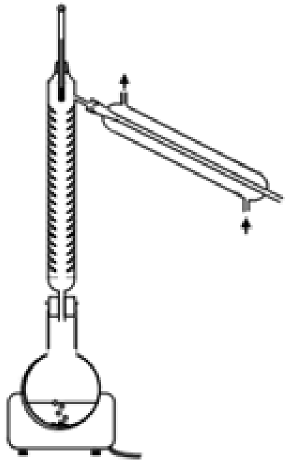
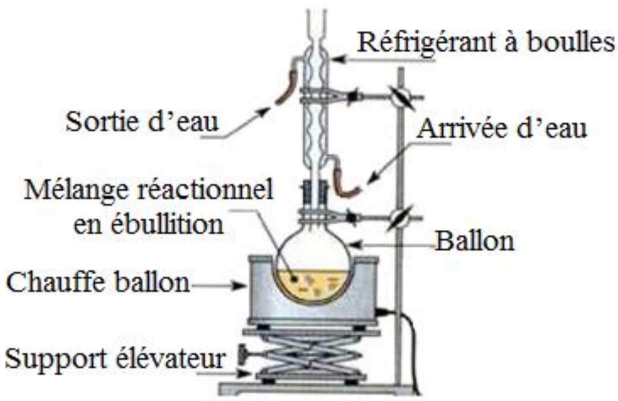
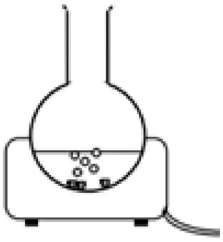
2017 / 2018

PHYSIQUE CHIMIE





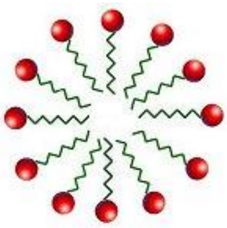
Montage à reflux

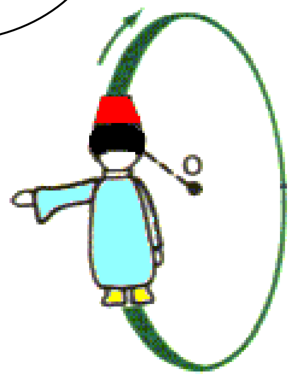


Je veux mon

BAC

Tout court





$1m^3$	$= 10^3\ell$	
1ℓ	$= 10^3 m\ell$	$= 10^3 cm^3$
$1\,m\ell$	$= 1cm^3$	

Professeur : Mly Abdellah Karim
abdeledba@gmail.com

www.pc1.ma

UNITES DU SYSTEME INTERNATONNAL (U.S.I)

Dans une relation entre grandeurs, on remplace chaque terme par la grandeur fondamentale correspondante : L pour une longueur, M pour une masse, T pour un temps, I pour une intensité de courant électrique… On obtient ainsi l'équation aux dimensions.
Cette équation permet :

- De déterminer l'unité composée d'une grandeur en fonction des grandeurs fondamentales.
- De tester si une formule est homogène.
- De faire des conversions d'unités

Les unités de base

Le système international (SI) est constitué de sept (7) grandeurs de base et de sept (7) unités de base (ou **unités fondamentales du SI)**.

Grandeur	Nom	Symbole	Dimension
Longueur	Mètre	m	L
Masse	Kilogramme	Kg	M
Temps	Seconde	s	T
Intensité de courant électrique	Ampère	A	I
Température thermodynamique	Kelvin	k	θ
Quantité de matière	Mole	mol	N
Intensité lumineuse	Candela	cd	J

Les unités dérivées

- Toutes les autres grandeurs s'expriment en fonction des unités de base.
- **Les unités dérivées** : Sont formées en combinant les unités de base d'après les relations algébriques qui lient les grandeurs correspondantes. Les noms et les symboles de certaines de ces unités peuvent être remplacés par des noms et des symboles spéciaux qui peuvent être utilisés pour exprimer les noms et symboles d'autres unités dérivées.

Grandeur	Formule	Unité dans le (SI)	Unité en fonction des unités de bases
Vitesse	$\vec{V} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$	$m.s^{-1}$	**$m.s^{-1}$**
Accélération	$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt}$	$m.s^{-2}$	**$m.s^{-2}$**
Force	$\vec{F} = m.\vec{a}$	N (Newton)	**$N = Kg.m.s^{-2}$**
Energie	$W(\vec{F})_{A\to B} = \vec{F}.\overrightarrow{AB}$	J (Joule)	**$J = N.m = Kg.m^2.s^{-2}$**
Puissance	$P = \frac{W_{A\to B}(\vec{F})}{\Delta t}$	W (watt)	**$W = J.s^{-1} = N.m.s^{-1} = Kg.m^2.s^{-3}$**
Pression	$P = \frac{F}{S}$	Pa (Pascal)	**$Pa = N.m^{-2} = Kg.m^{-1}.s^{-2}$**
Fréquence	$N = \frac{1}{T}$	Hz (Hertz)	**$Hz = s^{-1}$**
Charge électrique	$Q = I.\Delta t$	C (Coulomb)	**$C = A.s$**
Tension électrique	$U = \frac{P}{I}$	V (Volt)	**$V = W.A^{-1} = Kg.m^2.s^{-3}.A^{-1}$**
Resistance électrique	$R = \frac{U}{I}$	Ω (Ohm)	**$\Omega = V.A^{-1} = Kg.m^2.s^{-3}.A^{-2}$**
Capacité d'un Condensateur	$C = \frac{q}{U}$	F (Farad)	**$F = C.V^{-1} = Kg^{-1}.m^2.s^4.A^2$**
Coefficient d'induction	$U = L.\frac{di}{dt}$	H (henry)	**$H = V.s.A^{-1} = Kg.m^2.s^{-2}.A^{-2}$**

Multiples et sous multiples :

Sous multiples					
10^{-12}	10^{-9}	10^{-6}	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}
Pico	Nano	Micro	Milli	Centi	Deci
p	**n**	**µ**	**m**	**c**	**d**

Multiples					
10	10^2	10^3	10^6	10^9	10^{12}
Deca	Hecto	Kilo	Mega	Giga	Tera
da	**h**	**K**	**M**	**G**	**T**

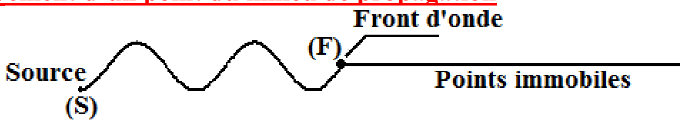
ONDES MECANIQUES PROGRESSIVES

- **Le signal** est une **perturbation** (modification locale et temporaire) qui se propage dans un milieu matériel élastique
- **Une onde progressive correspond** à la propagation dans l'espace et au cours du temps d'une perturbation.
- **Une onde mécanique correspond** à la propagation d'une perturbation **dans <u>un milieu matériel</u>** sans transport de matière. L'onde ne transporte que de l'énergie
- On **appelle onde mécanique progressive**, Onde résultant de la perturbation d'un milieu par une source.
- **Un milieu élastique est** un milieu qui reprend sa forme initiale après le passage de l'onde mécanique
- L'onde se propage **dans** toutes les directions qui lui sont offertes.

1. Mouvement d'un point M du milieu matériel.

- La perturbation crée au point S de la corde au temps t0 (Souvent t0=0) se propage de proche en proche à une vitesse précise.
- Toute onde est caractérisé par une source (S), une durée d'onde (durée nécessaire de passage de l'onde par un point) ,une amplitude et une longueur d'onde
- Chaque point du milieu matériel reproduit la perturbation de la source S.
- La perturbation au point M reproduit la perturbation de la source S avec un retard τ, car la perturbation met un certain temps pour progresser de S à M

2. Front d'onde et mouvement d'un point du milieu de propagation



- L'onde débute de la source (S)

• La Source (S)	- Le premier point qui se met en mouvement - Débute souvent son mouvement à l'instant t_0=0s (les autres points sont immobiles à t_0)

• Le Front d'onde (F)	- Le point le plus lointain de la source (S) suivis , et dans le sens du mouvement , d'un trait horizontal (indiquant les points immobiles) - Informe sur le premier mouvement : • De la source (S) à l'instant t_0 • Réaliser par un point lors de la réception de l'onde à un instant t • Que réaliseras un point une fois l'onde y parviens

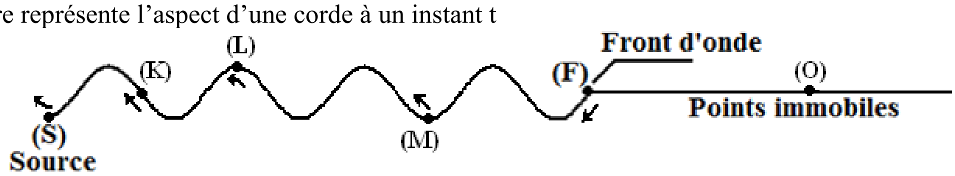
NB :
Tous les points (quand la perturbation y parviens à l'instant t) reproduisent la même perturbation que la source (S) (perturbation crée à l'instant t_0)

3. Sens de mouvement d'un point

Du point on suit légèrement l'allure de l'onde vers la source (S) on peut déterminer :

- Le sens du mouvement d'un point
- Le sens de mouvement du front (F) et en déduire le premier mouvement de chaque point et en particulier celui de la source (S)

Exemple : La figure représente l'aspect d'une corde à un instant t

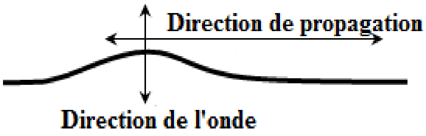


Le point	(S)	(K)	(L)	(M)	(N)	(O)
Mouvement à t_0=0	Vers le bas	------------------------- immobile ---------------------------				
Mouvement à t	Vers le haut	Vers le haut	Vers le bas	Vers le haut	Vers le bas	Immobile
Le premier mouvement	----------------- C'est le mouvement du front et c'est vers la bas ----------------					

4. Les types d'ondes :

Ondes transversales :

Une onde est transversale lorsque la déformation du milieu de matériel a lieu perpendiculairement à la direction de propagation de la perturbation.

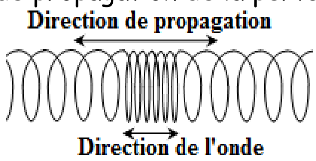


Exemples :

Une onde se propageant :
- À la surface de l'eau
- Le long d'une corde.

Ondes longitudinales :

Une onde est longitudinale si la déformation du milieu matériel a lieu parallèlement à la direction de propagation de la perturbation.



Exemples :
- Une onde se propageant dans un ressort.
- L'onde sonore.

- La direction dans laquelle se propage la perturbation est la direction de propagation de l'onde.

5. Définition de la célérité (vitesse).

La célérité v d'une onde progressive est égale au quotient de la distance d séparant deux points M_1 et M_2 du milieu par la durée Δt qui sépare les dates t_1 et t_2 de passage de l'onde en ces deux points.

$$V = \frac{M_1M_2}{t_2 - t_1} = \frac{d}{\Delta t}$$

6. Facteurs influençant la célérité.

- La vitesse de propagation de l'onde est une propriété du milieu. Elle dépend en effet des qualités d'élasticité du milieu et de son inertie (c'est-à-dire de la difficulté plus ou moins grande à le mettre en mouvement : plus l'inertie du milieu est grande, la vitesse est faible).
- Dans un milieu linéaire, la célérité est indépendante de la forme et de l'amplitude du signal.
- Pour un même milieu, la célérité dépend du type d'onde considéré ($V_{transversale} \neq V_{longitudinale}$)
- La célérité d'une onde progressive est plus grande dans un solide, que dans un liquide, que dans un gaz. Elle dépend de la compressibilité du fluide. (Vcuivre =3600m.s^{-1} ; Veau=1500m.s^{-1} ; Vair =340m.s^{-1}).

Remarques :
- t : temps ou instant ou date et caractérise un point qui est souvent le front de l'onde
- $\Delta t = \theta = \tau = t_2 - t_1$: durée (ou retard) entre deux points M_1 et M_2
- Aspect ou image ou forme de l'onde des mots souvent lié à la position du front de l'onde à un instant t

Exploiter la relation :

$$V = \frac{d}{\Delta t}$$

Une phrase

On précise la distance d et la durée de parcours Δt

Exemple :

L'onde parcours 15cm pendant 10 seconde

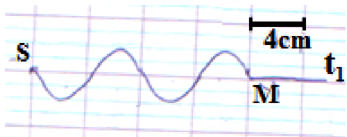
d=15cm

Δt=10s

Graphiquement

et avec une indication sur la source (S)

L'onde est émise de la source à l'instant t_0=0s



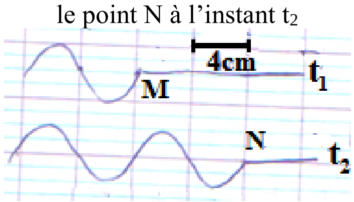
d=SM=4x4=16cm

$\Delta t = t_1 - t_0 = t_1$

Graphiquement

et sans aucune indication sur la source (S)

L'onde passe par le point M à l'instant t_1 et par le point N à l'instant t_2

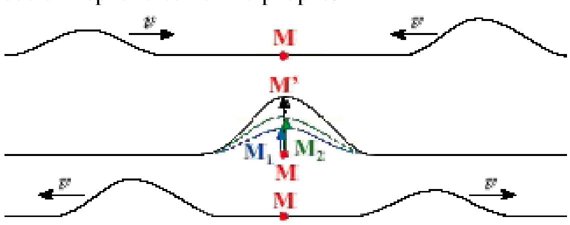


d=MN=2x4=8cm

$\Delta t = t_2 - t_1$

7. Superposition de deux ondes.

- Deux ondes mécaniques peuvent se superposer sans se perturber.
- Lorsque les deux perturbations se croisent, leurs amplitudes s'ajoutent algébriquement.
- Après le croisement, chaque perturbation reprend sa forme propre.



ONDES MECANIQUES PROGRESSIVES ET PERIODIQUES

1° Définition.

Une **onde progressive mécanique périodique** est le phénomène qui accompagne la propagation, dans un milieu matériel d'un signal (perturbation) se répétant identique à lui-même à intervalles de temps identiques appelés période T.

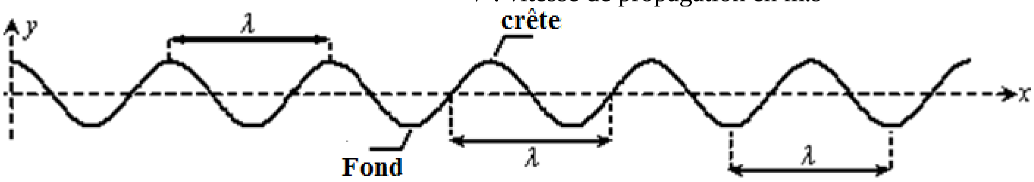
2° Double périodicité du phénomène.

λ	: La longueur d'onde (**période spatiale**) : La distance parcourue pendant un intervalle de temps égal à la période T : La distance entre deux crêtes (sommets) consécutifs (ou entre deux fonds (creux) consécutifs) : La distance entre deux points qui vibrent de la même manière à un instant donné : La distance séparant deux perturbations consécutives

T	: Période (**période temporelle**) : La durée nécessaire pour parcourir une distante égale à la longueur d'onde λ : La durée séparant l'arrivée de deux perturbations successives en un point

$$V = \frac{\lambda}{T} = \lambda . N$$

avec
λ : Longueur d'onde en mètre (m)
T : Période en seconde (s)
N : Fréquence en Hertz (Hz)
V : vitesse de propagation en m.s^{-1}

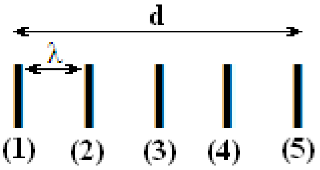


Comment déterminer la longueur d'onde λ ?????

Une phrase

Déterminant le nombre de répétition de la période spatiale (λ) ou la période temporelle (T)

Exemple :
d est la distance entre la première et la cinquième crête

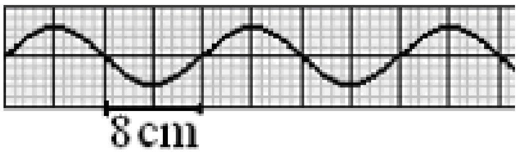


d=(5-1). λ =4. λ

Avec une echelle

? cm/cm ou ?cm/div
div est la division et représentée par un carré ou un rectangle

Exemple :
L'échelle $\frac{1}{8}$: chaque cm sur la figure représente 8cm dans le réel

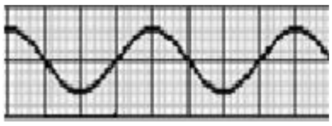


λ=2x8=16cm

Avec une règle

Echelle authentique (réelle)

Exemple :



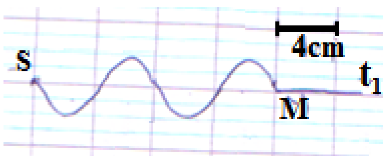
λ=2cm

Comment déterminer l'instant t1 d'arrivée de l'onde à un point ?????

L'onde débute son mouvement de la source (S) et souvent à l'instant t_0=0, la figure représente l'aspect de la corde à l'instant t_1

1ère méthode

Par la vitesse $V = \frac{d}{\Delta t}$
d=SM=4x4=16cm
D'où
$$\Delta t = \frac{d}{V} = t_1 - t_0 = t_1$$



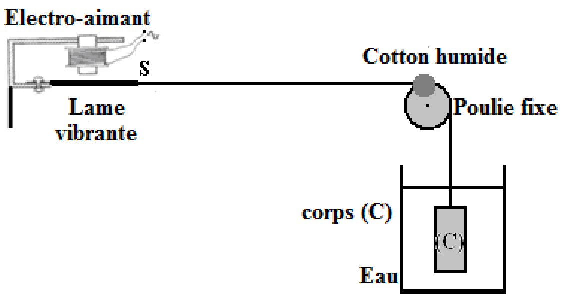
2em méthode

On détermine le nombre multiple de la longueur d'onde λ dans la distance d

$\frac{d}{\lambda} = 2$ donc $\frac{\Delta t}{T} = 2$
alors $\Delta t = 2.T = t_1 - t_0 = t_1$

NB :
$V = \frac{d}{\Delta t} = \frac{\lambda}{T}$ d'où $\frac{d}{\lambda} = \frac{\Delta t}{T} = C^{te} = k$ avec k le nombre de répétition de λ dans la distance d (ou le nombre de répétition de T dans la durée Δt)

PROPAGATION D'UNE ONDE MECANIQUE LE LONG D'UNE CORDE



Rôle de :

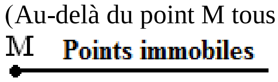
- Electro-aimant : pour faire vibrer la lame vibrante
- La lame vibrante : liée à la corde au point (S) la source de l'onde et le point de départ du front de l'onde
- Corde : constitue un milieu matériel et l'onde qui se propage est une onde mécanique
- Coton humide ou l'eau : Pour absorber l'énergie et éviter la réflexion de l'onde

Expression de la vitesse le long d'une corde :

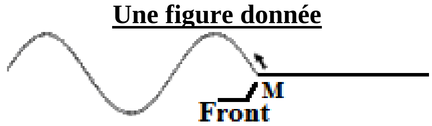
$C = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$: vitesse de propagation	avec	T : La tension du fil (N) (souvent C'est le poids du corps (C) accroché au fil) $\mu = \frac{M}{L}$: La masse linéaire de la corde ($Kg.m^{-1}$) M : La masse de la corde (Kg) L : La longueur de la corde (m)

⁂ Comment dessiner l'aspect d'une corde à l'instant t1 ?????

1. Déterminer M la position de front de l'onde (de préférence calculer la distance SM de la source)
$$d = SM = V.\Delta t = V.(t_1 - t_0)$$
2. A l'instant t_1 le front de l'onde arrive au point M (Au-delà du point M tous les points sont immobiles)



3. On calcul $\frac{d}{\lambda} = n$ le nombre multiple de λ dans la distance d ou $\frac{\Delta t}{T} = n$ le nombre multiple de T dans la durée Δt
4. Déterminer le mouvement du front de l'onde en se basant sur :

Une phrase	**Une figure donnée**
Exemple : A l'instant t_0=0, la source (S) se déplace vers le haut	 Le premier mouvement qu'effectueras le point M est vers le haut

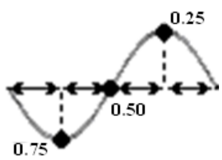
5. Du point M et vers la source (S) on dessine l'onde (dessiner en Marche arrière)

Exemple :

D'après la figure précédente et pour $\frac{d}{\lambda} = 1.75$ on obtient l'aspect suivant

NB :

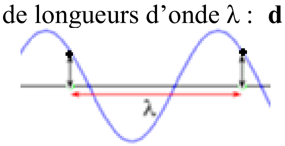
On divise la période spatiale λ (ou la période temporelle T) en quatre (4) parties égales à $\frac{\lambda}{4} = 0.25.\lambda$ (Ou $\frac{T}{4} = 0.25.T$)



⁂ Comment comparer le mouvement de deux points M1 et M2 ?????

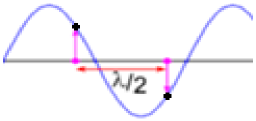
Deux points, M_1 et M_2 d'un milieu à une dimension (corde ressort, …), vibrent en phase si

- Elles vibrent au même instant et de la même manière $Y(M_1) = Y(M_2)$
- Leur distance d est égale à un nombre entier de longueurs d'onde λ : $\mathbf{d = k.\lambda}$, ($k \in \mathbb{N}$)



Deux points, M_1 et M_2 d'un milieu à 1 dimension, vibrent en opposition de phase si

- Elles vibrent en opposition de phase $Y(M_1) = - Y(M_2)$
- Leur distance d est égale à un nombre entier impair de demi-longueurs d'onde λ : $\mathbf{d = (2.k + 1).\frac{\lambda}{2}}$



⁂ Comment Vibrent deux points ?????

$$\frac{M_1M_2}{\lambda} = \frac{d}{\lambda} = \frac{SM_2 - SM_1}{\lambda} = k \quad \text{Ou bien} \quad \frac{\Delta t}{T} = \Delta t.N = k$$

Si k

k = ---,00	K = ---,50
Un nombre entier naturel alors les points vibrent en phase	Un nombre décimal (… ,50 = … virgule 50) alors les points vibrent en opposition de phase

NB :

Pour comparer la source (S) avec un point M du milieu de propagation on calcul $\frac{SM}{\lambda}$

⁂ Comment calculer le nombre de points qui vibrent ……..…… phase ?????

La corde de longueur L=SA

1. **Déterminer la condition**

Dénombrer les points qui vibrent en phase (ou opposition de phase) $0 \leq SM \leq L$ La source (S) et le point A sont comprises dans le dénombrement	Dénombrer les points qui vibrent en phase (ou opposition de phase) **avec la source (S)** $0 < SM \leq L$ Le point A est compris dans le dénombrement	Dénombrer les points qui vibrent en phase (ou opposition de phase) **avec la source (S) et le point A** $0 < SM < L$ La source (S) et le point A ne sont pas dénombrés

2. **Préciser l'expression de la distance SM**
   - En phase : $\mathbf{SM = k.\lambda}$
   - En opposition de phase : $\mathbf{SM = (2.k + 1).\frac{\lambda}{2}}$
3. **Déterminer les valeurs possibles de k**
   - Le but est d'encadrer k
   - Toute valeur possible de k est un point

Exemple : La corde de longueur **L=95cm** et la longueur d'onde est **λ=10cm**

Dénombrer les points qui vibrent en phase **avec** la source (S)

1. $0 < SM \leq L$
2. $0 < k.\lambda \leq L$
3. $0 < k \leq \frac{L}{\boldsymbol{\lambda}} = \frac{95}{10} = 9{,}5$

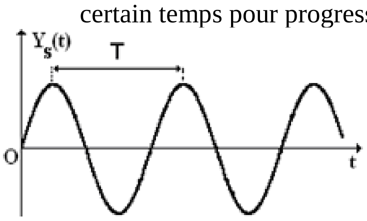
   D'où

   $k \in \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ et en conclusion on as 9 points qui vibrent en phase avec la source

⁂ Equation horaire d'un point du milieu de propagation ?????

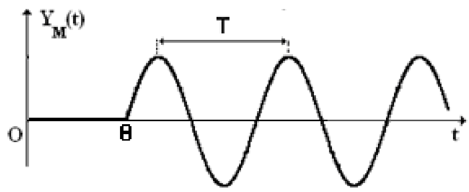
$$\mathbf{Y_M(t)=Y_S(\,t - \theta\,)}$$

- On déterminer la durée θ soit directement θ = …… ou on calcule sa valeur $\theta = \frac{SM}{V}$
- La perturbation au point M reproduit la perturbation de la source (S) avec un retard **θ**, car la perturbation met un certain temps pour progresser de S à M



$Y_S(t)$: Elongation de la source (S)

Une translation de $Y_S(t)$ d'une durée **θ** et on obtient $Y_M(t)$



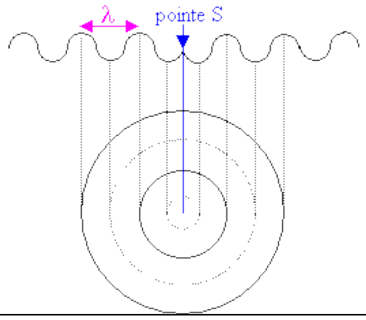
$Y_M(t)$: Elongation de la source (M)

PROPAGATION D'UNE ONDE MECANIQUE SUR LA SURFACE DE L'EAU

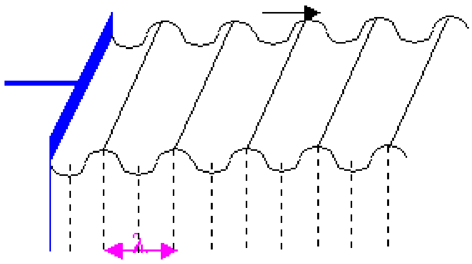
- Le dispositif est constitué d'une cuve horizontale contenant une faible épaisseur d'eau.
- Un générateur à fréquence variable met en mouvement un vibreur qui crée des ondes qui se propagent à la surface de l'eau.
- La forme des ondes obtenues dépend de la forme du vibreur.

On observe sur la surface d'eau

Si le vibreur est une pointe, on obtient des ondes (rides) circulaires.

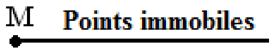


Si le vibreur est une plaque ou une règle on observe des ondes (rides) rectilignes



⁂ Comment dessiner une coupe transversale de la surface d'eau

1. Déterminer M la position de front de l'onde (de préférence calculer la distance SM de la source)
   $d = SM = V.\Delta t = V.(t_M - t_0)$
2. A l'instant t_M le front de l'onde arrive au point M (Au-delà du point M tous les points sont immobiles)



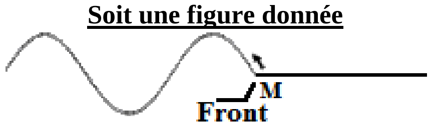
3. On calcul $\frac{d}{\lambda} = n$ le nombre multiple de λ dans la distance d ou $\frac{\Delta t}{T} = n$ le nombre multiple de T dans la durée Δt
4. Déterminer le mouvement du front de l'onde en se basant sur :

Soit une phrase

Exemple :

A l'instant $t_0=0$, la source (S) se déplace vers le haut

Soit une figure donnée

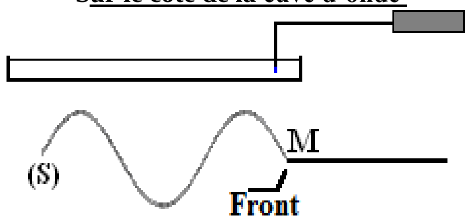


Le premier mouvement qu'effectueras le point M est vers le haut

5. Du point M et vers la source (S) on dessine l'onde (dessiner en Marche arrière)

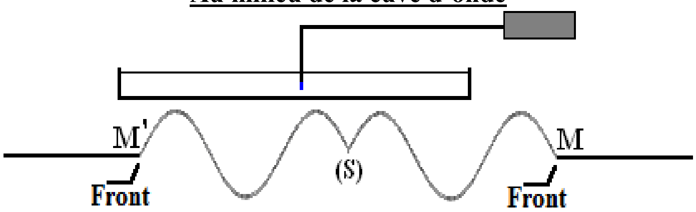
⁂ Où est la Source (S) ?????

Sur le côté de la cuve d'onde



L'onde se propage devant la source (S)

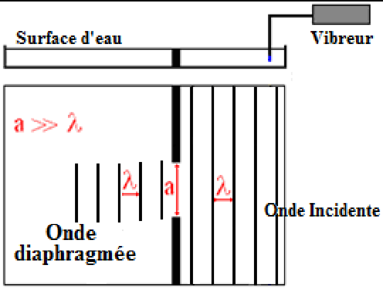
Au milieu de la cuve d'onde



L'onde se propage autour de la source et dans toutes les directions offertes et SM=SM'

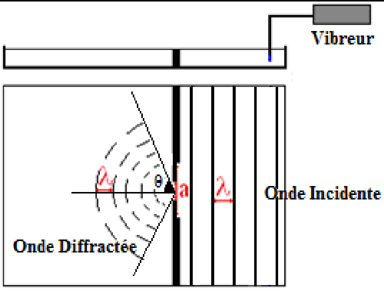
PHENOMENE DE DIFFRATION

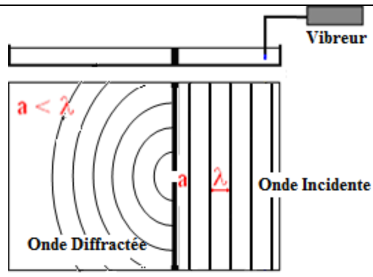
Une onde plane périodique rencontre un obstacle ou une ouverture ou une fente d'épaisseur a :



a >> λ

L'onde traverse la fente sans changer ni de forme ni de fréquence ni de vitesse et ni de longueur d'onde juste une partie est bloquée





a ≤ λ : Phénomène de diffraction　　**a** < λ: Phénomène de diffraction

- L'onde change de forme et devient circulaire
- La fente d'épaisseur a se comporte comme une source ponctuelle d'onde circulaire
- L'onde diffractée et l'onde incidente ont la même période, la même célérité et, par conséquent, la même longueur d'onde

.

Onde diaphragmée :
Onde mécanique progressive périodique se propageant sans modification à travers une ouverture.

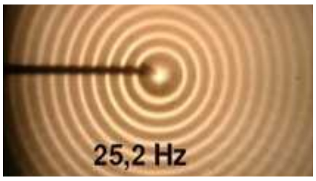
Onde diffractée :
Onde mécanique progressive périodique se propageant avec étalement spatial à travers une ouverture

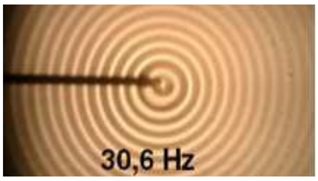
NB :

- **a** ≤ λ : l'onde est limité dans une portion angulaire circulaire d'angle θ (angle de diffraction) $\sin(\theta) \approx \theta = \frac{\lambda}{a}$
- Pour une longueur d'onde donnée, la diffraction est d'autant plus importante que la dimension l'ouverture a est faible

MILIEU DISPERSIF

Un milieu est **dispersif** si la vitesse (célérité) de l'onde dans le milieu dépend de la fréquence de la source





LES ONDES SONORES (Ondes acoustiques)

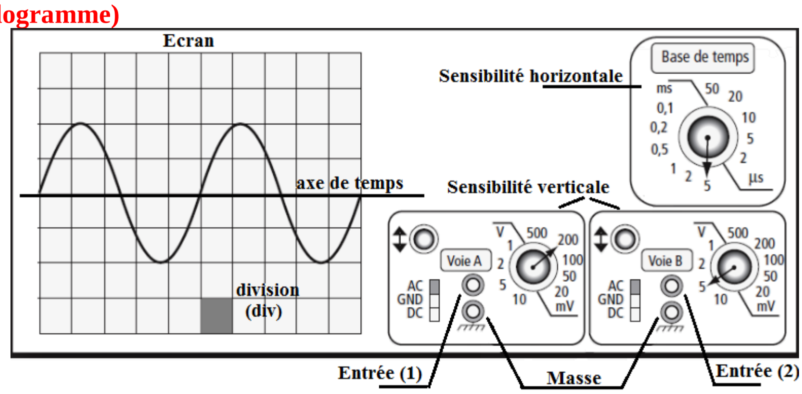
1. Les propriétés du son.

- La propagation d'une onde acoustique dans l'air se fait avec des « tranches d'air » qui subissent, les unes après les autres, des **compressions – dilatations**, autour d'une position moyenne dans la direction de propagation.
- Le son est une onde **progressive, périodique** et **longitudinale**.
- **La propagation d'un son nécessite un milieu matériel.**
- **Le son ne se propage pas dans le vide.**
- Le son transporte de l'énergie.

2. Célérité du son.

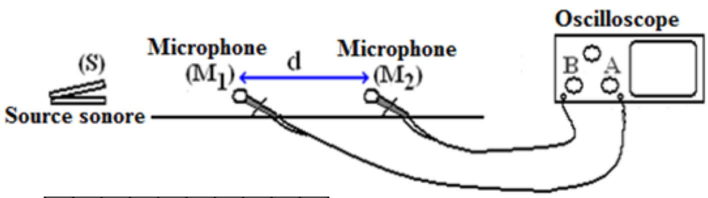
- La célérité du son dépend du milieu de propagation.
- La célérité du son est plus grande dans les solides que dans les liquides et les gaz.
- La vitesse du son dans l'air est 340m/s

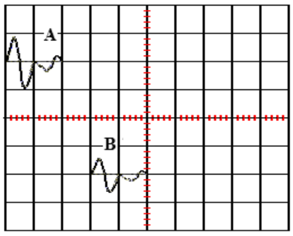
3. Oscilloscope (Oscillogramme)



- Un oscilloscope a une masse et plusieurs entrées
- Une entrée est caractérisée par :
  - Une sensibilité verticale (? V/div) ou (? V/cm)
  - Une sensibilité horizontale (? ms/div) ou (? ms/cm)
- Au moyen d'un oscilloscope on peut déterminer :
  - Les tensions maximales
  - La période T
- La durée (ou le décalage horaire) $\tau = \Delta t$ entre deux tensions

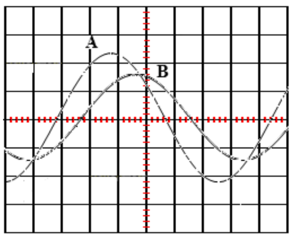
Exemples :





Sensibilité verticale : 2ms/dv

Δt=3x2=6ms



Sensibilité verticale : 5ms/dv

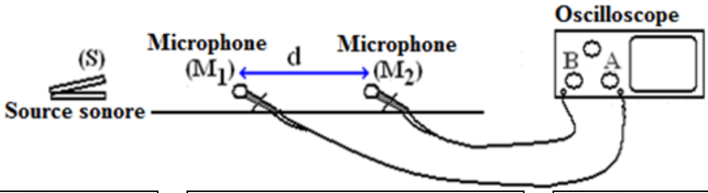
Δt=1x5=5ms

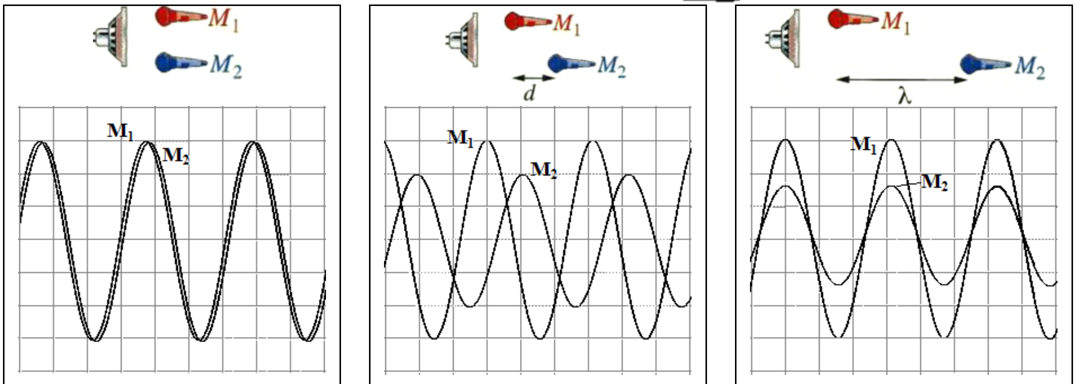
T=8x5=40ms

NB :

L'intensité acoustique diminue quand on s'éloigne de la source sonore.

Exemples :





d =0	d < λ ou d ≠ λ ou d ≠ k.λ	d = λ ou d = k.λ
et τ =Δt =0	et τ < T ou τ ≠ T ou τ ≠ k.T	et τ = Δt = T ou τ = k.T

En éloignant le microphone M_2 de la source on constate que :

- La courbe de M_2 s'est décalée de la courbe de M_1
- L'amplitude de la courbe de microphone M_2 a diminué
- La distance entre les deux microphones est $d = V.\tau = V.\Delta t = M_1M_2=SM_2-SM_1$, avec $\tau = \Delta t$ le retard temporelle

Si le microphone M_2 s'est déplacé de λ ou k. λ alors les deux courbes seront en phases
λ : La distance minimale entre les deux microphones pour observer les deux tensions en phase .

NB :

- Des mots tel **lentement**, **de nouveau**, **pour la premier fois …** laissent penser à **λ** la longueur d'onde ou à T la période autrement à deux tensions en phases
- L'air est un milieu non dispersif des ondes sonores vu que toutes les notes musicales sont entendues au même moment malgré qu'elles ont des fréquences différentes

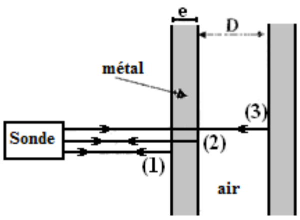
4. La sonde

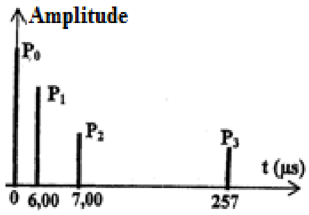
La sonde émis un son à un instant t_0 et capte le son réfléchis par un obstacle, placé à une distance d de la source, à un instant t et la durée $\Delta t=t-t_0$ est la durée nécessaire pour parcourir la distance 2.d (aller-retour)

$$V = \frac{2.d}{\Delta t}$$

Exemples :

- **Mesurer l'épaisseur e et le diamètre D d'un tube cylindrique**



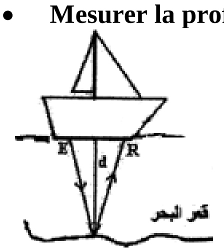


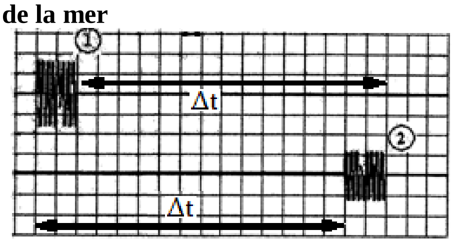
P_0 : correspond à l'instant $t_0=0$ d'émission de l'onde
P_1 : correspond à l'instant de réception de l'onde réfléchie (1)
P_2 : correspond à l'instant de réception de l'onde réfléchie (2)
P_3 : correspond à l'instant de réception de l'onde réfléchie (3)

$$V_1 = \frac{2.e}{\Delta t_1} \text{ et } V_2 = \frac{2.D}{\Delta t_2}$$

$\Delta t_1=7.00-6.00=1.00\mu s$
$\Delta t_2=257.00-7.00=250.00\mu s$

- **Mesurer la profondeur de la mer**





La sensibilité horizontale est : 2µs/div

$$V=\frac{2.d}{\Delta t}$$

$\Delta t_2=15x2\mu s=30\mu s$

ONDES LUMINEUSES

- L'onde lumineuse résulte de la propagation d'une perturbation électromagnétique dans les milieux transparents.
- Les ondes lumineuses périodiques sont appelées des radiations.
- La lumière peut se propager dans le vide : La lumière est une onde électromagnétique (n'est pas une onde mécanique).
- **Lumière monochromatique** : lumière constituée d'une seule radiation lumineuse d'une longueur d'onde correspondant à une couleur (lumière émise par un laser).
- **Lumière polychromatique** : lumière constituée d'un ensemble de lumières monochromatiques de fréquences différentes.

❖ Longueur d'onde et fréquence d'une radiation lumineuse.

Une radiation lumineuse est caractérisée par :
- Sa fréquence υ (en Hz) ou sa période T (en s).
- Sa longueur d'onde dans le vide λ_0.

NB :
- la fréquence υ d'une radiation lumineuse ne dépend pas du milieu de propagation
- alors que la longueur d'onde λ dépend du milieu de propagation.

❖ Relation fondamentale :

La longueur d'onde dans le vide λ_0 d'une radiation lumineuse est donnée par la relation :

$$\lambda_0 = C.T = \frac{C}{\upsilon}$$

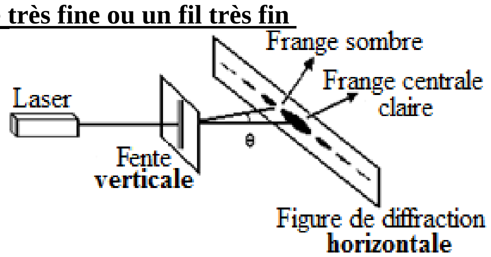
avec
λ_0 : Longueur d'onde dans le vide (m)
C : Vitesse de la lumière dans le vide (m/s)
υ : Fréquence de la radiation lumineuse (Hz)
T : Période de la radiation (s)

DIFFRACTION DE LA LUMIERE

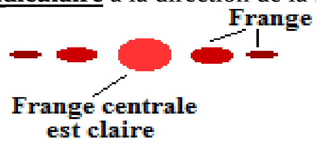
Diffraction de la lumière : modification du trajet de la lumière et de l'intensité lumineuse lorsque la lumière passe par une ouverture ou autour d'un obstacle.

Un faisceau lumineux incident sur une fente ou un trou
On observe

Sur une fente très fine ou un fil très fin

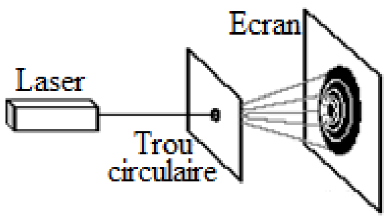


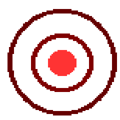
La fente est **perpendiculaire** à la direction de la figure de diffraction



- La figure de diffraction est constituée d'une tache centrale et de taches secondaires situées symétriquement par rapport à la tache centrale.
- La tache centrale est très lumineuse
- La luminosité et la largeur diminuent lorsqu'on s'éloigne de la tache centrale.

Sur un trou fin et circulaire





- La tâche de diffraction constituée d'anneaux ou de franges colorés.
- La tache centrale est très lumineuse
- La luminosité et la largeur diminuent lorsqu'on s'éloigne de la tache centrale.

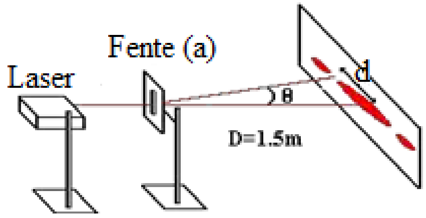
- La diffraction est d'autant plus marquée que la largeur de la fente est faible.

NB :

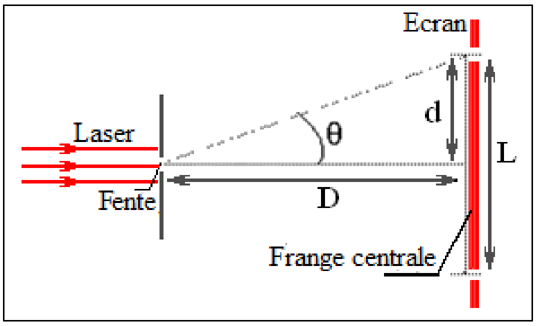
- La largeur L de la tache centrale est d'autant plus importante que :
  - La longueur d'onde λ de la radiation est importante
  - La largeur a de la fente est faible

Relation de diffraction :

$\boldsymbol{\theta} = \frac{\boldsymbol{\lambda}}{\mathbf{a}}$ avec **λ :** Longueur d'onde (m)
a : Largeur (diamètre) de la fente (m)
θ : Ecart angulaire (rad)



L'écart angulaire θ, est l'angle entre le centre de la tache centrale et le centre de la première tâche sombre (extinction) ou C'est le demi-diamètre angulaire de la tache centrale.



d : le rayon de la frange (tache) centrale
L=2.d : la largeur (diamètre) de la tache centrale

$$\tan(\theta) \approx \frac{d}{D} = \frac{L}{2.D}$$

θ étant faible alors

$$\theta = \frac{d}{D} = \frac{L}{2.D}$$

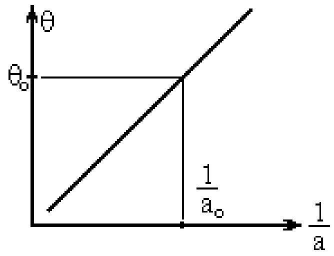
Or $\boldsymbol{\theta} = \frac{\boldsymbol{\lambda}}{\mathbf{a}}$, on en conclut $\theta = \frac{d}{D} = \frac{L}{2.D} = \frac{\lambda}{a}$

NB :

$$\boldsymbol{\theta} = \frac{\boldsymbol{\lambda}}{\mathbf{a}} = \boldsymbol{\lambda}.\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{a}}$$

La fonction $\theta = f(\frac{1}{a})$ est une fonction linéaire dont le coefficient directeur est la longueur d'onde

$$\lambda = \frac{\theta_0}{\frac{1}{a_0}}$$

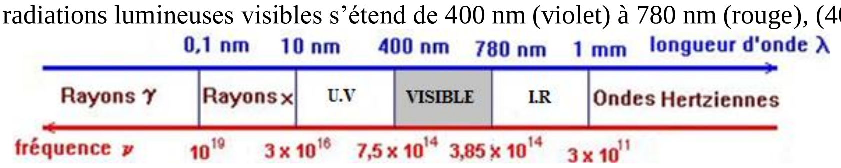


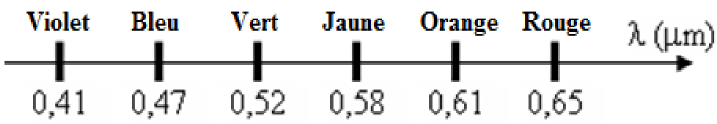
NB :

- Les conditions de la diffraction :
  - Le diamètre de la fente soit faible
  - La lumière soit monochromatique
- Le phénomène de la diffraction montre que la lumière est une onde

La lumière visible

- On caractérise une radiation lumineuse par sa longueur d'onde dans le vide.
- Le domaine de radiations lumineuses visibles s'étend de 400 nm (violet) à 780 nm (rouge), (400 nm $\leq \lambda \leq$ 780 nm)

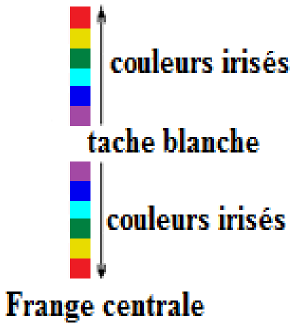




La radiation rouge a :

- La plus grande longueur d'onde λ
- Le plus grand écart angulaire $\theta = \frac{\lambda}{a}$
- Le plus grand diamètre de la tache centrale $L = \frac{2.D.\lambda}{a}$
- Le plus faible coefficient de diffraction n

Diffraction de la lumière blanche



- La lumière blanche est une lumière polychromatique composée de toutes les lumières visibles.
- La figure de diffraction obtenue présente une tache centrale blanche (superposition de toutes les lumières colorées visibles) et des taches latérales irisées (multicolorées) bordées de rouge d'un côté et de violet de l'autre.
- Le diamètre de la tache blanche est le même que celui de la tache violette

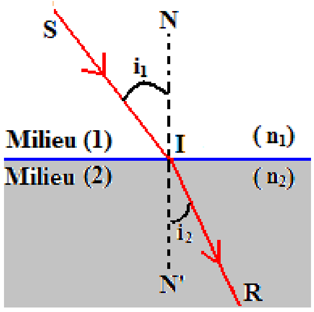
RÉFRACTION : LE PRISME

Réfraction : changement de direction de la lumière lors de la traversée d'un milieu transparent vers un autre milieu transparent.

1. Lois de Descartes

1ere Loi :

Le rayon réfracté, le rayon incident et la normale (à la surface réfractante) sont dans un même plan, le plan d'incidence.



2eme Loi :

La relation liant les indices de réfraction n_1 et n_2 de chacun des milieux et les angles incident i_1 et réfracté i_2 s'écrit :

$n_1.\sin(i_1) = n_2.\sin(i_2)$ avec
n_1 : indice de réfraction du milieu (1)
n_2 : indice de réfraction du milieu (2)
i_1 : angle d'incidence
i_2 : angle de réfraction

NB :

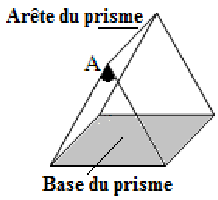
- Le rayon incident et le rayon réfracté sont situés de part et d'autre de la normale.
- Les angles sont définis entre les rayon lumineux et la normale
- Un milieu est d'autant plus réfractant que l'indice de réfraction est élevé et l'angle dans ce milieu est faible
- **$n_2 > n_1$** : le milieu (2) est plus réfractant que le milieu (1) et $i_1 > i_2$
- $n > 1$ et $n_{air} = 1$: indice de réfraction dans l'air et l'angle dans l'air est toujours la plus importante

Remarques :

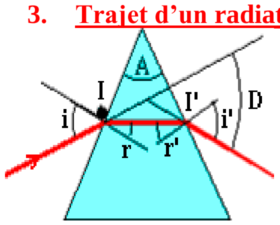
On sait que $n = \frac{C}{V}$ avec C : La vitesse de la lumière dans le vide (l'air) et V : la vitesse de la lumière dans un milieu donné et $\lambda = \frac{V}{N}$ avec N : la fréquence, on conclut alors que $n_{2/1} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin(i_1)}{\sin(i)} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{V_1}{V_2}$

2. Prisme

Un prisme d'indice (n) est un milieu transparent et homogène limité par deux plans non parallèles faisant un angle A (Angle au sommet) et qui se coupent suivant une droite qui est l'arête du prisme.



