة (ب) : ☆

- نختار أن طاقة الوضع المرونية منعدمة عندما يكون النابض غير مشوه $E_{pe_r} = 0$

$$x_r = -\Delta\ell$$

- ونأخذ مرجعا لطاقة الوضع الثقالية المستوى المار من الموضع $E_{pp_r} = 0$ عند التوازن: $x_r = 0$

$$W_{A\to B}(\vec{F}) = \frac{1}{2}K\left[(x_A+\Delta\ell)^2 - (x_B+\Delta\ell)^2\right]$$

طاقة الوضع الثقالية:

$$\boxed{E_{pp} = -mgx}$$

طاقة الوضع المرونية:

$$E_{pe} = \frac{1}{2}K(x+\Delta\ell)^2 + C$$

$$E_{pe_r} = \frac{1}{2}K(x_r+\Delta\ell)^2 + C = 0$$

$$\frac{1}{2}K(-\Delta\ell+\Delta\ell)^2 + C = 0$$

وعليه: $\boxed{E_{pe} = \frac{1}{2}K(x+\Delta\ell)^2}$

طاقة الوضع:

$$E_p = -mgx + \frac{1}{2}K(x+\Delta\ell)^2$$

$$E_p = \underbrace{-mgx} + \frac{1}{2}Kx^2 + \underbrace{K\Delta\ell x} + \frac{1}{2}K\Delta\ell^2$$

$$E_p = x\underbrace{(K\Delta\ell - mg)} + \frac{1}{2}Kx^2 + \frac{1}{2}K\Delta\ell^2$$

$$\boxed{E_p = \frac{1}{2}Kx^2 + \frac{1}{2}K\Delta\ell^2}$$ وعليه

طاقة الميكانيكية $E_m$:

$$E_m = \underbrace{\frac{1}{2}Kx^2} + \underbrace{\frac{1}{2}K\Delta\ell^2} + \underbrace{\frac{1}{2}m\dot{x}^2}$$

$$E_p = -mgx + \frac{1}{2}K(x+\Delta l)$$

$$E_p = \underbrace{-mgx} + \frac{1}{2}Kx^2 + \underbrace{K\Delta l x} + \frac{1}{2}K\Delta$$

$$E_p = x(\underbrace{K\Delta l - mg}_{0}) + \frac{1}{2}Kx^2 + \frac{1}{2}K$$

ومنه $\boxed{E_p = \frac{1}{2}Kx^2 + \frac{1}{2}K\Delta l^2}$

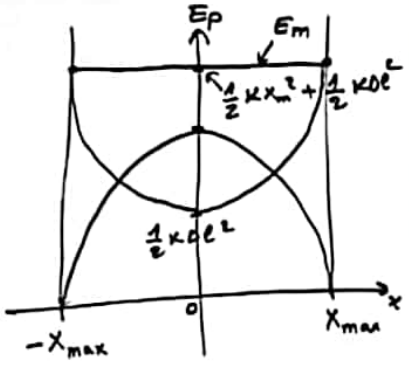
الطاقة الميكانيكية $E_m$

$$E_m = \underbrace{\frac{1}{2}Kx^2} + \underbrace{\frac{1}{2}K\Delta l^2}_{0} + \underbrace{\frac{1}{2}m\dot{x}^2}$$

$$E_m = E_{p_m} = \frac{1}{2}Kx_m^2 + \frac{1}{2}K\Delta l^2$$

$$E_m = E_{c_m} = \frac{1}{2}mV_m^2$$

$C = 0$




$$E_m = E_p + E_c$$

$$E_c = E_m - E_p$$

$$= \frac{1}{2}Kx_m^2 + \cancel{\frac{1}{2}K\Delta l^2} - \frac{1}{2}Kx^2 - \cancel{\frac{1}{2}K\Delta l^2}$$

$$E_c = -\frac{1}{2}Kx^2 + \frac{1}{2}Kx_m^2$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}Kx^2\right) \ldots$$

$$\frac{1}{\cancel{2}}K\cancel{2}\dot{x}x \ldots$$

$$\dot{x}\cdot[Kx \ldots$$

$$Kx + \ldots$$

$$m\ddot{x} \ldots$$

$$\boxed{\ddot{x} + \ldots}$$

الحالة (2)

7

## I / الدراسة التحريكية

{ نابض + جسم نقطي (S) }

m

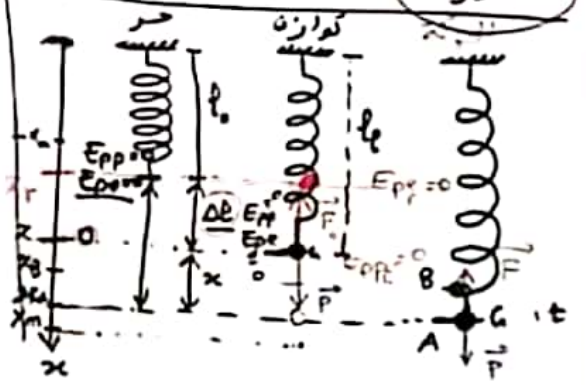
كتلته معمله

م ت

جرة غ مخمدة

① حراسة حالة التوازن

② الدراسة التذبذبية




$E_c = -\frac{1}{2}kx + \frac{1}{2}m$