3. Trajet d'un radiation Lumineuse :

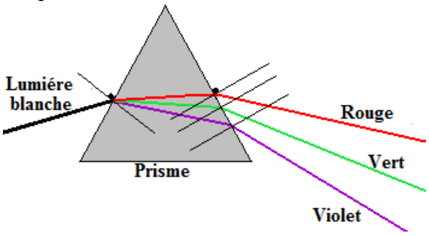


avec
A: Angle au sommet du prisme
i : Angle d'incidence sur la 1ere face ou angle d'incidence sur le prisme
r : Angle de réfraction sur la 1ere face
r': Angle d'incidence sur la 2eme face
i': Angle de réfraction sur la 2eme face ou angle d'émergence sur le prisme
D: Angle de déviation et c'est l'angle entre la direction de rayon lumineux incident et la direction du rayon lumineux émergeant du prisme

4. Formules (Relations) du prisme :

1) sin(i)= n.sin(r)
2) sin(i') = n.sin(r')
3) A = r + r'
4) D = (i + i') - A

- $n = \frac{c}{V} = \frac{c}{\lambda.N}$: l'indice de réfraction du prisme dépend de la longueur d'onde λ de la radiation lumineuse incidente donc de sa vitesse d'où le prisme est un milieu dispersif



- Toutes les radiations incidentes ont même angle d'incidence (i) , diffèrent par leurs longueurs d'ondes par conséquent par leurs indices de réfraction (si n augmente alors r diminue)
- La radiation rouge est caractérisée par une longueur d'onde λ la plus élevée dans le visible donc son indice de réfraction est le plus faible alors la radiation rouge est la plus dévié par rapport à la normale

sin(i)= n.sin(r)

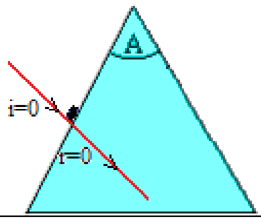
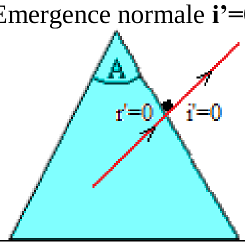
⁂ Comment exploiter les relations du prisme

1 : Données le triplet (i,A,n) , l'angle d'incidence i , l'angle au sommet A et n l'indice de réfraction du prisme
Souvent on suit l'enchainement **1324**

1) sin i = n sin r — On calcul $\sin r = \frac{\sin i}{n}$ d'où r = …
3) A = r + r' — r'= A - r = ….
2) sin i' = n sin r' — sin i' = ….
4) D =(i + i') -A — Donc D= ….

2 : Données le triplet (i',A,n) , l'angle d'emergeance i' , l'angle au sommet A et n l'indice de réfraction du prisme
Souvent on suit l'enchainement **2314**

3 : Cas particuliers

Déterminer le cas particulier	**Cas :1**	**Cas :2**	**Cas :3**
	Si **i=i'**	Incidence normale **i=0** 	Emergence normale **i'=0** 
Conclusion	Alors **r=r'**	**r=0** Tout rayon lumineux incident normalement à la surface du prisme ne dévie pas	**r'=0** Tout rayon lumineux émergeant normalement de la surface du prisme est le prolongement d'un incident normalement sur la même surface
Remplacer dans 3) A = r + r' 4) D =(i + i') -A	3) A = r + r' = 2.r =2.r' 4) D =(i + i') –A = 2.i-A = 2.i'-A	3) A = r + r' = r' 4) D =(i + i') –A = i'-A	3) A = r + r' = r 4) D =(i + i') –A = i-A
Conclure i et r Ou i' et r' en fonction de A et/ou D	$r = r' = \frac{A}{2}$ $i = i' = \frac{A+D}{2}$	r' = A i'= A+D	r = A i = A+D
Exploiter dans 1) sin i = n sin r Ou 2) sin i' = n sin r'	(1 $n = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\sin\left(\frac{A+D}{2}\right)}{\sin\left(\frac{A}{2}\right)}$	(2 $n = \frac{\sin i'}{\sin r'} = \frac{\sin(A+D)}{\sin(A)}$	(1 $n = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\sin(A+D)}{\sin(A)}$

4 : On peut se servir des fonctions trigonométriques suivantes :

cos(a+b) = cosa.cosb – sina.sinb **sin(a+b)= sina.cosb + cosa.sinb**
cos(a-b) = cosa.cosb + sina.sinb **sin(a-b)= sina.cosb - cosa.sinb**

Exemples :

- **Cas d'incidence normale**

On a obtenu $n = \frac{\sin i'}{\sin r'} = \frac{\sin(A+D)}{\sin(A)}$ alors :

$$n = \frac{\sin i'}{\sin r'} = \frac{\sin(A+D)}{\sin(A)} = \frac{\sin(A).\cos(D) + \cos(A).\sin(D)}{\sin(A)} = \cos(D) + \frac{\sin(D)}{\tan(A)} = \sin(D)(\frac{1}{\tan(D)} + \frac{1}{\tan(A)})$$

- **Montrer que :**

$$\tan(A) = \frac{\tan(r) + \tan(r')}{1 - \tan(r).\tan(r')}$$

On as

$$\tan(A) = \frac{\sin(A)}{\cos(A)} = \frac{\sin(r+r')}{\cos(r+r')} = \frac{\sin(r).\cos(r') + \cos(r).\sin(r')}{\cos(r).\cos(r') - \sin(r).\sin(r')}$$

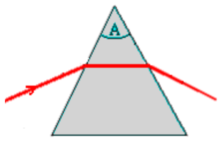
On met en facteur cos(r).cos'(r')

$$\tan(A) = \frac{\cos(r).\cos(r').(\frac{\sin(r).\cos(r') + \cos(r).\sin(r')}{\cos(r).\cos(r')})}{\cos(r).\cos(r').(1 - \frac{\sin(r).\sin(r')}{\cos(r).\cos(r')})} = \frac{\tan(r) + \tan(r')}{1 - \tan(r).\tan(r')}$$

PHENOMENE DE DEFRACTION ET DE DISPERTION

Réfraction de la lumière

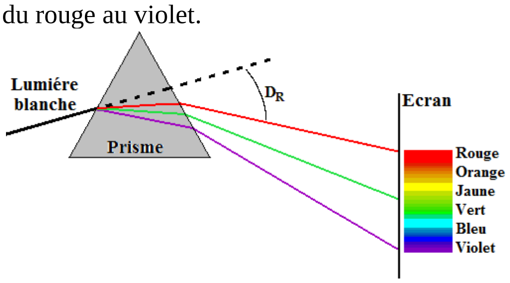
- Le prisme dévie la radiation incidente
- Les deux radiations incidente et émergeante ont la même longueur d'onde



Dispersion de la lumière blanche

Dispersion de la lumière : décomposition de la lumière polychromatique en ses différents composants monochromatiques

- Le prisme dévie et décompose la lumière blanche en lumières colorées du rouge au violet.
- L'ensemble des couleurs constitue le spectre de la lumière blanche.
- Le spectre est continu du rouge au violet



NB :

- La radiation rouge est caractérisée par
  - Une longueur d'onde la plus élevée dans le visible
  - Un indice de réfraction est le plus faible
- La radiation rouge est donc
  - La plus dévié par rapport à la normale
  - La moins dévié par rapport au rayon incident commun
- L'angle de déviation de la radiation rouge est le plus faible

La lumière :

- Se diffracte (Phénomène de diffraction) alors La lumière est une onde
- Se propage dans le vide alors La lumière est une onde électromagnétique (n'est pas mécanique)
- Se réfracte (Phénomène de réfraction) alors La lumière est mono ou polychromatique
- Se disperse (Phénomène de dispersion) alors La lumière est polychromatique

LA RADIOACTIVITÉ

1. Composition du noyau d'un atome.

- Le noyau de l'atome est 100 000 fois plus petit que l'atome.
- De plus, il rassemble pratiquement toute la masse de l'atome.
- Le noyau est constitué de particules appelées nucléons (les protons et les neutrons).
- Le noyau est représenter par ${}^{A}_{Z}X$ avec A : Le nombre de nucléons aussi le nombre de masse
  Z : Le nombre de protons aussi Le nombre de charges
  N : Le nombre de neutrons, N=A – Z

2. Nucléides :

- **Nucléide** : ensemble d'atomes de noyaux identiques
- L'ensemble des noyaux ayant le même nombre Z de protons et le même nombre de neutrons N et de symbole ${}^{A}_{Z}X$

3. Masse d'un noyau.

- On utilise une unité adaptée à la physique nucléaire : l'unité de masse atomique (u).
- L'unité de masse atomique u est le un (1) douzième $(\frac{1}{12})$ de la masse du carbone 12. **1.u=1,66x10^{-27}kg**.
- La masse d'un noyau ${}^{A}_{Z}X$ est voisine de A en unité atomique.
- Un nucléon étant environ 1850 fois plus lourd qu'un électron, la masse d'un noyau est voisine de celle de l'atome correspondant.

4. Isotopie.

Isotopes : des noyaux possédant le même symbole chimique, le même nombre de protons, mais des nombres de neutrons différents (des nombres de nucléons A différents).

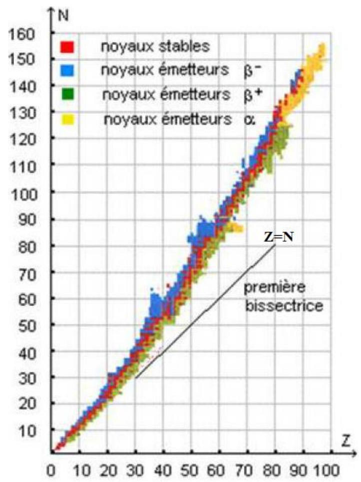
Exemple :
${}^{16}_{8}O$ (Abondance :99,76%), ${}^{17}_{8}O$ (0,04%), ${}^{18}_{8}O$ (0,2%) des isotopes de l'élément oxygène mais sont 3 nucléides différents

5. Noyau radioactif (ou noyau instable)

Un noyau radioactif (appelé noyau-père) est un noyau instable qui se désintègre spontanément en donnant un noyau différent plus stable (appelé noyau-fils) avec émission d'une ou plusieurs particules

6. Stabilité et instabilité des noyaux : diagramme (N, Z) (Diagramme de Ségré)

Diagramme de Ségré, permet de distinguer deux familles de noyaux :



a - Noyaux stables :

Certains noyaux gardent indéfiniment la même composition : ce sont des noyaux stables.
- Pour Z < 20, les noyaux stables se situent **au voisinage** de la droite d'équation N = Z. Ils comportent à peu près autant de protons que de neutrons.
- Pour Z > 20, le nombre de neutrons augmente plus vite que le nombre de protons ; les points se répartissent **au-dessus** de la droite N=Z

b - Noyaux instables :

L'instabilité du noyau a lieu si :
- Le noyau-père possède trop de neutrons par rapport au nombre de protons.
- Le noyau-père possède trop de protons par rapport au nombre de neutrons.
- Le noyau-père possède un grand nombre de nucléons (A > 208).

7. LA RADIOACTIVITÉ

1° Définition.

La radioactivité une transformation naturelle, spontanée et imprévisible d'un noyau ${}^{A}_{Z}X$ instable en un noyau ${}^{A'}_{Z'}Y$ plus stable avec l'émission d'une ou de plusieurs particules (α et β et souvent d'un rayonnement γ)

NB : Les désintégrations radioactives sont :
- **Aléatoires** (impossible d'en prévoir l'instant) ;
- **Spontanées** (sans intervention extérieure) ;
- **Inéluctables** (impossible d'empêcher le processus) ;
- Indépendantes des paramètres de pression et de température.

2° Lois de conservation (Lois de SODDY).

- Les réactions nucléaires obéissent à deux lois de conservation :
  * conservation de la charge électrique (Conservation de Z nombre de proton) ;
  * conservation du nombre de nucléons (Conservation de A nombre de nucleon).
- Elles permettent d'écrire correctement les équations bilans de réactions nucléaires.

$^{A_1}_{Z_1}X_1 \longrightarrow {}^{A_2}_{Z_2}X_2 + {}^{A_3}_{Z_3}X_3$: Equation d'une réaction nucléaire

a - Loi de conservation du nombre de charge .
La somme des nombres de charge du noyau-fils et de la particule qui sont formés est égale au nombre de charge du noyau désintégré (noyau-père).

$$Z_1 = Z_2 + Z_3$$

b - Loi de conservation du nombre de nucléons.
La somme des nombres de nucléons du noyau-fils et de la particule qui sont formés est égale au nombre de nucléons du noyau désintégré (noyau-père).

$$A_1 = A_2 + A_3$$

3° Les différentes désintégrations nucléaires :

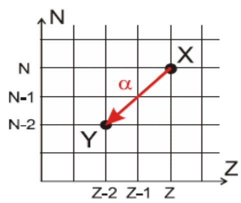
3.1. Radioactivité α :

Définition :
La radioactivité α une transformation naturelle et spontanée d'un noyau $^{A}_{Z}X$ instable en un noyau $^{A'}_{Z'}Y$ plus stable avec émission d'un noyau d'Hélium $^{4}_{2}He$

Equation : $^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^{4}_{2}He$

Exemple : $^{226}_{88}Ra \rightarrow {}^{222}_{86}Rn + {}^{4}_{2}He$

La radioactivité α concerne les noyaux lourds instables à cause d'un excès de nucléons. Elle se traduit par l'émission d'une particule α (noyau d'hélium $^{4}_{2}He$).



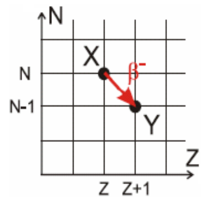
3.2. Radioactivité β-

La radioactivité β⁻ une transformation naturelle et spontanée d'un noyau $^{A}_{Z}X$ instable en un noyau $^{A'}_{Z'}Y$ plus stable avec émission d'un électron $^{0}_{-1}e$

Equation : $^{A}_{Z}X \rightarrow {}_{Z+1}^{A}Y + {}^{0}_{-1}e$

Exemple : $^{14}_{6}C \rightarrow {}^{14}_{7}N + {}^{0}_{-1}e$

La radioactivité β^- concerne les noyaux instables à cause d'un excès de neutrons. Elle se traduit par l'émission d'un électron.



Mécanisme (ou Explication) :
Au cours de la transformation β^- , et **dans le noyau** :

- Le nombre de nucléon A reste constante par contre le nombre de proton augmente d'une unité et le nombre de neutron diminue d'une unité
- **Un neutron s'est transformé en un proton avec émission d'un électron :** $^{1}_{0}n \rightarrow {}^{1}_{1}p + {}^{0}_{-1}e$ ou $^{1}_{0}n \rightarrow {}^{1}_{1}H + {}^{0}_{-1}e$

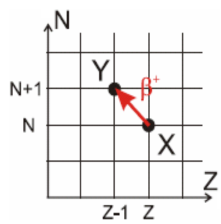
3.3. Radioactivité β+

La radioactivité β^+ une transformation naturelle et spontanée d'un noyau $^{A}_{Z}X$ instable en un noyau $^{A'}_{Z'}Y$ plus stable avec émission d'un positron $^{0}_{1}e$

Equation : $^{A}_{Z}X \rightarrow {}_{Z-1}^{A}Y + {}^{0}_{1}e$

Exemple : $^{30}_{15}P \rightarrow {}^{30}_{14}Si + {}^{0}_{1}e$

La radioactivité β^+ concerne les noyaux instables à cause d'un excès de protons. Elle se traduit par l'émission d'un positon



Mécanisme (ou Explication) :
Au cours de la transformation β^+, et **dans le noyau** :

- Le nombre de nucléon A reste constante par contre le nombre de proton diminue d'une unité et le nombre de neutron augmente d'une unité
- **Un proton s'est transformé en un neutron avec émission d'un positron :** $^{1}_{1}p \rightarrow {}^{1}_{0}n + {}^{0}_{-1}e$ ou $^{1}_{1}H \rightarrow {}^{1}_{0}n + {}^{0}_{-1}e$

3.4. Emission γ

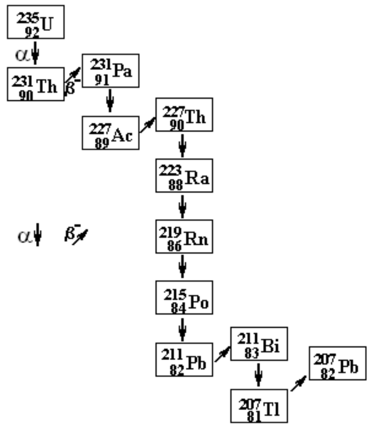
Le noyau issu d'une désintégration **α** ou **β** est souvent dans un état instable (état excité). Il devient stable en libérant l'excédent d'énergie sous la forme d'un rayonnement électromagnétique, le rayonnement **γ**.

$$^{A}_{Z}Y^{*} \rightarrow {}^{A}_{Z}Y + \gamma$$

4° Famille radioactive :

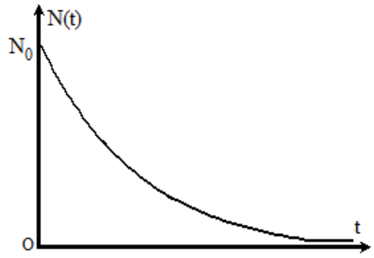
Une famille radioactive est une suite de nucléides descendant d'un même noyau, le noyau père, par une suite de désintégrations successives jusqu'a l'obtention d'un noyau stable.

Exemple : La famille de l'Uranium ^{235}U



8. LOI DE DECROISSANCE RADIOACTIVE

- La loi d'évolution du nombre N de noyaux radioactifs présents en fonction du temps
- La loi de décroissance radioactive **est** : $N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda.t}$



$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda.t}$	Avec	N_0 est le nombre de noyaux présents à la date t=0 N(t) le nombre de noyaux encore présents à l'instant t. λ (s^{-1}) une constante radioactive

❖ **Autres expressions de la loi de décroissance radioactive**

$m= m_0.e^{-\lambda t}$	avec	m_0 : masse de l'échantillon présents à la date t=0 m : masse de l'échantillon présents à l'instant t

$n= n_0.e^{-\lambda t}$	avec	n_0 : Quantité de matière de l'échantillon présents à la date t=0 n : Quantité de matière de l'échantillon présents à l'instant t

❖ **La constante radioactive.**

- Chaque nucléide radioactif est caractérisé par une constante radioactive λ, qui est la probabilité de désintégration d'un noyau par unité de temps.
- Elle s'exprime en s^{-1}.
- La constante λ ne dépend que du nucléide et est indépendante du temps, des conditions physiques et chimiques.
- $\tau = \frac{1}{\lambda}$: la constante de temps, s'exprime en (s)

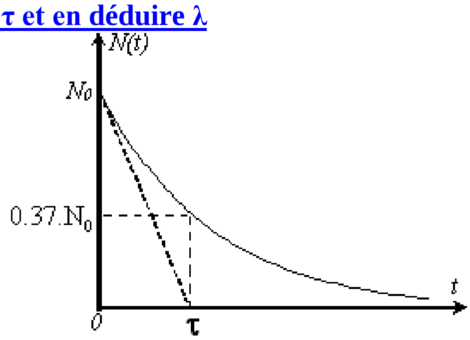
⁂ **Comment déterminer graphiquement τ et en déduire λ**

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda.t} = N_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

À instant t= τ on a $N(\tau) = N_0 \cdot e^{-1}$ donc $N(\tau)=0.37.N_0$

Ou $\frac{N(\tau)}{N_0} = 0.37 = 37\%$

On repère sur l'axe N(t) le point N(τ) et après projections sur l'axe des temps on détermine τ et on peut en déduire $\lambda = \frac{1}{\tau}$



❖ **Demi – vie.**

La demi – vie ($t_{1/2}$) ou période radioactive :

- Est une caractéristique d'un nucléide
- C'est la durée correspondant à la désintégration de la moitié des noyaux radioactifs présents dans l'échantillon.
- Elle s'exprime en seconde (s).

$$\text{A } t_{1/2}\text{, on a : } N\left(t_{\frac{1}{2}}\right) = \frac{N_0}{2} \quad \text{d'où} \quad t_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln(2)}{\lambda} = \frac{0.693}{\lambda}$$

⁂ Comment déterminer la relation $\ell n(2) = \lambda . t_{1/2}$

- A partir de le définition : à t= $t_{1/2}$, on a : $N\left(t_{\frac{1}{2}}\right) = \frac{N_0}{2}$
- On remplace dans la loi de décroissance radioactive $N(t) = N\left(t_{\frac{1}{2}}\right) = \frac{N_0}{2} = N_0 \cdot e^{-\lambda . t_{1/2}}$ et on obtient $\frac{N}{N_0} = \frac{1}{2} = e^{-\lambda . t_{1/2}}$
- Avec le logarithme népérien on a $\ell n\left(\frac{N}{N_0}\right) = \ell n\left(\frac{1}{2}\right) = -\ell n(2) = -\lambda . t_{\frac{1}{2}}$ d'ou $\ell n(2) = \lambda . t_{1/2}$

⁂ Comment Exploiter la loi de décroissance radioactive

$$\mathbf{N=N_0.e^{-\lambda t}}$$

N_0 : le nombre de noyaux présents à la date t=0

N(t) : le nombre de noyaux encore **présents** à l'instant t.

N'(t) : le nombre de noyaux encore **desintegrés** à l'instant t.

$$\mathbf{N_0 = N(t) + N'(t)}$$

1)	$N=N_0.e^{-\lambda t}$
2)	$\frac{N}{N_0} = e^{-\lambda . t}$
3)	$\ell n(\frac{N}{N_0}) = -\lambda . t$

Déterminer $t_{1/2}$ la demi vie

à t= $t_{1/2}$, on a : $N\left(t_{\frac{1}{2}}\right) = \frac{N_0}{2}$

et $\frac{N}{N_0} = \frac{1}{2} = e^{-\lambda . t_{1/2}}$

$\ell n\left(\frac{1}{2}\right) = -\lambda . t_{\frac{1}{2}}$ et $\ell n(2) = \lambda . t_{1/2}$

4)

Exploiter la relation $\ell n(2) = \lambda . t_{1/2}$ pour définir t par exemple

$$\ell\left(\frac{N}{N_0}\right) = -\lambda . t = \frac{\ell(2)}{t_{1/2}} . t$$

et par Suite définir t

$$t = -\frac{\ell n(\frac{N}{N_0})}{\ell n(2)} . t_{1/2}$$

$$\mathbf{N_0 = N(t) + N'(t)}$$

En divisant par $\mathbf{N_0}$ On obtient $\mathbf{\frac{N}{N_0} + \frac{N'}{N_0} = 1}$

⁂ Comment déterminer $\frac{N}{N_0}$ le quotient présent

1. **Pourcentage :** 25%, 65%

   Exemple :

   La désintégration de 30% alors reste 70% et le quotient présent $\frac{N}{N_0} = 70\% = \frac{70}{100} = 0.70$

2. **Quotient :** Le quart $(\frac{1}{4})$, le tiers $(\frac{1}{3})$, ……

   Exemple :

   La désintégration du tiers $(\frac{1}{3})$ de l'échantillon radioactif alors reste $(\frac{2}{3})$ et le quotient présent $\frac{N}{N_0} = \mathbf{\frac{2}{3}}$

3. **Une phrase déterminant N ou N' , en fonction de N0**

   soit

   - N : le nombre de noyaux présents
   - N': le nombre de noyaux désintégrés

   $N=f(N_0)$ ou $N'=f(N_0)$

   Exemple :

   La désintégration de $\frac{N_0}{4}$ alors reste $N = \frac{3}{4} N_0$ et le quotient présent $\frac{N}{N_0} = \mathbf{\frac{3}{4}}$

NB :

$m=N.m_1$ avec	**$M=N_A.m_1$** avec
m : masse d'un échantillon de particules (g)	M : masse molaire ($g.mo\ell^{-1}$)
N : nombre de particules dans la masse m	N_A : Nombre d'Avogadro ($mo\ell^{-1}$)
m_1 : masse d'une particule (u)	m_1 : masse d'une particule (u)

$\mathbf{n} = \dfrac{\mathbf{N}}{\mathbf{N_A}} = \dfrac{\mathbf{m}}{\mathbf{M}}$ avec **n : quantité de matière ou nombre de mol** (moℓ)
M : masse molaire (g.moℓ^{-1})
N_A : Nombre d'Avogadro (moℓ^{-1})
m : masse d'un échantillon de particules (g)
N : nombre de particules dans la masse m

⁂ Exploiter N' le nombre de noyaux désintégrés et N_Y le nombre de noyaux résultants

La Relation entre N_0 le nombre de particules initiales, N(t) le nombre de particules présents et N'(t) le nombre de particules désintégrés d'un noyau X , **N_0 =N(t) + N'(t)**

Le noyau X se désintègre en un noyau Y avec émission d'une ou de plusieurs particules
X → Y + une ou plusieurs particules

On admet que **un noyau Y** résulte juste **d'un noyau X** donc N'(t) le nombre de noyau désintégrés de X est équivalent à N_Y(t) le nombre de noyau formés de Y

N'(t) = N_Y(t)   d'où N_0 = N(t) + N_Y(t) = N + N_Y

$$\frac{\mathbf{N_0}}{\mathbf{N}} = \frac{\mathbf{N + N_Y}}{\mathbf{N}} = \mathbf{1} + \frac{\mathbf{N_Y}}{\mathbf{N}} = \mathbf{e^{\lambda.t}}$$

❖ Activité d'un échantillon.

$$a = a(t) = -\frac{dN}{dt}$$

a(t) =A(t) : L'activité d'un échantillon radioactif, **est le nombre de désintégration** de noyau radioactifs présents dans l'échantillon en une seconde.

L'unité de l'activité est le becquerel (Bq). Un becquerel correspond à une désintégration par seconde

1Bq = 1desintegration/seconde

$$a(t) = -\frac{dN}{dt} = -\frac{dN_0.e^{-\lambda.t}}{dt} = \lambda.N_0.e^{-\lambda.t} = \lambda.N(t)$$

avec a_0=λ.N_0 : L'activité d'un échantillon radioactif à l'instant t=0
d'où $a(t) = a_0.e^{-\lambda.t}$

❖ Equation differentielle

On a $a(t) = -\frac{dN}{dt} = \lambda.N$ alors $\frac{dN}{dt} + \lambda.N = 0$: équation différentielle vérifié par N

❖ La datation au carbone 14.

- La datation de matériaux organiques (végétaux ou animaux) est possible en mesurant l'activité du carbone 14 dans l'échantillon (l'isotope naturel du carbone 14 est le carbone 12). Pour le carbone 14, $t_{½}$ = 5568 ans.
- Dès qu'un être vivant meurt, le carbone 14 n'est plus renouvelé : sa proportion se met à décroître.
- Pour déterminer l'âge du matériau mort, on mesure l'activité a(t) du carbone 14 d'un échantillon de matériau mort et on applique la formule : $a(t) = a_0 \cdot e^{-\lambda.t}$

⁂ Comment Calculer l'activité a

a= λ.N

Remplacer λ par $t_{1/2}$

$\ell n(2) = \lambda.t_{1/2}$

$$\lambda = \frac{\ell n(2)}{t_{1/2}}$$

Remplacer N par :

$\dfrac{N}{N_0}$ Un quotient ou un pourcentage et en déduire N	$N = N_0.e^{-\lambda.t}$	$\mathbf{n} = \dfrac{\mathbf{N}}{\mathbf{N_A}} = \dfrac{\mathbf{m}}{\mathbf{M}}$	**m=N.m_1**

⁂ Comment exploiter l'activité d'un échantillon entre deux instants t_1 et t_2
Déterminer la demi vie $t_{1/2}$, a_0 : l'activité à t=0

$$a(t) = -\frac{dN}{dt} = \lambda.N \quad \text{et} \quad a(t) = a_0.e^{-\lambda.t}$$

À l'instant t_1, l'activité a_1 s'écrit : $a_1 = a_0.e^{-\lambda.t_1}$

À l'instant t_2, l'activité a_2 s'écrit : $a_2 = a_0.e^{-\lambda.t_2}$

Déterminer $t_{1/2}$

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{a_0.e^{-\lambda.t_2}}{a_0.e^{-\lambda.t_1}} = \frac{e^{-\lambda.t_2}}{e^{-\lambda.t_1}} = e^{\lambda.t_1-\lambda.t_2} = e^{\lambda.(t_1-t_2)}$$

$$\ell n\left(\frac{a_2}{a_1}\right) = \lambda.(t_1 - t_2) \quad \text{et} \quad \lambda = \frac{\ell n\left(\frac{a_2}{a_1}\right)}{(t_1-t_2)}$$

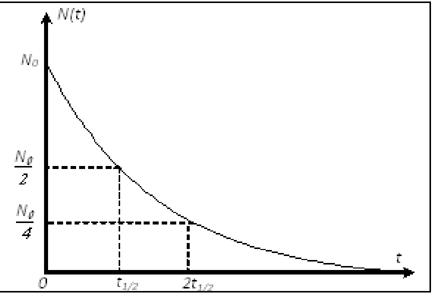
or $\lambda = \frac{\ell n(2)}{t_{\frac{1}{2}}}$ donc $t_{\frac{1}{2}} = \frac{\ell n(2)}{\ell n\left(\frac{a_2}{a_1}\right)}.(t_1 - t_2)$

Déterminer a_0

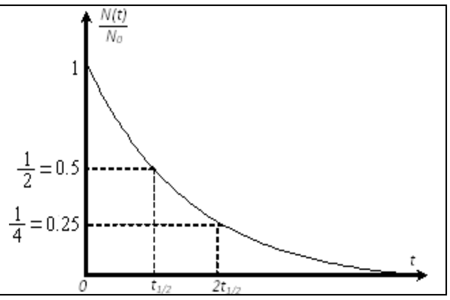
Exploiter soit a_1 soit a_2, $a_0 = \frac{a_1}{e^{-\lambda.t_1}} = a_1.e^{\lambda.t_1}$

Quelques Courbes

$N(t)=N_0.e^{-\lambda.t}$



$\frac{N}{N_0} = e^{-\lambda.t}$



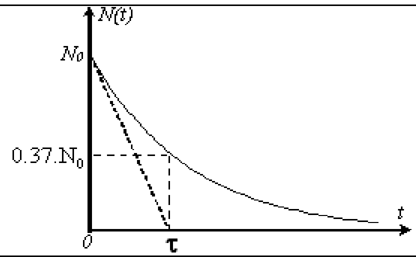
⁂ Déterminer graphiquement τ la constante de temps

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda.t} = N_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

À instant t= τ on a $N(\tau) = N_0 \cdot e^{-1}$

Donc $N(\tau)=0.37.N_0$ ou $\frac{N(\tau)}{N_0} = 0.37 = 37\%$

On repère sur l'axe N(t) le point N(τ) et après projections sur l'axe des temps on détermine τ et on peut en déduire $\lambda = \frac{1}{\tau}$



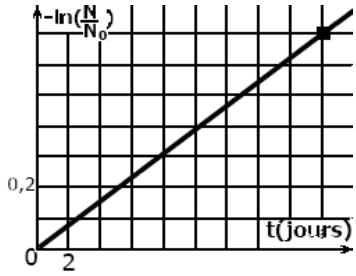
⁂ Déterminer graphiquement λ

On a $N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda.t}$ et $\frac{N(t)}{N_0} = e^{-\lambda.t}$

$$\ell n\left(\frac{N}{N_0}\right) = -\lambda.t \quad \text{et} \quad -\ell n\left(\frac{N}{N_0}\right) = \lambda.t$$

La fonction $-\ell n\left(\frac{N}{N_0}\right) = f(t)$ est une fonction lineaire dont le coefficient directeur est λ

$$\lambda = \frac{\Delta\left(-\ell n\left(\frac{N}{N_0}\right)\right)}{\Delta t} = \frac{3.5\text{x}0.2}{9\text{x}2} = 0.0389 \text{ Jours}^{-1}$$



⁂ Déterminer graphiquement λ

On a $N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda.t}$ et $\ell n(N) = \ell n(N_0) - \lambda.t$

La fonction $\ell n(N)$ = f(t) est une fonction affine dont le coefficient directeur est λ

$$\lambda = \frac{\Delta(\ell n(N))}{\Delta t} = \frac{7-2}{5.5-0} = 0.91 \text{ h}^{-1}$$

⁂ Déterminer graphiquement $t_{1/2}$

Pour déterminer $t_{1/2}$ on détermine

$\ell n\left(\frac{N_0}{2}\right) = \ell n(N0) - \ell n(2)$ = 7 – 0.69 =6.31

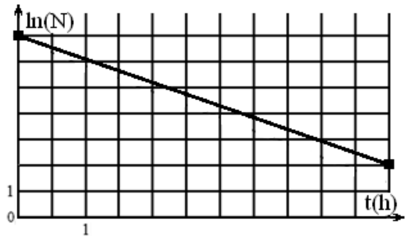
Ou

On calcul N_0

$\ell n(N_0)=7$ d'où $N_0=e^7=1096.63$

On calcul $\ell n\left(\frac{N_0}{2}\right) = 6.31$

On repère sur l'axe $\ell n(N)$ le point dont l'ordonnée est 6.31 et après projections sur l'axe des temps on détermine $t_{1/2}$



NOYAUX, MASSE, ENERGIE

1. EQUIVALENCE MASSE – ENERGIE.

- Toute particule de masse m, au repos, possède une énergie appelé énergie de masse, notée E.
- Energie de masse : énergie potentielle que tout système matériel, de masse m, possède

$E= m \cdot C^2$	avec	E : énergie en joule (J) m : la masse du corps au repos (Kg) C : la célérité de la lumière dans le vide (m/s), C=299792458m/s ≈3 10^8m/s

2. Une autre unité d'énergie.

- Le Joule est une unité d'énergie mal adaptée à l'échelle microscopique.
- A cette échelle, on préfère utiliser l'électron-volt (eV) ou le mégaélectronvolt (MeV)

$\boxed{1 \text{ eV} = 1{,}6 \times 10^{-19} \text{ J}}$ ou $\boxed{1 \text{ MeV} = 10^6 \text{eV} = 1{,}6 \times 10^{-13} \text{ J}}$

3. La dissociation d'un noyau :

Le noyau ${}^A_Z X$ se dissocie en ses nucléons (protons et neutrons)

Défaut de masse :

Le défaut de masse d'un noyau Δm est la différence entre la somme des masses de ses nucléons pris séparément et la masse du noyau.

- La masse des nucléons pris séparément : $Z.m_p + (A - Z).m_n$ avec
  m_p :masse d'un proton m_n :masse d'un neutron
- La masse du noyau X est m noyau,

alors $\Delta m = (Z.mp + (A\text{-}Z).m_n) - m({}^A_Z X)$: défaut de masse

Δm le défaut de masse est une grandeur positive

Energie de liaison d'un noyau :

$$E_\ell = \Delta m.C^2$$

L'énergie de liaison E_ℓ d'un noyau atomique est l'énergie qu'il faut fournir au noyau au repos pour le dissocier en ses nucléons constitutifs pris au repos

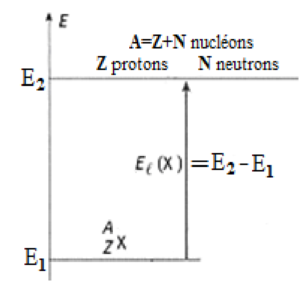
E_ℓ est une grandeur positive.

$$E_\ell = \Delta m.c^2 = [(Z.mp + (A\text{-}Z).mn) - m({}^A_Z X)].C^2$$

L'énergie de liaison par nucléon ε :

$\varepsilon = \dfrac{E_\ell}{A}$	avec	E_ℓ : Energie de liaison A : Nombre de nucléons

Un noyau atomique est d'autant plus stable que son énergie de liaison par nucléon est grande



4. Réaction nucléaire :

Soit l'équation de la réaction nucléaire : ${}^{A_1}_{Z_1}X_1 + {}^{A_2}_{Z_2}X_2 \longrightarrow {}^{A_3}_{Z_3}X_3 + {}^{A_4}_{Z_4}X_4$

Δm : la variation de masse entre les produits et les réactifs de la transformation nucléaire

$$\Delta m = \sum m_{Produits} - \sum m_{Reactifs}$$
$$\Delta m = m(X_3) + m(X_4) - (m(X_1) + m(X_2))$$

Expression de E_0 énergie de la transformation (désintégration ou de la réaction)

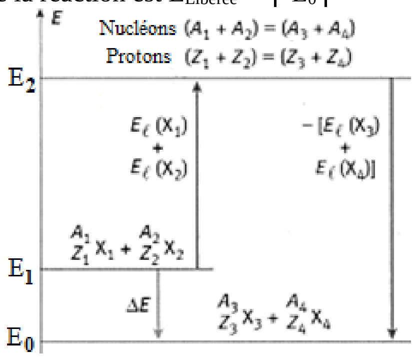
$$E_0 = \Delta m.C^2$$

Autre expression de E_0 en fonction des énergies de liaisons

$$E_0=\sum E_\ell\ _{(Réactifs)} - \sum E_\ell\ _{(Produits)}$$

$$E_0=E_\ell\ (X_1) + E_\ell\ (X_2) - (E_\ell\ (X_3)+ E_\ell\ (X_4))$$

Et l'énergie libérée par un noyau au cours de la réaction est $E_{Libérée} = |\ E_0|$



$E_0 < 0$: réaction exothermique

$E_0 > 0$: réaction endothermique

$E_0 = 0$: réaction athermique

5. Autre unité de la masse.

- Les physiciens préfèrent utiliser le MeV/C^2 ou $MeV.C^{-2}$ comme unité de masse.
- Cette unité découle de la relation : $E=m.C^2$ et $m = \frac{E}{C^2} = E.C^{-2}$

⁂ Comment calculer $E_1=m.C^2$ l'énergie d'un noyau

(1) Determiner l'expression de Δm

(2) Calculer Δm en unité de masse atomique (u)

$\Delta m=$………. (u)

(3) Convertir (u) à l'unité adéquate

(u)

(a) → **$Mev.C^{-2}$** ; **(b)** → **Kg**

$1u=931.5\ Mev.C^{-2}$ ↓

$1u=1.66\ 10^{-27}$ Kg ; $C=3.10^8 m.s^{-1}$ ↓

(4) Calculer l'energie **d'un nucleide E_1**

Mev **$E_1= \Delta m.C^2$** J

(a) Inutile de remplacer C par sa valeur vu qu'elle se simplifie et numeriquement $E_1=\Delta m$ mais avec des unités differantes

(b) Obligation de remplacer C par sa valeur $C=3.10^8$m

⁂ Comment calculer E_T l'énergie totale d'une masse m

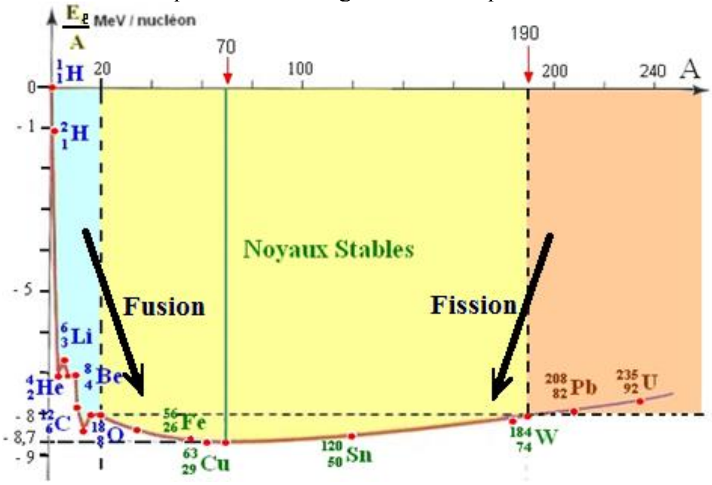
Il faut déterminer N le nombre de noyau dans la masse m et $E_T=N.E_1$

On détermine N par

$\frac{N}{N_A} = \frac{m}{M}$ **et** $N = \frac{m}{M}.N_A$ M : masse molaire (g/moℓ) m : masse d'un échantillon (g) N_A : Nombre d'Avogadro ($mo\ell^{-1}$)	$N = \frac{m}{m_1}$ m : masse d'un échantillon (g) m_1 : masse d'un noyau (u) **NB :** **Les deux masses m et m_1 à convertir en Kg** **$1u=1.666\ 10^{-19}$Kg**

6. Stabilité des noyaux et Courbe d'Aston.

- Un noyau atomique est d'autant plus stable que son énergie de liaison par nucléon est grande.
- La courbe d'Aston est la représentation des variations de $-\frac{E_\ell}{A}$ en fonction de A.
- Les noyaux stables 20 < A < 190 sont ceux qui ont une énergie de liaison par nucléon d'environ 8 MeV / nucléon.



- Les noyaux instables peuvent évoluer de deux manières :
  - Les noyaux lourds (A > 195) peuvent se briser en deux noyaux plus légers appartenant au domaine de stabilité.
  - Ils subissent une réaction nucléaire de fission.

Certains noyaux légers 1 < A < 20

($^1_1$H , $^2_1$H , $^3_1$H) peuvent fusionner pour donner un noyau placé plus bas dans le diagramme.

- Ce sont les réactions nucléaires de fusion

7. La fusion nucléaire.

- La fusion est une réaction nucléaire au cours de laquelle deux noyaux légers s'unissent pour former un noyau lourd.
- **La fusion** est **une réaction nucléaire provoquée** qui libère de l'énergie.

Exemple : $^2_1\text{H} + ^3_1\text{H} \rightarrow ^4_2\text{He} + ^1_0\text{n}$

8. La fission nucléaire.

- La fission est une réaction nucléaire au cours de laquelle un neutron lent (neutron thermique) brise un noyau lourd pour former deux noyaux plus légers.
- **La fission est généralement une réaction nucléaire provoquée** qui libère de l'énergie.
- La réaction peut ainsi continuer et même s'accélérer, on est en présence d'une réaction en chaîne.

Exemple : $^1_0\text{n} + ^{235}_{92}\text{U} \rightarrow ^{94}_{38}\text{Sr} + ^{140}_{54}\text{Xe} + 2\,^1_0\text{n}$

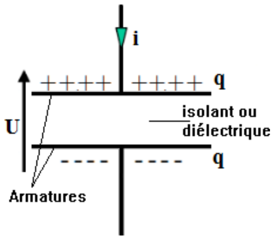
CONDENSATEUR – CIRCUIT (RC)

Dipôle RC : association série d'un conducteur ohmique de résistance R et d'un condensateur de capacité C

1. CONDENSATEUR :

Description.

Un condensateur est un dipôle constitué de deux armatures métalliques parallèles, placées à des potentiels différents et séparées par un isolant ou un diélectrique.



Relation charge-tension.

La charge d'un condensateur, notée q, est liée à la tension U par la relation :

q = C.U	Avec :	C : capacité du condensateur (F) q : charge du condensateur (C) U : tension (V)

Capacité d'un condensateur :

- Le coefficient de proportionnalité C est appelé capacité du condensateur.
- Son unité est le Farad (F)
- Autres unités du Farad

Millifarad	Microfarad	Nanofarad	Picofarad
$1mF=10^{-3}F$	$1\mu F=10^{-6}F$	$1nF=10^{-9}F$	$1pF=10^{-12}F$

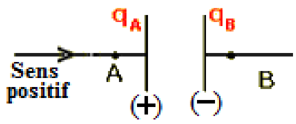
Expression de l'intensité.

Par définition, l'intensité du courant traversant un condensateur est la variation de la charge q au cours du temps.

En adoptant la convention réceptrice pour ce dipôle, on obtient :

Courant continu	Courant variable
$I = \frac{Q}{\Delta t}$	$i = \frac{dq}{dt}$ avec q=C.Uc d'où $i = C.\frac{dU_C}{dt}$

2. Sens conventionnel du courant :

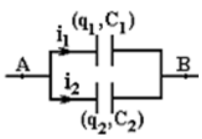


Le sens positif (Conventionnel) du courant est toujours vers l'armature positive.

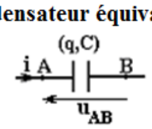
- Si le passage courant est dans le sens positif alors i >0 et le condensateur se charge, q_A augmente (fonction croissante du temps) et $\frac{dq_A}{dt} > 0$
- Si le passage courant est dans le sens négatif alors i <0 et le condensateur se décharge, q_A diminue (fonction décroissante du temps) et $\frac{dq_A}{dt} < 0$

3. Association des condensateurs :

Association en parallèle



Condensateur équivalent



$$C = C_1 + C_2$$

La capacité équivalente C du condensateur équivalent de l'association en parallèle de deux condensateurs est égale à la somme de leurs capacités C_1 et C_2.

$$U_{AB} = C^{te} = \frac{q_1}{C_1} = \frac{q_2}{C_2} = \frac{q}{C}$$

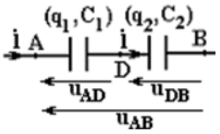
NB :

La capacité équivalente C de plusieurs condensateurs de capacités C_1, C_2, C_3 …C_n montés en parallèle, de capacité est la somme des capacités de chaque condensateur : $\mathbf{C = \Sigma C_i}$

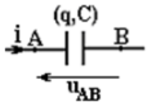
Interet de l'association :

$\mathbf{C = C_1 + C_2}$: L'intérêt de l'association en parallèle des condensateurs est d'obtenir une capacité équivalente supérieure à la plus grande d'entre elles. $\mathbf{C > C_1}$ et $\mathbf{C > C_2}$

Association en série :



Condensateur équivalent



La capacité équivalente C du condensateur équivalent de l'association en série de deux condensateurs de capacités C_1 et C_2 est telle que

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \quad \text{et} \quad C = \frac{C_1.C_2}{C_1+C_2}$$

$$Q = C^{te} = C_1.U_{AD} = C_2.U_{DB} = C.U_{AB}$$

NB :

La capacité équivalente C du condensateur équivalent de l'association en série des condensateurs de capacités C_1, C_2, C_3 …C_n, montés en série, vérifie la relation : $\frac{1}{C} = \sum \frac{1}{C_i} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \cdots \ldots + \frac{1}{C_n}$

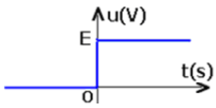
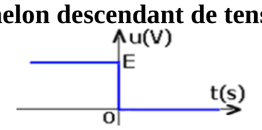
Interet de l'association :

$C = \frac{C_1.C_2}{C_1+C_2}$: L'intérêt de l'association en parallèle des condensateurs est d'obtenir une capacité équivalente inferieure à la plus petite d'entre elles. $\mathbf{C < C_1}$ et $\mathbf{C < C_2}$

4. Echelon de tension :

La variation brutale de la tension u(t) appliquée à un dipôle dont la valeur passe brutalement de 0 à E à un instant donné et réciproquement.

On en distingue deux échelons de tension

Echelon montant de tension	**Echelon descendant de tension**
	
Si $t \leq 0$ alors u(t)= 0 Si $t > 0$ alors u(t)= E	Si $t \leq 0$ alors u(t)= E Si $t > 0$ alors u(t)= 0

5. Energie électrique stockée dans un condensateur.

L'énergie stockée dans un condensateur, notée E, est donnée par la relation :

$\mathbf{E = \frac{1}{2}.C.U_c^2 = \frac{1}{2}.\frac{Q^2}{C}}$	Avec	C en Farad (F) Uc en volt (V) Q en Coulomb (C) E en Joule (J)

A COMPRENDRE

La loi d'additivité des tensions

- **Circuit avec un générateur**
  $U_R + U_C = E$
- **Circuit sans générateur**
  $U_R + U_C = 0$

+

TRANSITION

$U_R \longrightarrow i \longrightarrow q \longrightarrow U_C$

$U_R = R.i$ $\quad i = \frac{dq}{dt}$ $\quad q = C.U_C$

$$U_R = R.i = R.\frac{dq}{dt} = R.C.\frac{dU_C}{dt}$$

Equation différentielle vérifié par la charge q ou la tension Uc

Equation différentielle est une relation entre une variable (si possible) et au moins une de ses dérivées et des constantes

Remplacer la solution dans l'équation différentielle

1. Déterminer la dérivée première
2. Remplacer l'équation différentielle
3. Développer
4. Mettre en facteur **A.e$^{f(t)}$.(---)**
   But : **A.e$^{f(t)}$.(---) + B = C**
5. Egalité de deux fonctions polynomiales

Conclusion : **B= C** et **(---) = 0**

$$\frac{de^{f(t)}}{dt} = \frac{df(t)}{dt}.e^{f(t)}$$

Fonction	**Dérivée première**
$f(t) = -\alpha.t$	$\frac{df(t)}{dt} = -\alpha$
$f(t) = -\frac{t}{\tau}$	$\frac{df(t)}{dt} = -\frac{1}{\tau}$

Equation horaire ou la solution de l'équation différentielle

Remplacer les conditions initiales dans la solution

Les conditions initiales

À t=0, la variable prends une valeur bien précise à connaitre

$$\mathbf{Uc(t) = A.e^{-\frac{t}{\tau}} + B}$$

$Uc(0) = A.e^0 + B = A + B$

Charge d'un condensateur	**Uc(0) = 0** ;	**q(0) = 0** ;	$I(0) = I_0 = \frac{E}{R}$
Décharge d'un condensateur	**Uc(0) = E** ;	**q(0) = C.E** ;	$I(0) = -I_0 = -\frac{E}{R}$

Energie électrique emmagasiné dans le condensateur

$$\mathbf{E = Ee = \frac{1}{2}.C.U_C^2 = \frac{1}{2}.\frac{Q^2}{C}}$$

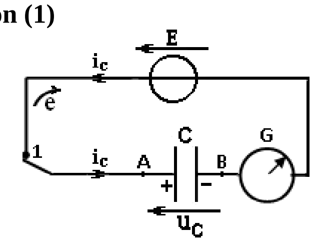
C : Capacité d'un condensateur en Farad (F)
Uc : Tension aux bornes du condensateur en volt (V)
q : Quantité d'électricité emmagasiné dans le condensateur en Coulomb (C)
E : Energie emmagasiné dans le condensateur en Joule (J)

Etude du circuit RC

1. Charge d'un condensateur :

1.1. Montage de la charge :

Interrupteur K sur la position (1)



1.2. Equation différentielle :

En appliquant la loi d'additivité des tensions $U_R + U_C = E$ et les transitions

$$U_R = R.i = R.\frac{dq}{dt} = R.C.\frac{dU_c}{dt}$$

On aboutit à l'équation différentielle vérifié par une variable donnée

Variable la tension du condensateur Uc:

$$\mathbf{U_c + R.C.\frac{dU_c}{dt} = E}$$

Variable la charge q:

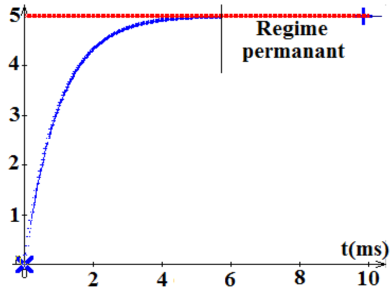
$$\mathbf{\frac{q}{C} + R.\frac{dq}{dt} = E} \quad \text{Ou} \quad \mathbf{q + R.C.\frac{dq}{dt} = E.C}$$

NB :

Dans le régime permanent la variable est constante Uc=C^{te} (ou q=C^{te}) et sa dérivé première est nulle $\frac{dU_c}{dt} = 0$ (**ou** $\frac{dq}{dt} = 0$)

Uc=C^{te} et $\frac{dU_c}{dt} = 0$, on remplace dans l'équation différentielle et on obtient Uc=E

q=C^{te} et $\frac{dq}{dt} = 0$, on remplace dans l'équation différentielle et on obtient q=C.E



1.3. Equation horaire :

On considère Uc(t) comme variable et la solution de l'équation différentielle $\mathbf{Uc(t) = A.e^{-\frac{t}{\tau}} + B}$

- Pour déterminer les constantes **A ,B et τ** , on remplace la solution et sa dérivée première dans l'équation différentielle

$$Uc(t) = A.e^{-\frac{t}{\tau}} + B \quad \text{et} \quad \frac{dUc(t)}{dt} = \mathbf{A.\left(-\frac{1}{\tau}\right).e^{-\frac{t}{\tau}} = -\frac{A}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

$$U_c + R.C.\frac{dU_c}{dt} = E : \text{équation différentielle vérifiée par Uc}$$

$$A.e^{-\frac{t}{\tau}} + B + R.C.\left(-\frac{A}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = E \quad \text{et} \quad A.e^{-\frac{t}{\tau}} + B - R.C.A.\frac{1}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}} = E$$

$$\text{donc} \quad \mathbf{A.e^{-\frac{t}{\tau}}\left(1 - R.C.\frac{1}{\tau}\right) + B = E}$$

Par Egalité de deux fonctions polynomiales, l'équation est exacte si : **B = E** et $(\mathbf{1 - R.C.\frac{1}{\tau}}) = \mathbf{0}$ d'où **τ = R.C**

- Déterminer la constante **A** par les conditions initiales :

à t=0 la tension Uc(0)= 0 , on remplace dans l'équation horaire et on obtient :

$$\mathbf{Uc(t) = A.e^{-\frac{t}{\tau}} + B}$$

$$0 = A.e^0 + B = A + B, \quad A + B = 0 \quad \text{et} \quad A = -B = -E$$

Conclusion : A=-E , B=E et τ = R.C alors $\mathbf{Uc(t) = A.e^{-\frac{t}{\tau}} + B = -E.e^{-\frac{t}{\tau}} + E = E.(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})}$

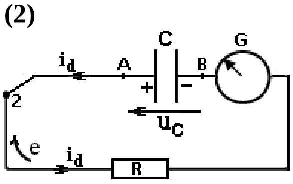
NB :

Souvent la solution est $Uc(t) = A.(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ dont la dérivée première est $\frac{dUc(t)}{dt} = A.\left(-\frac{1}{\tau}\right).e^{-\frac{t}{\tau}} = A.\left(\frac{1}{\tau}\right).e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{A}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}}$

2. Décharge d'un condensateur :

2.1. Montage de la charge :

Interrupteur K sur la position (2)



2.2. Equation différentielle :

En appliquant la loi d'additivité des tensions $U_R + U_C = 0$ et les transitions

$$U_R = R.i = R.\frac{dq}{dt} = R.C.\frac{dU_c}{dt}$$

On aboutit à l'équation différentielle vérifié par une variable donnée

Variable Uc:

$$\mathbf{U_c + R.C.\frac{dU_c}{dt} = 0}$$

Variable q:

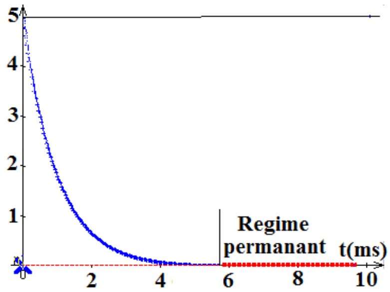
$$\mathbf{\frac{q}{C} + R.\frac{dq}{dt} = 0} \quad \text{Ou} \quad \mathbf{q + R.C.\frac{dq}{dt} = 0}$$

NB :

Dans le régime permanent la variable est constante $Uc=C^{te}$ ou $q=C^{te}$ et sa dérivé première est nulle $\frac{dU_c}{dt} = 0$ **ou** $\frac{dq}{dt} = 0$

$Uc=C^{te}$ et $\frac{dU_c}{dt} = 0$, on remplace dans l'équation différentielle et on obtient Uc=0

$q=C^{te}$ et $\frac{dq}{dt} = 0$, on remplace dans l'équation différentielle et on obtient q=0



2.3. Equation horaire :

On considère Uc(t) comme variable et la solution de l'équation différentielle $\mathbf{Uc(t) = A.e^{-\frac{t}{\tau}} + B}$

- Pour déterminer les constantes **A ,B et τ** , on remplace la solution et sa dérivée première dans l'équation différentielle

$$Uc(t) = A.e^{-\frac{t}{\tau}} + B \quad \text{et} \quad \frac{dUc(t)}{dt} = A.\left(-\frac{1}{\tau}\right).e^{-\frac{t}{\tau}} = -\frac{A}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$U_c + R.C.\frac{dU_c}{dt} = 0 : \text{équation différentielle vérifiée par Uc}$$

$$A.e^{-\frac{t}{\tau}} + B + R.C.\left(-\frac{A}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = 0 \quad \text{et} \quad A.e^{-\frac{t}{\tau}} + B - R.C.A.\frac{1}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}} = 0$$

$$\text{donc} \quad \mathbf{A.e^{-\frac{t}{\tau}}\left(1 - R.C.\frac{1}{\tau}\right) + B = 0}$$

Par Egalité de deux fonctions polynomiales, l'équation est exacte si : **B = 0** et $\mathbf{\left(1 - R.C.\frac{1}{\tau}\right) = 0}$ d'où **τ = R.C**

- Déterminer la constante **A** par les conditions initiales :

à t=0 la tension Uc(0)= E , on remplace dans l'équation horaire et on obtient :

$$\mathbf{Uc(t) = A.e^{-\frac{t}{\tau}} + B}$$

$E = A.e^0 + B = A + B$, E=A + B et A= E vu que B=0

Conclusion : A=E , B=0 et τ = R.C alors $\mathbf{Uc(t) = A.e^{-\frac{t}{\tau}} + B = E.e^{-\frac{t}{\tau}} + 0 = E.e^{-\frac{t}{\tau}}}$

NB :

- τ = R.C : Constante de temps et est homogène à un temps
- Conditions initiales (à t=0) :

Charge d'un condensateur :	**Uc(0) = 0** ,	**q(0) = 0** ,	$I(0) = I_0 = \frac{E}{R}$

Décharge d'un condensateur :	**Uc(0) = E** ,	**q(0) = C.E** ,	$I(0) = -I_0 = -\frac{E}{R}$

- Il faut souvent penser à exploiter les conditions initiales dans :
  - **(1) La loi d'additivités de tension :**

Charge	$U_R + Uc = E$	devient	$U_R = E$

Décharge	$U_R + Uc = 0$	devient	$U_R = -Uc = -E$

  - **(2) L'équation différentielle :**

Charge	$Uc + R.C.\frac{dUc}{dt} = E$	devient	$R.C.\frac{dUc}{dt} = E$

Décharge	$Uc + R.C.\frac{dUc}{dt} = 0$	devient	$R.C.\frac{dUc}{dt} = -E$

  - **(3) L'équation horaire (ou La solution)** $\mathbf{Uc(t) = A.e^{-\frac{t}{\tau}} + B}$

$Uc(0) = A.e^0 + B = A + B$

- Exploiter la solution

  Exploiter la solution pour déterminer
  - Le temps t à partir d'une tension et inversement
  - Autres fonctions en fonction de temps

⁂ Montrer que l'équation horaire est solution de l'équation différentielle :

Soit l'équation différentielle suivante à titre d'exemple le cas de charge d'un condensateur

$$Uc + R.C.\frac{dUc}{dt} = E$$

Admettons que la solution donnée est $\mathbf{Uc(t) = A.e^{-\frac{t}{\tau}} + B}$, on remplace la solution et sa dérivée première dans l'équation différentielle et :

$$Uc(t) = A.e^{-\frac{t}{\tau}} + B \quad \text{et} \quad \frac{\mathbf{dUc(t)}}{\boldsymbol{dt}} = \mathbf{A.}\left(-\frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{\tau}}\right)\mathbf{.e^{-\frac{t}{\tau}}} = -\frac{\mathbf{A}}{\boldsymbol{\tau}}\mathbf{.e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

$$A.e^{-\frac{t}{\tau}} + B + R.C.\left(-\frac{\mathbf{A}}{\boldsymbol{\tau}}\mathbf{.e^{-\frac{t}{\tau}}}\right) = E \quad \text{et} \quad A.e^{-\frac{t}{\tau}} + B - R.C.A.\frac{1}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}} = E$$

$$\text{donc} \quad \mathbf{A.e^{-\frac{t}{\tau}}\left(1 - R.C.\frac{1}{\tau}\right) + B = E}$$

Par Egalité de deux fonctions polynomiales, l'équation est exacte si : **B = E** et $\mathbf{(1 - R.C.\frac{1}{\tau}) = 0}$, **Il suffit de montrer que B=E**

⁂ Déterminer l'expression d'une fonction à partir d'une autre fonction connue

Exemple : Charge d'un condensateur

Soit la fonction connue $\mathbf{Uc(t) = E.(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})}$

Déterminer à l'instant t = 0 et à l'instant t = τ l'expression de i et $\frac{di}{dt}$

- On détermine l'expression de i(t) et de $\frac{di(t)}{dt}$ en fonction du temps

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = C.\frac{dU_c}{dt} = C.E.\frac{1}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{E}{R}.e^{-\frac{t}{\tau}} = I_0.e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{et} \quad \frac{di}{dt} = I_0.\left(-\frac{1}{\tau}\right).e^{-\frac{t}{\tau}} = -\frac{E}{R^2.C}.e^{-\frac{t}{\tau}}$$

- On remplace dans les expressions trouvées le temps t par son équivalent :

Expression	A t = 0	A t = τ
$i(t) = \frac{E}{R}.e^{-\frac{t}{\tau}}$	$i(t) = \frac{E}{R}.e^0 = \frac{E}{R}$	$i(t) = \frac{E}{R}.e^{-1} = 0.37.\frac{E}{R}$
et	**et**	**et**
$\frac{di}{dt} = -\frac{E}{R^2.C}.e^{-\frac{t}{\tau}}$	$\frac{di}{dt} = -\frac{E}{R^2.C}.e^0 = -\frac{E}{R^2.C}$	$\frac{di}{dt} = -\frac{E}{R^2.C}.e^{-1} = -0.37.\frac{E}{R^2.C}$

⁂ Exploiter l'équation horaire Uc(t)

Pour déterminer l'expression d'autres fonctions horaires
q(t) : La charge du condensateur
i(t) : L'intensité du courant électrique
U_R(t) : La tension aux bornes du conducteur ohmique

❖ Expression de la charge q(t) du condensateur :

Charge d'un condensateur

On a $Uc(t) = E.(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$
et **q=C.Uc** alors
$$q(t) = C.Uc(t) = C.E.(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$
à t=0 le condensateur est vide et sa charge est nulle
On remplace t=0 dans q(t) et q(0)=0

Décharge d'un condensateur

On a $Uc(t) = E.e^{-\frac{t}{\tau}}$
et **q=C.Uc** alors
$$q(t) = C.Uc(t) = C.E.e^{-\frac{t}{\tau}}$$
à t=0 le condensateur est chargé et sa charge est maximale
On remplace t=0 dans q(t) et q(0)=C.E

❖ Expression de l'intensité de courant i(t):

Charge d'un condensateur

(1) A partir de $Uc(t) = E.(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$
et $i = \frac{dq}{dt} = C.\frac{dUc}{dt}$ et τ=R.C donc
$$i(t) = C.\frac{dUc(t)}{dt} = C.E.(\frac{1}{\tau}).e^{-\frac{t}{\tau}}$$
$$i(t) = \frac{E}{R}.e^{-\frac{t}{\tau}}$$

(2) A partir de $q(t) = C.Uc(t) = C.E.(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$
et $i = \frac{dq}{dt}$ donc
$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = C.E.(\frac{1}{\tau}).e^{-\frac{t}{\tau}}$$
$$i(t) = \frac{E}{R}.e^{-\frac{t}{\tau}}$$

(3) A partir de $U_R(t) = E.e^{-\frac{t}{\tau}}$
et $i = \frac{U_R}{R}$ donc
$$i(t) = \frac{E}{R}.e^{-\frac{t}{\tau}}$$
A t=0 l'intensité de courant est maximale
On remplace t=0 dans i(t) et $i(0) = I_0 = \frac{E}{R}$

Décharge d'un condensateur

(1) A partir de $Uc(t) = E.e^{-\frac{t}{\tau}}$
et $i = \frac{dq}{dt} = C.\frac{dUc}{dt}$ et τ=R.C donc
$$i(t) = C.\frac{dUc(t)}{dt} = C.E.(-\frac{1}{\tau}).e^{-\frac{t}{\tau}}$$
$$i(t) = -\frac{E}{R}.e^{-\frac{t}{\tau}}$$

(2) A partir de $q(t) = C.Uc(t) = C.E.e^{-\frac{t}{\tau}}$
et $i = \frac{dq}{dt}$ donc
$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = C.E.(-\frac{1}{\tau}).e^{-\frac{t}{\tau}}$$
$$i(t) = -\frac{E}{R}.e^{-\frac{t}{\tau}}$$

(3) A partir de $U_R(t) = -E.e^{-\frac{t}{\tau}}$
et $i = \frac{U_R}{R}$ donc
$$i(t) = -\frac{E}{R}.e^{-\frac{t}{\tau}}$$
A t=0 l'intensité de courant est minimale
On remplace t=0 dans i(t) et $i(0) = -I_0 = -\frac{E}{R}$

❖ Expression de la tension aux bornes du conducteur ohmique U_R(t) :

Charge d'un condensateur

A partir de $Uc(t) = E.(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$
(1) La loi d'additivité des tensions
$U_R + Uc = E$
$U_R = E - Uc$
$$U_R = E - Uc = E - E.(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$
$$U_R(t) = E.e^{-\frac{t}{\tau}}$$

(2) Les transitions $U_R = R.i = R.\frac{dq}{dt} = R.C.\frac{dU}{dt}$
$$\frac{dUc(t)}{dt} = E.\left(-\frac{1}{\tau}\right).e^{-\frac{t}{\tau}}$$
$$U_R(t) = R.C.\frac{dUc(t)}{dt} = R.C.E.\left(\frac{1}{\tau}\right).e^{-\frac{t}{\tau}}$$
$$U_R(t) = E.e^{-\frac{t}{\tau}}$$
à t=0 la tension aux bornes du conducteur ohmique est maximale
On remplace t=0 dans U_R(t) et U_R(0) = E

Décharge d'un condensateur

A partir de $Uc(t) = E.e^{-\frac{t}{\tau}}$
La loi d'additivité des tensions
$U_R + Uc = 0$
$U_R = -Uc$
$$U_R(t) = -Uc(t) = E.e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Les transitions $U_R = R.i = R.\frac{dq}{dt} = R.C.\frac{dU}{dt}$
$$\frac{dUc(t)}{dt} = E.\left(-\frac{1}{\tau}\right).e^{-\frac{t}{\tau}}$$
$$U_R(t) = R.C.\frac{dUc(t)}{dt} = R.C.E.\left(-\frac{1}{\tau}\right).e^{-\frac{t}{\tau}}$$
$$U_R(t) = -E.e^{-\frac{t}{\tau}}$$
à t=0 la tension aux bornes du conducteur ohmique est minimale
On remplace t=0 dans U_R(t) et U_R(0) = -E

Quelques courbes

⁂ Comment tracer l'allure des courbes en $e^{-\alpha.t}$

Pour tracer des courbes en $e^{-\alpha.t}$ il faut prendre en considération les limites des courbes

La fonction $e^{-\alpha.t}$

À t=0	Quand t tend vers l'infini ($t \rightarrow \infty$) ou $t > 5.\tau$
Régime initial et $e^{-\alpha.t} = e^0 = 1$	Le régime permanent et $e^{-\alpha.t} = 0$

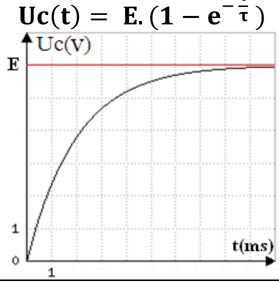
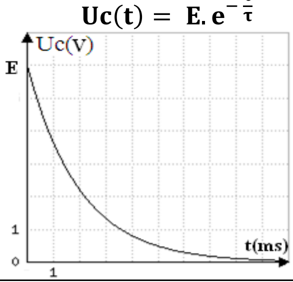
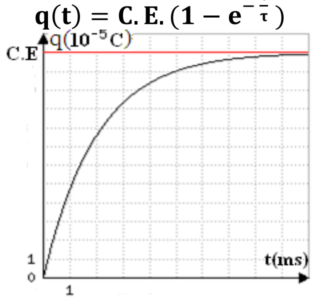
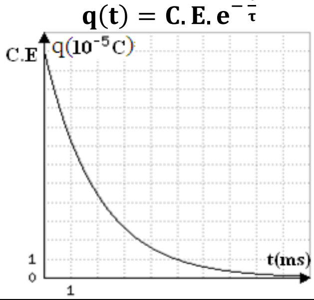
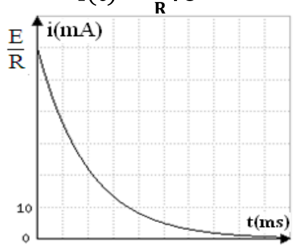
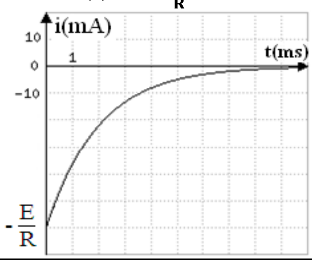
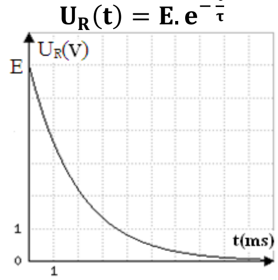
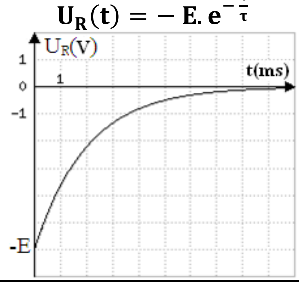
$e^{-\alpha.t}$ prend la valeur 1 pour déterminer le début de la courbe et la valeur 0 (zéro) pour déterminer sa limite (Le régime permanent)

Exemples :

La fonction $A.e^{-\lambda.t}$	• À t=0 prend la valeur A • Quand $t \rightarrow \infty$ prend la valeur 0 (Le régime permanent)

La fonction $A.(1- e^{-\lambda.t})$	• À t=0 prend la valeur 0 • Quand $t \rightarrow \infty$ prend la valeur A (Le régime permanent)

E=6V R=100Ω C=20µF

	Charge d'un condensateur	Décharge d'un condensateur
1. Expression de Uc (t)	$Uc(t) = E.(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$ 	$Uc(t) = E.e^{-\frac{t}{\tau}}$ 
2. Expression de q(t)	$q(t) = C.E.(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$ 	$q(t) = C.E.e^{-\frac{t}{\tau}}$ 
3. Expression de i(t)	$i(t) = \frac{E}{R}.e^{-\frac{t}{\tau}}$ 	$i(t) = -\frac{E}{R}.e^{-\frac{t}{\tau}}$ 
4. Expression de U_R(t)	$U_R(t) = E.e^{-\frac{t}{\tau}}$ 	$U_R(t) = -E.e^{-\frac{t}{\tau}}$ 

τ est la constante de temps

Expression de Uc(t)	Charge d'un condensateur	Décharge d'un condensateur
	$\mathbf{Uc(t) = E.(1-e^{-\frac{t}{\tau}})}$	$\mathbf{Uc(t) = E.e^{-\frac{t}{\tau}}}$
	A t = τ $Uc(\tau) = E(1-e^{-1}) = 0.63.E$ $\frac{Uc(\tau)}{E} = 0.63 = 63\%$	A t = τ $Uc(\tau) = E.e^{-1} = 0.37.E$ $\frac{Uc(\tau)}{E} = 0.37 = 37\%$

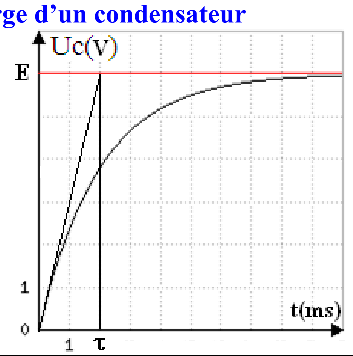
τ est la durée nécessaire pour qu'un condensateur se charge ou se décharge à 63% de sa capacité totale

Déterminer τ graphiquement

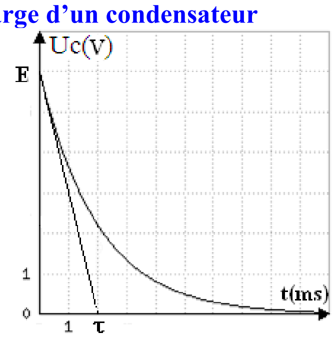
Methode de la tangeante :

Tracer la tangente de la courbe $u_c(t)$ à l'instant t=0 et l'asymptote uc=E (cas de la charge) ou uc=0 (cas de la décharge) et l'abscisse du point de rencontre des deux droites donne **τ .**

Charge d'un condensateur



Décharge d'un condensateur



Par le calcul :

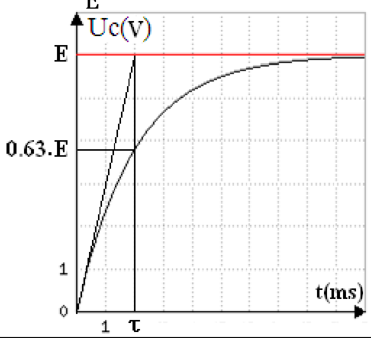
Charge d'un condensateur

$$\mathbf{Uc(t) = E.(1-e^{-\frac{t}{\tau}})}$$

A t=τ

$Uc(\tau) = E(1-e^{-1}) = 0.63.E$

$$\frac{Uc(\tau)}{E} = 0.63 = 63\%$$



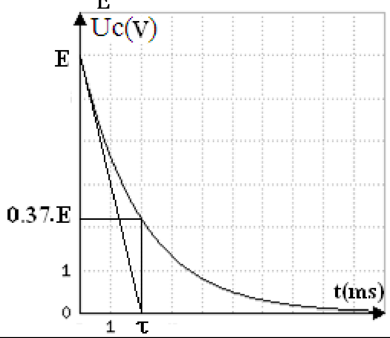
Décharge d'un condensateur

$$\mathbf{Uc(t) = E.e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

A t=τ

$Uc(\tau) = E.e^{-1} = 0.37.E$

$$\frac{Uc(\tau)}{E} = 0.37 = 37\%$$



Equations aux dimensions τ=RC:

On a **τ=RC et [τ]= [RC] = [R].[C]**

$$\mathbf{R} = \frac{U}{i} \Rightarrow [\mathbf{R}] = \frac{[U]}{[i]}$$

$$\mathbf{C} = \frac{q}{U} \Rightarrow [C] = \frac{[q]}{[U]} \quad \text{et } \mathbf{q = i.t} \text{ alors } \mathbf{[q] = [i].[t]} \text{ donc } [C] = \frac{[i].[t]}{[U]}$$

$$\text{En final } [\tau] = [R].[C] = \frac{[U]}{[i]}.\frac{[i].[t]}{[U]} = [t] = \mathbf{s}$$

NB :

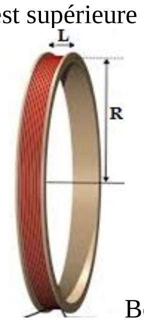
- τ est la constante de temps du circuit (R,C) et est homogène à un temps (s'exprime en seconde (s))
- Après une durée τ, le condensateur est chargé ou déchargé à 63% de sa capacité totale
- Après une durée 5.τ (valeur théorique ou valeur moyenne) le condensateur est chargé ou déchargé totalement (à plus de 99%).

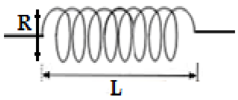
LE CIRCUIT RL

Dipôle RL : association série d'un conducteur ohmique de résistance R et d'une bobine d'inductance L et de résistance interne r.

Une bobine est un dipôle passif, elle est formée d'un enroulement cylindrique, à spires jointives, d'un fil électrique recouvert par un isolant.

On en distingue deux :
- Bobine plate : son rayon R est supérieur à sa longueur L (R > L)
- Solénoïde : sa longueur L est supérieure à son rayon R (L > R)





Solénoïde

Bobine plate

❖ Symbole de la bobine :

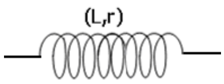
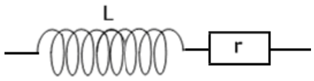
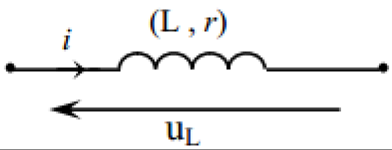


Schéma équivalent



Avec r = résistance interne (Ω)
L= inductance de la bobine (H – Henry)

❖ Tension aux bornes de la bobine



$U_L = r.i + L.\frac{di}{dt}$	Avec	r = résistance interne (Ω) L= inductance de la bobine (H – Henry) i= intensité du courant (A) UL=tension aux bornes de la bobine (V)

❖ Cas particuliers

Courant continu	Résistance interne négligeable r= 0
$I=C^{te}$ et $\frac{di}{dt} = 0$ donc $U_L=r.i$ En courant continu la bobine se comporte comme un conducteur ohmique	$U_L = r.i + L.\frac{di}{dt} = L.\frac{di}{dt}$

❖ Influence de la bobine dans un circuit est :

Une bobine permet de retarder l'établissement ou la rupture (annulation) du courant et ceci est dû au produit $L.\frac{di}{dt}$

❖ Energie emmagasiné dans une bobine

L'énergie stockée dans une bobine, s'exprime à partir de la relation :

$$\mathbf{Em} = \frac{1}{2}\mathbf{L.i^2}$$ avec Em en Joule (J)
L en Henry (H)
I en Ampère (A)

A COMPRENDRE

La loi d'additivité des tensions

- **Circuit avec un générateur (Etablissement de courant)**
$$U_R + U_L = E$$

- **Circuit sans générateur (Rupture ou Annulation de courant)**
$$U_R + U_L = 0$$

+

TRANSITION

$U_R \longrightarrow i \longrightarrow U_L$

$U_R = R.i$ $\qquad U_L = r.i + L.\frac{di}{dt}$

Equation différentielle vérifié par la charge q ou la tension Uc

Equation différentielle est une relation entre une variable (si possible) et au moins une de ses dérivées et des constantes

Remplacer la solution dans l'équation différentielle

6. Déterminer la dérivée première
7. Remplacer l'équation différentielle
8. Développer
9. Mettre en facteur $\mathbf{A.e^{f(t)}.(\text{ --- })}$

 But : $\mathbf{A.e^{f(t)}.(\text{ --- }) + B = C}$
10. Egalité de deux fonctions polynomiales

Conclusion : **B= C** et **(---) = 0**

$$\frac{de^{f(t)}}{dt} = \frac{df(t)}{dt}.e^{f(t)}$$

Fonction	Dérivée première
$f(t) = -\alpha.t$	$\frac{df(t)}{dt} = -\alpha$
$f(t) = -\frac{t}{\tau}$	$\frac{df(t)}{dt} = -\frac{1}{\tau}$

Equation horaire ou la solution de l'équation différentielle

Remplacer les conditions initiales dans la solution

Les conditions initiales

À t=0, la variable prends une valeur bien précise à connaitre

$$\mathbf{i(t) = A.e^{-\frac{t}{\tau}} + B}$$
$$i(0) = A.e^0 + B = A + B$$

Etablissement de courant	**i = 0**	et	$\mathbf{U_R = 0}$
Annulation de courant	$\mathbf{i = I_0 = \frac{E}{R + r}} = \frac{E}{R_T}$	et	$\mathbf{U_R = R.I_0}$

Energie électrique emmagasiné dans la bobine

$$Em = \frac{1}{2}.L.i^2 = \frac{1}{2}.L.\left(\frac{U_R}{R}\right)^2 = \frac{1}{2}.\frac{L}{R^2}.U_R^2$$

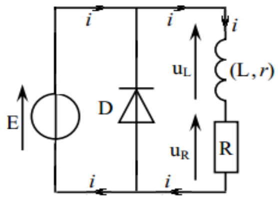
L : Inductance de la bobine en Henry (H)
i : Intensité de courant électrique en ampère (A)
U_R : tension aux bornes du conducteur ohmique en Volt (V)
R : Resistance du conducteur ohmique en ohm (Ω)
Em : Energie magnétique emmagasinée dans la bobine en Joule (J)

Etude Circuit RL

1. Etablissement de courant :

1.1. Montage :

Soit le montage électrique suivant :



1.2. Rôle de la diode en parallèle avec une bobine

- Ne laisse passer le courant que dans un seul sens
- Permet d'éviter l'apparition des étincelles dues aux surtensions aux bornes de la bobine
- Protège ainsi les composants du circuit qui sont autour de la bobine

1.3. Equation différentielle

En appliquant la loi d'additivité des tensions $U_R + U_L = E$ et les transitions

$$U_R = R.i \quad \text{et} \quad i = \frac{U_R}{R} \quad \text{et} \quad U_L = r.i + L.\frac{di}{dt}$$

On aboutit à l'équation différentielle vérifié par une variable donnée

Variable i :

$$R.i + r.i + L.\frac{di}{dt} = E$$

$$(R + r).i + L.\frac{di}{dt} = E \quad \text{ou} \quad i + \frac{L}{(R+r)}.\frac{di}{dt} = \frac{E}{(R+r)}$$

Variable U_R :

$$U_R + r.\frac{U_R}{R} + \frac{L}{R}.\frac{dU_R}{dt} = E$$

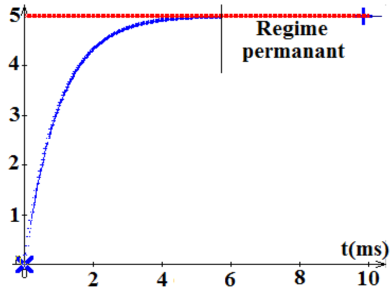
$$U_R(1 + \frac{r}{R}) + \frac{L}{R}.\frac{dU_R}{dt} = E \quad \text{Ou} \quad U_R + \frac{L}{(R+r)}.\frac{dU_R}{dt} = \frac{R.E}{(R+r)}$$

NB :

Dans le régime permanent la variable est constante

$i = C^{te}$ et $\frac{di}{dt} = 0$, on remplace dans l'équation différentielle et on obtient (R+r).i=E d'où $i = I_0 = \frac{E}{R+r}$

$U_R = C^{te}$ et $\frac{dU_R}{dt} = 0$, on remplace dans l'équation différentielle et on obtient $U_R = \frac{R.E}{(R+r)}$



1.4. Equation horaire :

On considère i(t) comme variable et la solution de l'équation différentielle $\mathbf{i(t) = A.e^{-\frac{t}{\tau}} + B}$

- Pour déterminer les constantes **A ,B et τ** , on remplace la solution et sa dérivée première dans l'équation différentielle

$$i(t) = A.e^{-\frac{t}{\tau}} + B \quad \text{et} \quad \frac{di(t)}{dt} = \mathbf{A.\left(-\frac{1}{\tau}\right).e^{-\frac{t}{\tau}} = -\frac{A}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

$$\mathbf{i + \frac{L}{(R+r)}.\frac{di}{dt} = \frac{E}{(R+r)}} : \text{équation différentielle vérifiée par i(t)}$$

$$A.e^{-\frac{t}{\tau}} + B + \frac{L}{(R+r)}.\left(-\frac{A}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = \frac{E}{(R+r)} \quad \text{et} \quad A.e^{-\frac{t}{\tau}} + B - \frac{L}{(R+r)}.A.\frac{1}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{E}{(R+r)}$$

$$\text{donc} \quad A.e^{-\frac{t}{\tau}}\left(1 - \frac{L}{(R+r)}.\frac{1}{\tau}\right) + B = \frac{E}{(R+r)}$$

Par Egalité de deux fonctions polynomiales, l'équation est exacte si : $B = \frac{E}{(R+r)} = I_0$ et $1 - \frac{L}{(R+r)}.\frac{1}{\tau} = 0$ d'où $\tau = \frac{L}{(R+r)}$

- Déterminer la constante **A** par les conditions initiales :

à t=0 la tension i(0)= 0 , on remplace dans l'équation horaire et on obtient :

$$\mathbf{i(t) = A.e^{-\frac{t}{\tau}} + B}$$

$$0 = A.e^0 + B = A + B \ , \quad A = -B = -I_0 = -\frac{E}{(R+r)}$$

Conclusion : $A=-I_0$, $B= I_0$ et $\tau = \frac{L}{(R+r)}$ alors $\mathbf{i(t) = A.e^{-\frac{t}{\tau}} + B = -I_0.e^{-\frac{t}{\tau}} + I_0 = I_0.(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})}$

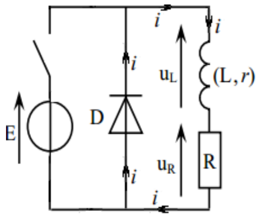
NB :

Souvent la solution est $i(t) = A.(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ dont la dérivée première est $\frac{di(t)}{dt} = A.\left(-\frac{1}{\tau}\right).e^{-\frac{t}{\tau}} = A.\left(\frac{1}{\tau}\right).e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{A}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}}$

2. Rupture (Annulation) de courant :

2.1. Montage :

Soit le montage électrique suivant :



2.2. Equation différentielle

En appliquant la loi d'additivité des tensions $U_R + U_L = E$ et les transitions

$$U_R = R.i \quad \text{et} \quad i = \frac{U_R}{R} \quad \text{et} \quad U_L = r.i + L.\frac{di}{dt}$$

On aboutit à l'équation différentielle vérifié par une variable donnée

Variable i :

$$R.i + r.i + L.\frac{di}{dt} = 0$$

$$(R + r).i + L.\frac{di}{dt} = 0 \quad \text{Ou} \quad i + \frac{L}{(R+r)}.\frac{di}{dt} = 0$$

Variable U_R :

$$U_R + r.\frac{U_R}{R} + \frac{L}{R}.\frac{dU_R}{dt} = 0$$

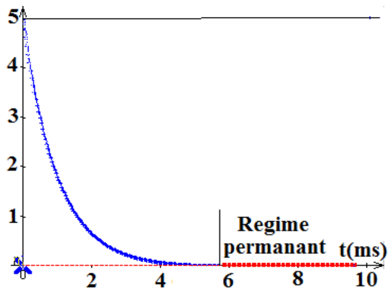
$$U_R(1 + \frac{r}{R}) + \frac{L}{R}.\frac{dU_R}{dt} = 0 \quad \text{Ou} \quad U_R + \frac{L}{(R+r)}.\frac{dU_R}{dt} = 0$$

NB :

Dans le régime permanent la variable est constante

$i=C^{te}$ et $\frac{di}{dt} = 0$, on remplace dans l'équation différentielle et on obtient i=0

$U_R=C^{te}$ et $\frac{dU_R}{dt} = 0$, on remplace dans l'équation différentielle et on obtient $U_R=0$



2.3. Equation horaire :

On considère i(t) comme variable et la solution de l'équation différentielle $\mathbf{i(t) = A.e^{-\frac{t}{\tau}} + B}$

- Pour déterminer les constantes **A ,B et τ** , on remplace la solution et sa dérivée première dans l'équation différentielle

$$i(t) = A.e^{-\frac{t}{\tau}} + B \quad \text{et} \quad \frac{di(t)}{dt} = \mathbf{A.\left(-\frac{1}{\tau}\right).e^{-\frac{t}{\tau}} = -\frac{A}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

$\mathbf{i + \frac{L}{(R+r)}.\frac{di}{dt} = 0}$: équation différentielle vérifiée par i(t)

$$A.e^{-\frac{t}{\tau}} + B + \frac{L}{(R+r)}.\left(-\frac{A}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = 0 \quad \text{et} \quad A.e^{-\frac{t}{\tau}} + B - \frac{L}{(R+r)}.A.\frac{1}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}} = 0$$

$$\text{donc} \quad A.e^{-\frac{t}{\tau}}\left(1 - \frac{L}{(R+r)}.\frac{1}{\tau}\right) + B = 0$$

Par Egalité de deux fonctions polynomiales, l'équation est exacte si : $B = 0$ et $1 - \frac{L}{(R+r)}.\frac{1}{\tau} = 0$ d'où $\tau = \frac{L}{(R+r)}$

- Déterminer la constante **A** par les conditions initiales :
  à t=0 la tension i(0)= I_0 , on remplace dans l'équation horaire et on obtient :

$$\mathbf{i(t) = A.e^{-\frac{t}{\tau}} + B}$$

$$I_0 = A.e^0 + B = A + B \text{ , B=0 et } A = I_0 = -\frac{E}{(R+r)}$$

Conclusion : $A=I_0$, B= 0 et $\tau = \frac{L}{(R+r)}$ alors $\mathbf{i(t) = A.e^{-\frac{t}{\tau}} + B = I_0.e^{-\frac{t}{\tau}} = I_0.e^{-\frac{t}{\tau}}}$

NB :

- $\boldsymbol{\tau} = \frac{\mathbf{L}}{\mathbf{R_T}}$: Constante de temps et est homogène à un temps.
- $\mathbf{I_0} = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{R+r}} = \frac{E}{R_T}$: Intensité maximale du courant électrique dans le circuit avec R_T=R+r
- Conditions initiales (à t=0) :

Etablissement de courant : i = 0 et U_R = 0

Annulation de courant : $\mathbf{i = I_0 = \frac{E}{R+r}} = \frac{E}{R_T}$ et $\mathbf{U_R = R.I_0}$

- Il faut souvent penser à exploiter les conditions initiales dans :
  (1) La loi d'additivités de tension :

Etablissement	$U_R + U_L = E$	et	$U_L = E$

Annulation	$U_R + U_L = 0$	et	$U_L = - U_R = -E$

  (2) L'équation différentielle

Etablissement	$i + \frac{L}{R+r}.\frac{di}{dt} = \frac{E}{R+r}$	et	$\frac{L}{R+r}.\frac{di}{dt} = \frac{E}{R+r}$

Annulation	$i + \frac{L}{R+r}.\frac{di}{dt} = 0$	et	$\frac{L}{R+r}.\frac{di}{dt} = -i = -I_0$

  (3) L'équation horaire (ou La solution) $\mathbf{i(t) = A.e^{-\frac{t}{\tau}} + B}$

$$i(0) = A.e^0 + B= A + B$$

- **Exploiter la solution**
  Exploiter la solution pour déterminer
  - Le temps t à partir de l'intensité de courant et inversement
  - Autres expressions (tensions ou autres) en fonction de temps

Quelques courbes

⁂ Comment tracer l'allure des courbes en $e^{-\alpha.t}$

Pour tracer des courbes en $e^{-\alpha.t}$ il faut prendre en considération les limites des courbes

La fonction $e^{-\alpha.t}$

À t=0	Quand t tend vers l'infini ($t \rightarrow \infty$) ou $t > 5.\tau$
Régime initial et $e^{-\alpha.t} = e^0 = 1$	Le régime permanent et $e^{-\alpha.t} = 0$

$e^{-\alpha.t}$ prend la valeur 1 pour déterminer le début de la courbe et la valeur 0 (zéro) pour déterminer sa limite (Le régime permanent)

Exemples :

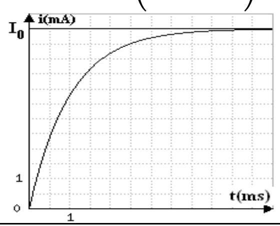
La fonction $A.e^{-\lambda.t}$	• À t=0 prend la valeur A • Quand $t \rightarrow \infty$ prend la valeur 0 (Le régime permanent)

La fonction $A.(1- e^{-\lambda.t})$	• À t=0 prend la valeur 0 • Quand $t \rightarrow \infty$ prend la valeur A (Le régime permanent)

i(t) : Intensité de courant

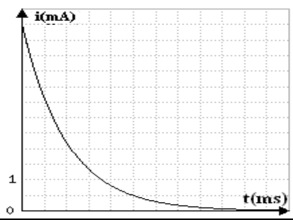
Etablissement de courant

$$i(t) = I_0.\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$



Annulation (Rupture) de courant

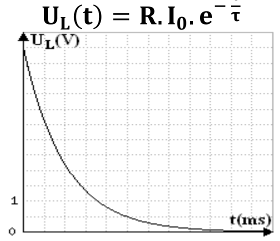
$$i(t) = I_0.e^{-\frac{t}{\tau}}$$



$U_L(t)$: la tensions $U_L(t)$ dans le cas ou r= 0

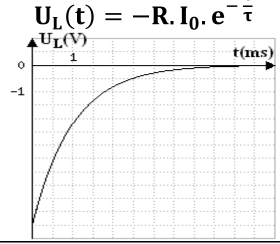
Etablissement de courant

$$U_L(t) = R.I_0.e^{-\frac{t}{\tau}}$$



Annulation (Rupture) de courant

$$U_L(t) = -R.I_0.e^{-\frac{t}{\tau}}$$

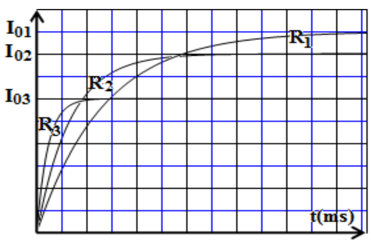


⁂ Influence de la variation du coefficient d'induction L ou de la résistance R sur les courbes

On a : $I_0 = \frac{E}{R+r}$ et $\tau = \frac{L}{R+r}$

Influence de R :

I_0 et τ varie toutes les deux : Si R augmente alors I_0 et τ diminuent

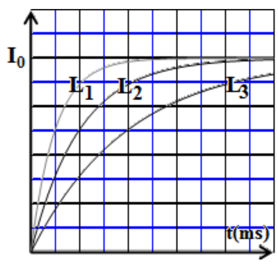


$R_3>R_2>R_1$

et $\tau_3<\tau_2<\tau_1$ et $I_{03}<I_{02}<I_{01}$

Influence de L :

I_0 est une constante et τ varie : si L augmente alors τ augmente aussi



$L_1<L_2<L_3$

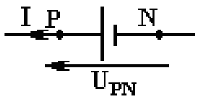
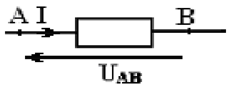
et $\tau_1<\tau_2<\tau_3$

Rappel :

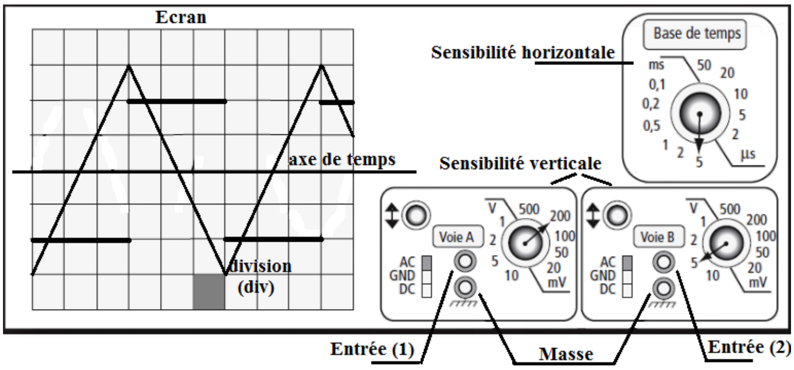
1. Sens du courant électrique

Le courant électrique, opposé au sens de déplacement des électrons, parcours un circuit du pôle positif vers le pôle négatif

2. Générateur et Récepteur

Générateur :	**Récepteur :**
	
Le courant et la tension positive ont le même sens	Le courant et la tension positive ont des sens opposés

3. Oscilloscope (Oscillogramme)



Un oscilloscope a une masse et plusieurs entrées
Une entrée est caractérisée par :

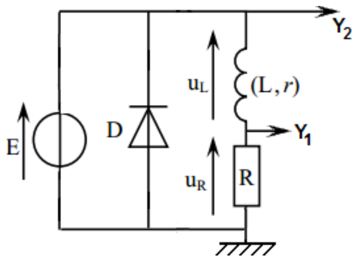
- Une sensibilité verticale (? V/div) ou (? V/cm)
- Une sensibilité horizontale (? ms/div) ou (? ms/cm)

Au moyen d'un oscilloscope on peut déterminer :

- Les tensions maximales
- La période T
- La durée (ou le décalage horaire) $\tau = \Delta t$ entre deux tensions

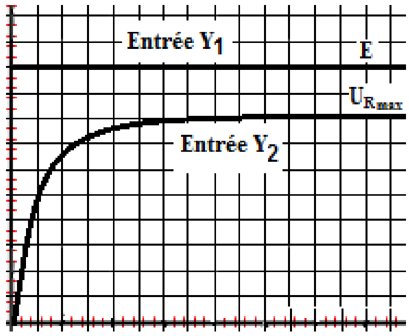
NB :
La masse est l'origine de toute tension électrique (d.d.p) visible sur l'écran

Etude du circuit RL (cas d'établissement de courant)



On observe sur l'écran de l'oscilloscope :

- **A l'entrée Y_1** : la tension U_R aux bornes du conducteur ohmique
- **A l'entrée Y_2**: la tension $E=U_R+U_L$ aux bornes du Générateur



- Sur l'entrée Y_2 on mesure E la tension du générateur.
- Sur l'entrée Y_1 on mesure U_{Rmax} la tension maximale de conducteur ohmique et en déduire I_0 l'intensité de courant maximale

$$I_0 = \frac{E}{R+r} \quad \text{et} \quad I_0 = \frac{U_{Rmax}}{R}$$

- Au régime permanât $U_R=U_{Rmax}$ et $i=I_0$ et $\frac{di}{dt} = 0$

$$U_L=E-U_R = E - U_{Rmax} \text{ et}$$

$$U_L = r.i + L.\frac{di}{dt} = r.I_0 \text{ donc } E - U_{Rmax} = r.I_0$$

- Graphiquement on peut déduire τ la constante de temps $U_R(\tau)=0.63.U_{Rmax}$ et par projection on peut déterminer τ

$$\tau = \frac{L}{R+r}$$

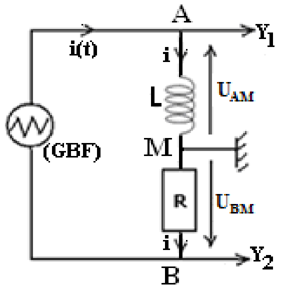
⁂ Expressions dans le régime permanent et le régime initiale :

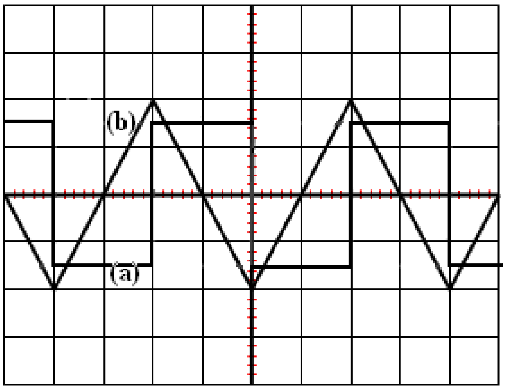
i(t) : Intensité de courant
$U_R(t)$: Tension du conducteur ohmique
$U_L(t)$: Tension de la bobine

	i(t)	$U_R(t)$	$U_L(t)$	Loi d'additivité des tensions	Equation différentielle
Régime	$i(t)= I_0 (1-e^{-\lambda.t})$	$U_R(t)=R.i(t)$	$U_L = r.i + L.\frac{di}{dt}$	$U_R+U_L=E$	$i.(R + r) + L.\frac{di}{dt} = E$
Initial (t=0)	i=0	$U_R=0$	$U_L = L.\frac{di}{dt}$	$U_L=E$	$L.\frac{di}{dt} = E$
Permanent (t→∞)	$I_0 = \frac{E}{R+r}$	$U_R(t)=R.I_0$	$U_L= r.I_0$	$R.I_0+ r.I_0=E$	$I_0.(R + r) =E$
Permanent et r= 0	$I_0 = \frac{E}{R}$	$U_R(t)=R.I_0$	$U_L= 0$	$R.I_0 =E$	$I_0.R =E$

⁂ Déterminer graphiquement L le coefficient d'induction de la bobine

Soit le circuit suivant :





Sensibilité verticale de la voie Y_1	500mV/div
Sensibilité verticale de la voie Y_2	2V/div
Sensibilité horizontale	1ms/div

R=4KΩ

Expression des tensions (à comparer le sens positif (Souvent le sens du courant) du courant et le sens des tensions)

$$U_{BM} = -R.i \quad \text{et} \quad U_{AM} = r.i + L.\frac{di}{dt} = L.\frac{di}{dt}$$

Déduction la relation entre U_{AB} et U_{BM}

$$U_{BM} = -R.i \quad \text{et} \quad i = -\frac{U_{BM}}{R} \quad \text{et} \quad \frac{di}{dt} = -\frac{1}{R}.\frac{dU_{BM}}{dt}$$

$$\text{et} \quad U_{AM} = L.\frac{di}{dt} = -\frac{L}{R}.\frac{dU_{AM}}{dt}$$

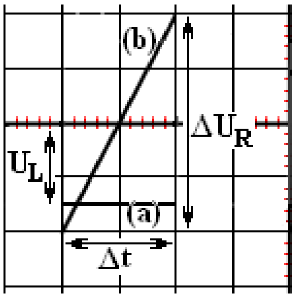
$$\text{donc } U_{AM} = -\frac{L}{R}.\frac{dU_{BM}}{dt}$$

Déduire la courbe correspondante à chacune des deux tensions

$$U_{BM} = -\frac{L}{R}.\frac{dU_{AM}}{dt}$$

Conclusion	**La tension U_{BM}** - Non nulle $U_{BM} \neq 0$ - Dérivable $\frac{dU_{BM}}{dt}$ - Sa dérivée première est non nulle $\frac{dU_{BM}}{dt} \neq 0$ Sur Y_1 on observe la tension U_{AM} relative à la courbe (b)	**La tension U_{AM}** - Non nulle $U_{AM} \neq 0$ Sur Y_2 on observe la tension U_{AM} relative à la courbe (a)

Exploiter les deux courbes et déterminer L :



- **La tension U_{BM}**

La fonction de la courbe (b) est une fonction affine et $\frac{dU_{BM}}{dt}$ sa dérivée première est son coefficient directeur

$$\text{donc } \frac{dU_{BM}}{dt} = \frac{dU_{BM}}{dt} = \frac{4x2}{2x10^{-3}} = 4x10^3 \ V.s^{-1}$$

- **La tension U_{AM}**

U_{AM}=-1.5x0.5=-0.75V

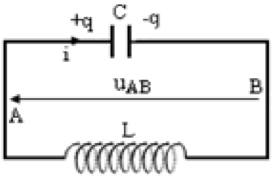
On a $U_{BM} = -\frac{L}{R}.\frac{dU_{AM}}{dt}$ et $\frac{L}{R} = -\frac{U_{BM}}{\frac{dU_{AM}}{dt}}$ d'où $L = -R.\frac{U_{BM}}{\frac{dU_{AM}}{dt}}$

$$L = -R.\frac{U_{BM}}{\frac{dU_{AM}}{dt}} = -4x10^3 x\frac{-0.75}{4x10^3} = 0.75H$$

LE CIRCUIT LC (Circuit oscillant)

Dipôle LC : association série d'un condensateur chargé de capacité C et de charge initiale q_0 et d'une bobine d'inductance L et de résistance interne r négligeable.

1. Montage : Décharge d'un condensateur dans une bobine



2. Equation différentielle :

En appliquant la loi d'additivité des tensions $Uc + U_L = 0$ et les transitions :

$$q = C.Uc \quad \text{et} \quad i = \frac{dq}{dt} = C.\frac{dU_C}{dt} \quad \text{et} \quad \frac{di}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2} = C.\frac{d^2U_C}{dt^2} \quad U_L = r.i + L.\frac{di}{dt} = L.\frac{di}{dt} \quad ; \quad r=0$$

On aboutit à l'équation différentielle vérifié par une variable donnée :

$$Uc + U_L = Uc + r.i + L.\frac{di}{dt} = Uc + L.\frac{di}{dt} = 0$$

Variable Uc:

$$Uc + L.\frac{di}{dt} = U_C + L.C.\frac{d^2U_C}{dt^2} = 0 \quad \text{ou} \quad \frac{d^2U_C}{dt^2} + \frac{1}{LC}.U_C = 0$$

Variable q:

$$Uc + L.\frac{di}{dt} = U_C + L.\frac{d^2q}{dt^2} = 0$$

$$\frac{q}{C} + L.\frac{d^2q}{dt^2} = 0 \quad \text{ou} \quad \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{L.C}.q = 0$$

$$\text{Avec } \omega_0^2 = \frac{1}{LC}$$

ω_0 : Pulsation propre (en rad/s)

3. Equation horaire ou la solution :

Soit Uc(t) comme variable, la solution est :

$$Uc(t) = Um.\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}.t + \varphi\right)$$

avec

Um : L'amplitude (la valeur maximale de la tension Uc(t)

$\frac{2\pi}{T_0}.t + \varphi$:La phase à l'instant t

φ: la phase à l'origine des temps t=0

T_0 : la période propre (s)

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$: Pulsation propre (en rad/s)

a. Déterminer T_0 la période propre :

Remplacer la solution et sa dérivée seconde dans l'équation différentielle :

$$\boxed{Uc(t) = Um.\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}.t + \varphi\right)} \quad \boxed{\frac{dUc(t)}{dt} = -Um.\frac{2\pi}{T_0}.\sin\left(\frac{2\pi}{T_0}.t + \varphi\right)} \quad \boxed{\frac{d^2Uc}{dt^2} = -Um.\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2.\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}.t + \varphi\right)}$$

$$\frac{d^2U_C}{dt^2} + \frac{1}{LC}.U_C = 0$$

$$-Um.\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2.\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}.t + \varphi\right) + \frac{1}{LC}.Um.\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}.t + \varphi\right) = 0 \quad \text{donc} \quad Um.\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}.t + \varphi\right).\left(-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 + \frac{1}{LC}\right) = 0$$

L'équation est juste si $-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 + \frac{1}{LC} = 0$ et $\frac{1}{LC} = \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2$, on en déduit alors $T_0 = 2.\pi.\sqrt{L.C}$

Remarque :

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{2.\pi.\sqrt{L.C_0}} = \frac{1}{\sqrt{L.C}} \quad \text{d'où} \quad \omega_0^2 = \frac{1}{LC}$$

b. Déterminer Um et φ par les conditions initiales :

A t=0 :
- Le condensateur est chargé et $Uc(0) = U_0 = E$
- i(0)=0 : le circuit est ouvert

On remplace les conditions initiales dans les expressions de Uc(t) et i(t) à l'instant t=0 .

$$Uc(t) = Um.\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}.t + \varphi\right) \quad \text{et} \quad i(t) = C.\frac{dUc(t)}{dt} = -C.Um.\frac{2\pi}{T_0}.\sin\left(\frac{2\pi}{T_0}.t + \varphi\right)$$

A l'instant t=0

$$Uc(0) = Um.\cos(\varphi) \quad \text{et} \quad i(0) = -C.Um.\frac{2\pi}{T_0}.\sin(\varphi)$$

(1)	(2)	(3)
$Uc(0) = Um.\cos(\varphi) = E$ $\cos(\varphi) = \frac{E}{U_m}$	et $i(0) = -C.Um.\frac{2\pi}{T_0}.\sin(\varphi) = 0$ alors $\sin(\varphi) = 0$ d'où $\varphi=0$ ou $\varphi=\pi$	Or $E > 0$ et $Um > 0$ alors $\cos(\varphi) = \frac{E}{U_m} > 0$ d'où $\varphi=0$

De la relation **(1)** on en déduit : $U_m = \frac{E}{\cos(\varphi)} = \frac{E}{\cos(0)} = E$

Conclusion : Um=E , $\varphi=0$, et $T_0 = 2.\pi.\sqrt{L.C}$ alors : $Uc(t) = E.\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}.t\right)$

⁂ Déterminer l'expression de l'intensité de courant et en déduire sa valeur maximale :

$$i = C.\frac{dU_c}{dt} = -C.Um.\left(\frac{2\pi}{T_0}\right).\sin\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right) = Im.\sin\left(\frac{2\pi}{T_0}.t + \varphi\right)$$: Expression de l'intensité de courant

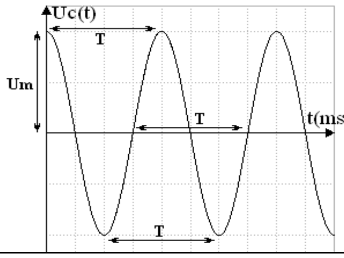
$$\text{Avec} \quad Im = C.Um.\left(\frac{2.\pi}{T_0}\right) = C.Um.\left(\frac{2.\pi}{2.\pi.\sqrt{L.C}}\right) = Um.\sqrt{\frac{C}{L}}$$

Quelques Courbes

❖ **Tension Uc(t):**

$$Uc(t) = Um.\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}.t\right)$$

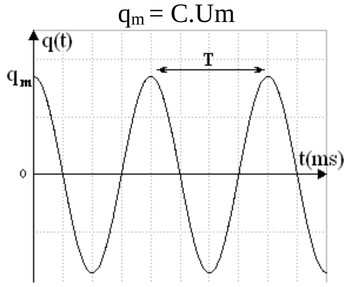
Um = E



❖ **Charge q(t):**

On a **q = C.Uc d'où** $q(t) = C.Um.\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}.t\right)$

$q_m = C.Um$



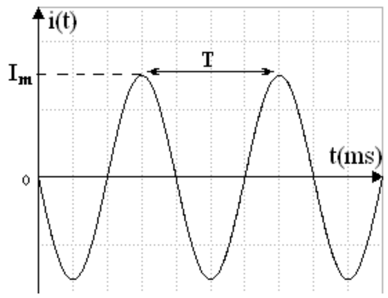
❖ **Intensité de courant i(t):**

$$i(t) = C.\frac{dUc(t)}{dt} = -C.Um.\frac{2\pi}{T_0}.\sin\left(\frac{2\pi}{T_0}.t\right)$$

$$Im = C.Um.\frac{2\pi}{T_0}$$

Or $T_0 = 2.\pi.\sqrt{L.C}$ alors

$$Im = C.Um.\left(\frac{2.\pi}{2.\pi.\sqrt{L.C}}\right) = Um.\sqrt{\frac{C}{L}}$$



Etude énergétique, Energie totale

1. Energie totale E_T :

L'énergie totale E_T emmagasinée dans un circuit LC est à tout instant la somme de l'énergie électrique Ee dans le condensateur et de Em l'énergie magnétique dans la bobine

E_T= Ee + Em avec

$$Ee = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = \frac{1}{2}C.U_C^2$$
$$Em = \frac{1}{2}L\,i^2 = \frac{1}{2}.L.(\frac{U_R}{R})^2 = \frac{1}{2}.\frac{L}{R^2}.U_R^2$$

2. Conservation de l'énergie totale E_T :

$$E_T = Ee + Em = \frac{1}{2}C.U_C^2 + \frac{1}{2}L.i^2$$

et on dérive ; $(f^n)' = n.f^{n-1}.f'$ et $f^2 = 2.f.f'$

$$\frac{dE_T}{dt} = \frac{d}{dt}(\frac{1}{2}C.U_C^2 + \frac{1}{2}L.i^2)$$

$$= \frac{1}{2}C.\frac{d}{dt}U_C^2 + \frac{1}{2}L.\frac{d}{dt}i^2$$

; $\frac{dUc^2}{dt} = 2.Uc.\frac{dUc}{dt}$ et $\frac{di^2}{dt} = 2.i.\frac{di}{dt}$

$$= \frac{1}{2}C.(2.Uc.\frac{dUc}{dt}) + \frac{1}{2}L.(2.i.\frac{di}{dt})$$

; $i = C.\frac{dUc}{dt}$ et $\frac{di}{dt} = C.\frac{d^2Uc}{dt^2}$

$$= C.Uc.\frac{dUc}{dt} + L.i.\frac{di}{dt}$$

$$= C.Uc.\frac{dUc}{dt} + L.i.\frac{di}{dt}$$

$$= C.Uc.\frac{dUc}{dt} + L.(C.\frac{dUc}{dt}).(C.\frac{d^2Uc}{dt^2})$$

$$= C.\frac{dUc}{dt}\left(Uc + L.C.\frac{d^2Uc}{dt^2}\right)$$

; $Uc + L.C.\frac{d^2Uc}{dt^2} = 0$: Equation différentielle

$= 0$

Conclusion :

$E_T = C^{te}$ est une constante au cours du temps donc l'énergie totale se conserve

❖ **Conclusion: Transfert d'énergie entre le condensateur et la bobine:**

Les oscillations correspondent à un échange énergétique entre le condensateur et la bobine : Il y a conversion d'énergie électrique en énergie magnétique et réciproquement.

$$E = Ee + Em \text{ avec } Ee = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} \text{ et } Em = \frac{1}{2}L.i^2 = \frac{1}{2}L\left(\frac{dq}{dt}\right)^2$$

⁂ Expression de l'énergie magnétique Em:

; $i = \frac{dq}{dt} = C.\frac{dUc}{dt}$

; $q(t) = q_m.\cos(\omega_0.t+\varphi)$ et $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$

; $L.\omega_0^2 = \frac{1}{C}$

$$Em = \frac{1}{2}.L.i^2 = \frac{1}{2}.L.\left(\frac{dq}{dt}\right)^2$$

$$= \frac{1}{2}.L.q_m^2.\omega_0^2.\sin^2(\omega_0.t+\varphi)$$

$$= \frac{1}{2}.\frac{q_m^2}{C}.\sin^2(\omega_0.t+\varphi)$$

$$= \frac{1}{2}.\frac{q_m^2}{C}.(1-\cos^2(\omega_0.t+\varphi))$$

$$= \frac{1}{2.C}(q_m^2 - q_m^2.\cos^2(\omega_0.t+\varphi))$$

$$= \frac{1}{2.C}(q_m^2 - q^2)$$

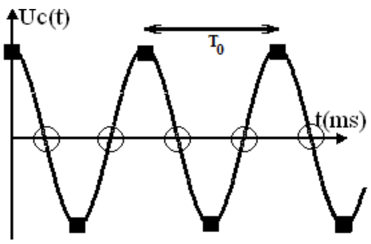
⁂ Exploiter les courbes :

$$\mathbf{i = \frac{dq}{dt} = C.\frac{dUc}{dt}}$$

i(t) est la dérivée première de Uc(t) représentant une fonction sinusoïdale ($\mathrm{Uc(t) = Um.\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}.t\right)}$) donc i(t) est nulle si Uc(t) (ou bien q(t)) est extrémum (soit maximum ou minimum) et inversement.

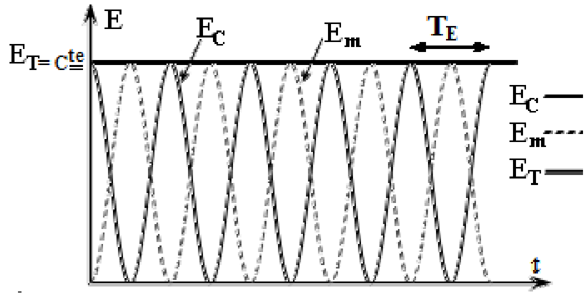
Points spécifiques sur la figure	Uc(t)	q(t)	i(t)	Ee	Em	E_T= Ee+Em
○	0	0	I_m	0	$Em = \frac{1}{2}\,L\,I_m^2$	$E_T = \frac{1}{2}\,L\,I_m^2 = \frac{1}{2}\,L\,\frac{U_{Rm}^2}{R^2} = \frac{1}{2}.\frac{L}{R^2}.U_{Rm}^2$
■	U_m	q_m	0	$Ee = \frac{1}{2}\frac{q_m^2}{C}$	0	$E_T = \frac{1}{2}\frac{q_m^2}{C} = \frac{1}{2}C.U_{Cm}^2$

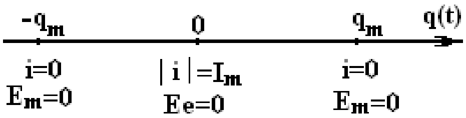
NB :
L'énergie totale dans un circuit LC est constante et est égale à l'énergie électrique initiale (maximale)



T_0=2.T_E

T_0 : période propre
T_E : période des énergies





⁂ Quand le temps est en fonction de la période propre T_0

$$\mathrm{Uc(t) = Um.\cos(\omega_0.t+\varphi) = Um.\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}.t+\varphi\right)}$$

A chaque fois qu'on a ω_0 vaut mieux la remplacer par son expression $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$ surtout si le temps est donnée en fonction de la période T_0 , t=f(T_0) (à éviter surtout de faire des applications numériques)

Expression de t	$t = \frac{T_0}{4}$	$t = \frac{T_0}{2}$	$t = 3.\frac{T_0}{4}$
Expression de ω_0.t	$\omega_0.t = \frac{2\pi}{T_0}.t = \frac{2\pi}{T_0}.\frac{T_0}{4} = \frac{\pi}{2}$	$\omega_0.t = \frac{2\pi}{T_0}.t = \frac{2\pi}{T_0}.\frac{T_0}{2} = \pi$	$\omega_0.t = \frac{2\pi}{T_0}.t = \frac{2\pi}{T_0}.3.\frac{T_0}{4} = 3.\frac{\pi}{2}$

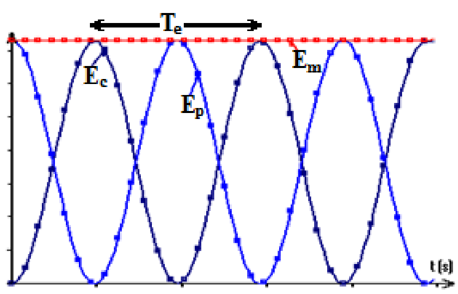
⁂ La période des énergies

<u>Ee : Energie électrique</u>

$\mathrm{Ee = \frac{1}{2}C.Uc^2 = \frac{1}{2}C.E^2.\cos^2\left(\frac{2\pi}{T_0}.t\right)}$; 2.cos²x=1+ cos(2.x)

$$\mathrm{Ee = \frac{1}{4}C.E^2.\left(1+\cos\left(\frac{4\pi}{T_0}.t\right)\right)}$$

$$\mathrm{Ee = \frac{1}{4}C.E^2.\left(1+\cos\left(\frac{2\pi}{T_e}.t\right)\right)}$$



<u>Em : Energie magnétique</u>

$\mathrm{Em = \frac{1}{2}L.i^2 = \frac{1}{2}L.(C.E)^2.\sin^2\left(\frac{2\pi}{T_0}.t+\varphi\right)}$; 2.sin²x=1- cos(2.x)

$$\mathrm{Em = \frac{1}{4}C.E^2.\left(1-\cos\left(\frac{4\pi}{T_0}.t\right)\right)}$$

$$\mathrm{Em = \frac{1}{4}C.E^2.\left(1-\cos\left(\frac{2\pi}{T_e}.t\right)\right)}$$

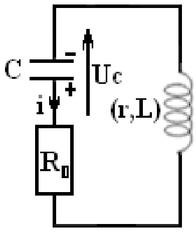
<u>NB :</u>
T_0 = 2.Te : La période propre des oscillations électriques T_0 est le double de la période des énergies Te

CIRCUIT RLC

1. Décharge d'un condensateur dans une bobine

Le montage est constitué de :

- Un condensateur de capacité C, initialement chargé et porteur de la charge q_0 et une tension $U_0=E$
- Une bobine de coefficient d'induction L et de résistance interne r
- Un conducteur ohmique de résistance R_0



La résistance totale du circuit est $R_T = R_0 + r$

2. Equation differentielle :

En appliquant la loi d'additivité des tensions $U_R + Uc + U_L = 0$ et les transitions :

$$U_R = R.i = R.\frac{dq}{dt} = R.C.\frac{dUc}{dt} \quad \text{et} \quad U_L = r.i + L\frac{di}{dt} = L\frac{di}{dt}$$

On aboutit à l'équation différentielle vérifié par une variable donnée :

$$q = C.Uc \quad \text{et } i = \frac{dq}{dt} = C.\frac{dUc}{dt}$$

Variable Uc:

$$R.i + Uc + L.\frac{di}{dt} = 0 \quad \text{donc} \quad R.C.\frac{dUc}{dt} + Uc + L.C.\frac{d^2Uc}{dt^2} = 0$$

$$\text{d'où} \quad \frac{d^2Uc}{dt^2} + \frac{R}{L}.\frac{dUc}{dt} + \frac{1}{L.C}Uc = 0$$

Variable q:

$$R.i + Uc + L.\frac{di}{dt} = 0 \quad \text{donc} \quad R.\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} + L.\frac{d^2q}{dt^2} = 0$$

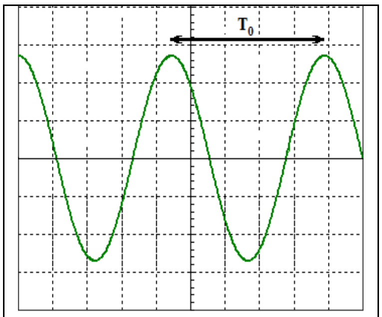
$$\text{d'où} \quad \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L}.\frac{dq}{dt} + \frac{1}{L.C}q = 0$$

La grandeur $\frac{R}{L}.\frac{dUc}{dt}$ ou $\frac{R}{L}.\frac{dq}{dt}$

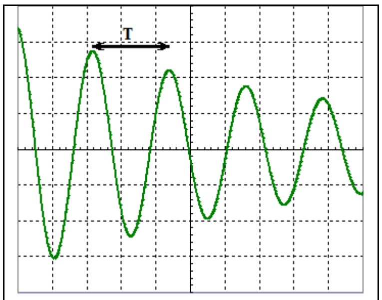
- Concrétise le caractère non-oscillatoire du système (l'amortissement des oscillations électriques)
- Détermine le régime des oscillations (periodique, pseudo périodique ou apériodique)

La résistance est le dipôle qui influe sur l'amplitude des oscillations, quand la résistance **R** du circuit est **:**

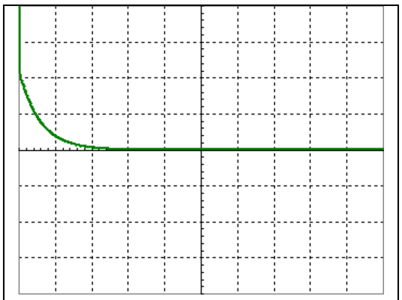
- **Faible** les oscillations du système sont amorties, le régime est **pseudopériodique**.
- **Élevée** le système n'oscille pas et donc le régime est apériodique



Régime périodique
T_0 : la période



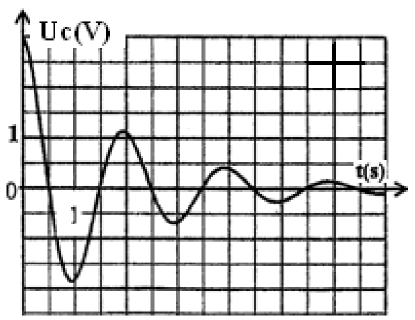
Régime pseudo périodique
T : la pseudo période



Régime apériodique

NB :
La période et la pseudo période sont considérés souvent égales $\mathbf{T \approx T_0 = 2.\pi.\sqrt{L.C}}$

3. Courbe de la tension du condensateur (Régime pseudo périodique :



L'amplitude des oscillations diminue au cours du temps

La cause : La résistance est le dipôle qui influe sur l'amplitude des oscillations

L'explication : Dissipation (perte) progressivement de l'énergie (initialement emmagasinée dans le condensateur) en énergie thermique par effet joule dans les résistances.

NB :
L'amortissement est d'autant plus important que la résistance est élevée

Un circuit électrique RLC, réalisé avec un condensateur chargé, est le siège d'oscillations électriques libres amorties.

4. Transfert d'énergie entre le condensateur et la bobine :

$$E_T = Ee + Em = \frac{1}{2}C.U_C^2 + \frac{1}{2}L.i^2$$

et on dérive ; $(f^n)' = n.f^{n-1}.f'$ et $f^2 = 2.f.f'$

$$\frac{dE_T}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}C.U_C^2 + \frac{1}{2}L.i^2\right)$$

$$= \frac{1}{2}C.\frac{d}{dt}U_C^2 + \frac{1}{2}L.\frac{d}{dt}i^2$$; $\frac{dUc^2}{dt} = 2.Uc.\frac{dUc}{dt}$ et $\frac{di^2}{dt} = 2.i.\frac{di}{dt}$

$$= \frac{1}{2}C.(2.Uc.\frac{dUc}{dt}) + \frac{1}{2}L.(2.i.\frac{di}{dt})$$; $i = C.\frac{dUc}{dt}$ et $\frac{di}{dt} = C.\frac{d^2Uc}{dt^2}$

$$= C.Uc.\frac{dUc}{dt} + L.i.\frac{di}{dt}$$

$$= C.Uc.\frac{dUc}{dt} + L.i.\frac{di}{dt}$$

$$= C.Uc.\frac{dUc}{dt} + L.(C.\frac{dUc}{dt}).(C.\frac{d^2Uc}{dt^2})$$

$$= C.\frac{dUc}{dt}\left(\mathbf{Uc + L.C.\frac{d^2Uc}{dt^2}}\right)$$; $R.C.\frac{dUc}{dt} + Uc + L.C.\frac{d^2Uc}{dt^2} = 0$: Equation différentielle d'où $\mathbf{Uc + L.C.\frac{d^2Uc}{dt^2}} = -R.C.\frac{dUc}{dt}$

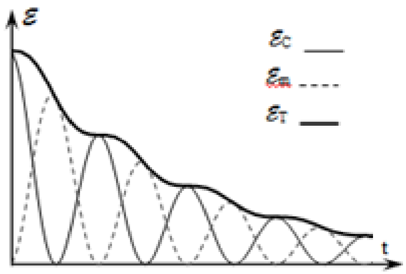
$$= C.\frac{dUc}{dt}\left(-R.C.\frac{dUc}{dt}\right)$$; $i = C.\frac{dUc}{dt}$

$$= R.(C.\frac{dUc}{dt})^2$$

$= - R.i^2 < 0$

NB :

$$\mathbf{\frac{dE_T}{dt} = -R.i^2 < 0}$$

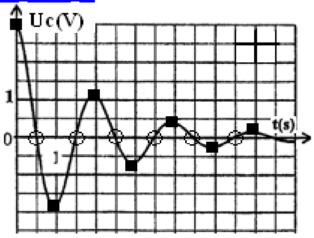


- Les oscillations correspondent à un échange énergétique entre le condensateur et la bobine : Il y a conversion d'énergie électrique en énergie magnétique et réciproquement.
- **Le circuit (RLC) est dissipatif d'énergie** : son énergie totale E_T diminue au cours du temps.

- Le phénomène d'amortissement résulte de la dissipation (perte) de l'énergie totale dans le circuit sous forme d'énergie thermique par effet joule

⁂ Comment calculer l'énergie dissipée entre deux instant t_1 et t_2 :

Points spécifiques sur la figure	Uc	i	E_e	E_m	E_T
■	Uc_m	0	$E_e = \frac{1}{2}C.U_{Cmax}^2$	0	$E_T = \frac{1}{2}C.U_{Cmax}^2$
○	0	I_m	0	$E_m = \frac{1}{2}L.I_{max}^2$	$E_T = \frac{1}{2}L.I_{max}^2$



$\Delta E_T = E_T(t_2) - E_T(t_1)$: L'énergie dissipée par effet joule entre les instants t_1 et t_2

5. Entretien des oscillations

Entretenir des oscillations dans un circuit c'est lui fournir de l'énergie pour compenser les pertes par effet Joule dans les résistances, alors on ajoute au circuit un générateur de tensions

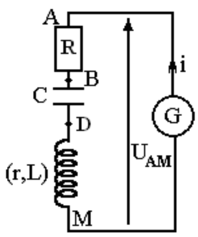
$$U_{AM} = U_{AB} + U_{BD} + U_{DM}$$

$$U_{AM} = R.i + \frac{q}{C} + r.i + L.\frac{di}{dt}$$

$$U_{AM} = (R + r).\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} + L.\frac{d^2q}{dt^2}$$

On en déduit l'équations différentielle :

$$\mathbf{\ddot{q} + \left(\frac{R+r}{L}\dot{q} - \frac{UAM}{L}\right) + \frac{1}{L.C}.q = 0}$$



Si $U_{AM}=(R+r).i$ La tension au borne du générateur est proportionnelle à l'intensité de courant et que le coefficient de proportionnalité est (R+r) alors $\mathbf{\ddot{q} + \frac{1}{L.C}.q = 0}$

Conclusion :

Le générateur fournit au circuit l'énergie nécessaire pour compenser l'énergie dissipée (perdue) par effet Joule à condition que $U_{AM}=(R+r).i$

A COMPRENDRE

La loi d'additivité des tensions

Transitions :

$$U_R \xrightarrow{U_R = R.i} i \xrightarrow{i = \frac{dq}{dt}} q \xrightarrow{q = C.U_c} U_c$$

$$i \longrightarrow U_L$$

$$U_L = r.i + L.\frac{di}{dt}$$

+

Equation différentielle vérifié par la charge q ou la tension Uc

Equation différentielle est une relation entre une variable (si possible) et au moins une de ses dérivées et des constantes

Remplacer la solution dans l'équation différentielle

1. Déterminer la dérivée première
2. Remplacer l'équation différentielle
3. Développer
4. Mettre en facteur $\mathbf{A.e^{f(t)}.(\ --- \ )}$
   But : $\mathbf{A.e^{f(t)}.(\ --- \ ) + B = C}$
5. Egalité de deux fonctions polynomiales

Conclusion : **B= C** et **(---) = 0**

$$\frac{de^{f(x)}}{dt} = \frac{df(t)}{dt}.e^{f(x)}$$

$$\frac{d\cos f(t)}{dt} = -\frac{df(t)}{dt}.\sin f(t)$$

$$\frac{d\sin f(t)}{dt} = \frac{df(t)}{dt}.\cos f(t)$$

$$f(t) = \alpha.t + \beta \qquad \frac{df(t)}{dt} = \alpha$$

Equation horaire ou la solution de l'équation différentielle

Remplacer les conditions initiales dans la solution

Les conditions initiales

À t=0, la variable prends une valeur bien précise à connaitre

Circuit RC		
Charge		**Décharge**
$U_c = 0$	$\tau = R.C$	$U_c = E$
0		c.E
$i = I_0 = \frac{E}{R}$		$i = -I_0 = \frac{E}{R}$

Circuit RL		
Etablissement du courant		**Rupture du courant**
$i = I_0 = \frac{E}{R_T}$	$\tau = \frac{L}{R_T}$	$i = 0$
$U_R = R.I_0$		$U_R = 0$

Circuit LC et RLC	
Décharge d'un condensateur dans une bobine	
$U_c = E$	$T = T_0 = 2.\pi.\sqrt{L.C}$
$i = 0$	
$U_R = 0$	

NB : Penser bien remplacer les conditions initiales dans l'équations différentielles et la loi d'additivité des tensions

Energies

Energie électrique :

$$E_e = \frac{1}{2}.C.U_c^2 = \frac{1}{2}.\frac{q^2}{C}$$

Energie magnétique :

$$E_m = \frac{1}{2}.L.i^2 = \frac{1}{2}.L.\left(\frac{U_R}{R}\right)^2 = \frac{1}{2}.\frac{L}{R^2}.U_R^2$$

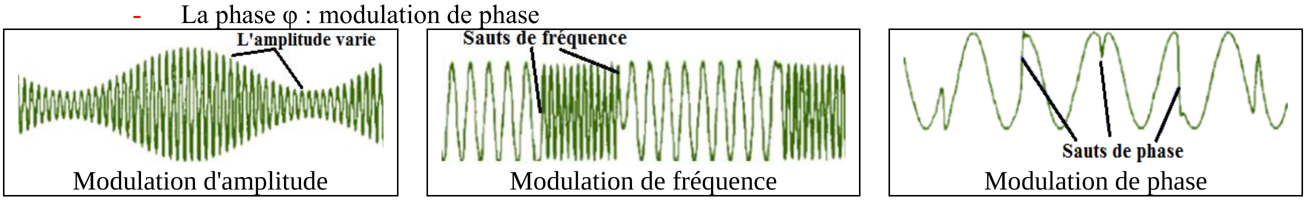
Energie totale :

$$E_T = E_e + E_m$$

MODULATION ET DEMODULATION

1. MODULATION :

- Le signal à transmettre (musique, voix …) (appelé **signal modulant ou modulateur**), signal de basse fréquence, est transformé en tension électrique par un microphone ; la tension ainsi formée est utilisée pour faire varier (on dit **moduler**) l'amplitude d'un signal de Haute Fréquence (H.F.) appelée **porteuse**.
- Dans la porteuse $p(t) = P_m.\cos(2.\pi.N.t + \varphi)$, trois paramètres peuvent être modifiée :
  - L'amplitude U_m : modulation d'amplitude
  - La fréquence N : modulation de fréquence
  - La phase φ : modulation de phase

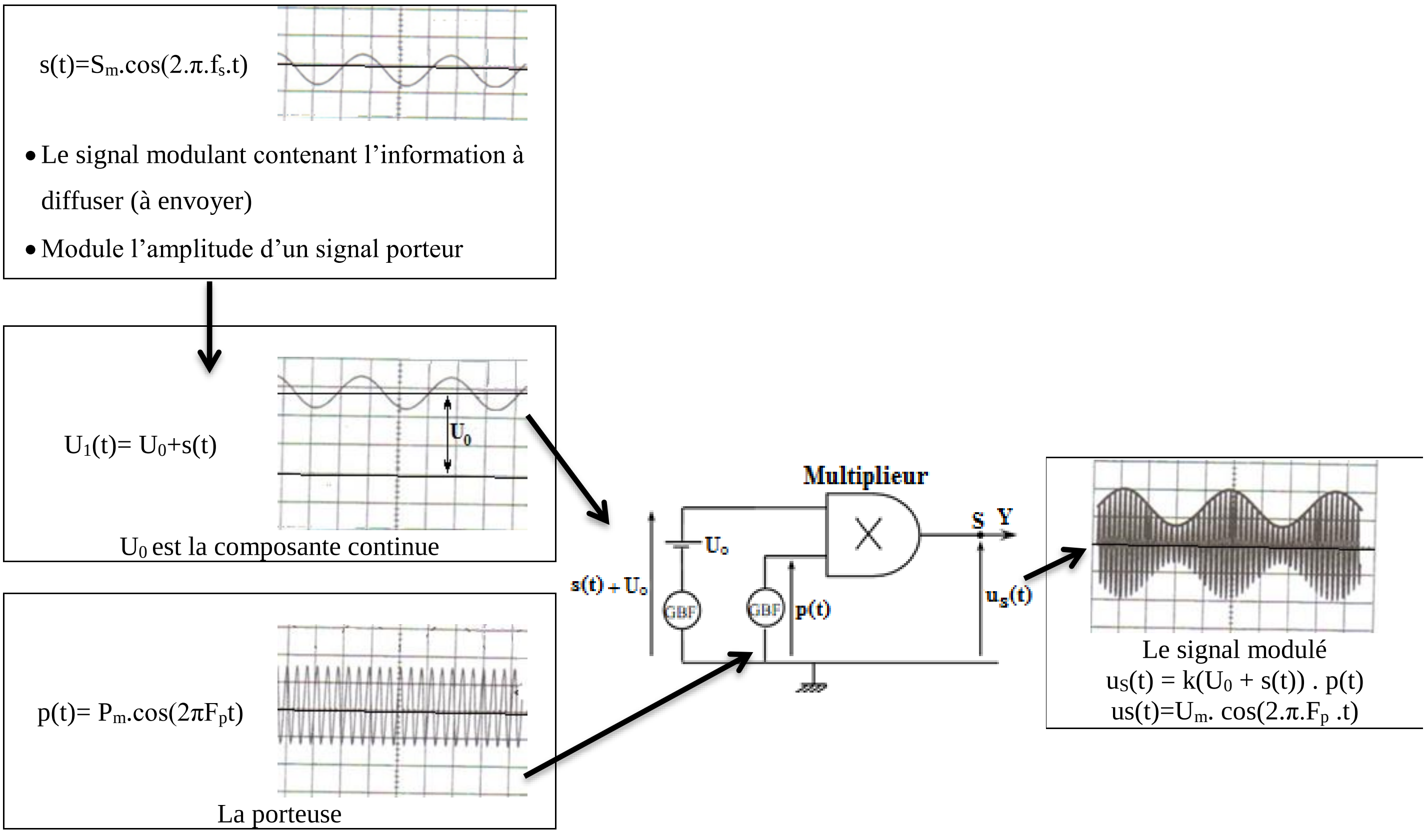


- Le signal modulé est transformé en onde électromagnétique contenant les mêmes fréquences est émis par une antenne émettrice.

La modulation d'amplitude d'une tension poteuse p(t) de haute fréquence Fp permet la transmission de signaux de faibles fréquences (une tension s(t) de basse fréquence fs) avec :

$s(t) = S_m \cos(2.\pi.f_s.t)$: signal de faible fréquence

$p(t) = P_m \cos(2\pi F_p\, t)$: porteuse



$u_s(t) = k(U_0 + s(t)) . p(t)$ ⇔ $u_s(t) = k . P_m(U_0 + s(t)) \cos(2\pi F_p\, t)$

k : constante qui caractérise le multiplieur et dont l'unité est (V^{-1})

si la tension modulante s(t) est une tension sinusoïdale alors $s(t) = S_m \cos(2.\pi.f_s.t)$ alors us(t) devient

$$u_S(t) = k.P_m(U_0 + S_m.\cos(2.\pi.f_s.t)).\cos(2.\pi.F_p.t) = k.P_m.U_0\left(1 + \frac{S_m}{U_0}\cos(2.\pi.f_s.t)\right).\cos(2.\pi.F_p.t)$$

On pose $A = k.P_m.U_0$ et $m = \frac{S_m}{U_0}$: le taux de modulation et

$$u_S(t) = A(1 + m.\cos(2.\pi.f_s.t)).\cos(2.\pi.F_p.t) = U_m.\cos(2.\pi.F_p.t) \text{ donc } U_m = A(1 + m.\cos(2.\pi.f_s.t))$$

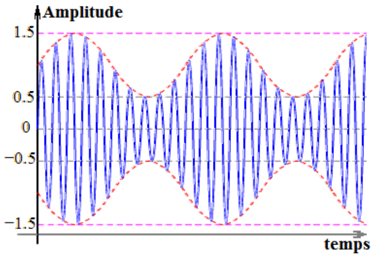
On en déduit que l'amplitude Um de la tension modulé est une fonction sinusoïdale de fréquence fs et est limité par deux valeurs $U_{m\,max}$ et $U_{m\,min}$ tel que : $U_{m\,max} = A.(1 + m)$ et $U_{m\,min} = A.(1 - m)$

On aura alors : $U_{m\,max} + U_{m\,min} = 2.A$ et $U_{m\,max} - U_{m\,min} = 2.A.m$ d'où $m = \frac{Um_{max} - Um_{min}}{Um_{max} + Um_{min}}$

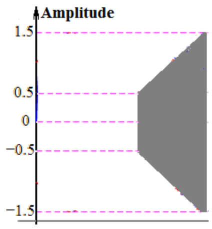
Pour une modulation parfaite il faut que :

- La fréquence F_p de la porteuse soit nettement supérieure à la fréquence de la modulante f_s : **$F_p >> f_s$** (Généralement $F_p >> 10.f_s$)
- Le taux de modulation m soit inférieur à 1 : **$m < 1$**

Modulation parfaite (Bonne)

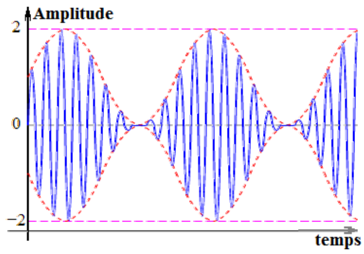


En mode XY on obtient :

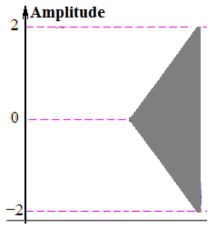


$$m = \frac{1.5 - 0.5}{1.5 + 0.5} = 0.5 < 1$$

Mauvaise modulation (Critique)

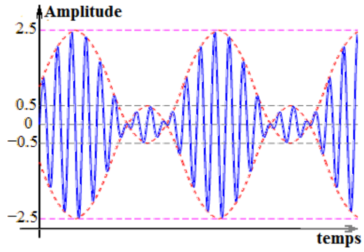


En mode XY on obtient :

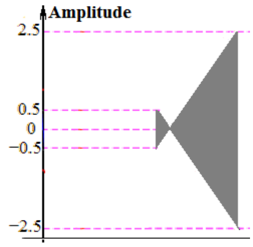


$$m = \frac{2 - 0}{2 + 0} = 1$$

Surmodulation



En mode XY on obtient :



$$m = \frac{2.5-(-0.5)}{2.5+(-0.5)} = 1.5 > 1$$

2. Spectre des fréquences :

Le spectre de fréquences du signal modulé est un graphe présentant l'amplitude de chaque composante sinusoïdale du signal.

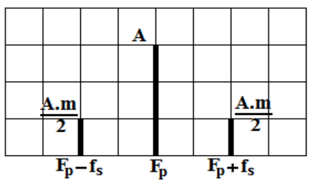
On a us(t)= A.(1 + A.m.cos(2.π.fs.t)).cos(2.π.Fp.t) = A.cos(2.π.Fp.t) + A.m.cos(2.π.fs.t).cos(2.π.Fp.t)

On sait que 2.cos(a).cos(b) = cos(a+b) + cos(a-b)

$$us(t) = A.\cos(2.\pi.F_p.t) + \frac{A.m}{2}.\cos(2.\pi.(F_p - f_s).t) + \frac{A.m}{2}.\cos(2.\pi.(F_p + f_s).t)$$

Conclusion : la tension modulée est la somme de trois tensions sinusoïdales avec des fréquences différentes

La fonction	$A.\cos(2.\pi.F_p.t)$	$\frac{A.m}{2}.\cos(2.\pi.(F_p - f_s).t)$	$\frac{A.m}{2}.\cos(2.\pi.(F_p + f_s).t)$
Amplitude	A	$\frac{A.m}{2}$	$\frac{A.m}{2}$
Fréquence	F_p	$F_p - f_s$	$F_p + f_s$

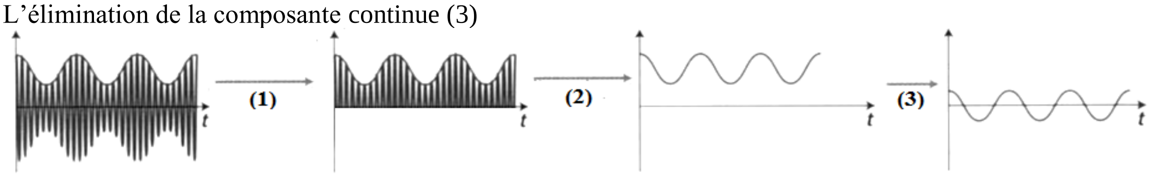


3. LA DEMODULATION :

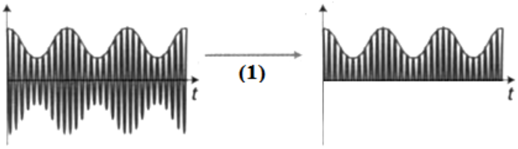
Une antenne réceptrice capte l'onde électromagnétique et restitue le signal électrique modulé. La **démodulation** permet alors d'**extraire le signal modulant s(t)** d'origine du signal modulé.
Pour restituer l'information de la tension modulante, il suffit ensuite de **démoduler** le signal reçu

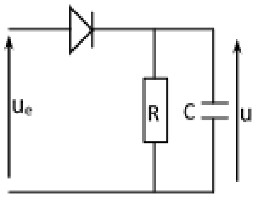
Elle s'opère comme suit :

- La réception par une antenne réceptrice
- La suppression des alternances négatives (1)
- La détection d'enveloppe (2)
- L'élimination de la composante continue (3)

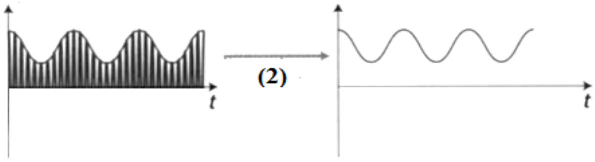


a) Première opération : la suppression des alternances négatives (1)
La diode bloque les alternances négatives. La tension recueillie aux bornes du conducteur ohmique est une **tension modulée redressée**.





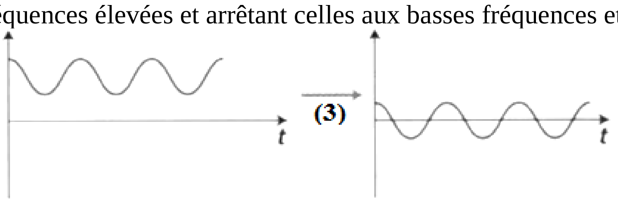
b) Deuxième opération : La détection de l'enveloppe et la suppression de la porteuse
Le montage à utiliser comporte un **filtre passe – bas** (Un condensateur en parallèle avec un conducteur ohmique), c'est-à-dire ne laissant passer que les composantes aux fréquences basses et arrêtant celles aux fréquences élevées.

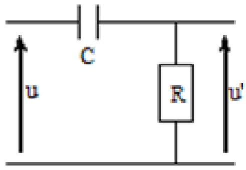


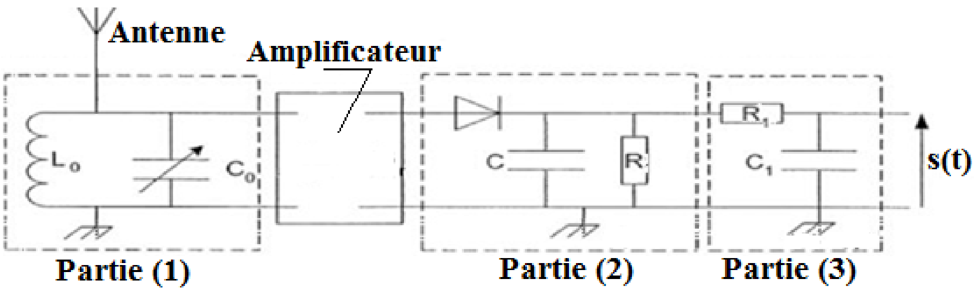
NB :
Pour retrouver une enveloppe de porteuse fidèle au signal modulant originel, il faut donc que :

$\mathbf{T_p << RC < T_s}$ avec T_s : La période du signal modulant
T_p : La période du signal modulant

c) Troisième opération : la suppression de la composante continue
Le montage à utiliser comporte un **filtre passe – haut**, c'est-à-dire ne laissant passer que les composantes aux fréquences élevées et arrêtant celles aux basses fréquences et continues.







Le rôle de chaque partie dans la démodulation :

Antenne	Réception des ondes électromagnétique
Partie (1) : Circuit LC	Sélectionner la fréquence F_p ; $F_p = \frac{1}{T_p} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L.C}}$ $T_p = 2.\pi.\sqrt{L.C}$: période de la porteuse
Amplificateur	Amplifier le signal modulé sélectionné
Partie (2) : Circuit RC ou filtre passe – bas	Elimine les alternances négatives et détecte l'enveloppe $\mathbf{T_p << RC < T_s}$ T_p : période de la porteuse T_S : période de la modulante
Partie (3) : Circuit RC ou filtre passe – haut	Suppression de la composante continue U_0
s(t)	La tension modulante

Circuit RLC forcé

1. Valeurs maximales et valeurs efficaces :

$$U_{eff} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}} \qquad I_{eff} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}}$$

Les valeurs maximales I_m et U_m se déduisent des courbes (…A/div ou …V/div)
Les valeurs efficaces I_{eff} et U_{eff} se déduisent des appareils de mesures (Ampère mètre et Voltmètre)

2. Impédance Z U=Z.I

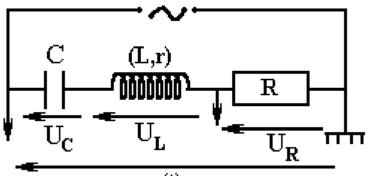
La résistance électrique d'un **CONDUCTEUR** ohmique est la propriété de ce conducteur à s'opposer à la circulation du courant électrique.
L'impédance électrique d'un **CIRCUIT** est la propriété de ce circuit à s'opposer à la circulation du courant électrique **ALTERNATIF**.

3. Loi d'OHM :

La tension aux bornes d'une composante électronique et l'intensité de courant qui la traverse sont proportionnelle

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{U_{eff}}{I_{eff}} = \frac{U_{max}}{I_{max}}$$

4. Oscillations électriques forcées d'un circuit RLC :



- Au moyen d'un oscilloscope on peut visualiser $U_R(t)$ et u(t)
- La tension $U_R(t)$ et l'intensité i(t) sont proportionnelle $U_R(t)=R.i(t)$

$$\mathbf{i(t) = I_m.cos(\omega.t)}$$
$$\mathbf{u(t) = U_m.cos(\omega.t+\varphi)}$$

NB :

- En changeant l'emplacement de la terre on change ainsi la tension observée sur l'oscilloscope
- Toutes les tensions observées sont représentées par des flèches dont l'origine coïncide avec la masse

5. La bande passante :

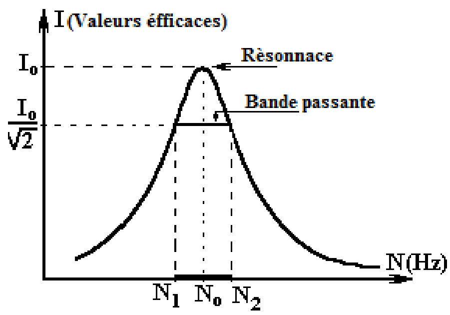
La bande passante $[N_1, N_2]$ est le domaine (ou l'intervalle) des fréquences ou la réponse du circuit est satisfaisante et $I \geq \frac{I_0}{2}$

$$\Delta N = \frac{\Delta\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\frac{R}{L}$$

R est la résistance équivalente

Aux bornes de la bande passante $I = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$, **N = N_1 et N = N_2**

N_1 et N_2 les fréquences aux bornes de la bande passante



Conclusion :

On a **U = Z.I** , **U= R.I_0** et aux extrémités de la bande passante on a : $I = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$ et $\frac{U}{Z} = \frac{U}{R.\sqrt{2}}$ donc $Z = R.\sqrt{2}$

6. Facteur de qualité Q (coefficient de surtension) :

$$Q = \frac{N_0}{\Delta N} = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} = \frac{L.\omega_0}{R} = \frac{1}{R.C.\omega_0} = \frac{1}{R}.\sqrt{\frac{L}{C}}$$

7. Puissance instantanée :

$$\mathbf{P_i = u(t).i(t) = U.I.[cos(\varphi) + cos(2.\omega.t+ \varphi)]}$$

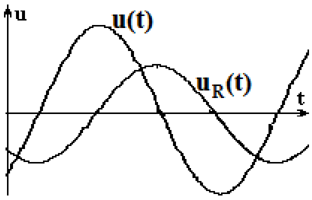
U et I respectivement la tension et l'intensité efficace

Puissance moyenne reçue pendant une période T	Puissance apparente	Coefficient de frottement
P = U.I.cos(φ)	**S = U.I**	**tan(φ)**

NB :

- La tension maximale Um aux bornes du circuit RLC est toujours supérieure à la tension maximale aux bornes du conducteur ohmique U_{Rm}

$$\mathbf{Z} \geq \mathbf{R+r} \quad \text{et} \quad Z.I \geq (R+r).I \quad \text{donc} \quad \mathbf{U_m \geq U_{Rm}}$$

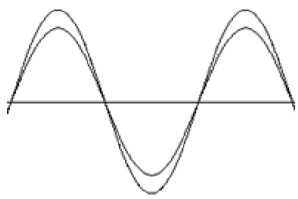


- Quand on compare la tension u(t) d'un circuit et l'intensité de courant i(t) qui le traverse et avec un oscilloscope réglé sur la **même sensibilité verticale** alors la courbe dont l'amplitude maximale (la plus ample) correspond à la tension u(t)

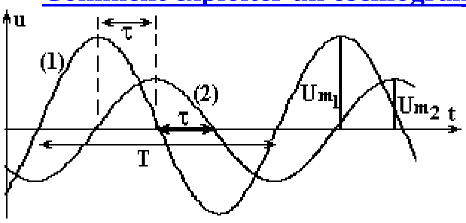
8. Cas de la résonnance :

$$\mathbf{L.\omega = \frac{1}{C.\omega}}$$

- Le circuit en résonnance et la pulsation du circuit est égale à la pulsation propre $\boldsymbol{\omega = \omega_0} = \sqrt{\frac{1}{L.C}}$
- **φ = 0 :** L'intensité du courant i(t) et la tension u(t) sont en phase
- $\mathbf{L.C.\omega^2 = 1}$
- L'intensité efficace I_0 est maximale
- L'impédance Z est minimale $\mathbf{Z = Z_0 = R + r}$



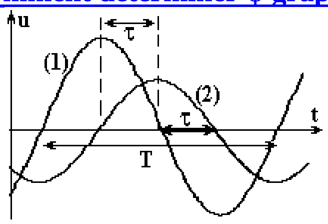
⁂ Comment exploiter un oscillogramme



Graphiquement on peut déterminer :

- La période T et en déduire la fréquence N et la pulsation ω
- Le déphasage horaire τ et en déduire la phase |φ| en valeur absolue
- Les tensions maximales Um et Um_2 et déduire :
  - Les tensions efficaces correspondantes
  - L'intensité de courant maximale Im
  - L'impédance Z du circuit
- Laquelle des tensons est en avance de phase (La tension (1) est en avance de phase par rapport à la tension (2))
- A partir des expressions des tensions on peut en déduire le signe de la phase φ

⁂ Comment déterminer φ graphiquement



Graphiquement on détermine :

- Les valeurs de T la période et le déphasage horaire τ et en déduire le déphasage φ en valeur absolue :

$$\mathbf{|\varphi| = \omega.\tau = \frac{2\pi}{T}.\tau}$$

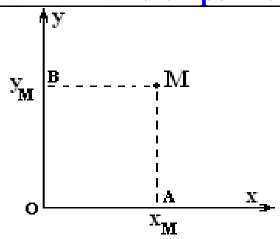
- Laquelle des tensons est en avance de phase (La tension (1) est en avance de phase par rapport à la tension (2))
- A partir des expressions des tensions on peut en déduire le signe de la phase φ

Exemples :

Les fonctions sinusoïdales	U et i sont en phase	u(t) en avance par rapport à i(t)	i(t) en avance par rapport à u(t)
$u = U_m.\cos(\omega\cdot t+\varphi)$ $i = I_m.\cos(\omega\cdot t)$	φ = 0	φ > 0	φ < 0
$u = U_m.\cos(\omega\cdot t)$ $i = I_m.\cos(\omega\cdot t+\varphi)$		φ < 0	φ > 0

Coordonnées d'un point et d'un vecteur

1. Coordonnées d'un point :



A coordonnée du point M sur l'axe Ox

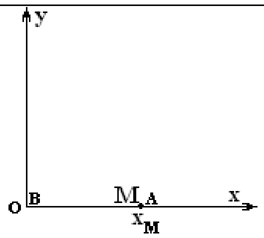
$x_M = OA$

B coordonnée du point M sur l'axe Oy

$y_M = OB$

$\overrightarrow{OM}$: Vecteur position du point M

$OM = \|\overrightarrow{OM}\| = \sqrt{x_M^2 + y_M^2} > 0$: module du vecteur position



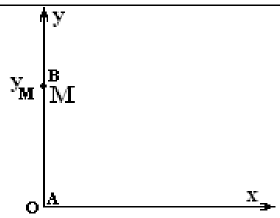
Le point M appartenant à l'axe Ox

$x_M = OA = OM$

$y_M = OB = 0$

$\overrightarrow{OM}$: Vecteur position du point M

$OM=|x_M|$



Le point M appartenant à l'axe Oy

$x_M = OA = 0$

$y_M = OB = OM$

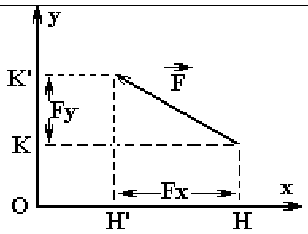
$y_M = OB$

$\overrightarrow{OM}$: Vecteur position du point M

$OM=|y_M|$

2. Coordonnées d'un vecteur :

Coordonnée d'un vecteur = Coordonnée de **l'extrémité** – Coordonnée de **l'origine**

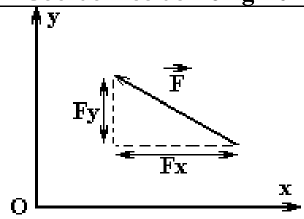


$\mathbf{F_x = HH' = x_{H'} - x_H < 0}$

$\mathbf{F_x}$: coordonnée de la force $\vec{F}$ sur l'axe Ox

$\mathbf{F_y = KK' = y_{K'} - y_K > 0}$

$\mathbf{F_y}$: coordonnée de la force $\vec{F}$ sur l'axe Oy



- De l'extrémité du vecteur $\vec{F}$ et vers son origine, on trace la demi droite parallèle à l'axe Ox
- De l'origine du vecteur $\vec{F}$ et vers son extrémité, on trace la demi droite parallèle à l'axe Oy
- Et réciproquement

$$F = \|\vec{F}\| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \text{ : Intensité (module) de la force } \vec{F}$$

NB :

- En comparant le sens du vecteur et le sens d'orientation de l'axe on peut déterminer le **signe** de la coordonnée sur cet axe
  - S'ils ont le même sens alors la coordonnée est positive
  - S'ils ont des sens opposées alors la coordonnée est négative
- Tout changement d'orientation de l'axe affecte le signe de la coordonnée

❖ Cas particulier :

- Si le vecteur force $\vec{F}$ est parallèle à l'axe Ox alors Fy = 0 et F= | Fx |
- Si le vecteur force $\vec{F}$ est parallèle à l'axe Oy alors Fx = 0 et F= | Fy |

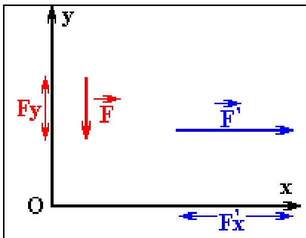
$\vec{F}$: perpendiculaire à l'axe Ox

Fx=0

$\vec{F}$: parallèle à l'axe Oy et dans le sens opposé que l'axe Oy

$F_y = -F$

$F = |F_y|$



$\vec{F'}$: parallèle à l'axe Ox et dans le même que l'axe Ox

$F'_x = F'$

$F' = |F'_x|$

$\vec{F'}$: perpendiculaire à l'axe Oy

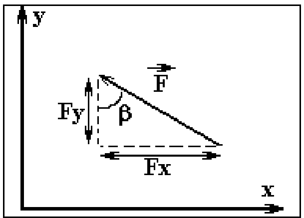
F'y=0

❖ Rappel :

$$\sin(\text{angle}) = \frac{\text{Opposé}}{\text{Hypothénuse}}$$

<u>Opposé = Hypoténuse * sin(angle)</u>

$F_x = -F.\sin(\beta)$



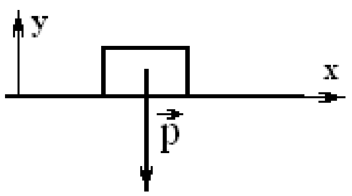
$$\cos(\text{angle}) = \frac{\text{Adjacent}}{\text{Hypothénuse}}$$

<u>Adjacent = Hypoténuse * cos (angle)</u>

$F_y = F.\cos(\beta)$

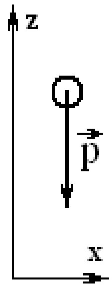
3. Coordonnées du poids $\vec{P}$ d'un corps :

Mouvement sur un plan horizontal



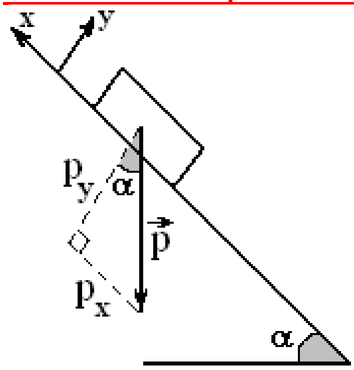
$\vec{P}$ est perpendiculaire à l'axe Ox
$P_x=0$
$\vec{P}$ est parallèle à l'axe Oy
$P_y= -P = -m.g$

Mouvement verticale



$\vec{P}$ est perpendiculaire à l'axe Ox
$P_x=0$
$\vec{P}$ est parallèle à l'axe Oz
$P_z= -P = -m.g$

Mouvement sur un plan incliné

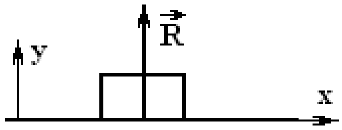


$P_x=-P.\sin(\alpha) = - m.g.\sin(\alpha)$

$P_y=-P.\cos(\alpha) = - m.g.\cos(\alpha)$

4. Coordonnées de la réaction $\vec{R}$ d'un plan :

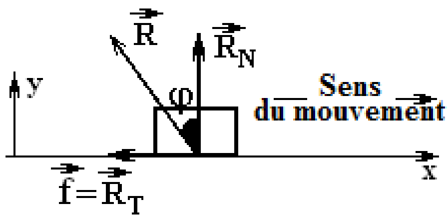
Contact sans frottement (Frottement négligeable)



La force $\vec{R}$ est perpendiculaire à la surface de contact

$\vec{R}$ est perpendiculaire à l'axe Ox
$R_x= 0$
$\vec{R}$ est parallèle à l'axe Oy et orienté dans le même sens
$R_y = R$

Contact avec frottement



La force $\vec{R}$ n'est pas perpendiculaire à la surface de contact et s'oppose toujours au mouvement
$R_x = -R_T = -f = -R.\sin(\varphi)$
$R_y = R_N = R.\cos(\varphi)$

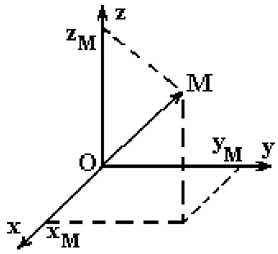
Vecteur position, Vecteur vitesse et Vecteur accélération

1. Repérer un point M d'un mobile dans un repère d'espace

Le vecteur position $\overrightarrow{OM}$ permet de repérer le point M dans l'espace par rapport à un référentiel choisi pour l'étude.

$$\overrightarrow{OM} = x.\vec{i} + y.\vec{j} + z.\vec{k}$$

$$\overrightarrow{\mathbf{OM}} = \mathbf{x}.\vec{\mathbf{i}} + \mathbf{y}.\vec{\mathbf{j}} + \mathbf{z}.\vec{\mathbf{k}} \ \text{ ou } \ \overrightarrow{\mathbf{OM}}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$



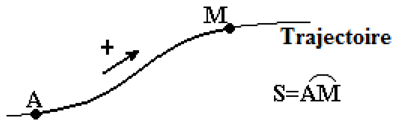
$$\mathbf{OM} = ||\overrightarrow{\mathbf{OM}}|| = \sqrt{\mathbf{x^2 + y^2 + z^2}}$$: module du vecteur position

Les fonctions x(t) , y(t) et z(t) sont les équations horaires du mouvement

2. L'abscisse curviligne

Mesurable sur la trajectoire après avoir définis :

- Un sens positif le long du trajet
- Un point A origine des abscisses curvilignes S(A)= 0



$$\mathbf{S} = \widehat{\mathbf{AM}} = \mathbf{f(t)}$$: Equation horaire

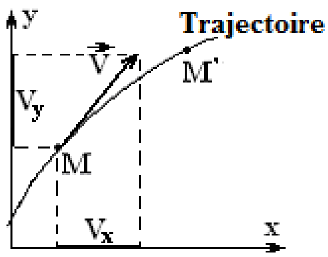
3. Vecteur vitesse

Le vecteur vitesse $\vec{V}$ est défini comme la dérivée première du vecteur position par rapport au temps.

$$\vec{\mathbf{V}} = \frac{\mathbf{d}\overrightarrow{\mathbf{OM}}}{\mathbf{dt}}$$

Caractéristiques du vecteur vitesse en un point M :

- Direction : toujours tangente à la trajectoire au point M
- Sens : toujours dans le sens du mouvement
- Intensité (module ou valeur) : V et dont l'unité est m/s ou m.s^{-1}



$$\vec{\mathbf{V}} = \mathbf{V_x}.\vec{\mathbf{i}} + \mathbf{V_y}.\vec{\mathbf{j}} + \mathbf{V_z}.\vec{\mathbf{k}} \ \text{ ou } \ \vec{\mathbf{V}}\begin{pmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{V} = ||\vec{\mathbf{V}}|| = \sqrt{\mathbf{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}}$$: module du vecteur vitesse

NB :

La relation entre vecteur est bien identique à la relation entre composantes sur les axes.

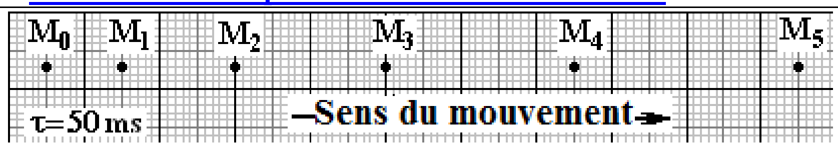
$$\vec{\mathbf{V}} = \frac{\mathbf{d}\overrightarrow{\mathbf{OM}}}{\mathbf{dt}} \quad \text{alors} \quad \mathbf{V_x} = \frac{\mathbf{dx}}{\mathbf{dt}} = \dot{\mathbf{x}}$$

$$\text{et} \quad \mathbf{V_y} = \frac{\mathbf{dy}}{\mathbf{dt}} = \dot{\mathbf{y}}$$

$$\text{et} \quad \mathbf{V_z} = \frac{\mathbf{dz}}{\mathbf{dt}} = \dot{\mathbf{z}}$$

⁂ Calculer la vitesse par la méthode d'encadrement :

$$\mathbf{V_{Mi}} = \frac{\mathbf{M_{i-1}M_{i+1}}}{\mathbf{2.\tau}}$$



- La vitesse au point M_1:

$$V_{M_1} = \frac{M_0M_2}{2.\tau} = \frac{2.5\ X10^{-2}}{2X50X10^{-3}} = 0.25 m/s$$

- La vitesse au point M_3:

$$V_{M_3} = \frac{M_2M_4}{2.\tau} = \frac{4.5\ X10^{-2}}{2X50X10^{-3}} = 0.45 m/s$$

4. Vecteur accélération :

Le vecteur accélération $\vec{a}$ est défini comme la dérivée première de la vitesse $\vec{V}$ soit la dérivée seconde du vecteur position.

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2}$$: Vecteur accélération et a s'exprime en m.s^{-2}

4.1. Expression de l'accélération dans un repère cartésien (de Descartes) :

$$\vec{a} = a_x.\vec{i} + a_y.\vec{j} + a_z.\vec{k} \quad \text{ou} \quad \vec{a}\begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix}$$

$a = ||\vec{a}|| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$: module du vecteur accélération

NB :
La relation entre vecteur est bien identique à la relation entre composantes sur les axes.

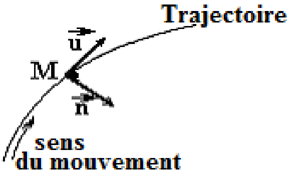
$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2} \quad \text{alors} \quad a_x = \frac{dV_x}{dt} = \dot{V}_x = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x}$$

$$\text{et} \quad a_y = \frac{dV_y}{dt} = \dot{V}_y = \frac{d^2y}{dt^2} = \ddot{y}$$

$$\text{et} \quad a_z = \frac{dV_z}{dt} = \dot{V}_z = \frac{d^2z}{dt^2} = \ddot{z}$$

4.2. Expression de l'accélération dans le repère (base) de Frénet (Repère du point) :

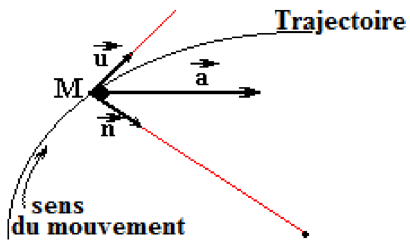
La base de Frénet $(M, \vec{u}, \vec{n})$ **n'a pas des vecteurs fixes** contrairement à la base du repère catésien $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, elle suit le mouvement donné par le système.



$(M, \vec{u}, \vec{n})$: repère de Frenet tel que :

- La position du mobile en M est l'origine du repère.
- $\vec{u}$: Vecteur unitaire tangent à la tractoire au point M et dirigée toujours dans le sens du mouvement (de même sens que la vitesse $\vec{V}$).
- $\vec{n}$: Vecteur unitaire normal à la trajectoire au point M et dirigé vers le centre de courbure de la trajectoire.

4.3. Expression de l'accélération $\vec{a}$ dans le repère de Frenet (Repère du point) :



$$\vec{a} = a_T.\vec{u} + a_n.\vec{n} \quad \text{et } a = ||\vec{a}|| = \sqrt{a_u^2 + a_u^2}$$

$a_T = \frac{dV}{dt}$:accélération tangentielle

$a_n = \frac{V^2}{\varphi}$:accélération normale

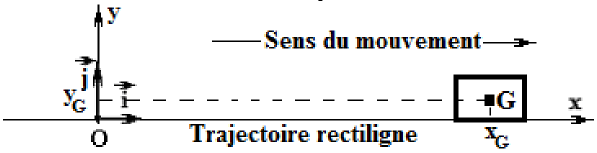
φ : rayon de courbure

NB :
Dans le cas d'un mouvement circulaire le rayon de courbure φ est identique au Rayon R de la trajectoire circulaire

Mouvement Rectiligne (MR)

1. Définition :

Le mouvement rectiligne est tout mouvement dont la trajectoire est une droite ou une portion de droite



Vecteur position $\overrightarrow{OG}$:

$$\overrightarrow{OG} = x_G.\vec{i} + y_G.\vec{j} \text{ ou } \overrightarrow{OM}\begin{pmatrix} x_G \\ y_G = C^{te} \end{pmatrix}$$

Au cours de son mouvement rectiligne l'abscisse x_G du point G varie mais son ordonnée y_G est invariant (reste constante $y_G = C^{te}$)

Vecteur vitesse $\vec{V}_G$:

$$\vec{V}_G = V_x.\vec{i} + V_y.\vec{j} \text{ ou } \vec{V}_G\begin{pmatrix} V_x = \frac{dx_G}{dt} \\ V_y = \frac{dy_G}{dt} = 0 \end{pmatrix}$$

Le vecteur vitesse est toujours parallèle à l'axe Ox donc parallèle à la trajectoire

$$V = \left\|\vec{V}\right\| = \sqrt{V_x^2} = |V_x| : \text{module du vecteur vitesse}$$

Caractéristique du vecteur vitesse :

- Origine : le point G
- Direction : parallèle à la trajectoire rectiligne
- Sens :
  - Si $V_x > 0$ alors le vecteur vitesse est orienté dans le sens positif
  - Si $V_x < 0$ alors le vecteur vitesse est orienté dans le sens négatif
- Intensité (module ou valeur) : V_G

Vecteur accélération $\vec{a}_G$:

$$a_G = a_x.\vec{i} + a_y.\vec{j} \text{ ou } \vec{a}_G\begin{pmatrix} a_x = \frac{dV_x}{dt} \\ a_y = \frac{dV_y}{dt} = 0 \end{pmatrix}$$

Le vecteur accélération est toujours parallèle à l'axe Ox donc parallèle à la trajectoire

$$a_G = \left\|\vec{a}_G\right\| = \sqrt{a_x^2} = |a_x| : \text{module du vecteur vitesse}$$

Caractéristique du vecteur accélération :

- Origine : le point G
- Direction : parallèle à la trajectoire rectiligne
- Sens :
  - Si $a_x > 0$ alors le vecteur accélération est orienté dans le sens positif
  - Si $a_x < 0$ alors le vecteur accélération est orienté dans le sens négatif
- Intensité (module ou valeur) : a_G

NB :

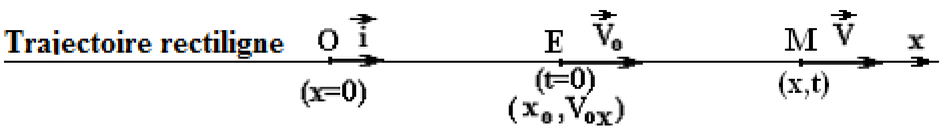
Dans un mouvement rectiligne, vaux mieux choisir l'axe (Ox par exemple) parallèle (ou bien confondu) à la trajectoire

Le vecteur vitesse est parallèle à l'axe Ox et $V_y=0$

Le vecteur accélération est parallèle à l'axe Ox et $a_y=0$

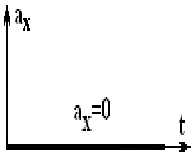
2. Mouvement rectiligne uniforme (MRU) :

Le mouvement du centre d'inerte est rectiligne uniforme si la trajectoire est rectiligne et si le vecteur vitesse est constant $\vec{V}_G = \overrightarrow{C^{te}}$

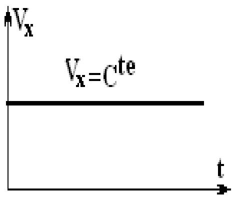


Mouvement rectiligne uniforme (MRU)

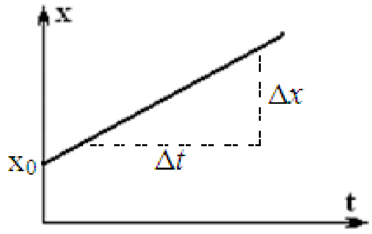
L'accélération est nulle
$a_x = 0$



La vitesse est constante
$V=C^{te}$



Equation horaire du mouvement
$x(t) = V_x.t + x_0$



$V_x = \frac{\Delta x}{\Delta t}$: la vitesse du mobile

x_0 : L'abscisse à l'origine des temps(t=0)

Enregistrement

La distance parcourus pendant le même intervalle de temps τ est une constante

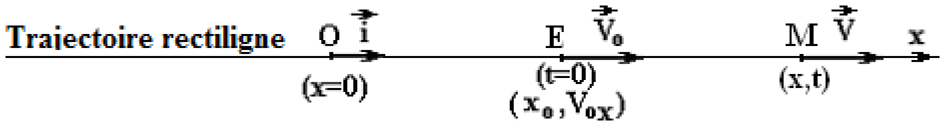
$M_iM_{i+1} = C^{te}$

La vitesse est une constante et se calcule juste une fois

$$V_{M_i} = \frac{M_{i-1}M_{i+1}}{2.\tau}$$

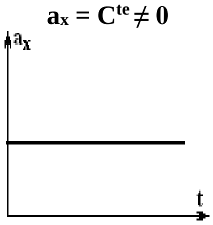
3. Mouvement rectiligne uniformement varié (MRUV)

Le mouvement du centre d'inerte est rectiligne uniforme si la trajectoire est rectiligne et si le vecteur accélération est constant $\vec{a}_G = \overrightarrow{C^{te}}$

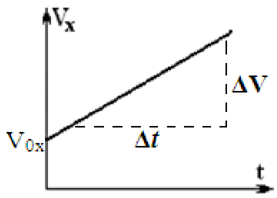


Mouvement rectiligne uniformement varié (MRUV)

L'accélération est Constante non nulle
$a_x = C^{te} \neq 0$



La vitesse est constante
$V_x(t) = a_x.t + V_{0x}$

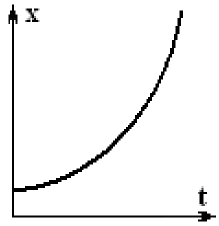


$$a_x = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

V_{0x} : la coordonnée du vecteur vitesse sur l'axe Ox à l'instant t= 0

Equation horaire du mouvement

$$x(t) = \frac{1}{2}.a_x.t^2 + V_{0x}.t + x_0$$



V_{0x} : la coordonnée du vecteur vitesse sur l'axe Ox à l'instant t= 0

x_0: l'abscisse à l'instant t= 0

Enregistrement

La distance entre deux points successifs varie

$M_iM_{i+1} \neq C^{te}$

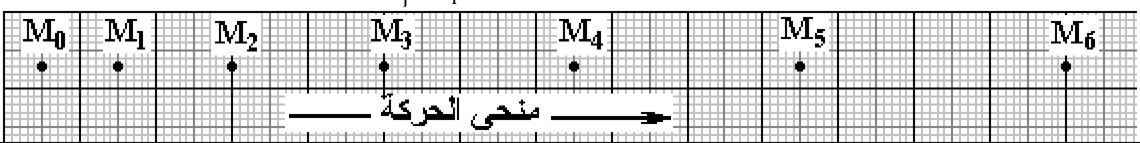
La vitesse varie

$$V_{M_i} = \frac{M_{i-1}M_{i+1}}{2.\tau}$$

⁂ Comment calculer l'accélération à partir d'un enregistrement

L'accélération se calcul entre deux points M_i et M_j et $\Delta t = t_j - t_i = n.\tau$ avec n : un nombre multiple de τ entre les points M_i et M_j

$$a_x = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V_j - V_i}{t_j - t_i} = \frac{V_j - V_i}{n.\tau}$$



La vitesse au point M_1 : $V_1 = \frac{M_0M_1}{2.\tau} = \frac{2.5\,10^{-2}}{2.50\,10^{-3}} = 0.25 m/s$	La vitesse au point M_2 : $V_2 = \frac{M_1M_2}{2.\tau} = \frac{3.5\,10^{-2}}{2.50\,10^{-3}} = 0.35 m/s$	La vitesse au point M_3 : $V_3 = \frac{M_2M_4}{2.\tau} = \frac{4.5\,10^{-2}}{2.50\,10^{-3}} = 0.45 m/s$

Calcul de l'accélération :

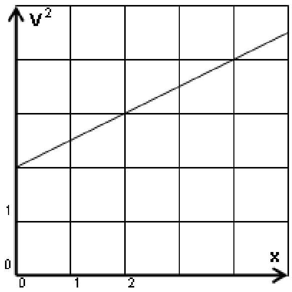
$$a_x = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V_3 - V_1}{t_3 - t_1} = \frac{V_3 - V_1}{\tau} = \frac{0.45 - 0.25}{2.50\,10^{-3}} = 2 m/s^2$$

$$a_x = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V_3 - V_2}{t_3 - t_2} = \frac{V_3 - V_2}{\tau} = \frac{0.45 - 0.35}{50\,10^{-3}} = 2 m/s^2$$

⁂ Comment exploiter la courbe $V^2=f(x)$ et déterminer l'accélération

La fonction $V^2=f(x)$ est une fonction affine et $V^2 = A.x + B$

Rappel : $\mathbf{V} = \frac{dx}{dt}$ et $\mathbf{a_G} = \frac{dV}{dt}$ et $(f^n)' = n.f^{n-1}.f'$



Pour déterminer l'accélération a_G

Derivée la fonction $V^2 = A.x + B$	Expression de la vitesse $V = \sqrt{A.x + B}$
$2.V.\frac{dV}{dt} = A.\frac{dx}{dt}$ $2.V.a_G = A.V$ $2.a_G = A$ $a_G = \frac{1}{2}.A$	$a_G = \frac{dV}{dt} = \frac{1}{2}.\frac{A.\frac{dx}{dt}}{\sqrt{A.x+B}} = \frac{1}{2}.A$ $a_G = \frac{1}{2}.A$

⁂ Déterminer la distance entre deux points A et B de l'axe Ox

$$x_A = \frac{1}{2}.a_x.t_A^2 + V_{0x}.t_A + x_0 \quad \text{et} \quad x_B = \frac{1}{2}.a_x.t_B^2 + V_{0x}.t_B + x_0$$

$AB = x_B - x_A$

$$= \left(\frac{1}{2}.a_x.t_B^2 + V_{0x}.t_B + x_0\right) - \left(\frac{1}{2}.a_x.t_A^2 + V_{0x}.t_A + x_0\right)$$

$$= \frac{1}{2}.a_x.(t_B^2 - t_A^2) + V_{0x}.(t_B - t_A)$$

On remarque que x_0 se simplifie

⁂ Montrer que $V_B^2-V_A^2=2.a_x.(x_B-x_A)$:

On a : $x(t) = \frac{1}{2}.a_x.t^2 + V_{0x}.t + x_0$ et $V_x(t) = a_x.t + V_{ox}$

On détermine l'expression du temps t dans l'expression de la vitesse Vx(t) et on la remplace dans x(t)

$V_x(t) = a_x.t + V_{ox}$ alors $t = \frac{V_x(t)-V_{0x}}{a_x}$

On remplace t dans x(t) et $x(t) = \frac{1}{2}.a_x.\left(\frac{V_x(t)-V_{0x}}{a_x}\right)^2 + V_{0x}.\frac{V_x(t)-V_{0x}}{a_x} + x_0$ et :

$$x(t) - x_0 = \frac{1}{2}.\frac{(V_x(t)-V_{0x})^2}{a_x} + V_{0x}.\frac{V_x(t)-V_{0x}}{a_x}$$

$$= \frac{1}{2}.\frac{1}{a_x}.[(V_x(t)-V_{0x})^2 + 2.V_{0x}.(V_x(t)-V_{0x})]$$

$$= \frac{1}{2}.\frac{1}{a_x}.[V_x(t)^2 - 2.V_x(t).V_{0x} + V_{0x}^2 + 2.V_{0x}.V_x(t) - 2.V_{0x}^2]$$

$$= \frac{1}{2}.\frac{1}{a_x}.[V_x(t)^2 - {V_{0x}}^2]$$

d'où $V_x(t)^2 - V_{0x}^2 = 2.a_x.(x(t) - x_0)$ ou ${V_x}^2 - V_{0x}^2 = 2.a_x.(x - x_0)$

Pour le point A :	Pour le point B :
${V_A}^2 - V_{0x}^2 = 2.a_x.(x_A - x_0)$	${V_B}^2 - V_{0x}^2 = 2.a_x.(x_B - x_0)$

Et si on fait la différence entre expression on aboutit à :

$$[{V_B}^2 - V_{0x}^2] - [{V_A}^2 - V_{0x}^2] = [2.a_x.(x_B - x_0)] - [2.a_x.(x_A - x_0)]$$

Alors $V_B^2-V_A^2=2.a_x.(x_B-x_A)$

Les lois de Newton

1. Forces intérieures et Forces extérieures

- Préciser le système a étudié
- Les **forces extérieures** dues à des interactions avec des objets qui n'appartiennent pas au système.
- Les **forces intérieures** dues à des interactions entre les constituants du système.

2. Référentiels galiléens

- Un référentiel galiléen est un référentiel dans lequel la première loi de Newton (Principe d'inertie) est vérifiée
- Soit R, un référentiel galiléen. Tout référentiel R' en translation rectiligne uniforme par rapport à R est considéré comme un référentiel galiléen
- **Référentiel de Copernic :** L'origine du référentiel de Copernic est au centre de masse du système solaire (composé du Soleil, et des objets célestes gravitant autour de lui). Ses axes pointent vers des étoiles lointaines fixes.
- **Référentiel héliocentrique :** L'origine du référentiel est au centre du soleil. Ses axes pointent vers des étoiles lointaines fixes.
- **Référentiel géocentrique :** Il est centré sur le centre de la terre. Ses trois axes pointant sur les mêmes étoiles fixes que le repère de Copernic.
- **Référentiel terrestre :** Il est en mouvement de rotation uniforme par rapport au référentiel géocentrique

3. La 1^{ere} loi de Newton (Principe d'inertie)

$\sum \vec{F} = \vec{0}$ **: le système est isolé ou pseudo isolé**

On peut en déduire que $\vec{a}_G = \vec{0}$ **et** $\vec{V}_G = \overrightarrow{C^{te}}$ par conséquent :

- Le mobile est au repos (immobile) $V_G = 0$
- Le centre de gravité du mobile est en mouvement rectiligne uniforme $V_G = Cte \neq 0$

Énonce : Dans un référentiel galiléen un système ponctuel isolé ou pseudo-isolé est soit immobile ou animé d'un mouvement rectiligne uniforme

NB :
Un **solide isolé** mécaniquement n'est soumis à aucune force. Un **solide pseudo-isolé** mécaniquement est soumis à des forces qui se compensent à chaque instant.

4. La 2eme loi de Newton (Théorème de centre d'inertie TCI)

$$\sum \vec{F} = m.\vec{a}_G$$

Enoncé : dans un référentiel galiléen, la somme vectorielle des force extérieures exercées sur un système ponctuel est égale au produit de la masse du système par le vecteur accélération $\vec{a}_G$ de son centre de gravité

Lorsque $\sum \vec{F}ext = m.\vec{a}_G = \vec{0}$ alors $\vec{a}_G = \frac{d\vec{v}_G}{dt} = 0$: le vecteur $\vec{v}_G$ est constant. On retrouve le principe d'inertie.

Remarque :
L'accélération du centre d'inertie G d'un solide est toujours colinéaire à la somme des forces appliquées

5. La 3eme loi de Newton (Principe d'action et de réaction ou principe des actions réciproques)

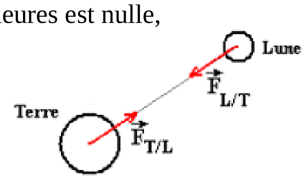
Enoncé : si un système A exercé une force $\vec{F}_{A/B}$ sur un système B alors le système B exerce aussi sur le système A une force $\vec{F}_{B/A}$ ayant même droite d'action, même valeur, même direction mais un sens opposé et donc : $\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}$

La 3eme loi de Newton

- Est valable pour tous les états de mouvement ou de repos d'un mobile
- Est valable pour toutes les forces, qu'elles s'exercent à distance où par contact.
- Permet d'écrire que, dans un système matériel, la somme des forces intérieures est nulle,

Exemple :
L'action mutuelle entre la lune et la terre

$$\vec{F}_{L/T} = -\vec{F}_{T/L}$$



⁂ Comment exploiter la 2eme loi de Newton

En règle générale, la 2eme loi de Newton sert à déterminer le mouvement d'un point matériel ou d'un système de points, connaissant les forces qui s'appliquent à ce point.

Pour résoudre un problème de dynamique en utilisant la 2eme loi de Newton, la méthode est toujours la même :

1. Préciser le système à étudier
2. Faire le bilan de toutes les forces qui agissent sur le point matériel étudié (ou le centre d'inertie de l'objet étudié).
   2.1. Forces de contact
   2.2. Forces à distance
3. Faire un schéma précis et suffisamment grand pour pouvoir y représenter (tant que c'est possible) toutes les forces dont les caractéristiques bien connues.
   Exemples : le poids $\vec{P}$ et $\vec{R}$ la réaction d'un plan quand les frottements sont négligeables
4. Choisir un référentiel galiléen. Il faut toujours préciser le référentiel d'étude, c'est fondamental

NB :
Attention pour les mouvements rectilignes et le repère de Frenet pour les mouvements curvilignes

5. Ecrire la relation vectorielle de la 2eme loi de Newton $\sum \vec{\mathbf{F}} = \mathbf{m}.\vec{\mathbf{a}}_\mathbf{G}$
6. Projeter chacune de ces forces sur les axes du référentiel (Se rappeler de la définition de la projection d'un vecteur sur un axe d'un référentiel)
   NB : La relation entre vecteur est bien identique à la relation entre composantes sur les axes
   6.1. Sur l'axe Ox : $\sum \mathbf{F_x} = \mathbf{m}.\mathbf{a_x}$
   6.2. Sur l'axe Oy : $\sum \mathbf{F_y} = \mathbf{m}.\mathbf{a_y}$
7. Répondre !!!

Remarque :
La projection peut se faire sur un axe ou l'autre ou les deux à la fois, ça dépend de la nature de la question (pas de priorité pour le choix de l'axe Ox)

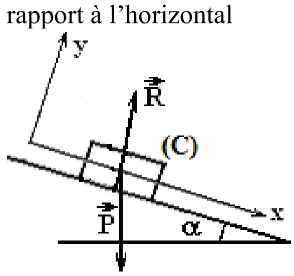
Applications :

❖ **Exemple 1 :**

Le mouvement d'un mobile de masse m, et **sans frottement**, sur un plan incliné d'un angle α par rapport à l'horizontal

Système : Le corps (C)

Bilan des forces :
- $\vec{R}$: La réaction du plan incliné
- $\vec{P}$: Le poids du corps (C)



En appliquant la 2eme loi de newton $\sum \vec{\mathbf{F}} = \mathbf{m}.\vec{\mathbf{a}}_\mathbf{G}$

D'où : $\vec{\mathbf{R}} + \vec{\mathbf{P}} = \mathbf{m}.\vec{\mathbf{a}}_\mathbf{G}$

Projetons sur les axes

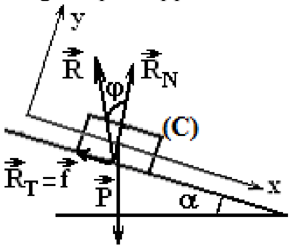
Sur Ox :	Sur Oy :
(1) $R_x + P_x = m.a_x$	(2) $R_y + P_y = m.a_y$
$R_x = 0$: $\vec{\mathbf{R}}$ est perpendiculaire à l'axe Ox	$R_y = R$: est $\vec{\mathbf{R}}$ est parallèle à l'axe Oy
$P_x = P.\sin(\alpha) = m.g.\sin(\alpha)$	$P_y = - P.\cos(\alpha) = - m.g.\cos(\alpha)$
	$\mathbf{a_y = 0}$: Le mouvement est rectiligne sur Ox
On remplace dans l'équation (1)	On remplace dans l'équation (2)
$m.g.\sin(\alpha) = m.a_x$	$R - m.g.\cos(\alpha) = 0$
$\mathbf{a_x = g.\sin(\alpha)}$	$R = m.g.\cos(\alpha)$

❖ **Exemple 2 :**

Le mouvement d'un mobile de masse m, et **avec frottement**, sur un plan incliné d'un angle α par rapport à l'horizontal

Système : Le corps (C)

Bilan des forces :
- $\vec{R}$: La réaction du plan incliné
- $\vec{P}$: Le poids du corps (C)



En appliquant la 2eme loi de newton $\sum \vec{F} = \mathbf{m}.\vec{a}_G$

d'où : $\vec{R} + \vec{P} = \mathbf{m}.\vec{a}_G$

Projetons sur les axes :

Sur Ox :

(1) $R_x + P_x = m.a_x$

$R_x = -f = -R_T = -R.\sin(\varphi)$: $\vec{R}$ est incliné sur l'axe Ox

$P_x = P.\sin(\alpha) = m.g.\sin(\alpha)$

On remplace dans l'équation (1)

$m.g.\sin(\alpha) - f = m.a_x$

$m.g.\sin(\alpha) - R.\sin(\varphi) = m.a_x$

$$\mathbf{a_x = g.\sin(\alpha) - \frac{f}{m}}$$

$$\mathbf{a_x = g.\sin(\alpha) - \frac{R}{m}.\sin(\varphi)}$$

Sur Oy :

(2) $R_y + P_y = m.a_y$

$R_y = R_N = R.\cos(\varphi)$: $\vec{R}$ est incliné sur l'axe Oy

$P_y = -P.\cos(\alpha) = -m.g.\cos(\alpha)$

$\mathbf{a_y = 0}$: Le mouvement est rectiligne sur Ox

On remplace dans l'équation (2)

$R_y - m.g.\cos(\alpha) = 0$

$R_y = m.g.\cos(\alpha)$

$R.\cos(\varphi) = m.g.\cos(\alpha)$

$$\mathbf{R = m.g.\frac{\cos(\alpha)}{\cos(\varphi)}}$$

Conclusion :

Sur ox on a : $a_x = g.\sin(\alpha) - \frac{R}{m}.\sin(\varphi)$ et sur l'axe Oy : $R = m.g.\frac{\cos(\alpha)}{\cos(\varphi)}$ et $\frac{R}{m} = g.\frac{\cos(\alpha)}{\cos(\varphi)}$

$$a_x = g.\sin(\alpha) - \frac{R}{m}.\sin(\varphi) = g.\sin(\alpha) - g.\frac{\cos(\alpha)}{\cos(\varphi)}.\sin(\varphi)$$

$$a_x = g.\cos(\alpha)\left(\frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} - \frac{\sin(\varphi)}{\cos(\varphi)}\right) = g.\cos(\alpha)\,(\tan(\alpha) - \tan(\varphi))$$

⁂ Comment déterminer l'accélération $\vec{a}_G$

$$a_x = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

La 2eme loi de Newton

$$\sum \vec{F} = \mathbf{m}.\vec{a}_G$$

Phrase

La vitesse varie de 2m/s pendant 400ms

$\Delta t = 400ms$ et $\Delta V = 2m/s$

$$a_x = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{2}{400\ 10^{-3}} = 5m/s^2$$

Enregistrement

L'accélération se calcul entre M_i et M_j

$\Delta t = tj - ti = n.\tau$

n : un nombre multiple de τ entre M_i et M_j

$$a_x = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V_j - V_i}{t_j - t_i} = \frac{V_j - V_i}{n.\tau}$$

Equation horaire

$$\mathbf{x(t) = \frac{1}{2}.a_x.t^2 + V_{0x}.t + x_0}$$

$$\mathbf{V_x(t) = a_x.t + V_{ox}}$$

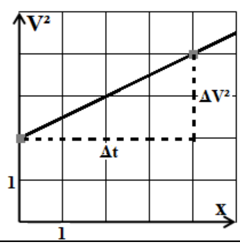
Expression V²=A.x+B

$$2.V.\frac{dV}{dt} = A.\frac{dx}{dt}$$

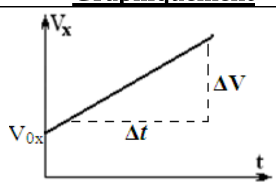
$2.V.a_G = A.V$

$2.a_G = A$

$$a_G = \frac{1}{2}.A \text{ et } A = \frac{\Delta V^2}{\Delta t}$$



Graphiquement



$$a_x = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

Attention à la lecture sur les deux axes

Mouvement de projectile dans un champ de pesanteur

- Le projectile est soumis à l'unique action de son poids $\vec{P} = m.\vec{g}$
- Les deux vecteurs $\vec{P}$ et $\vec{g}$ ont le même sens et la même direction (les deux vecteurs sont colinéaires)
- La 2eme loi de newton $\sum\vec{F} = m.\vec{a}_G$ d'où $\vec{P} = m.\vec{g} = m.\vec{a}_G$ donc $\vec{\mathbf{a}}_{\mathbf{G}} = \vec{\mathbf{g}}$
- Les deux vecteurs $\vec{\mathbf{a}}_{\mathbf{G}}$ et $\vec{g}$ ont les mêmes caractéristiques

1. Caractéristique du vecteur accélération $\vec{a}_G$

Origine : Le point G

Direction :
- La droite verticale
- La même direction que $\vec{\mathbf{g}}$ **(**même direction que le poids $\vec{\mathbf{P}}$**)**

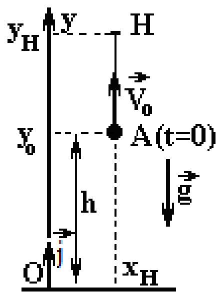
Sens :
- Vers le bas
- Le même sens que $\vec{\mathbf{g}}$ **(**même sens que le poids $\vec{\mathbf{P}}$**)**

Intensité : $a_G=g$

2. Chute libre verticale :

Le vecteur vitesse $\vec{\mathbf{V}}_{\mathbf{G}}$ et le vecteur accélération $\vec{\mathbf{a}}_{\mathbf{G}}$ sont parallèles

2.1. Coordonnées de $\vec{a}_G$ vecteur accélération :



$$\mathbf{a_y = -g = C^{te}}$$

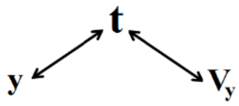
A l'instant t= 0

$$y_0=h \quad \text{et} \quad V_{0y}=V_0$$

2.2. Nature du mouvement sur l'axe Oy

$a_y= -g = C^{te}$: Le mouvement est rectiligne uniformément varié sur l'axe Oy

$$\mathbf{y = -\frac{1}{2}.g.t^2 + V_0.t + y_0}$$
$$\mathbf{V_y = -g.t + V_0}$$



2.3. Nature du mouvement

Le mouvement du mobile est rectiligne uniformément variée

2.4. La flèche :

La flèche est l'altitude H la plus élevée atteinte par le projectile

- Au point H la composante de la vitesse est nulle $V_{Hy}=0$

$\mathbf{V_y = -g.t_H + V_0 = 0}$ d'où $\mathbf{t_H = \frac{V_0}{g}}$: l'instant d'arrivée au point H et o remplace dans y(t)

$$y_H = -\frac{1}{2}.g.\left(\frac{V_0}{g}\right)^2 + V_0.\frac{V_0}{g} + y_0 = \frac{1}{2}.\frac{V_0^2}{g} + y_0$$

y_H: Ordonnée du point H

$$\text{d'où } AH = y_H - y_0 = \frac{1}{2}.\frac{V_0^2}{g}$$

⁂ **Exploiter les équations horaires avec une ou plusieurs informations**

Au point A	• y(A)=h • L'instant de passage par le point A est $t_A = 2.t_H = \frac{2.V_0}{g}$ • La vitesse de passage par le point A est V_0

Au point O	• y(O) = 0

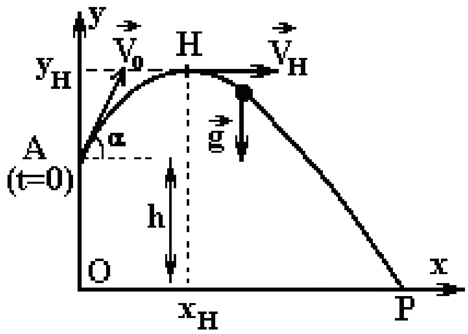
3. Chute libre parabolique :

Le vecteur vitesse $\vec{V}_G$ et le vecteur accélération $\vec{a}_G$ ne sont pas parallèles

3.1. Coordonnées de $\vec{a}_G$ vecteur accélération :

$$\vec{a}_G = \vec{g} \text{ et } \vec{a}_G \begin{pmatrix} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{pmatrix}$$

A l'instant t= 0 on a $\vec{V}_H \begin{pmatrix} V_{0x} = V_0.\cos\alpha \\ V_{0y} = V_0.\sin\alpha \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} x_A = 0 \\ y_A = y_0 = h \end{pmatrix}$



3.2. Nature du mouvement sur les deux axes

a_x=0 : Le mouvement est rectiligne uniforme sur l'axe Ox

$$\mathbf{x = V_0.\cos\alpha.t + x_0}$$

a_y= -g = C^{te} : Le mouvement est rectiligne uniformément varié sur l'axe Oy

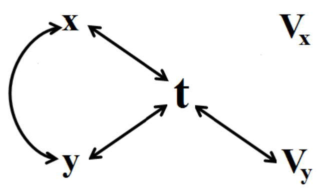
$$\mathbf{y = -\frac{1}{2}.g.t^2 + V_0.\sin\alpha.t + y_0}$$

$$\mathbf{V_y = -\,g.t + V_0.\sin\alpha}$$

3.3. Equation de la trajectoire

$$\mathbf{y = -\frac{1}{2}.\frac{g}{V_0^2.\cos^2\alpha}.x^2 + x.\tan\alpha + y_0}$$

Conclusion : Le mouvement est plan et la trajectoire est parabolique



$$\mathbf{V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}}$$

3.4. La flèche :

La flèche est l'altitude de la plus élevée atteinte par le projectile

$$\vec{V}_H \begin{pmatrix} V_{Hx} = V_{0x} \\ V_{Hy} = 0 \end{pmatrix} \quad \text{Ou} \quad \left(\frac{dy}{dx}\right)_H = 0$$

- Au point H la composante de la vitesse est nulle V_{Hy}=0
- On exploite aussi les vitesses au point A et H (par le T.E.C)

$$\mathbf{V_A = V_0 \quad et \quad V_H = V_0.\cos\alpha}$$

- Au point H

$$\mathbf{V_y = -\,g.t + V_0.\sin\alpha = 0} \text{ d'ou } \mathbf{t_H} = \frac{\mathbf{V_0.\sin(\alpha)}}{\mathbf{g}}$$

- Les coordonnées de le flèche (H)

$$x_H = \frac{1}{2}.\frac{V_0^2.\sin(\alpha).\cos(\alpha)}{g} = \frac{V_0^2.\sin(2.\alpha)}{g} = \text{ et } y_H = \frac{1}{2}.\frac{V_0^2.\sin^2(\alpha)}{g} + y_0$$

3.5. La portée :

La portée est la distance maximale parcourue par le projectile et est caractérisée par le point d'impact P où y_B=0

Les coordonnées du point P : $P\begin{pmatrix} x_p = OP \\ y_p = 0 \end{pmatrix}$

- Les coordonnées de $\vec{V}_P$ vecteur vitesse au point P

$$\vec{V}_P \begin{pmatrix} V_{px} = V_{0x} = V_0.\cos\alpha \\ V_{py} = -g.t_P + V_0.\sin\alpha \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad V_P = \sqrt{(V_0.\cos\alpha)^2 + (-g.t_P + V_0.\sin\alpha)^2}$$

- L'angle θ que fait la vitesse $\vec{V}_P$ avec la verticale

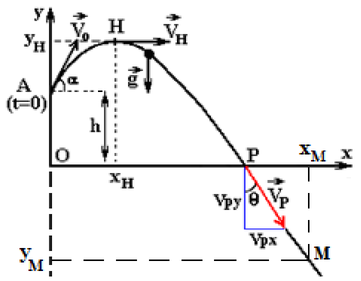
$$\tan\theta = \frac{V_{px}}{V_{py}} \quad \text{ou} \quad V_{0x} = V_{px} \text{ alors } V_p.\sin\theta = V_0.\cos\alpha$$

Les coordonnées du point P

$$y_p = 0 \text{ et } x_P = \frac{V_0^2\sin(2\alpha)}{g} = 2.x_H$$

La portée est maximale si $\alpha = \frac{\pi}{4}$

⁂ Exploiter les équations horaires et l'équation de la trajectoire avec une ou plusieurs informations



H : Flèche

La flèche est l'altitude de H la plus élevée atteinte par le projectile

$$\vec{V}_H\begin{pmatrix} V_{Hx} = V_{0x} \\ V_{Hy} = 0 \end{pmatrix} \quad \text{Ou} \quad \left(\frac{dy}{dx}\right)_H = 0$$

- Au point H la composante de la vitesse est nulle $V_{Hy}=0$
- On exploite aussi les vitesses au point A et H (par le T.E.C)

$V_A=V_0$ et $V_H=V_0.\cos\alpha$

Exploiter les coordonnés d'un point spécifique

Le point M est caractérisé par ses coordonnées

$$M\begin{pmatrix} x_M = \cdots \\ y_M = \ldots \end{pmatrix}$$

Du texte ou d'un graphe on peut exploiter soit
- L'abscisse x_M
- L'ordonnée y_M
- Ou bien les deux à la fois
- L'instant t_M d'arrivée au point M

P : portée

- **La portée est la distance maximale parcourue par le projectile et est caractérisée par le point d'impact P où y_B = 0**

$$P\begin{pmatrix} x_p = OP \\ y_p = 0 \end{pmatrix}$$

- Les coordonnées du vecteur vitesse au point P

$$\vec{V}_P\begin{pmatrix} V_{px} = V_{0x} = V_0.\cos\alpha \\ V_{py} = a_y.t + V_0.\sin\alpha \end{pmatrix}$$

$$V_p = \sqrt{V_{px}^2 + V_{py}^2} = \sqrt{(V_0.\cos\alpha)^2 + (a_y.t + V_0.\sin\alpha)^2}$$

- L'angle θ que fait la vitesse $\vec{V}_P$ avec la verticale

$$\tan\theta = \frac{V_{px}}{V_{py}}$$

ou $V_{0x}=V_{px}$ alors $V_p.\sin\theta = V_0.\cos\alpha$

La 2^eme loi de Newton

$$\sum \vec{F} = m.\vec{a}_G$$

↓

Les coordonnées du vecteur accélération $\vec{a}_G$

$$\vec{a}_G\begin{pmatrix} a_x = \cdots \\ a_y = \ldots \end{pmatrix}$$

↓

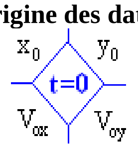
La nature du mouvement sur les axes

$a_y= C^{te} \neq 0$ Le Mouvement est rectiligne uniformément varié sur l'axe Oy	↓	$a_x= 0$ Le Mouvement est rectiligne uniforme sur l'axe Ox

Les equations horaires sur les axes

$V_y = a_y.t + V_{0y}$ $y(t) = \frac{1}{2}.a_y.t^2 + V_{0y}.t + y_0$	↓	$V_x= C^{te} = V_{0x}$ $x(t) = V_x.t + x_0$

Préciser le point origine des dates et déterminer

$V_{0y}= \ldots$ $y_0 = \ldots$		$V_x= V_{0x} =\ldots$ $x_0 = \ldots$

En déduire l'expression littéraire des équations horaires

↓

Equation de la trajectoire

De l'équation $x = V_x.t + x_0$, On trouve t et $\frac{x-x_0}{V_x}$ à remplacer dans y(t)

$$y = -\frac{1}{2}.a_y.\left(\frac{x-x_0}{V_x}\right)^2 + V_0.\left(\frac{x-x_0}{V_x}\right) + y_0$$

↓

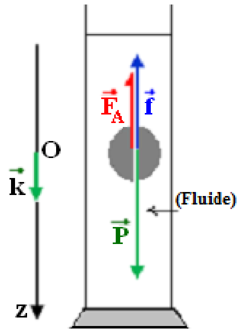
La nature du mouvement

Le mouvement est plan et la trajectoire est parabolique

CHUTE VERTICALE AVEC FROTTEMENT

Le mobile est soumis à trois forces

- Poids : $\vec{P} = m.\vec{g} = m.g.\vec{k}$
- Poussée d'Archimède : $\vec{F}_A = -m_f.g.\vec{k}$ avec m_f : masse du fluide déplacé
- Forces de frottements fluide : $\vec{f} = -k.v_G^n.\vec{k}$ avec k est une constante



Caractéristiques des forces :

	Direction :	Sens :	Intensité :	Composante sur Oz
$\vec{P}$	La verticale (parallèle à l'axe Oz)	Vers le bas	P = m.g	$P_z = m.g$
$\vec{F}_A$		Vers le haut	$F_A = m_f.g$	$F_{Az} = - m_f.g$
$\vec{f}$		Vers le haut	$f = k.V^n$	$f_z = - k.V^n$

Equation différentielle vérifiée par la vitesse :

On applique alors la deuxième loi de Newton : $\sum \vec{F} = m.\vec{a}_G$

$$\vec{P} + \vec{F}_A + \vec{f} = m.\vec{a}_G$$

En projetant la relation vectorielle sur l'axe vertical Oz dirigé vers le bas :

$$P_z + F_{Az} + f_z = m.a_z \quad \text{et} \quad P - F_A - f = m.a_z \quad \text{d'où} \quad m.g - m_f.g - k.V^n = m.a_z$$

On obtient alors l'expression : $m\,g - m_f.g - k.v^n = m\frac{dv}{dt}$

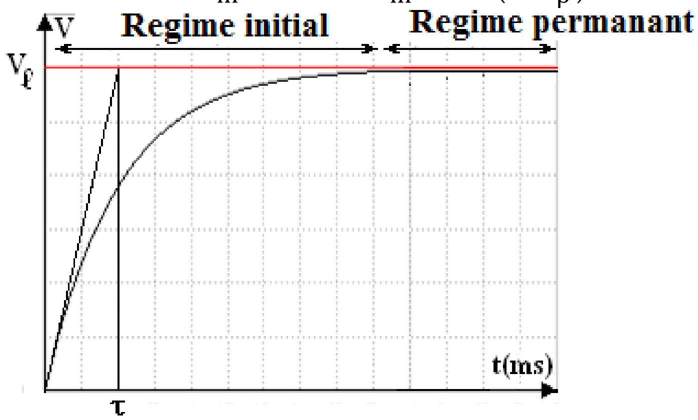
$$g.(m - m_f) - k.v^n = m\frac{dv}{dt} \quad \text{et par suite} \quad \frac{dv}{dt} = g.\frac{m - m_f}{m} - \frac{k}{m}.v^n \text{ : Equation différentielle}$$

L'équation différentielle s'écrit sous la forme $\frac{dv}{dt} = B - A.v^n$ avec $A = g.\frac{m - m_f}{m} = g.(1 - \frac{m_f}{m})$ et $B = \frac{k}{m}$

Remarque :

On considère une sphère de masse volumique ρ, de volume V ($m = \rho.V$) en mouvement dans un fluide de masse volumique ρ_0 ($m_f = \rho_0.V$)

$$A = g.\frac{m - m_f}{m} = g.\left(1 - \frac{m_f}{m}\right) = g\left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right)$$



Au cours d'une chute verticale avec frottement, le mouvement du centre d'inertie G du solide peut se décomposer en deux phase :

- Le régime initial ou transitoire, pendant lequel :
  - La vitesse v_G augmente.
  - La valeur f de la force de frottement fluide augmente
  - L'accélération a_G diminue.
- Le régime asymptotique ou permanent, pendant lequel
  - La vitesse v_G est égale à une vitesse constante v_ℓ.
  - La valeur f de la force de frottement fluide est constante
  - L'accélération a_G est nulle.

$$\frac{dv}{dt} = A - B.v_G^n$$

Le régime initial	**Le régime permanent**	**Graphiquement**
$v_G = 0$ et $\frac{dv}{dt} = A - B.v_G^n = A$	La vitesse $v_G = v_\ell = C^{te}$. $\frac{dv}{dt} = A - B.v_\ell^n = 0$ d'où $A = B.v_\ell^n$ et $v_\ell^n = \frac{A}{B}$ et $v_\ell = \sqrt[n]{\frac{A}{B}}$	A $t = \tau$, La tangente à la courbe v(t) à t=0 et l'asymptote v= v_ℓ se croisent donc $V_\ell = a_0.\tau$ a_0 : le coefficient directeur de la tangente à la courbe v(t) à l'instant t=0 alors $a_0 = A$

⁂ RESOLUTION NUMERIQUE PAR LA METHODE D'EULER.

La méthode d'Euler est une méthode numérique **itérative** qui permet d'évaluer, à intervalles de temps réguliers, différentes valeurs approchées à partir des conditions initiales.

Il faut pour cela connaître :

- L'équation différentielle du mouvement $\frac{dv}{dt} = A - B.v_G^n$.
- Les conditions initiales v_0.
- Le pas de résolution Δt ; $\Delta t = t_{i+1} - t_i$.

On peut déterminer les grandeurs cinétiques (vitesses et accélérations) par :

- ✓ L'équation différentielle à l'instant t_i : $a_i = \frac{dv}{dt} = A - B.v_i^n$ (pour le même point : connaitre la vitesse d'un point c'est déterminer son accélération et réciproquement).
- ✓ L'expression de la vitesse : $V_{i+1} = V_i + a_i\,\Delta t$ (d'un point M_i vers un autre M_{i+1} : Connaitre la vitesse et l'accélération d'un point M_i on peut déterminer la vitesse du point suivant M_{i+1}).

$$\begin{array}{lll} t_0 = 0 & V_0 = 0 & \longrightarrow a_0 = A - B.(V_0)^n = A \\ t_1 = t_0 + \Delta t & V_1 = V_0 + a_0\,\Delta t & \longrightarrow a_1 = A - B.(V_1)^n \\ t_2 = t_1 + \Delta t & V_2 = V_1 + a_1\,\Delta t & \longrightarrow a_2 = A - B.(V_2)^n \end{array}$$

THEOREME DE L'ENERGIE CINETIQUE

1. Energie cinétique :

Tout corps de masse m en mouvement avec une vitesse V possède de l'énergie cinétique du fait de son mouvement

$$Ec = \frac{1}{2} m. V^2 \text{ : Energie cinétique (J)}$$

2. Théorème de l'Energie cinétique (T.E.C) :

$$\Delta Ec_{A \to B} = \sum W_{A \to B}(\vec{F})$$

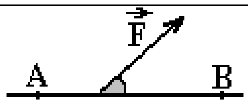
La **variation de l'énergie cinétique** d'un solide de masse m dans un référentiel **galiléen** entre deux points A et B est égale à la somme des travaux des forces extérieures qui s'appliquent sur le système lors de son déplacement de A à B.

3. Travail d'une force constante :

$$W_{A \to B}(\vec{F}) = \vec{F}.\overrightarrow{AB} = F.AB.\cos(\widehat{\vec{F},\overrightarrow{AB}})$$

$(\widehat{\vec{F},\overrightarrow{AB}})$: L'angle entre la direction de la force $\vec{F}$ et la direction du vecteur déplacement $\overrightarrow{AB}$

Le travail de la force $\vec{F}$ est une grandeur algébrique, dépend de l'angle $(\widehat{\vec{F},\overrightarrow{AB}})$

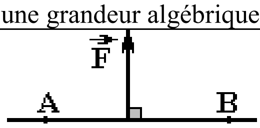


$$0 \leq (\widehat{\vec{F},\overrightarrow{AB}}) < \frac{\pi}{2}$$

$$\cos\left(\widehat{\vec{F},\overrightarrow{AB}}\right) > 0$$

$$W_{A \to B}(\vec{F}) = F.AB.\cos\left(\widehat{\vec{F},\overrightarrow{AB}}\right) > 0$$

Le travail est moteur

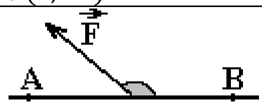


$$(\widehat{\vec{F},\overrightarrow{AB}}) = \frac{\pi}{2}$$

$$\cos\left(\widehat{\vec{F},\overrightarrow{AB}}\right) = 0$$

$$W_{A \to B}(\vec{F}) = F.AB.\cos\left(\widehat{\vec{F},\overrightarrow{AB}}\right) = 0$$

Le travail ni moteur, ni résistant



$$\frac{\pi}{2} < (\widehat{\vec{F},\overrightarrow{AB}}) < \pi$$

$$\cos\left(\widehat{\vec{F},\overrightarrow{AB}}\right) < 0$$

$$W_{A \to B}(\vec{F}) = F.AB.\cos\left(\widehat{\vec{F},\overrightarrow{AB}}\right) < 0$$

Le travail est résistant

4. Travail du poids $\vec{P}$:

$\vec{P}$ est une force constante

$$W_{A \to B}(\vec{P}) = \vec{P}.\overrightarrow{AB} = P.AB.\cos(\vec{P},\overrightarrow{AB})$$

$$W_{A \to B}(\vec{P}) = m.g.(z_A - z_B) = m.g.h$$

Remarque :

Le travail du poids ne dépend pas du trajet parcouru entre A et B : on dit que le poids est une **force conservative**.

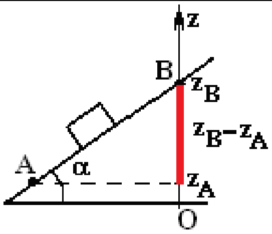
⁂ Etapes à suivre pour déterminer l'expression du travail du poids d'un corps

$$W_{G_1 \to G_2}(\vec{P}) = m.g.(z_1 - z_2)$$

1. Choisir ou déterminer l'axe Oz (Verticale et dirigé vers le haut)
2. Projections sur l'axe Oz : $G_1 \rightarrow Z_1$ et $G_2 \rightarrow Z_2$
3. Déterminer la distance positive $|Z_1 - Z_2|$ entre Z_1 et Z_2 sur l'axe Oz
4. Déterminer l'expression $(Z_1 - Z_2)$ en fonction des données de l'exercice
5. Ecrire l'expression littéraire de travail du poids en fonction des données de l'exercice

Exemples :

❖ **Un mobile sur un plan incliné d'un angle α par rapport à l'horizontal**



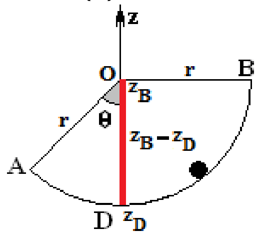
$$W_{A \to B}(\vec{P}) = m.g.(z_A - z_B)$$

- L'axe Oz est choisi en face de l'angle α et passant par le point le plus eloigné (dans ce cas de figure c'est B)
- $Z_B - Z_A = AB.\sin(\alpha)$ d'où $Z_A - Z_B = - AB.\sin(\alpha)$
- $W_{A \to B}(\vec{P}) = -m.g.AB.\sin(\alpha)$

❖ **Un mobile en mouvement sur un trajet circulaire**

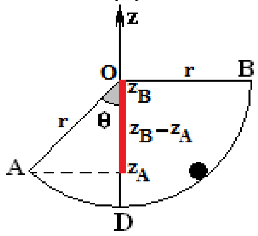
- L'axe Oz est choisi confondu avec la droite verticale passante par le centre O du trajet circulaire

$W_{D\to B}(\vec{P}) = m.g.(z_D - z_B)$



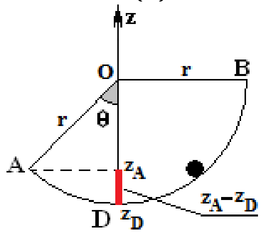
- $Z_B - Z_D = r$
- $W_{A\to B}(\vec{P}) = -m.g.r$

$W_{A\to B}(\vec{P}) = m.g.(z_A - z_B)$



- $Z_B - Z_A = r.\cos(\alpha)$
- $W_{A\to B}(\vec{P}) = -m.g.r.\cos(\alpha)$

$W_{A\to D}(\vec{P}) = m.g.(z_A - z_D)$

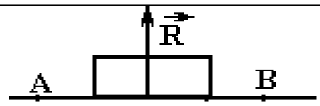


- $Z_A - Z_D = r.(1-\cos(\theta))$
- $W_{A\to B}(\vec{P}) = m.g.r.(1 - \cos(\theta))$

5. Forces de Frottements

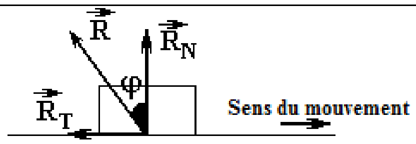
$\vec{R} \neq 0$: Force de frottement

Contact sans Frottement (négligeable) :



$\vec{R}$ est en perpendiculaire au déplacement $\overrightarrow{AB}$. et $W_{A\to B}(\vec{R}) = \vec{R}.\overrightarrow{AB} = 0$

Contact avec Frottement :



$\vec{R}$ incliné sur le plan de contact ($\varphi \neq 0$)
et de sens opposé au sens du mouvement

$\vec{R} = \vec{R}_T + \vec{R}_N$

$\vec{R}_N$: La composante normale (perpendiculaire) au trajet

$\vec{R}_T = \vec{f}$: La composante tangentielle, s'oppose toujours au mouvement

$W_{A\to B}(\vec{R}) = \vec{R}.\overrightarrow{AB} = R.AB.\cos\left(\varphi + \frac{\pi}{2}\right) = -R.AB.\sin(\varphi) = -R.AB < 0$

$k = \tan(\varphi) = \frac{\sin(\varphi)}{\cos(\varphi)} = \left|\frac{R_T}{R_N}\right|$: Coefficient de frottement

$W_{A\to B}(\vec{R}) = \vec{R}.\overrightarrow{AB} = R.AB.\cos(\vec{R},\overrightarrow{AB})$: Travail des forces de frottements

⁂ **Comment exploiter le théorème de l'énergie cinétique T.E.C :**

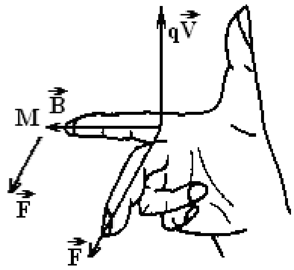
- Faire le bilan des forces agissantes sur le mobile
- Représenter les forces, dont les caractéristiques connues, sur un schéma (tant que c'est possible)
- Ecrire l'expression du travail de chacune des forces en fonction des données de l'exercice
- Ecrire l'expression de ΔEc la variation d'Energie cinétique en fonction des données de l'exercice (souvent soit en fonction de la vitesse ou de l'Energie cinétique)
- Appliquer le T.E.C entre deux instants $\Delta Ec_{A\to B} = \sum W_{A\to B}(\vec{F})$

MOUVEMENT D'UNE PARTICULE CHARGEE DANS UN CHAMP MAGNETIQUE UNIFORME

Force de LORENTZ :

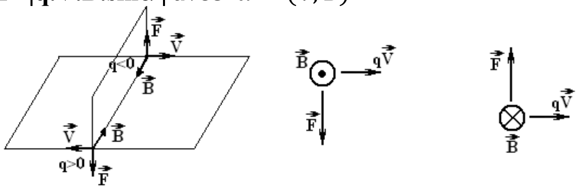
La **force de Lorentz**, ou **force magnétique**, $\vec{F}$ est la force subie par une particule chargée (q) se déplaçant avec une vitesse $\vec{V}$ dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$

$$\vec{F} = q.\vec{V} \wedge \vec{B}$$



Caractéristiques de $\vec{F}$:

- Direction : normale (perpendiculaire) au plan des deux vecteurs $\vec{B}$ et $\vec{V}$
- Sens : déterminer par la règle de la main droite ou la règle des trois doigts de la main droite
- Intensité : **F=|q.V.B.sinα** | avec $\alpha = (\vec{V}, \vec{B})$



NB :

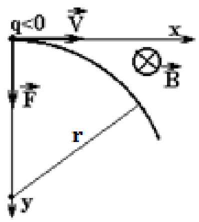
La force magnétique $\vec{F}$ est normale (perpendiculaire) au plan des deux vecteurs $\vec{B}$ et $\vec{V}$ donc :

1. $\vec{F}$ est normale au champ magnétique $\vec{B}$
2. $\vec{F}$ est normale au vecteur vitesse $\vec{V}$ donc :

• $\vec{F}$ est normale à tout instant :	- À la tangente à la trajectoire - À tout déplacement élémentaire $\delta\vec{\ell}$ $W_{1\to2}(\vec{F}) = \sum \delta w(\vec{F}) = 0$: le travail est nul - $P = \vec{F}.\vec{V} = 0$: La puissance est nulle

• En appliquant le T.E.C :	$\Delta E_c = \sum W_{1\to2}(\vec{F}) = W_{1\to2}(\vec{F}) = 0$ - La variation de l'Energie cinétique est nulle - L'énergie cinétique se conserve $Ec = C^{te}$ avec $Ec = \frac{1}{2} m.V^2$

Caractéristiques du vecteur accélération $\vec{a}_G$:



$$\vec{F} = q.\vec{V}\wedge\vec{B} = m.\vec{a}_G \text{ et } \vec{a}_G = \frac{q}{m}.\vec{V}\wedge\vec{B}$$

- Direction : normale (perpendiculaire) au plan des deux vecteurs $\vec{B}$ et $\vec{V}$
- Sens : vers le centre de la trajectoire circulaire
- Intensité : $a_G = \frac{|q|}{m}.V.B$

Mouvement circulaire uniforme :

On applique la 2^{eme} loi de Newton sur le repère de Frénet

$$\sum \vec{F} = m.\vec{a}_G = \vec{F} \text{ et } \vec{F}\binom{Fu = 0}{Fn = F}$$

On projette sur les axes

Sur l'axe $\vec{u}$:

$F_u = m.a_u = 0$ et $a_u = 0$ d'ou $a_u = \frac{dV}{dt} = 0$ on en deduit que $V = C^{te}$ et le mouvement est donc uniforme

Sur l'axe $\vec{n}$

$$F_n = m.a_n = m.|q|.V.B \quad \text{donc} \quad a_n = a_G = \frac{|q|}{m}.V.B$$

Conclusion : L'accélération de la particule dépend de :

- Sa masse et de sa charge
- Module du champ magnétique
- La vitesse

$$a_n = \frac{|q|}{m}.V.B = \frac{V^2}{r}$$

$$r = \frac{m.V}{|q|.B} = \frac{2.Ec}{|q|.V.B} = C^{te}$$

Le mouvement est donc circulaire

$$V = \frac{|q|}{m}.B.r$$

<u>Conclusion :</u>
La vitesse de la particule dépend de sa masse, de sa charge , de sa position dans le champ magnétique et de module du champ magnétique

Le mouvement est donc circulaire uniforme

Toute particule chargée dans un champ magnétique uniforme est animée d'un mouvement circulaire uniforme de rayon r

La vitesse angulaire ω : $V = r.\omega = \frac{2.\pi.r}{T}$

La période : durée nécessaire pour faire un tours complet $T = \frac{2.\pi}{\omega} = \frac{2.\pi.r}{V} = \frac{2.\pi}{V}\frac{m.V}{|q|.B} = \frac{2.\pi.m}{|q|.B}$

<u>NB :</u>

$$Ec = \frac{1}{2}m.V^2 = C^{te} \quad \text{et } r = \frac{m.V}{|q|.B} = \frac{2.Ec}{|q|.V.B} = C^{te}$$

Les isotopes : des atomes du même élément chimique qui ont la même charge q (même Z) mais des masses différentes (diffèrent par A):

- Ont la même énergie cinétique mais des vitesses différentes
- Plus que la masse est élevée plus que la vitesse est réduite (diminue) plus que le rayon est important

MOUVEMENT DES SATELLITES ET PLANETES.

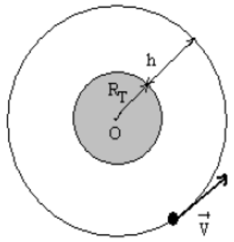
1. Etude du mouvement d'un satellite terrestre.

a - Type de mouvement :

Système : un satellite de masse m, assimilé à un point matériel, situé à une distance du centre de la Terre R= R_T + h et la masse de la terre est M_T

Référentiel : géocentrique supposé galiléen

Bilan des forces : la seule force extérieure qui s'exerce sur le satellite est l'attraction terrestre $\vec{F}$



- La 2eme loi de Newton appliquée au système étudié s'écrit : $\vec{F} = m.\vec{a}$
- L'accélération $\vec{a}$ est **colinéaire à** $\vec{F}$ donc dirigée vers O en tout point de la trajectoire.
- Le mouvement étant circulaire, on peut utiliser un **repère de Frénet**. $\vec{a}$ étant centripète : $\vec{a}_n = \vec{a}$ **et** $\vec{a}_u = \vec{0}$

On a : $a_u = \frac{dv}{dt} = 0$, on en déduit que la vitesse v est constante. Le mouvement est donc **circulaire et uniforme.**

b - Vitesse du satellite

On a : $\vec{a}_n = \frac{1}{m}.\vec{F}$ et par propriété d'un mouvement circulaire uniforme : $a_n = \frac{v^2}{R}$

De plus : $F = G.\frac{m.M_T}{R^2}$ avec R=R_T+h. Finalement, il vient que : $v = \sqrt{\frac{G.M_T}{R}} = \sqrt{\frac{G.M_T}{R_T+h}}$

c - Période de révolution

Par définition $T = \frac{2\pi}{\omega}$ Le mouvement est circulaire uniforme : v=R·ω. Ainsi, $T = \frac{2\pi}{v}.R$

En reprenant l'expression de v, on a : $T = 2\pi.\sqrt{\frac{(R+h)^3}{G.M_T}}$

La période de révolution du satellite **est indépendante de sa masse.** Seule la valeur de l'altitude h détermine T.

Au final : $\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{G.M_T}$ La 3ème loi de Képler est vérifiée : le rapport $\frac{T^2}{R^3}$ ne dépend pas du satellite.

2. Lois de Kepler :

❖ **1er loi de Kepler (1906) : Loi des orbites**

Chaque planète décrit une ellipse dont le centre du Soleil occupe un des foyers.

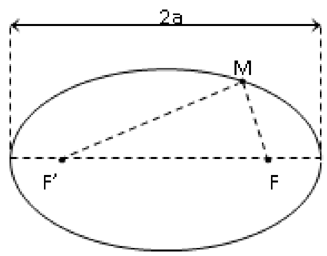
Ellipse dans un plan est un ensemble de points M qui satisfont à la relation :

FM + F'M = 2a

F et F' deux points constantes nommés foyers de l'ellipse

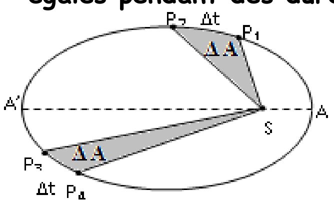
2a : Longueur du grand axe de la trajectoire elliptique

a : est le demi grand axe de la trajectoire elliptique



❖ **2eme loi de Kepler (1906) : Loi des aires**

Le segment de droite (rayon) reliant le centre du Soleil S au centre de la planète P balaie des aires égales pendant des durées égales.



Le segment de droite SP balaie des **aires proportionnelles aux durées mise pour les balayer**

La surface balayée ΔA par le segment SP au cours de son mouvement est proportionnel à la durée du balayage Δt $\quad C = \frac{\Delta A}{\Delta t}$

C : Constante dépendante des planètes

❖ **3eme loi de Kepler (1618) : Loi des périodes**

Le rapport $\frac{T^2}{a^3}$ entre le carré de la période de révolution et le cube du demi grand axe est constant.

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4.\pi^2}{G.M} = Ks = C^{te}$$

Avec K_S : une constante pour toutes les planètes gravitantes autour du soleil, $K_S = 2{,}97.10^{-19}\ s^2.m^{-3}$

3. Mouvement circulaire uniforme :

❖ **Conditions d'un mouvement circulaire uniforme**

Soit un mobile de masse m et que son centre d'inertie G est animé d'un mouvement circulaire uniforme de rayon r .

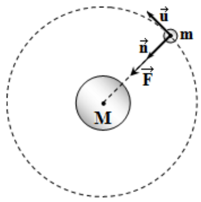
- Soit $\sum \vec{F} = \vec{F}$ la somme des forces agissante sur le mobile
- La 2eme loi de Newton $\vec{F} = m.\vec{a}_G$
- On a $\vec{a}_G = \frac{V^2}{r}.\vec{n}$ vu que Le mouvement est uniforme et $a_u = \frac{dV}{dt} = 0$ donc $\vec{F} = m.\frac{V^2}{r}.\vec{n}$

Conclusion :

Pour que le mouvement du centre d'inertie d'un mobile circulaire uniforme il faut que :

- La somme vectorielle des forces soit centrifuge (dirigée vers le centre)
- Le module de la somme vectorielle des forces est constant et vérifie la relation $F = m.\frac{V^2}{r}$

4. Mouvement planétaire des planètes et satellites :



Soit une planète de masse m décrivant un mouvement circulaire uniforme autour d'une autre planète référentielle de masse M (Le soleil par exemple ou autres planètes)
m en mouvement autour de M : m est le mobile et M est le référentielle
Dans un repère galiléen la planète (m) est soumis à la force gravitationnelle $\vec{F} = G.\frac{m.M}{d^2}.\vec{n} = G.\frac{m.M}{r^2}.\vec{n}$
avec d=r : le rayon de la trajectoire

On applique la 2eme loi de Newton sur le repère de Frénet

$$\sum \vec{F} = m.\vec{a}_G = \vec{F} \text{ et } \vec{F}\begin{pmatrix} Fu = 0 \\ Fn = F \end{pmatrix}$$

On projette sur les axes

Sur l'axe $\vec{u}$

$F_u = m.a_u = 0$ et $a_u = 0$

D'ou $a_u = \frac{dV}{dt} = 0$

$V = C^{te}$

Le mouvement est donc uniforme

Sur l'axe $\vec{n}$

$$F_n = m.a_n = G.\frac{m.M}{r^2} \quad \text{donc} \quad a_n = G.\frac{M}{r^2}$$

Conclusion :

L'accélération de mouvement de la planète mobile (m) :

- Indépendante de sa masse (m)
- Dépend de M la masse de la planète référentielle
- Dépend de la position de (m) par rapport à (M)

$$a_n = G.\frac{M}{r^2} = \frac{V^2}{r}$$

$$r = G.\frac{M}{V^2} = C^{te}$$

et le mouvement est circulaire

$$V^2 = G.\frac{M}{r} \quad \text{et} \quad V = \sqrt{G.\frac{M}{r}}$$

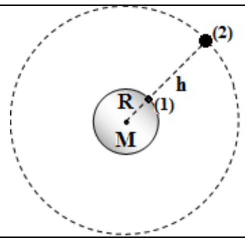
Conclusion :

La vitesse de mouvement de la planète mobile (m) :

- Indépendante de sa masse (m)
- Dépend de M la masse de la planète référentielle
- Dépend de la position de (m) par rapport à (M)

Le mouvement est donc circulaire uniforme

⁂ Expression de l'accélération en deux points

Au niveau du sol (position (1)) : $a_0 = G.\frac{M}{R^2}$		$a_h = a_0.\frac{R^2}{(R+h)^2}$
A une altitude h du sol (position (2)) : $a_h = G.\frac{M}{(R+h)^2}$		

5. Période de révolution

La période de révolution, aussi appelée période orbitale, est la durée mise par un astre pour accomplir une révolution complète autour d'un autre astre (par exemple une planète autour du Soleil ou un satellite autour d'une planète).

$$V = \frac{L}{T} = \frac{2.\pi.r}{T} = \sqrt{G.\frac{M}{r}}$$

L=2.π.r : le périmètre du cercle de rayon r

Et on a $\frac{4.\pi^2.r^2}{T^2} = G.\frac{M}{r}$ d'où $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4.\pi^2}{G.M}$

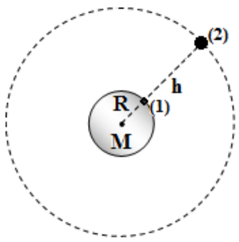
On en déduit que $\frac{T^2}{r^3} = K = C^{te}$ est une constante qui ne dépend que de la masse la planète référentielle et concorde bien avec la 3eme lo de Kepler

Et la période de révolution T est $T = \sqrt{\frac{4.\pi^2}{G.M}.r^3} = 2.\pi\sqrt{\frac{r^3}{G.M}}$

⁂ Expression de la periode en deux points

Au niveau du sol (position (1)) :

$$T_1 = \sqrt{\frac{4.\pi^2}{G.M}.R^3}$$



$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{(R+h)^3}{(R)^3}} = \sqrt{(\frac{R+h}{R})^3}$$

A une altitude h du sol (position (2)) :

$$T_2 = \sqrt{\frac{4.\pi^2}{G.M}.(R+h)^3}$$

Cas particuliers

Cas	Rayon	Accélération	Vitesse	Période
Terre autour du soleil	$r = r_S + h$ h : altitude de la terre par rapport au soleil	$a_n = G.\frac{M_S}{r^2}$	$V = \sqrt{\frac{G.M_S}{r}}$	$T = 2.\pi\sqrt{\frac{r^3}{G.M_S}}$
Lune autour de la terre	$r = r_T + h$ h : altitude de la lune par rapport à la terre	$a_n = G.\frac{M_T}{r^2}$	$V = \sqrt{\frac{G.M_T}{r}}$	$T = 2.\pi\sqrt{\frac{r^3}{G.M_T}}$

6. La satellisation

Lancer un corps dans l'espace avec une vitesse lui permettant de décrire, autour de la terre un mouvement circulaire uniforme et sous le seul effet de la force d'attraction qu'exerce la terre sur lui et se fait en deux étapes :

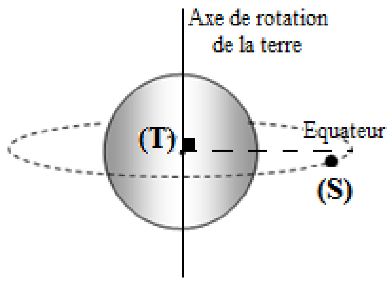
- Porter le satellite loin de la terre (à une hauteur h >200 km) ou la pesanteur est presque nulle (Eviter le frottement fluide)
- Libérer le satellite avec une vitesse $\vec{V_0}$ normale au rayon Rs de sa trajectoire et de module $v_0 = \sqrt{\frac{G.m_T}{r_T+h}}$

7. Les satellites géostationnaires

Les satellites géostationnaires : **des satellites fixes (*stationnaire*) par rapport à la terre (*géo*).**

Pour que ce soit le cas, il faut que

- Ils décrivent un **mouvement circulaire uniforme** dans un plan perpendiculaire à l'axe des pôles terrestres. Ils évoluent donc dans un **plan contenant l'équateur**.
- Qu'ils **tournent dans le même sens que la terre** autour de l'axe de ses pôles.
- Leur **période de révolution soit exactement égale à la période de rotation de la terre** autour de l'axe de ces pôles (24h).



On peut calculer l'altitude à laquelle le satellite doit se situer pour satisfaire cette dernière condition :

_ Utilisons l'expression de la période à ce satellite :

$$T = 2.\pi\sqrt{\frac{r^3}{G.M_T}} \text{ avec } r=r_T + h \text{ donc } T = 2.\pi\sqrt{\frac{(r_T+h)^3}{G.m_T}} \text{ d'où } r = \sqrt[3]{\frac{G.M_T.T^2}{4.\pi^2}} = r_T + h \text{ et } h = \sqrt[3]{\frac{G.M_T.T^2}{4.\pi^2}} - r_T = 36000Km$$

NB :

On peut considérer que P = F و a_G=g

MOUVEMENT DE ROTATION

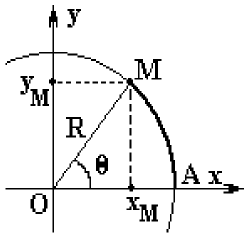
1. Définition :

Un mouvement de rotation est tout mouvement qu'effectue un corps autours d'un axe fixe (Δ) selon une trajectoire circulaire de rayon R autour de cet axe.

2. Repérage d'un point du mobile :

On peut déterminer la position d'un point M en mouvement le long d'un trajet circulaire de rayon R soit par :

- Les coordonnées cartésiennes (x , y) dans un référentiel (Oxy)
  x=R.cos(θ) et y=R.sin(θ) avec R=OM
- L'abscisse angulaire θ tel que $\boldsymbol{\theta} = (\widehat{\mathbf{Ox}, \mathbf{OM}})$
- L'abscisse curvilignes S(t) et c'est l'arc AM avec
  $\mathbf{S} = \widehat{\mathbf{AM}} = \mathbf{R}.\boldsymbol{\theta}$ avec **A** :l'origine des abscisses curvilignes **S(A)=0**



NB :

- $\mathbf{(x-a)^2+(y-b)^2=R^2}$: L'équation d'un cercle de rayon R et les cordonnées de son centre (a,b)
- L'angle balayé entre deux instants est **θ=2π.n** ou **Δθ=2π.n** avec n le nombre de tours effectués entre les deux instants

3. Les équations mouvements circulaires

	Mouvement circulaire uniforme	Mouvement circulaire uniformement varié
Accélération angulaire (rad.s⁻²)	Nulle $\ddot{\theta} = 0$	Constante $\ddot{\theta} = C^{te} \neq 0$
Vitesse angulaire (rad.s⁻¹)	Constante $\dot{\theta} = C^{te} \neq 0$	Varie en fonction du temps $\dot{\theta} = \ddot{\theta}.t + \dot{\theta}_0$ Une fonction affine de temps d'où $\ddot{\theta} = \frac{\Delta\dot{\theta}}{\Delta t}$
Abscisse angulaire (rad)	$\theta = \dot{\theta}.t + \theta_0$ Une fonction affine de temps d'où $\dot{\theta} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$	$\theta = \frac{1}{2}\ddot{\theta}.t^2 + \dot{\theta}_0.t + \theta_0$

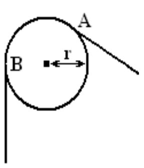
4. Relation entre grandeur linéaire (Translation) et angulaires (Rotation)

NB : **Tous les points d'un solide en rotation** autour d'un axe fixe et à tout moment tourne avec :

- Le même abscisse angulaire θ ou la même variation angulaire $\Delta\theta$
- La même vitesse angulaire $\dot{\theta} = C^{te}$
- La même accélération angulaire $\ddot{\theta} = C^{te}$

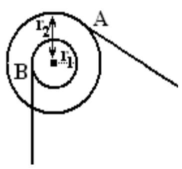
- La relation entre l'abscisse curviligne et l'abscisse angulaire **S=R.θ**
- La relation entre la vitesse linéaire et la vitesse angulaire $\mathbf{V} = \mathbf{R}.\dot{\boldsymbol{\theta}}$
- La relation entre l'accélération tangentielle (linéaire) et l'accélération angulaire $\mathbf{a_u} = \mathbf{a_t} = \frac{\mathbf{dV}}{\mathbf{dt}} = \mathbf{R}.\ddot{\boldsymbol{\theta}}$
- La relation entre l'accélération normale et la vitesse angulaire $\mathbf{a_n} = \frac{\mathbf{V^2}}{\mathbf{R}} = \mathbf{R}.\dot{\boldsymbol{\theta}}^2$

$\mathbf{a_G} = \sqrt{\mathbf{a_t^2} + \mathbf{a_n^2}}$: accélération du mobile en rotation autour d'un axe fixe (Δ)



Les points A et B :

- Parcours les même distances S,
  $S_1=S_2$
- Avec la même vitesse,
  $V_1=V_2$
- Et la même accélération,
  $a_1=a_2$



Les points A et B :

- Parcours des distances différentes
  $\mathbf{S_1=r_1.\theta}$ et $\mathbf{S_2=r_2.\theta}$ d'où $\frac{S_2}{S_1} = \frac{r_2}{r_1}$
- avec des vitesses différentes
  $\mathbf{V_1} = \mathbf{r_1}.\dot{\boldsymbol{\theta}}$ et $\mathbf{V_2} = \mathbf{r_2}.\dot{\boldsymbol{\theta}}$ d'où $\frac{V_2}{V_1} = \frac{r_2}{r_1}$
- Et des accélérations différentes
  $\mathbf{a_1} = \mathbf{r_1}.\ddot{\boldsymbol{\theta}}$ et $\mathbf{a_2} = \mathbf{r_2}.\ddot{\boldsymbol{\theta}}$ d'où $\frac{a_2}{a_1} = \frac{r_2}{r_1}$

5. Centre de masse G d'un système

$$\overrightarrow{\mathbf{OG}} = \frac{\sum \mathbf{m_i}.\overrightarrow{\mathbf{OG_i}}}{\sum \mathbf{m_i}}$$

Le point matériel G_i de masse m_i et distante du point O de OG_i
Le point O est origine d'un système d'axe Oxyz

6. La relation fondamental de la dynamique (RFD)

$$\sum M_\Delta(\vec{F}) = J_\Delta.\ddot{\theta}$$

Dans un référentiel galiléen, la somme des moments des forces , appliquées à un corps en rotation autour d'un axe fixe (Δ) , est proportionnelle à l'accélération angulaire $\ddot{\theta}$ subie par ce corps

J_Δ : moment d'inertie du mobile par rapport à l'axe de rotation (Δ)

⁂ Comment exploiter la relation fondamentale de la dynamique (RFD)

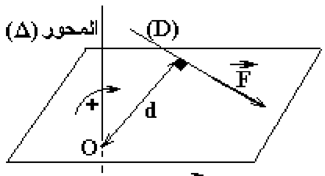
Pour résoudre un problème de dynamique en utilisant la **RFD**, la méthode est toujours la même :

1. Préciser le système à étudier
2. Faire le bilan de toutes les forces qui agissent sur le point matériel étudié (ou le centre d'inertie de l'objet étudié).
   2.1. Forces de contact
   2.2. Forces à distance
3. Faire un schéma précis et suffisamment grand pour pouvoir y représenter (tant que c'est possible) toutes les forces dont les caractéristiques bien connues.
   Exemples : le poids $\vec{P}$ et $\vec{R}$ la réaction de l'axe (Δ)
4. Choisir un sens positif de rotation (Souvent identique au sens de mouvement)
5. Déterminer l'expression du travail de chacune des forces du bilan
6. Appliquer la **RFD**
7. Répondre !!!

7. Moment d'une force par rapport à un axe fixe (Δ)

$$M(\vec{F}_{/\Delta}) = \pm F.d$$

- Préciser l'axe (**Δ**)
- Choisir un sens positif (Souvent dans le sens de mouvement)
- Prolonger (D) la direction (Droite d'action) de la force $\vec{F}$
- Tracer la perpendiculaire à (D) la direction de la force $\vec{F}$ et passant par l'axe (**Δ**)
- Déterminer la distance d entre l'axe (**Δ**) et (D) la direction de la force $\vec{F}$



$M(\vec{F}_\Delta) = +F.d$

NB :

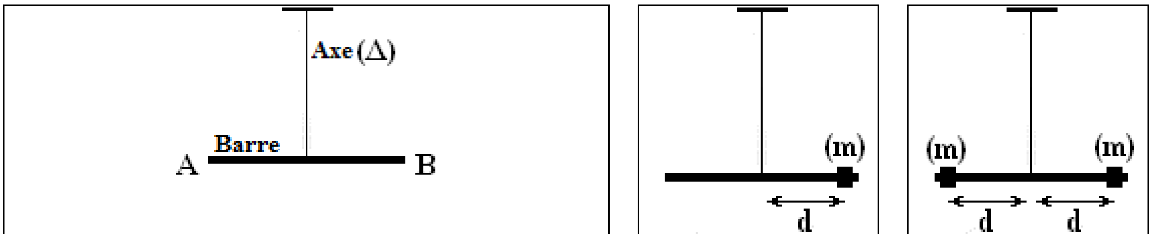
$M(\vec{F}_{/\Delta}) = 0$: le moment d'une force est nul pour toute force dont la direction est parallèle ou sécante l'axe (**Δ**)

8. J_Δ : moment d'inertie du mobile par rapport à l'axe de rotation (Δ)

$J_\Delta = \sum m_i.r_i^2$:

- Moment d'inertie du mobile par rapport à l'axe de rotation (Δ)
- S'exprime en $Kg.m^2$
- Exprime la répartition de la matière autour de l'axe (Δ)
- Varie si :
  - On ajoute des masses au système
  - On modifie la position d'au corps du système (modifier la distance r_i)
  - La position de l'axe (Δ) change

Exemple :



J_0 :Moment d'inertie de la barre par rapport à l'axe (Δ)

$J_1 = J_0 + m.d^2$

$J_\Delta = J_0 + 2.m.d^2$

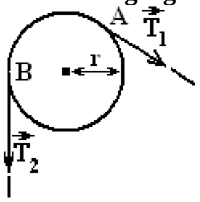
1ère loi de Newton

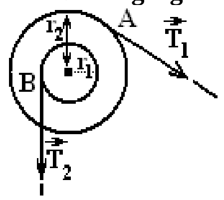
$\sum \vec{F} = \vec{0}$	$\sum M_\Delta(\vec{F}) = 0$
Le centre d'inertie du mobile est au repos (mobile au repos) ou en mouvement rectiligne uniforme	Le mobile est au repos ou en mouvement de rotation uniforme

Cas d'équilibre :

Conditions de l'équilibre

$$\sum \vec{F} = \vec{0} \quad \text{et} \quad \sum M_{\Delta}(\vec{F}) = 0$$

<table>
<tr><th>Poulie unigorge</th><th>Poulie bigorge</th></tr>
<tr><td>

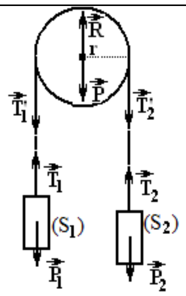
$T_1=T_2$
Donc on évite d'étudier l'équilibre de la poulie</td>
<td>

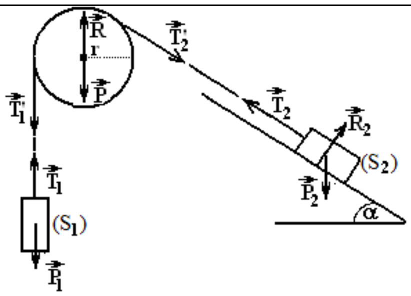
$T_1.r_1= T_2.r_2$
Obligé d'étudier l'équilibre de la poulie</td></tr>
</table>

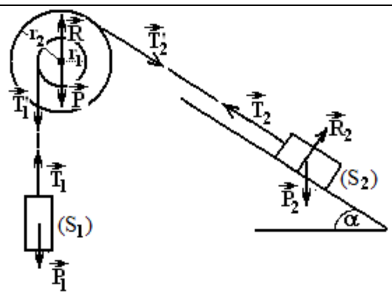
NB :
Ce n'est pas toujours le corps le plus lourds qu'impose le sens de mouvement donc

- Après l'étude de l'équilibre du système on obtient la relation d'équilibre
- On calcul séparément les deux bouts de la relation et le plus grand impose le sens de mouvement

Exemples :

<table>
<tr><td>

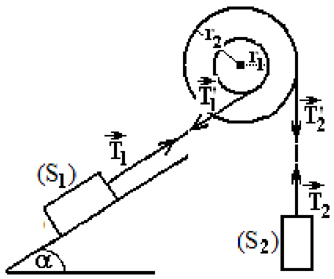
à l'équilibre :
$T_1 = T_2$ et $m_1 = m_2$</td>
<td>

à l'équilibre :
$T_1=T_2$ et $m_1= m_2.\sin(\alpha)$</td>
<td>

à l'équilibre :
$T_1.r_1 = T_2.r_2$ et $m_1.r_1 = m_2.r_2.\sin(\alpha)$</td></tr>
<tr><td colspan="3">On calcul séparément les deux bouts de l'équation et le plus grand impose le sens de mouvement
Exemples</td></tr>
<tr><td>m_1=250g et m_2=350g
$m_1 < m_2$

Le mobile (S_2) se déplace vers le bas</td>
<td>m_1=250g et m_2=350g et α=30°
$m_2.\sin(\alpha)$=350.sin30=175g
$m_1 > m_2.\sin(\alpha)$
Le mobile (S_2) se déplace vers le haut</td>
<td>m_1=250g et m_2=350g et α=30°
et r_1=10cm et r_2=15cm
$m_2.r_2.\sin(\alpha)$=350.0.15.sin30=26.25g
$m_1.r_1$=250.0.10=25g
$m_1.r_1 < m_2.r_2.\sin(\alpha)$
Le mobile (S_2) se déplace vers la bas</td></tr>
</table>

NB :
Parfois, il faut juste bien voir la figure

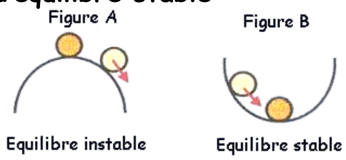


- Déterminer le moment de chacune des deux tensions $\vec{T'}_1$ et $\vec{T'}_2$,
- Si elles ont le même signe c'est que le corps ne peut être en équilibre et le système est en mouvement dans le même sens que les tensions $\vec{T'}_1$ et $\vec{T'}_2$

OSCILLATEURS MECANIQUES

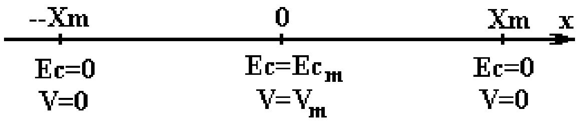
Définition

Oscillateur mécanique : Tout mobile qui effectue un mouvement de va et viens autours de sa position d'équilibre stable



Nous déplaçons légèrement la bille de sa position d'équilibre,

- **La figure A :** elle se met à rouler et ne reviendra pas à sa position de départ. L'équilibre est instable.
- **La figure B :** elle revient dans sa position de départ. L'équilibre est dit stable.



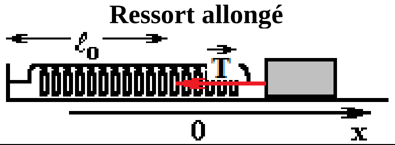
Un pendule élastique, ou **système solide-ressort,** est constitué d'un solide, de masse m , fixé à un ressort ,de longueur initiale ℓ_0 et de raideur K, dont l'autre extrémité est attachée à un point fixe.

ℓ_0	K	$\Delta\ell = \ell - \ell_0$	$T = K.\Delta\ell$
Longueur initiale ℓ_0 **(m)**	Raideur du ressort (N/m)	Allongement du ressort (m)	Tension du ressort (N)

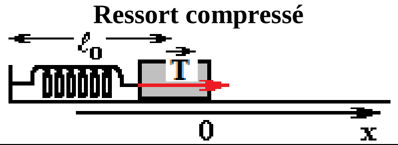
Sens de la tension du ressort $\vec{T}$

La tension $\vec{T}$ du ressort est une force de rappel, ramène le corps toujours à sa position d'équilibre stable

Ressort allongé

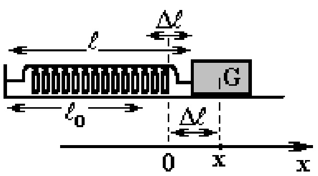


Ressort compressé



Expression de $\Delta\ell$

Ressort horizontal

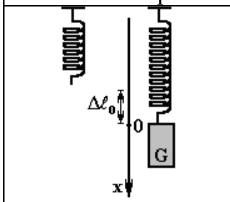
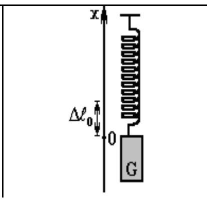
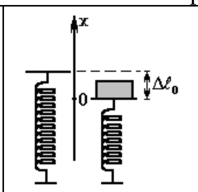
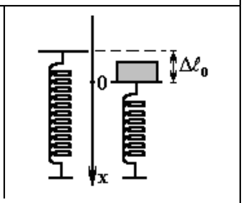


Ressort horizontal initialement non allongé et fixé directement au mobile ou au moyen d'un fil inextensible et de masse négligeable

$\Delta\ell = x$

Ressort vertical ou incliné

On admet que le mouvement du solide est dans le sens positif et on conclut

			
$\Delta\ell = \ell - \ell_0$		$\Delta\ell = \ell_0 - \ell$	
Si le ressort s'allonge alors	Si le ressort se compresse alors	Si le ressort s'allonge alors	Si le ressort se compresse alors
$\Delta\ell = \Delta\ell_0 + x$	$\Delta\ell = \Delta\ell_0 - x$	$\Delta\ell = \Delta\ell_0 - x$	$\Delta\ell = \Delta\ell_0 + x$

NB :

L'axe d'étude est toujours parallèle (voire confondu) avec l'axe du ressort

Par une étude de l'équilibre → On obtient une relation entre constante qui ne varie pas même en mouvement → A exploiter lors de l'étude du mouvement

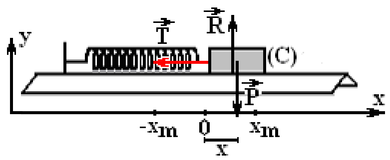
Expression du travail de la tension du ressort $\vec{T}$

$$W_{1\to2}(\vec{T}) = \frac{1}{2}.K.(\Delta\ell_1^2 - \Delta\ell_2^2)$$: Travail de la tension du ressort $\vec{T}$

$\vec{T}$ est une force conservative

Équation différentielle

Un solide, de masse m sur un banc à coussin d'air horizontal, fixé à un ressort à spires non jointives, de longueur initiale ℓ_0 et de raideur K,



Système : Solide (C)

Bilan des forces :

- $\vec{T}$: Tension du ressort
- $\vec{R}$: Réaction du plan horizontal
- $\vec{P}$: Poids du corps (C)

En appliquant la 2^{eme} loi de Newton : $\sum\vec{F} = m.\vec{a}_G$

$$\vec{T} + \vec{R} + \vec{F} = m.\vec{a}_G$$

$$\vec{T}\begin{pmatrix} T_x = -T \\ T_y = 0 \end{pmatrix} \text{ et } \vec{P}\begin{pmatrix} P_x = 0 \\ P_y = -P = -m.g \end{pmatrix} \text{ et } \vec{R}\begin{pmatrix} R_x = 0 \\ R_y = R \end{pmatrix} \text{ et } \vec{a}_G\begin{pmatrix} a_x = \ddot{x} \\ a_y = 0 \end{pmatrix}$$

Sur l'axe Ox : $\mathbf{T_x+R_x+P_x=m.a_x}$

$$-T = m.\ddot{x} \text{ et } -K.\Delta\ell = m.\ddot{x} \text{ et } -K.x = m.\ddot{x} \text{ d'où } -\frac{K}{m}.x = \ddot{x}$$

donc $\ddot{x} + \frac{K}{m}.x = 0$: Equation différentielle de mouvement du centre d'inertie G

L'équation différentielle est de la forme $\ddot{x} + \omega_0^2.x = 0$ avec $\omega_0^2 = \frac{K}{m}$ ou bien $\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m}}$ **(en rad/s)**

Équation horaire ou la solution de l'équation différentielle :

$x = x(t) = Xm.\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}.t + \varphi\right)$ **ou bien** $x=x(t)=X_m.\cos(\omega_0.t+\varphi)$ $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$	avec	**x(t)** : l'abscise (élongation) du point G et varie entre Xm et -Xm $\mathbf{X_m}$: Amplitude ou élongation maximale $\boldsymbol{\omega_0}$: pulsation (rad/s) $\mathbf{T_0}$: la période (s) $\boldsymbol{\omega_0.t+\varphi}$: Phase à l'instant t $\boldsymbol{\varphi}$: Phase à l'origine des temps t=0

Déterminer les constantes X_m , T_0 et φ :

$$x = x(t) = Xm.\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}.t + \varphi\right) \text{ : l'équation horaire}$$

$$V_x = \dot{x}(t) = -Xm.\frac{2\pi}{T_0}.\sin\left(\frac{2\pi}{T_0}.t + \varphi\right) \text{ : l'expression de la composante du vecteur vitesse}$$

NB :

$$x^2 = X_m^2.\cos^2\left(\frac{2\pi}{T_0}.t + \varphi\right) \quad \text{et} \quad \frac{x^2}{X_m^2} = \cos^2\left(\frac{2\pi}{T_0}.t + \varphi\right)$$

$$V^2 = (Xm.\frac{2\pi}{T_0})^2.\sin^2\left(\frac{2\pi}{T_0}.t + \varphi\right) \quad \text{et} \quad \frac{V^2}{\left(Xm.\frac{2\pi}{T_0}\right)^2} = \sin^2\left(\frac{2\pi}{T_0}.t + \varphi\right)$$

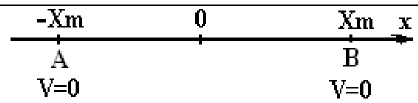
$$\text{Alors } \frac{x^2}{X_m^2} + \frac{V^2}{\left(Xm.\frac{2\pi}{T_0}\right)^2} = 1 \quad \text{donc} \quad x^2 + \frac{V^2}{\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2} = X_m^2$$

Et

$$x^2 + (\frac{T_0}{2\pi})^2V^2 = X_m^2 \quad \text{et} \quad x^2 = X_m^2 - (\frac{T_0}{2\pi})^2V^2 \quad \text{Ou} \quad \frac{V^2}{\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2} = X_m^2 - x^2 \quad \text{et} \quad V^2 = \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2.(X_m^2 - x^2)$$

⁂ **Comment déterminer Xm**

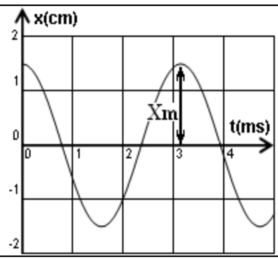
1. **Phrase**



- On écarte le corps de 2cm de sa position d'équilibre et on le libère sans vitesse initiale
  Xm=2cm
- Le corps oscille entre deux points A et B distante de AB=4cm
  Xm = 2cm d'où AB = 2.Xm = 4cm

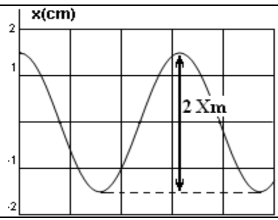
2. **Graphiquement**

2.1. **Par rapport à l'axe temps**



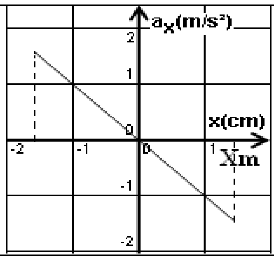
Xm=1.5cm

2.2. **Par rapport aux extremums**



Xm=1.5cm

2.3. De la courbe $a_x=f(x)$



Xm=1.5cm

3. Tableau

Sans aucune indication soit dans un texte ou dans un graphe

t	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
x	2	0	-2	0	2	0

La plus élevé en valeur absolue est Xm

Xm=2cm

⁂ Comment déterminer la pulsation ω_0

1. La fréquence N_0 $\omega_0 = 2\pi.N_0$

2. La période propre T_0 $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$

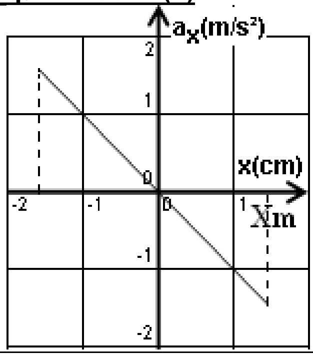
3. De l'équation différentielle

$$\ddot{x} + \omega_0^2.x = 0$$

et $\omega_0^2 = -\frac{\ddot{x}}{x} = -\frac{a_x}{x}$

Donc $\omega_0 = \sqrt{-\frac{a_x}{x}}$

3.1. Graphiquement ax=f(x)



Graphiquement : on choisit un point

Soit x=-1cm et a_x=1m/s²

$$\omega_0 = \sqrt{-\frac{a_x}{x}} = \sqrt{-\frac{1}{-1\ 10^{-2}}}$$

$$\omega_0 = 10 rad/s$$

3.2. D'un tableau

x(cm)	-1.5	-1.0	-0.5	0.5	1.0	1 .5
a_x(m/s²)	1.5	1.0	0.5	-0.5	-1.0	-1 .5
$\omega_0^2 = -\frac{a_x}{x}$	100 (rad/s)²					

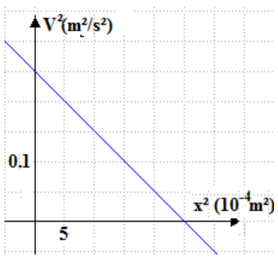
Du tableau on désigne un point

Soit x=-1.5 cm et a_x=1.5m/s²

$$\omega_0 = \sqrt{-\frac{a_x}{x}} = \sqrt{-\frac{1.5}{-1.5\ 10^{-2}}}$$

$$\omega_0 = 10 rad/s$$

4. Graphiquement $V^2=f(x^2)$



$$V^2 = \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2.(X_m^2 - x^2)$$

$$V^2 = \frac{1}{\omega_0^2}.(X_m^2 - x^2)$$

Dans ce cas : X²m=25 10^{-4}m²

Xm=5 10^{-2} m

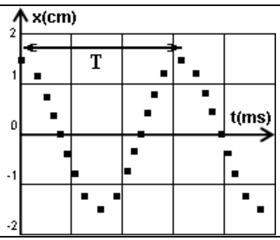
$$\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 = \frac{\Delta V^2}{\Delta x^2} = \frac{0.25 - 0}{(25 - 0).10^{-4}} = 100$$

⁂ Comment déterminer la période propre T_0

1. La fréquence N_0 $T_0 = \frac{1}{N_0}$

2. La pulsation ω_0 $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$

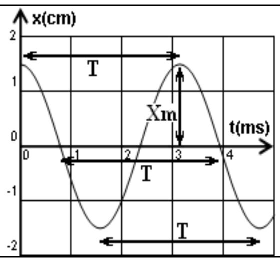
3. Enregistrement



τ : la durée entre l'enregistrement de deux points successifs

T=16.τ

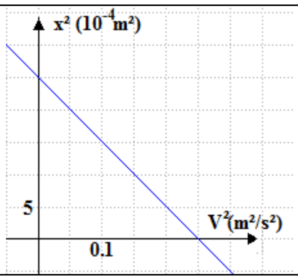
4. Graphiquement x=f(t)



Attention à la lecture et à l'échelle

T_0=3.2ms

5. Graphiquement V²=f(V²)



$$V^2 = \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2.(X_m^2 - x^2)$$

Dans ce cas : $X^2m=25\ 10^{-4}m^2$

$Xm=5\ 10^{-2}$ m

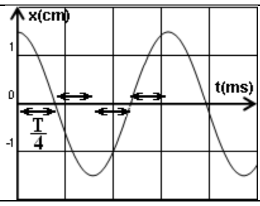
$$\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 = \frac{\Delta V^2}{\Delta x^2} = \frac{0.25-0}{(25-0).10^{-4}} = 100$$

T_0=0.628s

6. Tableau

x(cm)	1.5	0	-1.5
t(ms)	0	0.8	1.6

T=3.2ms



$\frac{T_0}{4}$: durée du trajet entre ±Xm et 0 et réciproquement

$\frac{T_0}{2}$: durée du trajet entre +Xm et -Xm et réciproquement

7. Phrase

Δt : la durée nécessaire pour réaliser n oscillations

Δt=n.T₀

L'oscillateur effectue 10 oscillations pendant 2s

$$T_0 = \frac{\Delta t}{n} = \frac{2}{10} = 0.2s$$

⁂ Comment déterminer la phase à l'origine φ

$$x = x(t) = Xm.\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}.t + \varphi\right)$$: l'équation horaire

$$V_x = \dot{x}(t) = -Xm.\frac{2\pi}{T_0}.\sin\left(\frac{2\pi}{T_0}.t + \varphi\right)$$: l'expression de la composante du vecteur vitesse

V_x et $\sin\left(\frac{2\pi}{T_0}.t + \varphi\right)$ sont opposées (ont des signes différants)

à l'instant t= 0

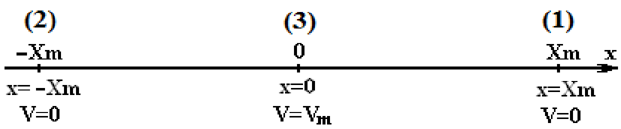
$$x_0 = x(0) = Xm.\cos(\varphi) \quad \text{d'où} \quad \cos(\varphi) = \frac{x(0)}{Xm}$$

$$V_{0x} = V(0) = \dot{x}(0) = -Xm.\frac{2\pi}{T_0}.\sin(\varphi)$$

V_x à l'instant t=0 et $\sin(\varphi)$ sont opposées (ont des signes différants)

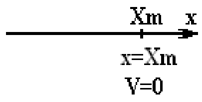
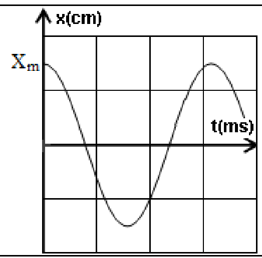
On en conclut que V_x à l'instant t=0 et φ sont opposées aussi

En comparant le sens de mouvement avec le sens positif de l'axe, on détermine le signe de V_x la composante de la vitesse et on en déduit le signe de la phase φ



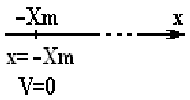
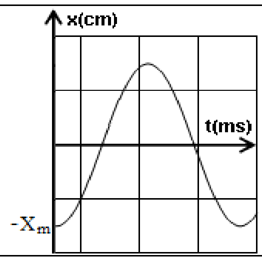
1^{er} cas :

(1) On écarte le corps, dans le sens positif, de Xm de sa position d'équilibre et on le libère sans vitesse initiale à un instant considéré comme origine des temps

	$x(0) = X_m$ $\cos(\varphi) = \frac{x(0)}{Xm} = 1$ d'où $\varphi = 0$	

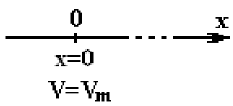
2^{em} cas :

(2) On écarte le corps, dans le sens négatif, de Xm de sa position d'équilibre et on le libère sans vitesse initiale à un instant considéré comme origine des temps

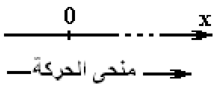
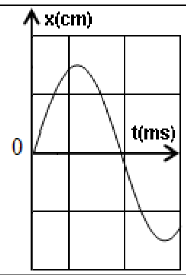
	$x(0) = -X_m$ $\cos(\varphi) = \frac{x(0)}{Xm} = 1$ d'où $\varphi = \pi$	

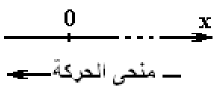
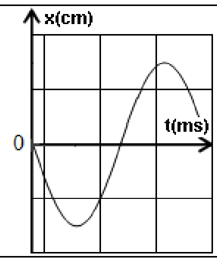
3^{em} cas :

(3) On considère l'instant de passage du corps par sa position d'équilibre comme origine des dates

	$x(0) = 0$ et $\cos(\varphi) = \frac{x(0)}{Xm} = 0$ $\varphi = \pm\frac{\pi}{2}$

On en distingue deux cas :

1. Mouvement est dans le sens positif 	$V_{0x} = -Xm.\frac{2\pi}{T_0}.\sin(\varphi)$ $V_x > 0$ et $\varphi = -\frac{\pi}{2}$	

2. Mouvement est dans le sens négatif 	$V_{0x} = -Xm.\frac{2\pi}{T_0}.\sin(\varphi)$ $V_x < 0$ et $\varphi = \frac{\pi}{2}$	

NB :

- Ecarter un oscillateur dans un sens et le lâcher sans vitesse initiale alors son premier mouvement serais dans le sens inverse
- Le premier passage d'un oscillateur par sa position d'équilibre est équivalent au 3^{eme} et au 5^{eme} passage (tous les nombres impaires)
- Le deuxième passage d'un oscillateur par sa position d'équilibre est équivalent au 4^{eme} et au 6^{eme} passage (tous les nombres paires)
- Il est fortement conseillé d'exploiter l'expression $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$ à chaque fois que le temps est donné en fonction de la période T_0

t	$\frac{T_0}{4}$	$\frac{T_0}{2}$	$3\frac{T_0}{4}$	T_0
$\omega_0.t = \frac{2\pi}{T_0}.t$	$\frac{2\pi}{T_0}.\frac{T_0}{4} = \frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{T_0}.\frac{T_0}{2} = \pi$	$\frac{2\pi}{T_0}.3.\frac{T_0}{4} = 3.\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{T_0}.T_0 = 2.\pi$

ETUDE ENERGETIQUE

Energie du système est la somme des énergies de ses composantes

❖ Energie cinétique Ec :

$$\mathbf{x = Xm.\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}.t+\varphi\right)} \quad \text{et} \quad \mathbf{V_x = -Xm.\frac{2\pi}{T_0}.\sin\left(\frac{2\pi}{T_0}.t+\varphi\right)} \quad \text{et} \quad \mathbf{\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{K}{m}}}$$

$$\mathbf{Ec = \frac{1}{2}m.V^2}$$

$$Ec = \frac{1}{2}m.V^2 \quad = \frac{1}{2}m.(-Xm.\frac{2\pi}{T_0}.\sin\left(\frac{2\pi}{T_0}.t+\varphi\right))^2$$

$$= \frac{1}{2}m.Xm^2.(\frac{2\pi}{T_0})^2.\sin^2\left(\frac{2\pi}{T_0}.t+\varphi\right)$$

$$= \frac{1}{2}m.Xm^2.(\frac{2\pi}{T_0})^2.(1-\cos^2\left(\frac{2\pi}{T_0}.t+\varphi\right)) \qquad ; \ \sin^2(a) = 1 - \cos^2(a)$$

$$= \frac{1}{2}m.Xm^2.(\frac{2\pi}{T_0})^2.(1-\cos^2\left(\frac{2\pi}{T_0}.t+\varphi\right)) \qquad ; \ \omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{K}{m}}$$

$$= \frac{1}{2}K.Xm^2.(1-\cos^2\left(\frac{2\pi}{T_0}.t+\varphi\right))$$

$$= \frac{1}{2}K.Xm^2 - \frac{1}{2}K.Xm^2.\cos^2\left(\frac{2\pi}{T_0}.t+\varphi\right)) \qquad ; x = Xm.\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}.t+\varphi\right)$$

$$= \frac{1}{2}K.Xm^2 - \frac{1}{2}K.x^2$$

$$= \frac{1}{2}K.(Xm^2 - x^2)$$

--Xm	0	Xm x
Ec=0 V=0	Ec=Ec_m V=V_m	Ec=0 V=0

- Si x=Xm ou x=-Xm alors l'énergie cinétique est nulle donc la vitesse est nulle et l'oscillateur s'arrête et change le sens de son mouvement
- Si x= 0 alors l'oscillateur passe par sa position d'équilibre et son énergie cinétique est maximale et sa vitesse l'est aussi

❖ Energie potentielle Ep :

L'énergie potentielle (de position), définie à une constante arbitraire près, ne dépend que de la position du corps dans l'espace.

❖ Energie potentielle élastique Ep_e

$$\mathbf{Ep_e = \frac{1}{2}.K.\Delta\ell^2 + C}$$

La constante C est déterminé à partir d'un cas référentiel de l'énergie potentielle Ep_e=0

Si le pendule élastique est horizontal alors $\Delta\ell$ =x alors

$$\mathbf{Ep_e = \frac{1}{2}.K.x^2 + C}$$

On considère le plan vertical passant par la position d'équilibre comme repère de l'énergie potentielle élastique x=0 et Ep_e =0 d'où C=0 alors

$$\mathbf{Ep_e = \frac{1}{2}.K.x^2}$$

❖ Energie potentielle de pesanteur Ep_p

$$\mathbf{Ep_p=m.g.Z.+C}$$

La constante C est déterminé à partir d'un cas référentiel de l'énergie potentielle Ep_p =0

On considère le plan vertical passant par la position d'équilibre comme repère de l'énergie potentielle élastique z=0 et Ep_p=0 d'où C=0 alors

$$\mathbf{Ep_p=m.g.Z}$$

NB :
Pour un pendule élastique horizontal Ep_p=0

Conclusion : $\mathbf{Ep = \frac{1}{2}.K.x^2}$

$$\mathbf{On\ a\ x = Xm.\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}.t+\varphi\right)\ alors\ Ep = \frac{1}{2}K.Xm^2.\cos^2\left(\frac{2\pi}{T_0}.t+\varphi\right)}$$

❖ Expression de la variation de l'énergie potentielle ΔEp

ΔEp_e : Variation de l'énergie potentielle élastique

$$\mathbf{\Delta Ep_e = \frac{1}{2}.K.(\Delta\ell_2^2 - \Delta\ell_1^2) = -W_{1\to2}(\vec{T})}$$

ΔEp_p : Variation de l'Energie potentielle de pesanteur

$$\mathbf{\Delta Ep_p = m.g.(Z_2 - Z_1) = -W_{1\to2}(\vec{P})}$$

❖ Energie mécanique Em :

L'énergie mécanique est la somme de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle, Em = Ec + Ep

$$\mathbf{Em = \frac{1}{2}.m.V^2 + \frac{1}{2}.K.x^2 + C}$$

Pour les conditions décrites avant on peut écrire

$$\mathbf{Em = \frac{1}{2}.m.V^2 + \frac{1}{2}.K.x^2}$$

❖ Théorème de l'Energie mécanique

$$\Delta Em = \sum W_{1\to2}(\vec{F}_{NC})$$

La variation de l'énergie mécanique du système est égale à la somme de tous les travaux de toutes les forces extérieures non conservatives s'exerçant sur le système entre deux points (1) et (2)

NB :

Forces conservatives toutes les forces dont le travail ne dépend que de la position initiale et de la position finale

$\vec{T}$: Tension d'un ressort	$\vec{P}$: Poids d'un corps
$W_{1\to2}(\vec{T}) = \frac{1}{2}.K.(\Delta\ell_1^2 - \Delta\ell_2^2)$	$W_{1\to2}(\vec{P}) = m.g.(Z_1 - Z_2)$

❖ Conservation de l'énergie mécanique

$$\Delta Em = \sum W_{1\to2}(\vec{F}_{NC})$$

Dans le cas d'un pendule élastique horizontal

$$\Delta Em = \sum W_{1\to2}(\vec{F}_{NC}) = W_{1\to2}(\vec{R}) = 0$$

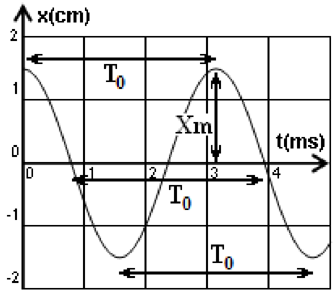
$\Delta E_m = 0$

Donc $E_m = C^{te}$

x= Xm.cos(ω0.t+φ)

ou $\mathbf{x = Xm.\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}.t + \varphi\right)}$

La courbe x=f(t) est sinusoïdale non amortit



Oscillateur libre et harmonique

Equation différentielle

$$\ddot{x} + \frac{K}{m}.x = 0$$

Ou

$$\ddot{x} + \omega_0^2.x = 0$$

$$\frac{dE_m}{dt} = 0$$

$$Em = \frac{1}{2}.m.V^2 + \frac{1}{2}.K.x^2 + C$$

$$\frac{dE_m}{dt} = \frac{1}{2}.m.\left(2.V.\frac{dV}{dt}\right) + \frac{1}{2}.K.\left(2.x.\frac{dx}{dt}\right)$$

$$= m.\left(V.\frac{dV}{dt}\right) + K.\left(x.\frac{dx}{dt}\right)$$

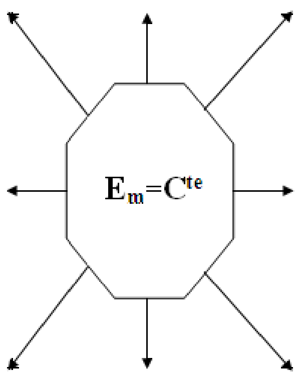
$$= m.\left(\frac{dx}{dt}.\frac{d^2x}{dt^2}\right) + K.\left(x.\frac{dx}{dt}\right)$$

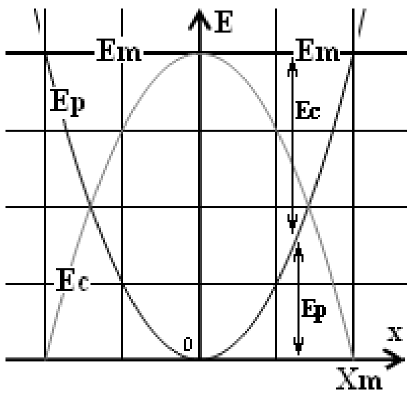
$$= m.\left(\frac{dx}{dt}.\frac{d^2x}{dt^2}\right) + K.\left(x.\frac{dx}{dt}\right)$$

$$= m.\frac{dx}{dt}.\left(\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{K}{m}.x\right)$$

$$= m.V.\left(\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{K}{m}.x\right) = 0$$

D'où $\mathbf{\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{K}{m}.x = 0}$ ou $\mathbf{\ddot{x} + \frac{K}{m}.x = 0}$





- Au point x=Xm on a $Em = Ep_{max}$
- Au passage par la position d'equilibre x=0 on a $Em = Ec_{max}$

à exploiter à x=0 ou $V=V_m$

$$Em = \frac{1}{2}.m.V_m^2$$

Se calcul souvent à $x=X_m$ ou V=0

$$Em = \frac{1}{2}.K.X_m^2$$

$\mathbf{E_m = Ec + Ep = C^{te}}$

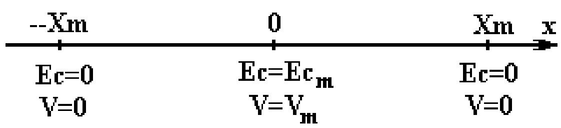
L'énergie cinétique se transforme en énergie potentielle et réciproquement

$$Em = Ec + Ep = \frac{1}{2}.m.V^2 + \frac{1}{2}.K.x^2$$

$$\mathbf{x = Xm.\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}.t + \varphi\right)}$$

$$\mathbf{V_x = -Xm.\frac{2\pi}{T_0}.\sin\left(\frac{2\pi}{T_0}.t + \varphi\right)}$$

$$Em = \frac{1}{2}.K.X_m^2 = \frac{1}{2}.m.V_m^2$$



Ep = Em – Ec

$$Ep = \frac{1}{2}.m.V_m^2 - \frac{1}{2}.m.V^2$$

$$Ep = \frac{1}{2}.m.(V_m^2 - V^2)$$

Ec = Em – Ep

$$Ec = \frac{1}{2}.K.X_m^2 - \frac{1}{2}.K.x^2$$

$$Ec = \frac{1}{2}.K.(X_m^2 - x^2)$$

❖ Expression des énergies

$$\mathbf{x = Xm.\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}.t+\varphi\right)} \quad \text{et} \quad \mathbf{V_x = -Xm.\frac{2\pi}{T_0}.\sin\left(\frac{2\pi}{T_0}.t+\varphi\right)} \quad \text{et} \quad \mathbf{\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{K}{m}}}$$

$$Ec = \frac{1}{2}m.V^2 = \frac{1}{2}m.\left(-Xm.\frac{2\pi}{T_0}.\sin\left(\frac{2\pi}{T_0}.t+\varphi\right)\right)^2 = \frac{1}{2}m.\left(Xm.\frac{2\pi}{T_0}\right)^2.\sin^2\left(\frac{2\pi}{T_0}.t+\varphi\right) = \frac{1}{2}K.Xm^2.\sin^2\left(\frac{2\pi}{T_0}.t+\varphi\right)$$

$$Ep = \frac{1}{2}K.x^2 = \frac{1}{2}K.Xm^2.\cos^2\left(\frac{2\pi}{T_0}.t+\varphi\right)$$

$$Em = \frac{1}{2}.K.X_m^2 = \frac{1}{2}.m.V_m^2$$

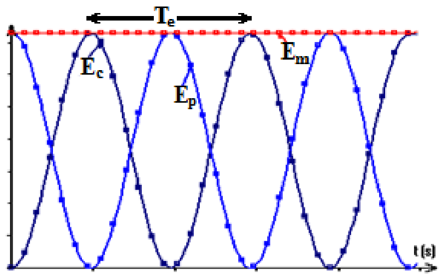
❖ La période des énergies

Energie potentielle élastique

$$Ep = \frac{1}{2}K.x^2 = \frac{1}{2}K.Xm^2.\cos^2\left(\frac{2\pi}{T_0}.t\right) \quad ; \; 2.\cos^2x = 1+\cos(2.x)$$

$$Ep = \frac{1}{4}K.Xm^2.\left(1+\cos\left(\frac{4\pi}{T_0}.t\right)\right)$$

$$Ep = \frac{1}{4}K.Xm^2.\left(1+\cos\left(\frac{2\pi}{T_e}.t\right)\right)$$



Energie cinétique

$$Ec = \frac{1}{2}K.Xm^2.\sin^2\left(\frac{2\pi}{T_0}.t+\varphi\right) \quad ; \; 2.\sin^2x = 1-\cos(2.x)$$

$$Ec = \frac{1}{4}K.Xm^2.\left(1-\cos\left(\frac{4\pi}{T_0}.t\right)\right)$$

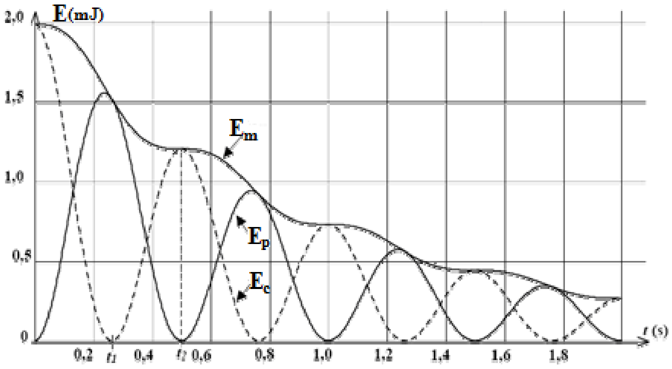
$$Ec = \frac{1}{4}K.Xm^2.\left(1-\cos\left(\frac{2\pi}{T_e}.t\right)\right)$$

NB :

T_0 = 2.Te : La période des oscillations T_0 est le double de la période des énergies Te

NB :

S'il existe frottement alors l'amplitude des oscillations diminue par dissipation (perte) de l'énergie mécanique au cours du temps



Ec :Energie cinétique

Rotation	Translation
$\mathbf{Ec = \frac{1}{2}.J_\Delta.\dot{\theta}^2}$	$\mathbf{Ec = \frac{1}{2}.m.V^2}$

NB :

$\mathbf{V = r.\dot{\theta}}$ donc

$$Ec = \frac{1}{2}.J_\Delta.\left(\frac{V}{r}\right)^2 = \frac{1}{2}.\frac{J_\Delta}{r^2}.V^2$$

Ep : Energie potentielle

Energie potentielle de Torsion	Energie potentielle élastique	Energie potentielle de pesanteur
$Ep_t = \frac{1}{2}C.\theta^2 + C'$	$Ep_e = \frac{1}{2}K.\Delta\ell^2 + C$	**Ep_P=m.g.Z.+C**

Energie potentielle de pesanteur

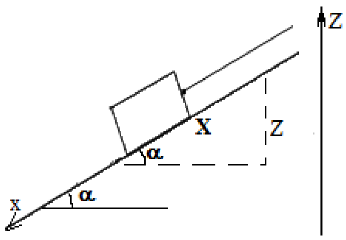
X : la distance que parcours le corps sur le plan incliné et elle constitue l'hypoténuse du triangle

Les deux axes sont opposés et

$Z = - X.\sin(\alpha)$

NB : si on change l'orientation de l'axe z

- L'expression de l'énergie potentielle varie
  $Ep_p = Ep_p(Z) = - m.g.Z.+ C$
- La relation entre abscisse varie aussi
  $Z = X.\sin(\alpha)$



1. $Ep_p = Ep_p(Z) = m.g.Z.+ C$
2. Déterminer l'expression de la constante C
   - Déterminer le plan horizontal référentielle de l'énergie potentielle Epp=0
   - Déterminer l'abscisse correspondant Z_0
     $Z = Z_0$ et $Ep_p(Z_0) = 0$

D'ou

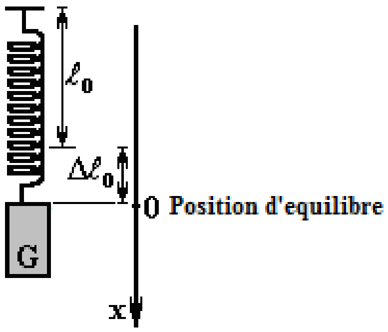
$$Ep_p(Z_0) = m.g.Z_0.+C=0$$

donc

$$C = - m.g.Z_0$$

3. On remplace C par son équivalent et on obtient alors
   $Ep_p = Ep_p(Z) = m.g.Z - m.g.Z_0$
   $Ep_p = Ep_p(Z) = m.g.(Z - Z_0)$

Energie potentielle élastique



1. $Ep_e = \frac{1}{2}.K.\Delta\ell^2 + C$

Déterminer l'expression de $\Delta\ell$ en fonction de x soit $\Delta\ell=\Delta\ell_0+x$

2. Déterminer la constante C
   - Déterminer le plan référentiel de l'Energie potentielle Ep_e=0
   - Déterminer l'abscisse correspondant x_0
     $x = x_0$ et $Ep_e(x_0) = 0$

D'où $Ep_e(x_0) = \frac{1}{2}.K.(\Delta\ell_0 + x_0)^2 + C = 0$

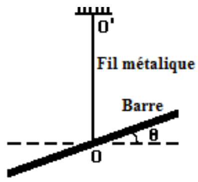
Donc $C = -\frac{1}{2}.K.(\Delta\ell_0 + x_0)^2$

3. Remplacer dans l'expression de Ep_e

$$\mathbf{Ep_e = \frac{1}{2}.K.\Delta\ell^2 + C = \frac{1}{2}.K.(\Delta\ell_0 + x_0)^2 + C}$$

Cas référentiel	Quand le ressort n'est pas allongé	Passage de corps par - Sa position d'équilibre - Un point quand le ressort est allongé de $\Delta\ell_0$ - Un point avec une vitesse maximale
Expression de x_0	$x_0 = - \Delta\ell_0$	$x_0 = 0$
Expression de la constante C	C = 0	$C = -\frac{1}{2}.K.(\Delta\ell_0)^2$
Expression de Ep_e	$\mathbf{Ep_e = \frac{1}{2}.K.(\Delta\ell_0 + x_0)^2}$	$\mathbf{Ep_e = \frac{1}{2}.K.(\Delta\ell_0 + x_0)^2 - \frac{1}{2}.K.(\Delta\ell_0)^2}$ $\mathbf{Ep_e = \frac{1}{2}.K.[(\Delta\ell_0 + x_0)^2 - (\Delta\ell_0)^2]}$

PENDULE DE TORSION



Un pendule de torsion est un dispositif constitué d'une barre horizontale, fixée à un support par l'intermédiaire d'un fil métallique.

❖ Moment de torsion

Le fil métallique s'opposant à sa torsion, d'un angle θ, exerce un couple de force de moment **M=-C.θ**

θ(rad) : angle de rotation

C($N.m.rad^{-1}$): Constante de torsion (spécifique au fil métallique)

❖ Equation différentielle

$$\ddot{\theta} + \omega_0^2.\theta = 0 \quad \text{avec} \quad \boldsymbol{\omega_0} = \frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{C}{J_\Delta}}$$

❖ Equation horaire ou solution de l'équation différentielle

$$\boldsymbol{\theta = \theta m.\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}.t + \varphi\right)} \text{ : Equation horaire}$$

θ : Elongation angulaire

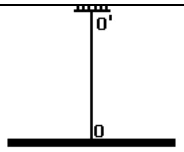
$\boldsymbol{\theta_m}$: Amplitude du mouvement ou élongation angulaire maximale

❖ Expression de T_0 en fonction du moment d'inertie J_Δ

$J_\Delta = \Sigma m_i.r_i^2$:
- Moment d'inertie de la barre par rapport à l'axe (Δ)
- Exprime la répartition de la matière autours de l'axe (Δ)
- S'exprime en $Kg.m^2$

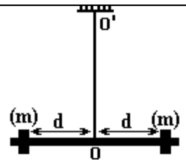
NB :

Toute modification soit de la masse ou de sa position par rapport à l'axe modifie la valeur J_Δ



$J_0 = \Sigma m_i.r_i^2$

$$\boldsymbol{T_0 = 2\pi.\sqrt{\frac{J_\Delta}{C}}}$$



On fixe deux masselottes identiques de masses m de part et d'autres de l'axe à une distance d

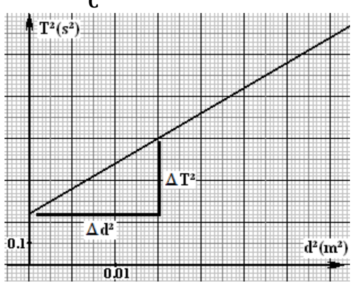
$J_\Delta = \Sigma m_i.r_i^2 = J_0 + 2.m.d^2$

$$\boldsymbol{T_0 = 2\pi.\sqrt{\frac{J_\Delta}{C}} = 2\pi.\sqrt{\frac{J_0 + 2.m.d^2}{C}}}$$

⁂ Exploiter la courbe $T^2=f(m)$ ou $T^2=f(d^2)$

On a $\boldsymbol{T_0 = 2\pi.\sqrt{\frac{J_0+2.m.d^2}{C}}}$ alors $\boldsymbol{T_0^2 = 4\pi^2.\frac{J_0}{C} + 8\pi^2.\frac{m.d^2}{C}}$

m=50g Masse de la masselotte



$$\boldsymbol{T_0^2 = 4\pi^2.\frac{J_0}{C} + 8\pi^2.\frac{m.d^2}{C}}$$

La courbe $T^2=f(d^2)$ est une fonction affine donc $T^2 = A.d^2 + B$ avec :

- $A = 8\pi^2.\frac{m}{C} = \frac{\Delta T_0^2}{\Delta d^2} = \frac{0.36}{0.015} = 24\ s^2/m^2$, on en déduit C , $C = 8\pi^2.\frac{m}{A}$
- $B = 4\pi^2.\frac{J_0}{C} = 0.24\ s^2$, on en déduit J_0 , $J_0 = \frac{B.C}{4\pi^2}$

❖ Energie cinétique

$$\boldsymbol{\theta = \theta m.\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}.t + \varphi\right)} \quad \text{et} \quad \boldsymbol{\dot{\theta} = -\theta m.\frac{2\pi}{T_0}.\sin\left(\frac{2\pi}{T_0}.t + \varphi\right)} \quad \text{avec} \quad \boldsymbol{\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{C}{J_\Delta}}}$$

$$\boldsymbol{Ec = \frac{1}{2}.J_\Delta\dot{\theta}^2 = \frac{1}{2}.J_\Delta\left(-\theta m.\frac{2\pi}{T_0}.\sin\left(\frac{2\pi}{T_0}.t + \varphi\right)\right)^2 = \frac{1}{2}.C(\theta_m^2 - \theta^2)}$$

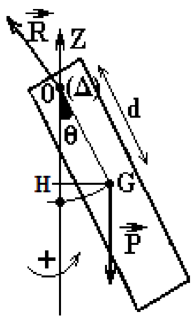
- Si θ = θm ou θ =- θm alors l'énergie cinétique est nulle donc la vitesse est nulle et l'oscillateur s'arrête et change le sens de son mouvement
- Si θ = 0 alors l'oscillateur passe par sa position d'équilibre et son énergie cinétique est maximale et sa vitesse l'est aussi

❖ Energie potentielle de torsion Ep_t

$$Ep_t = \frac{1}{2}.C.\theta^2 + C' = \frac{1}{2}.C.\left(\theta m.\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}.t + \varphi\right)\right)^2 + C' = \frac{1}{2}.C.\theta_m^2.\cos^2\left(\frac{2\pi}{T_0}.t + \varphi\right) + C'$$

PENDULE PESANT

- On appelle pendule pesant tout solide mobile autour d'un axe (Δ) (en principe horizontal) ne passant pas par son centre de gravité et placé dans un champ de pesanteur
- Le solide est en mouvement de rotation autour de l'axe (Δ)



❖ Etude dynamque :

Système : le solide (S)

Bilan des forces :
- $\vec{R}$: La réaction de l'axe (Δ)
- $\vec{P}$: Poids du solide (S)

On applique la RFD : $\sum \mathbf{M_\Delta(\vec{F}) = J_\Delta.\ddot{\theta}}$

$$M_\Delta(\vec{P}) + M_\Delta(\vec{R}) = J_\Delta.\ddot{\theta}$$

$M_\Delta(\vec{R}) = 0$: La réaction de l'axe (Δ) est sécante (se coupe) à l'axe (Δ)

$M_\Delta(\vec{P}) = -m.g.HG = -m.g.d.\sin(\theta)$: Moment du poids

D'ou $-m.g.d.\sin(\theta) = J_\Delta.\ddot{\theta}$ donc $\ddot{\theta} = -\frac{m.g.d}{J_\Delta}.\sin(\theta)$

$$\boldsymbol{\ddot{\theta} + \frac{m.g.d}{J_\Delta}.\sin(\theta) = 0} \text{ : équation différentielle}$$

Conclusion :

Le mouvement du pendule pesant est un mouvement de rotation oscillatoire, periodique mais non sinusoïdale

❖ Cas des faibles oscillations :

Dans le cas de faibles oscillations on a sin(θ)= θ pour des angles θ ≤ 15° ou θ ≤ 0.26rad

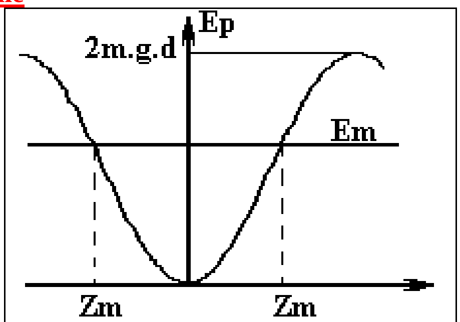
❖ Equation différentielle

$$\boldsymbol{\ddot{\theta} + \frac{m.g.d}{J_\Delta}.\theta = 0} \text{ : équation différentielle avec } \omega_0 = \frac{2.\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{\mathbf{m.g.d}}{\mathbf{J_\Delta}}} \text{ et } T_0 = 2\pi.\sqrt{\frac{J_\Delta}{m.g.d}}$$

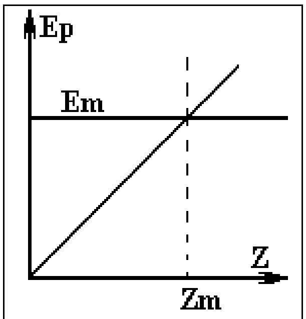
❖ Equation horaire ou solution de l'équation différentielle

$$\boldsymbol{\theta = \theta m.\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}.t + \varphi\right)}$$

❖ Energie potentielle



Ep=m.g.d.[1-cos(θ)]

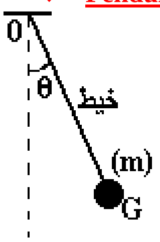


Ep=m.g.Z + C

Em < 2.m.g.d : Le système est un oscillateur

Em >2.m.g.d : Le système est en rotation autours de l'axe (Δ)

❖ Pendule simple



Le **pendule simple** est une masse ponctuelle fixée à l'extrémité d'un fil inextensible de masse négligeable, et oscillant sous l'effet de la pesanteur.

$$d=\ell \quad \text{et} \quad J_\Delta=m.\ell^2$$

- Expression de la période T_0

$$T_0 = 2\pi.\sqrt{\frac{J_\Delta}{m.g.d}} = 2\pi.\sqrt{\frac{m.\ell^2}{m.g.\ell}} = 2\pi.\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

- La longueur du pendule simple synchrone avec le pendule pesant (ont même période propre T_0)

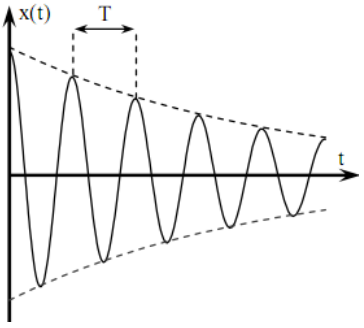
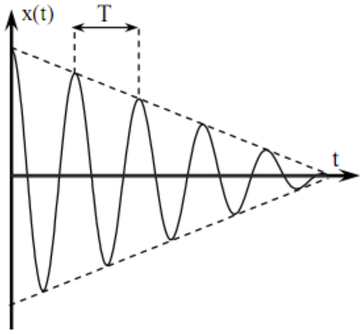
$$T_0 = 2\pi.\sqrt{\frac{J_\Delta}{m.g.d}} = 2\pi.\sqrt{\frac{\ell}{g}} \text{ donc } \frac{J_\Delta}{m.g.d} = \frac{\ell}{g} \text{ d'où } \ell = \frac{J_\Delta}{m.d}$$

❖ Amortissement des oscillations mecaniques

L’amortissement d'un système est une atténuation de l’amplitude de son mouvement par dissipation (perte) de l'énergie mécanique

$$\Delta E_m = W_{A\to B}(\vec{R}) < 0$$

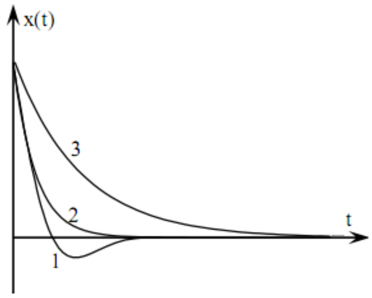
On en distingue deux types d’amortissement

Amortissement fluide	**Amortissement solide**
Un solide qui oscille dans un fluide (liquide ou gaz) est soumis à un amortissement 	Le frottement entre deux solides correspond à une dissipation sous la forme de chaleur. 

- Cas de faible amortissement
  - L’amplitude diminue jusqu’as arrêt du mobile
  - Mouvement de l’oscillateur est pseudo periodique

T : pseudo période

$T=T_0$: la pseudo période et la période propre sont égales (pour les fortement solide)



Différents régimes de retour à l'équilibre d'un système en fonction du frottement
On observe les régimes :

- Pseudopériodique (1)
- Critique (2)
- Apériodique (3)

NIVEAU D'ENERGIE DANS LES ATOMES

❖ QUANTIFICATION DE L'ENERGIE

On considère l'atome d'hydrogène H constitué d'un proton (m_p, q_p) et d'un électron (m_e, q_e).
L'électron est soumis à : une force de gravitation : $F_G = G.\frac{m_p.m_e}{d^2}$; une force électrostatique : $F_e = G.\frac{q_p.q_e}{d^2}$
En faisant le rapport $\frac{F_G}{F_e}$, on obtient $\frac{F_G}{F_e} = 2{,}3\ 10^{39}$,on en conclut que **La force de gravitation est négligeable.**

En théorie, le mouvement de l'électron autour du noyau devrait être circulaire et uniforme quel que soit le rayon de son orbite autour du noyau.
Expérimentalement, les électrons des atomes décrivent des orbites de dimension constante, chaque atome ayant un rayon atomique de valeur unique.
La mécanique classique (de Newton) ne permet pas de rendre compte de la structure de l'atome.

Chaque atome est caractérisé par sa configuration électronique. La théorie quantique, élaborée par Planck et Bohr au début du XXe siècle, énonce que l'énergie d'un atome ne peut prendre que certaines valeurs bien déterminées. L'énergie d'un atome ne peut pas varier de façon continue. Elle est quantifiée.

❖ Photon :

Le photon :
- Particule élémentaire, de masse et de charge nulle et une durée de vie illimitée
- Représente l'aspect corpusculaire de la lumière.
- Se déplace avec la vitesse de la lumière, dans le vide, quel que soit le référentiel d'étude, notée C, et $C=3.10^8 m.s^{-1}$.
- Le quantum d'énergie dont l'énergie dépend de la fréquence υ et de la longueur d'onde λ

$$\Delta E = \varepsilon = h.\upsilon = \frac{h.C}{\lambda}$$: Energie du photon avec $h=6.63.10^{-34}$ j.s , Constante de Planck

❖ Spectre de l'atome

- L'atome n'absorbe que les fréquences qu'il peut émettre
- L'absorption ou l'émission d'un rayonnement monochromatique de longueur d'onde λ correspond bien à l'absorption ou l'émission d'un photon dont l'énergie $\Delta E = \varepsilon = h.\upsilon = \frac{h.C}{\lambda}$
- Les spectres d'émission et d'absorption sont discontinues mais complémentaires donc chacun est un spectre quantifié

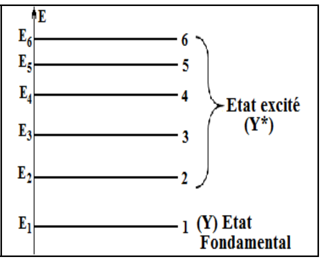
❖ Postulats de Bohr :

- L'atome possède différents niveaux d'énergie E_1, E_2, E_3 ... bien définis. Il s'agit de valeurs discontinues (ou discrètes), et non de valeurs continues.
- Les variations d'énergie ΔE de l'atome sont quantifiées. Quand l'atome passe d'un état d'énergie En élevé à un niveau d'énergie Ep plus faible, il libère une énergie ΔE=En - Ep.

NB :
On appelle transition, le passage d'un niveau d'énergie à un autre

Chaque atome est caractérisé par :
- **Un état (Niveau) fondamental de plus basse énergie et le plus stable**

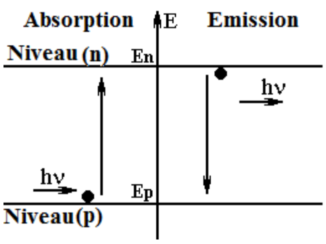
Plusieurs états excités et ou l'atome est instable



Un photon n'émis que la fréquence qu'il a absorbée

Absorption
L'absorption d'un photon par un atome a lieu si ce dernier possède une énergie ΔE qui correspond à l'écart entre deux niveaux d'énergie Ep et En de l'atome. On dit que le processus d'absorption provoque l'excitation de la molécule

Emission
Une fois excitée la molécule retourne spontanément de son état de haute énergie En vers son état de basse énergie Ep .
Ce retour En à Ep s'accompagne de l'émission d'un photon qui correspond encore une fois à l'écart (En-Ep) entre les deux niveaux.



$$E_n - E_p = h.\upsilon = \frac{h.C}{\lambda}$$
et
$$\mathbf{E_n > E_p}$$

NB :
Donc effectivement les fréquences des photons émis sont les mêmes que les fréquences des photons absorbés.

❖ **Niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène.**

$$En = -\frac{E_0}{n^2}\,(eV) \quad : \text{L'énergie du niveau n avec} \quad : \quad E_0 = 13.6 \text{ ev} = 21.76\ 10^{-19}\ J$$

n: numéro du niveau ou nombre quantique principal (n est un entier naturel non nul)

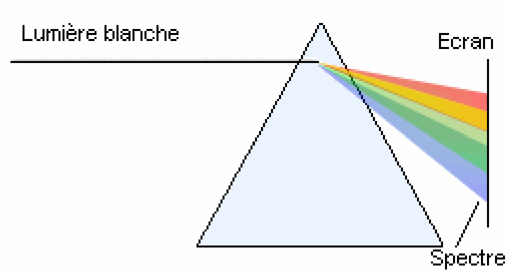
n	1	2	3	4	5	6
En (ev)	-13.6	-3.40	-1.51	-0.85	-0.54	-0.38

- n=1 et $E_1=-E_0=-13.6$ev : correspond à **l'état fondamental** (état d'énergie le plus **stable**).
- $1<n<\infty$ et $E_1<E_n<0$: Les niveaux dont l'énergie est supérieure sont dits **excités**.
- n= ∞ et $E_n=E_\infty=0$: Etat d'ionisation de l'atome
- à chaque transition d'in niveau En vers un niveau Ep (Ep<En) un photon est émis

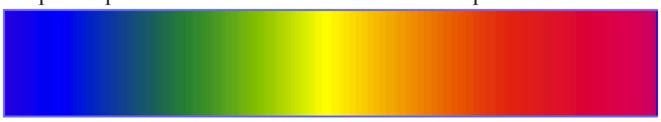
$$\Delta E = \varepsilon = En - Ep = h.\upsilon = \frac{h.C}{\lambda} = E_0\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{p^2}\right)$$

Interprétation des spectres de raies

On éclaire un prisme à l'aide d'une source de lumière blanche.

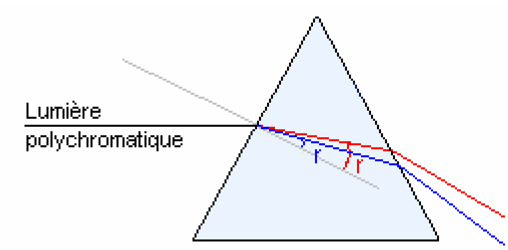


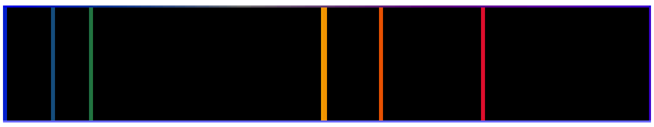
La lumière blanche est décomposée par le prisme. Sur l'écran on obtient un spectre continu.



Le spectre de la lumière blanche est un spectre continu

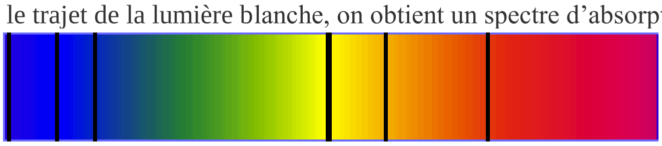
On éclaire maintenant le prisme à l'aide d'une source de lumière polychromatique (lampe à vapeur de mercure par exemple). On obtient un spectre de raies.





Le spectre d'une lampe à vapeur de mercure est un spectre de raies.

Si on intercale une substance sur le trajet de la lumière blanche, on obtient un spectre d'absorption.



Quelques raies du spectre d'absorption du mercure.

La position des raies noires correspond à celle des raies colorées. On en déduit que :

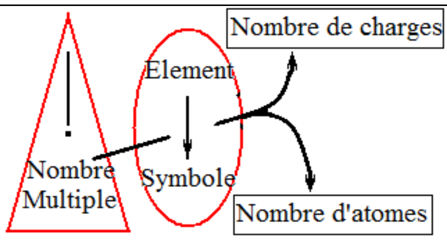
Un atome absorbe la lumière qu'il est capable d'émettre

REACTION D'OXYDO REDUCTION

Définitions d'oxydo réduction :

- **Oxydation** : réaction au cours de laquelle un élément perd des électrons
- **Reduction** : réaction au cours de laquelle un élément gagne des électrons
- **Oxydant** : espece chimique capable de capter un ou plusieurs électrons.
- **Reducteur** : espèce chimique capable de céder un ou plusieurs électrons.
- **Couple d'oxydoréduction (Ox/Red)** : couple constitué par un oxydant et le reducteur correspondant

NB :



Le nombre multiple est un nombre multiple à la fois du nombre de charge et du nombre d'atomes

Exemples :

	$S_2O_8^{2-}$	$3\ S_2O_8^{2-}$	H_2SO_4	$4\ HSO_4^-$
H	0	0	2	4
S	2	6	1	4
O	8	24	4	16
Charge	-2	-6	0	-4

Demi équation redox

Comment équilibrer les demis équations redox

1.	Determiner le couple Ox/Red et preciser lequel est le reactif, soit $\mathbf{Cr_2O_7^{2-}}$
	$\mathbf{Cr_2O_7^{2-}}/Cr^{3+}$
2.	Equilibrer les atomes autres que l'oxygene O et l'hydrogene H
	$Cr_2O_7^{2-} \rightarrow 2Cr^{3+}$
3.	Equilibrer les atomes d'oxygene O en ajoutant des molecules d'eau H_2O.
	$Cr_2O_7^{2-} \rightarrow 2Cr^{3+} + 7\ H_2O$
4.	Equilibrer les atomes d'hydrogene H en ajoutant des proton H^+.
	$Cr_2O_7^{2-} + \mathbf{14}H^+ \rightarrow 2Cr^{3+} + 7\ H_2O$
5.	Equilibrer les charges electriques en ajoutant des electrons
	$Cr_2O_7^{2-} + 14H^+ + \mathbf{6}e \rightarrow 2Cr^{3+} + 7\ H_2O$

NB :

On n'équilibre que s'il existe un défaut d'un côté ou de l'autre.

Exemples :On suppose que l'oxydant des couples est l'espèce réagissante

1.	MnO_4^-/Mn^{2+}
2.	$MnO_4^- \rightarrow Mn^{2+}$
3.	$MnO_4^- \rightarrow Mn^{2+} + \mathbf{4}H_2O$
4.	$MnO_4^- + \mathbf{8}H^+ \rightarrow Mn^{2+} + 4H_2O$
5.	$MnO_4^- + 8H^+ + \mathbf{5e} \rightarrow Mn^{2+} + 4H_2O$

1.	NO_3^-/NO
2.	$NO_3^- \rightarrow NO$
3.	$NO_3^- \rightarrow NO + 2H_2O$
4.	$NO_3^- + \mathbf{4}H^+ \rightarrow NO + 2H_2O$
5.	$NO_3^- + 4H^+ + \mathbf{3e} \rightarrow NO + 2H_2O$

1.	$S_2O_8^{2-}/\ SO_4^{2-}$
2.	$S_2O_8^{2-} \rightarrow \mathbf{2}SO_4^{2-}$
3.	$S_2O_8^{2-} \rightarrow \mathbf{2}SO_4^{2-}$
4.	$S_2O_8^{2-} \rightarrow \mathbf{2}SO_4^{2-}$
5.	$S_2O_8^{2-} + \mathbf{2e} \rightarrow 2SO_4^{2-}$

Réaction d'oxydo réduction

Une réaction d'oxydo-réduction est une transformation chimique mettant en jeu un transfert d'électrons du réducteur d'un couple vers l'oxydant d'un deuxième couple.

$\mathbf{Ox_1}/Red_1$ et $Ox_2/\mathbf{Red_2}$

Equation de l'oxydation : $Ox_1 + n_1\,e \rightarrow Red_1$ $(x\ n_2)$

Equation de reduction : $Red_2 \rightarrow Ox_2 + n_2\,e$ $(x\ n_1)$

On multiplie les coefficients des équations par un nombre adéquat de façon à supprimer les électrons échangés entre les deux couples

Equation d'oxydo reduction : $n_2\,Ox_1 + n_1\,Red_2 \rightarrow n_2\,Red_1 + n_1\,Ox_2$

Exemple :

$A\ell^{3+}/\mathbf{A\ell}$ et $\mathbf{Cu^{2+}}/Cu$

$Cu^{2+} + 2e \rightarrow Cu$ **(x3)**

$A\ell \rightarrow A\ell^{3+} + 3e$ **(x2)**

$3Cu^{2+} + 2A\ell \rightarrow 3Cu + 2A\ell^{3+}$

$\mathbf{MnO_4^-}/Mn^{2+}$ et $Fe^{3+}/\mathbf{Fe^{2+}}$ **:**

$MnO_4^-{}_{(aq)} + 8\ H^+_{(aq)} + 5\ e \rightarrow Mn^{2+}_{(aq)} + 4\ H_2O$ **(x1)**

$Fe^{2+}_{(aq)} \rightarrow Fe^{3+}_{(aq)} + e$ **(x5)**

$5Fe^{2+}_{(aq)} + MnO_4^-{}_{(aq)} + 8\ H^+_{(aq)} \rightarrow 5\ Fe^{3+}_{(aq)} + Mn^{2+}_{(aq)} + 4\ H_2O$

n QUANTITE DE MATIERE ou NOMBRE DE MOLE (mol)

$n(X) = \frac{N(X)}{N_A}$	N(X) : Nombre d'entité élémentaire (atome, molécule ion …) N_A : Nombre d'Avogadro (mol^{-1}).

****

1. Solide ou Liquide :

$n(X) = \frac{m(X)}{M(X)}$	m(X) :masse du corps (X) (g). M(X) :Masse molaire($g.mol^{-1}$)

- **Masse volumique :**

$\varphi(X) = \frac{m(X)}{V(X)}$	m(X) :masse du corps (X) V(X) :Volume du corps(X)

- **Densité**

$d(X) = \frac{m}{m_0} = \frac{\varphi(X).V(X)}{\varphi_0.V(X)} = \frac{\varphi(X)}{\varphi_0}$	φ(X) : Masse volumique (X) $\varphi_0=1g.cm^{-3}$:masse volumique d'eau d(X) Densité et sans unité

- **Conclusion**

$$n(X) = \frac{m(X)}{M(X)} = \frac{\varphi(X).V(X)}{M(X)} = \frac{d(X).\varphi_0.V(X)}{M(X)}$$

****

2. Gaz :

$n(G) = \frac{V(G)}{Vm}$	V (G) : Volume du gaz G (ℓ). V_M : Volume molaire ($\ell.mol^{-1}$)

- **Gaz parfait**

Le gaz parfait est un modèle simplifié des gaz. Dans ce modèle on suppose que toutes les interactions entre les molécules sont négligeables (modèle à basse pression).

p.V=n.R.T	p :Pression du gaz(Pa)	
	V :Volume du gaz(m^3)	
	n :Quantité de matière(mol)	
	R :Constante des gaz parfaits	**$R=8.32\ J.°K^{-1}.mol^{-1}$**
	T :Température absolue(°K)	**T(°K) = t(°C) + 273.15**

- **Densité d'un gaz**

$$d(G) = \frac{M(G)}{29}$$ M(G) : Masse molaire du gaz ($g.mol^{-1}$)

Attention $\quad p_{(G)}.V_{(G)}=n.R.T$

- Quelle est la variable : La pression p ou le Volume V ou la température absolue T
- p_0 : la pression atmosphérique intervient-elle dans l'expression de la pression totale p

$$\boxed{p = p_G = \frac{n.R.T}{V_G}} \quad \text{Ou} \quad \boxed{p = p_G + p_0 = \frac{n.R.T}{V_G} + p_0}$$

- **$p=\sum p_i$** la pression totale d'un mélange gazeux est égale à la somme des pressions partielles des gaz constituants le mélange
- L'appareil de mesure de pression donne la pression totale
- R :Constante des gaz parfaits **$R=8.32\ Pa.m^3.°K^{-1}.mol^{-1}= R=8.32\ J.°K^{-1}.mol^{-1}$** Ou **$R=0.082\ atm.\ell.°K^{-1}.mol^{-1}$**

****

3. Solution :

La solution est le produit d'un mélange entre soluté (Solide ou Liquide ou Gaz) et solvant (liquide) :

Soluté + Solvant → Solution

La solution est dite aqueuse si le solvant est l'eau :

Soluté + eau → Solution aqueuse

Concentration molaire C :

$$[X] = C = \frac{n(X)}{V_S}$$

C : Concentration molaire (mol.ℓ$^{-1}$)
n(X) : Quantité de matière de X
V_S : Volume en ℓ

Concentration massique Cm :

$$C_m = \frac{m(X)}{V_S}$$

M(X) : masse du corps (X) (g).
C_m : Concentration massique de X en g.ℓ$^{-1}$
V_S : Volume en ℓ

La relation entre C concentration molaire et Cm concentration massique $C = \frac{Cm}{M}$ avec M : la masse molaire

Manipulation sur solution :

- **Prélèvement d'une solution :**

Prélever d'une solution c'est prendre une partie (fraction) d'une solution

$$C = C^{te}$$

Le volume V de la prise varie ainsi que la quantité de matière contenu dans le volume V mais la concentration reste constante

- **Diluer une solution :**

La **dilution** est le fait de diminuer la concentration une solution en ajoutant de l'eau

Solution initiale de volume Vi et de concentration Ci (Vi,Ci) $n_i=C_i.V_i$	→	Solution finale de volume V_f et de concentration C_f (V_f,C_f) $n_f=C_f.V_f$

V_f = Vi + Ve
Ve : Volume d'eau ajoutée
Au cours de la dilution la quantité de matière ne varie pas et $n_i=n_f$ donc :
$C_i.V_i=C_f.V_f$: Relation de la dilution

Au cours d'une dilution la quantité de matière de soluté ne varie pas

- **Mélanger deux solutions :**

Solution (S_1) de volume V_1 et de concentration C_1 (C_1,V_1) $n_1=C_1.V_1$: la quantité de matière	Solution (S_2) de volume V_2 et de concentration C_2 (C_2,V_2) $n_2=C_2.V_2$: la quantité de matière

$V_T=V_1+V_2$: Le volume totale du mélange

Et la concentration initiale (en absence de toute réaction possible) dans le mélange est :

$$\boxed{C_1' = \frac{C_1V_1}{V_1+V_2}} \quad \boxed{C_2' = \frac{C_2V_2}{V_1+V_2}}$$

4. Conductibilité

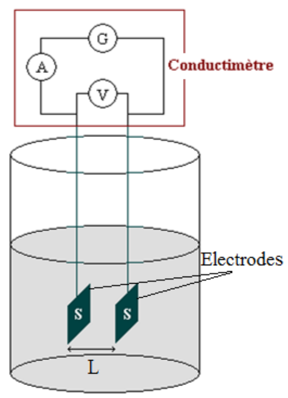
Une solution électrolytique est une solution conductrice de courant électrique et est composée d'ion positifs et d'ions négatifs

La conductibilité d'une solution électrolytique est la somme des conductibilités ioniques des ions en solution

$$\sigma = \Sigma\sigma_i = \Sigma\lambda_i.[X_i]$$ avec [Xi] :Concentration molaire ionique de X_i en mol.m^{-3}
λ_i : la conductibilité molaire ionique de X_i en S.m^2.mol^{-1}
σ_i : la conductibilité de l'ion X_i en S.m^{-1}

La conductibilité est proportionnelle à la surface entre les deux électrodes et inversement proportionnelle à la distance L qui les sépare

$$G = k.\sigma = \sigma.\frac{S}{L}$$ avec G : La conductance en S
σ : La conductibilité en S.m^{-1}
L : La distance séparant les électrodes(m)
S : la surface des plaques (m^2)
$k = \frac{S}{L}$:La constante de la cellule conductimétrique en (m)



La cellule conductimétrique

NB :

- Les unités 1mol/ℓ=10^3 mol/m^3 ou 1mol/m^3=10^{-3} mol/ ℓ
- Lorsque on mélange deux solutions de volume V_1 et V_2, La concentration des ions inactifs est $\frac{C_1V_1}{V_1+V_2}$

TABLEAU D'AVANCEMENT

Équation de réaction **aA + bB→ cC + d D**	• A et B sont les réactifs : ils sont consommés au cours de la réaction. • C et D sont les produits : ils sont créés au cours de la réaction. • a , b , c et d sont les coefficients stœchiométriques.

Equation chimique		**a A**	**+ b B →**		**c C**	**+ d D**
Etat du systéme	Avancement (mol)	Quantités de matiere (mol)				
initial	0	$n_i(A)$	$n_i(B)$		0	0
En cours	x	$n_i(A)$-a.x	$n_i(B)$-b.x		c.x	d.x
final	x_f	$n_i(A)$-a.x_f	$n_i(B)$-b.x_f		c.x_f	d.x_f

x : avancement de la réaction (mol)

L'avancement x d'une réaction est une quantité de matière :

- Qui varie de x =0 mol à l'état initial et est une valeur toujours positive.
- Croît au cours de la réaction pour atteindre une valeur final x_f à l'état final (voire une valeur maximale x_{max} si la réaction est totale).
- Permet de déterminer la quantité de matière des espèces chimiques en solution

a A	**b B**	
$n_i(A)$	$n_i(B)$	: Quantité de matière initiale
a.x	b.x	: Quantité de matière réagissant (Intervenante (Perdue)en réaction)
n(A)= $n_i(A)$-a.x	n(B)= $n_i(B)$-b.x	: Quantité de matière restante

c C	**d D**	
0	0	: Quantité de matière initiale
c.x	d.x	: Quantité de matière produite (Formée au cours de la réaction)
n(C)=c.x	n(D)=d.x	: Quantité de matière produite

On a du tableau d'avancement et à tout moment n(C)=c.x et n(D)=d.x donc $\mathbf{x = \frac{n(C)}{c} = \frac{n(D)}{d}}$

Composition du mélange en fin de réaction :

- n(A)= $n_i(A)$-a.x : Quantité de matière restante de l'espèce chimique A
- n(B)= $n_i(B)$-b.x : Quantité de matière restante de l'espèce chimique B
- n(C)=c.x : Quantité de matière produite de l'espèce chimique C
- n(D)=d.x : Quantité de matière produite de l'espèce chimique D

NB :

- Les quantités de matière à l'état initial ne dépendent pas des coefficients stœchiométriques mais les quantités de matière à l'état intermédiaire et l'état final dépendent des coefficients stœchiométriques.
- Le système est à l'état final quand la réaction n'évolue plus et x=x_f avec x_f : l'avancement final
- Le système est à l'état maximale quand la réaction est totale et au moins un des réactifs est limitant (disparait totalement) et x=x_m avec x=x_m l'avancement maximale
- Un réactif est limitant s'il disparait totalement et sa quantité de matière à l'état final est nulle
  n(A) = n_i(A)-a.x=0 et **n(B)= n_i(B)-b.x=0**
- Un réactif est en excès s'il est présent à l'état final (consommé en partie)

Mélange stœchiométrique

Un **mélange** est **stœchiométrique** (ou proportionnel) si les quantités de matière initiales des réactifs sont proportionnelles aux coefficients **stœchiométriques**

A est limitant	**B est limitant**
n(A) = n_i(A)-a.x_m= 0 d'où $\mathbf{x_m = \frac{n_i(A)}{a}}$	**n(B)= n_i(B)-b.x_m = 0** d'où $\mathbf{x_m = \frac{n_i(B)}{b}}$

et $\mathbf{x_m = \frac{n_i(A)}{a} = \frac{n_i(B)}{b}}$ donc $\mathbf{x_m = \frac{n_i(A)}{a} = \frac{n_i(B)}{b} = \frac{n(C)}{c} = \frac{n(D)}{d}}$

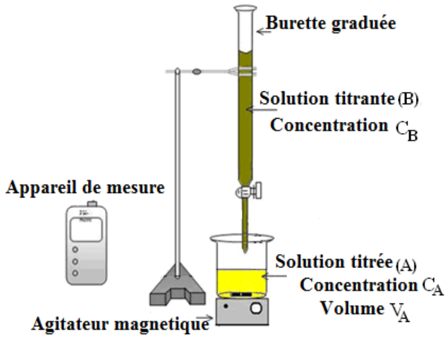
- Si $\mathbf{\frac{n_i(A)}{a} < \frac{n_i(B)}{b}}$ alors A est limitant alors $\mathbf{x_m = \frac{n_i(A)}{a} = \frac{n(C)}{c} = \frac{n(D)}{d}}$
- Si $\mathbf{\frac{n_i(A)}{a} > \frac{n_i(B)}{b}}$ alors B est limitant alors $\mathbf{x_m = \frac{n_i(B)}{b} = \frac{n(C)}{c} = \frac{n(D)}{d}}$s

DOSAGE OU TITRAGE

Définition :

Doser (ou titrer) une espèce chimique (molécule ou ion) en solution, c'est déterminer sa concentration molaire dans la solution considérée au moyen d'une solution de concentration connue.

Le réactif A est le réactif titré est l'espèce dont on veut déterminer la concentration, il est contenu dans la solution à doser.
La solution chimique B est une solution titrante contenant un réactif titrant choisi en fonction de l'espèce à doser.



Le matériel nécessaire au dosage est :

- Une burette graduée
- Un bécher
- Un dispositif d'agitation magnétique
- Appareil de mesure (pH-mètre ou Conductimètre …)

Condition du dosage

Faut que la réaction du dosage soit :

- **Totale :** Un des deux réactifs mis en présence doit disparaître complètement (limitant)
- **Rapide :** la transformation est instantanée
- **Sélective :** le réactif A ne peut réagir que avec le réactif B.

Equivalence :

A l'équivalence, les deux réactifs sont totalement consommés, l'avancement prend la valeur maximale xm , le mélange est stœchiométrique et il y a donc changement de réactif limitant.

Repérage de l'équivalence :
On peut effectuer ce repérage soit par :

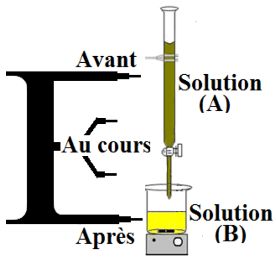
- Dosage colorimétrique : Un changement de couleur du milieu réactionnel (fréquent en oxydoréduction ou avec un indicateur coloré).
- Dosage par conductimétrie : basée sur l'évolution de la conductibilité σ ou la conductance G d'une solution ionique
- Dosage pH métrique : basée sur l'évolution du pH du milieu réactionnel

Déroulement d'un dosage direct :
On verse à l'aide de la burette la solution titrante dans la solution à titrer. Il se produit alors la réaction de dosage qui met en jeu le réactif titré et le réactif titrant. Celle-ci peut être soit acido-basique, soit d'oxydoréduction.

NB :
Au cours du dosage, les réactifs réagissent dans les proportions stœchiométriques.

- Avant l'équivalence, le réactif titrant (A) est le réactif limitant (à chaque fois que l'on en verse, il disparaît).
- A l'équivalence, les réactifs sont intégralement consommés, les deux réactifs sont limitants
- Après l'équivalence, le réactif titrant est introduit en excès, il n'y a plus de réactif titré donc plus de réaction, alors le réactif titré est limitant

A l'équivalence il y a donc changement de réactif limitant.



Déterminer une concentration C_A:

Tableau d'avancement :

Equation chimique		a A	+ b B	→	c C	+ d D
Etat du systéme	Avancement (mol)	Quantités de matiere (mol)				
initial	0	$n_i(A)$	$n_i(B)$		0	0
En cours	x	$n_i(A)$-a.x	$n_i(B)$-b.x		c.x	d.x
final	x_f	$n_i(A)$-a.x_f	$n_i(B)$-b.x_f		c.x_f	d.x_f

A l'equivalence :

Les réactifs A et B disparaissent totalement et le mélange est stœchiométrique et

$$\frac{n_i(A)}{a} = \frac{n_i(B)}{b} \text{ : relation à l'équivalence , alors } \frac{C_A.V_A}{a} = \frac{C_B.V_{B_{eq}}}{b}$$

avec $V_{B_{eq}}$: volume de la solution B versé à l'équivalence

$$\text{d'où } C_A = \frac{a}{b}.\frac{C_B.V_{B_{eq}}}{V_A}$$

Si a=b=1 (le cas du tirage acido basique) alors $C_A.V_A=C_B.V_{Beq}$

FACTEURS CINETIQUES

La cinétique chimique est l'étude de l'évolution des systèmes chimiques au cours du temps.

Transformation rapide :

Une transformation est rapide si elle se fait en une durée trop courte pour que son évolution puisse être suivie "à l'œil nu" ou avec les appareils de mesure courants (impossible de distinguer des états intermédiaires entre l'état initial et l'état final du système)

Transformation lente :

C'est une transformation dont l'évolution peut être suivie "à l'œil nu" ou avec les appareils de mesure courants pendant quelques secondes (ou plus longtemps).

Facteurs cinétiques :

Les facteurs cinétiques sont les grandeurs qui vont modifier la vitesse d'évolution d'un système chimique (qui vont influer sur la durée d'une transformation chimique)

L'influence des facteurs cinétiques

- **Température :**
  La vitesse de réaction augmente avec la température
  Eau froide, glace ou refroidissement → Stopper la transformation

- **Concentration initiale des réactifs :**
  La vitesse de réaction augmente si l'on fait croître la concentration initiale des réactifs
  Dilution : Ajouter de l'eau, le volume augmente → Stopper la transformation

- **Catalyseur :**

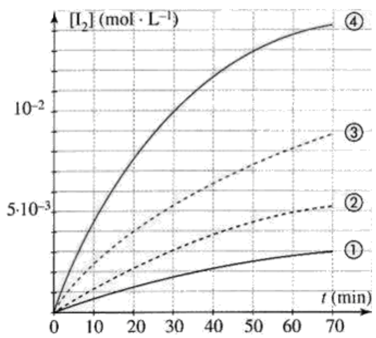
Un catalyseur : espèce chimique capable de modifier la vitesse d'une réaction sans changer l'état d'équilibre du système (il n'apparaît pas dans l'équation de la réaction).

Le catalyseur : **Modifie :**
* la vitesse de réaction.
* les différentes étapes réactionnelles permettant de passer des réactifs au produits.
Ne modifie pas :
* la constante d'équilibre du système
* le sens d'évolution de la réaction chimique

Type de catalyse :

- Catalyse homogène Lorsque le réactif et le catalyseur font partie de la même phase (solide liquide eau gazeuse).
- Catalyse hétérogène Lorsque le catalyseur et le réactif sont dans des phases différentes.
- Autocatalyse lorsque la transformation produit une espèce qui catalyse la transformation
- Catalyse enzymatique lorsque le catalyseur est une enzyme.

⁂ Comparer les vitesses de réaction



- Pendant la même durée la quantité formée par l'expérience (4) est la plus importante.
- Pour la même quantité formée : l'expérience (4) met peu de temps relativement aux autres expériences
- Conclusion : la vitesse de réaction de la transformation (4) est la plus importante

$V_4 > V_3 > V_2 > V_1$

Expérience N°	(a)	(b)	(c)	(d)
Température	20	20	35 *	35 *
Quelques gouttes d'un catalyseur	Non	Non	Non	Oui *
$[I^-]_0$(mmoℓ.ℓ$^{-1}$)	20	40 *	20	40 *
$[S_2O_8^{2-}]_0$(mmoℓ.ℓ$^{-1}$)	10	20 *	10	20 *

$V_{(d)} > V_{(b)} > V_{(c)} > V_{(a)}$

NB :

En comparant, pour le même facteur cinétique, les cases et en notant chaque case dominante par un point et en sommant le nombre de points on conclut la réaction la plus rapide

VITESSE VOLUMIQUE DE REACTION

1. Définition :

$$\mathbf{V} = \frac{\mathbf{d}}{\mathbf{dt}}\left(\frac{\mathbf{x}}{\mathbf{V_S}}\right)$$

Si Vs : Le volume de la solution est constant alors $\mathbf{V} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{V_S}}\frac{\mathbf{dx}}{\mathbf{dt}}$

2. Détermination graphique de la vitesse :

Détermination graphique :

La vitesse est le coefficient directeur de la droite tangente à la courbe x=f(t) à un instant donné t_i.

$$\mathbf{V} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{V_S}}\frac{\mathbf{\Delta x}}{\mathbf{\Delta t}}$$

avec V : Vitesse de réaction ($mo\ell.\ell^{-1}.s^{-1}$)
x : avancement de réaction ($mo\ell$)
V_S : Volume de la solution (ℓ)

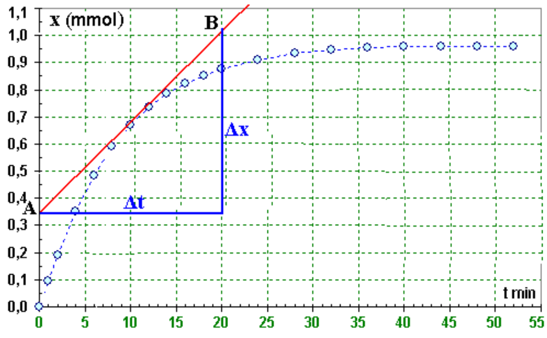
On choisit deux points A et B de la tangente $A\binom{t_A}{x_A}$ et $B\binom{t_B}{x_B}$

et la vitesse $\mathbf{V} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{V_S}}\frac{\mathbf{\Delta x}}{\mathbf{\Delta t}} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{V_S}}.\frac{\mathbf{x_B - x_A}}{\mathbf{t_B - t_A}}$

La vitesse de réaction maximale au début de la transformation, diminue avec le temps et tend vers zéro en fin de réaction.

Explication :

La diminution de la vitesse est due à la diminution de la concentration des réactifs au cours de la transformation.



Le volume de la solution est V_S=200mℓ

Δx=0.675mmoℓ et Δt=20min

$$V = \frac{1}{V_S}\frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$V = \frac{1}{200\ 10^{-3}}.\frac{0.675\ 10^{-3}}{20}$$

$$= 1.68\ 10\ mo\ell.min^{-1}.\ell^{-1}$$

3. Autres expressions de la vitesse de réaction

	Réactif		Produit
	aA	→	bB
t=0	n_1		0
t	n_1-a.x		b.x
t_f	n_1-ax_f		b.x_f

On peut déterminer du tableau d'avancement la quantité de matière à l'instant t

t	n(A) = n_1-a.x		n(B) = b.x

En exploitant les expressions des quantités de matière on obtient l'expression d'une grandeur et par suite l'expression de la vitesse de réaction en fonction de cette grandeur

Exemples :

En fonction de la concentration :

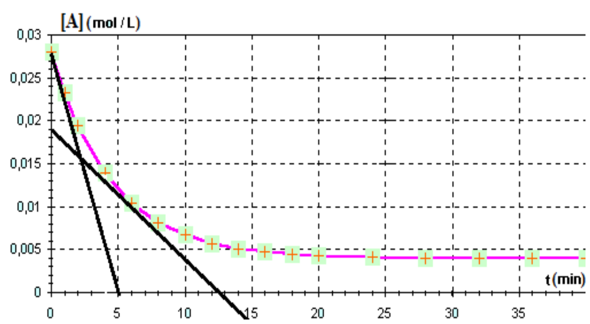
Cas d'un réactif :

	Réactif A
	aA
t=0	n_1
t	n_1-a.x

On a n(A)=n_1-a.x alors $[A] = \frac{n(A)}{V_S} = \frac{n_1 - a.x}{V_S}$

d'où $x = \frac{n_1 - [A].V_S}{a}$

et la vitesse : $\mathbf{V} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{V_S}}\frac{\mathbf{dx}}{\mathbf{dt}} = -\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{a}}.\frac{\mathbf{d[A]}}{\mathbf{dt}} = -\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{a}}.\frac{\mathbf{\Delta[A]}}{\mathbf{\Delta t}}$

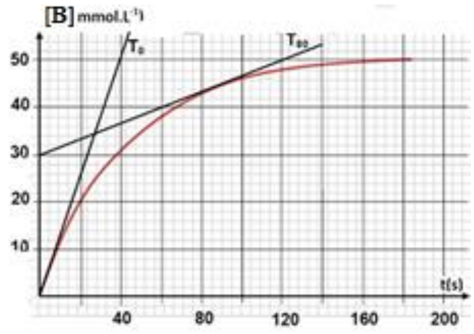


Cas d'un produit :

	Produit B
	bB
t=0	0
t	b.x

On a n(B)=b.x alors $[A] = \frac{n(B)}{V_S} = \frac{b.x}{V_S}$

d'ou $x = \frac{[B].V_S}{b}$ et la vitesse : $\mathbf{V} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{V_S}}\frac{\mathbf{dx}}{\mathbf{dt}} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{b}}.\frac{\mathbf{d[B]}}{\mathbf{dt}} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{b}}.\frac{\mathbf{\Delta[B]}}{\mathbf{\Delta t}}$



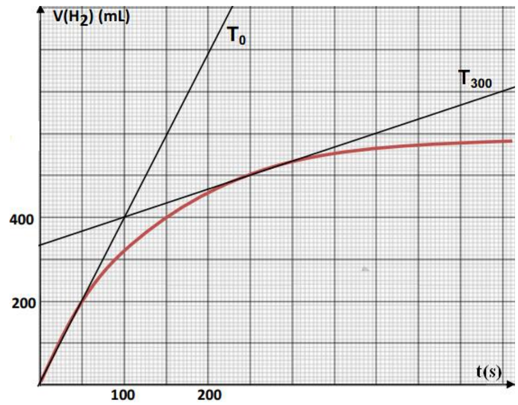
En fonction de volume du gaz formé :

$$n(G) = \frac{V(G)}{Vm}$$

si le produit B est un gaz alors n(B)=b.x

donc $b.x = \frac{V(G)}{Vm}$ d'où $x = \frac{1}{b}.\frac{V(G)}{Vm}$

et la vitesse : $\mathbf{V} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{V_S}}\frac{\mathbf{dx}}{\mathbf{dt}} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{b.Vm.V_S}}.\frac{\mathbf{dV(G)}}{\mathbf{dt}} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{b.Vm.V_S}}.\frac{\mathbf{\Delta V(G)}}{\mathbf{\Delta t}}$



Cas des gaz parfait

$$\mathbf{p.V=n.R.T}$$

si le produit B est un gaz alors n(B)=b.x

❖ En fonction du volume v :

$$v = \frac{n.R.T}{p} = \frac{b.x.R.T}{p}$$

d'où $x = \frac{p.v}{b.R.T}$

et la vitesse : $\mathbf{V} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{V_S}}\frac{\mathbf{dx}}{\mathbf{dt}} = \frac{\mathbf{p}}{\mathbf{b.R.T.V_S}}.\frac{\mathbf{dv}}{\mathbf{dt}} = \frac{\mathbf{p}}{\mathbf{b.R.T.V_S}}.\frac{\mathbf{\Delta v}}{\mathbf{d\Delta t}}$

❖ En fonction de la pression p :

$$p = \frac{n.R.T}{v} = \frac{b.x.R.T}{v}$$

d'où $x = \frac{p.v}{b.R.T}$

et la vitesse : $\mathbf{V} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{V_S}}\frac{\mathbf{dx}}{\mathbf{dt}} = \frac{\mathbf{v}}{\mathbf{b.R.T.V_S}}.\frac{\mathbf{dp}}{\mathbf{dt}} = \frac{\mathbf{v}}{\mathbf{b.R.T.V_S}}.\frac{\mathbf{\Delta p}}{\mathbf{\Delta t}}$

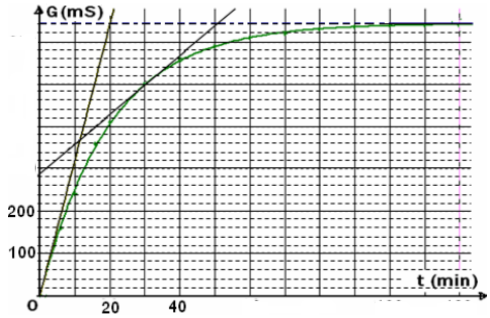
En fonction pH ou la conductibilité σ ou la conductance G :

$[H_3O^+]=10^{-pH}$

$\sigma = \Sigma\lambda_{ion}.[ion]$

$G=k.\sigma$

et la vitesse : $V = \frac{d}{dt}\left(\frac{x}{V_S}\right)$



4. Temps de demi réaction $t_{1/2}$

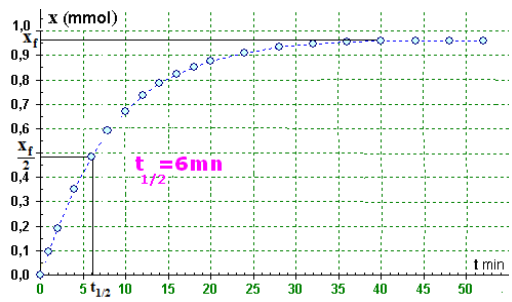
Le **temps** de **demi-réaction** (par rapport à un réactif donné A) est la durée au bout de laquelle l'avancement atteint la moitié de sa valeur finale.

Si $t=t_{1/2}$ alors $x = \frac{x_f}{2}$

Si la transformation est totale alors $x_f=x_m$: l'avancement maximale

NB : Le **temps** de **demi-réaction** $t_{1/2}$:

- Peut évaluer la durée de l'expérience
- N'est déterminer graphiquement que sur l'axe des temps



SOLUTIONS ACIDES ET SOLUTIONS BASIQUES

1. Autoprotolyse de l'eau :

$$2\,H_2O \longrightarrow H_3O^+ + OH^-$$

2. Définition de Bronsted :

- Un **acide de Bronsted** est une espèce qui, au cours d'une réaction chimique, **donne** un proton
- Une **base de Bronsted** est une espèce qui, au cours d'une réaction chimique, accepte un proton

3. Couples acide base :

AH/B : couple acide base avec AH : L'acide conjugué de la base B
B : La base conjuguée de l'acide AH

$(H^+)+$

AH/B

$-(H^+)$

Exemples de couple acide base

NH_4^+/NH_3	H_3O^+/H_2O	H_2O/OH^-	HCN/CN^-	$HCOOH/HCOO^-$	CH_3COOH/CH_3COO^-

Expression du pH

$$pH=-\ell og([H_3O^+]) \text{ et } [H_3O^+]=10^{-pH}$$

Produit ionique de l'eau

$$Ke=[H_3O^+].[OH^-]$$

Ke : dépend uniquement de la température
On définit aussi pKe : $pKe=-\log(Ke)$ et $Ke=10^{-pKe}$

Constante d'acidité K_A :

$$K_A = \frac{[B][H_3O^+]}{[AH]}$$

$K_A=K_A(AH/B)$: constante d'acidité spécifique au couple AH/B

- Dépend uniquement de la température
- Augmente avec la force de l'acide
- On définit aussi $pK_A=-\log K_A$ et $K_A=10^{-pKA}$

  K_A est d'autant plus élevée que pK_A est faible

Taux d'avancement final τ

$$\tau = \frac{x_f}{x_m}$$

avec

- $0 \leq \tau \leq 1$
- **τ** s'exprime souvent en pourcentage

4. Etude qualitative d'une solution d'acide AH avec l'eau :

- **Couples acide basse intervenant dans la transformation :** AH/B et H_3O^+/H_2O
- **Equation de la réaction :** $AH + H_2O \rightleftharpoons B + H_3O^+$
- **Tableau d'avancement :**

Equation de la réaction		AH	+ H₂O	$\rightleftharpoons$	B	+ H_3O^+
Etat du système		**Quantité de matière en mol**				
Etat initial	0	C.V	En Excès		0	0
Etat intermédiaire	x	C.V -x			x	x
Etat final	x_f	$C.V - x_f$			x_f	x_f

- **Lecture du Tableau d'avancement :**

x_m= C.V : Avancement maximal	$[B] = [H_3O^+] = \frac{x_f}{V}$
$[AH] = \frac{C.V - x_f}{V} = C - [H_3O^+]$	**$x_f = [H_3O^+].V$: Avancement final**

- **Expression de τ : taux d'avancement final :**

$$\tau = \frac{x_f}{x_m} = \frac{[H_3O^+].V}{C.V} = \frac{[H_3O^+]}{C}$$

Une réaction est limitée (non totale) si :	• $\tau < 1$ • $x_f < x_m$ • $[H_3O^+] < C$

- **Force de l'acide**

L'acide A_1H est plus fort que l'acide A_2H si pour des concentrations identiques son taux d'avancement est plus élevé que celui de l'acide A_2H ($\tau_1 > \tau_2$)

- **Expression de K_A la constante d'acidité du couple AH/B**

$$K_A = \frac{[B][H_3O^+]}{[AH]} = \frac{[H_3O^+]^2}{C - [H_3O^+]}$$

NB : Force de l'acide
Un acide est d'autant plus fort que son K_A est élevé et son pK_A est faible

- **Autres expressions de K_A :**

$$K_A = \frac{[B][H_3O^+]}{[AH]} = \frac{[H_3O^+]^2}{C - [H_3O^+]}$$

On peut remplacer C ou $[H_3O^+]$ et obtenir autres expressions de K_A :

1. $[H_3O^+]=C.\tau$; $K_A = \frac{(C.\tau)^2}{C - C.\tau} = C.\frac{\tau^2}{1-\tau}$

2. $[H_3O^+]=10^{-pH}$; $K_A = \frac{(10^{-pH})^2}{C - 10^{-pH}} = \frac{10^{-2.pH}}{C - 10^{-pH}}$

3. $[H_3O^+] = \frac{x_f}{V}$; $K_A = \frac{(\frac{x_f}{V})^2}{C - \frac{x_f}{V}} = \frac{(x_f)^2}{V^2(C - \frac{x_f}{V})} = \frac{(x_f)^2}{V(C.V - x_f)}$

4. $C = \frac{[H_3O^+]}{\tau}$; $K_A = \frac{[H_3O^+]^2}{\frac{[H_3O^+]}{\tau} - [H_3O^+]} = \frac{[H_3O^+]}{\frac{1}{\tau} - 1} = [H_3O^+]\frac{\tau}{1-\tau}$

5. Etude qualitative d'une solution basique B avec l'eau :

- **Couples acide basse intervenant dans la transformation :** AH/B et H_2O/OH^-

- **Equation de la réaction :** $B + H_2O \rightleftharpoons AH + OH^-$

- **Tableau d'avancement :**

Equation de la réaction		B	$+ \; H_2O$	$\rightleftharpoons$	AH	$+ \; OH^-$
Etat du système		**Quantité de matière en mol**				
Etat initial	0	C.V	En Excès		0	0
Etat intermédiaire	x	C.V -x			x	x
Etat final	x_f	C.V – x_f			x_f	x_f

- **Lecture du Tableau d'avancement :**

x_m= C.V : Avancement maximal	$[AH] = [OH^-] = \frac{x_f}{V}$
$[B] = \frac{C.V - x_f}{V} = C - [OH^-]$	$x_f = [H_3O^+].V$: Avancement final

- **Expression de τ : taux d'avancement final :**

$$\tau = \frac{x_f}{x_m} = \frac{[OH^-].V}{C.V} = \frac{[OH^-]}{C}$$

Une réaction est limitée (non totale) si :	• $\tau < 1$ • $x_f < x_m$ • $[OH^-] < C$ ou $[H_3O^+] < Ke.C$ ou $pH > pKe - logC$

- **Force de la base**

La base B_1 est plus fort que la base B_2 si pour des concentrations identiques son taux d'avancement est plus élevé que celui de la base B_2 ($\tau_1 > \tau_2$)

- **Expression de K_A la constante d'acidité du couple AH/B**

$$K_A = \frac{[B][H_3O^+]}{[AH]} = \frac{(C-[\mathbf{OH^-}]).[H_3O^+]}{[\mathbf{OH^-}]}$$

NB : Force de la base

Une base est d'autant plus forte que son pK_A est élevé et son K_A est faible

- **Autres expressions de K_A :**

$$K_A = \frac{[B][H_3O^+]}{[AH]} = \frac{(C-[\mathbf{OH^-}]).[H_3O^+]}{[\mathbf{OH^-}]}$$

Sachant que $Ke = [H_3O^+].[OH^-]$ on remplace alors :

- $[H_3O^+] = \frac{Ke}{[\mathbf{OH^-}]}$ on obtient $K_A = \frac{(C-[\mathbf{OH^-}]).[H_3O^+]}{[\mathbf{OH^-}]} = \frac{(C-[\mathbf{OH^-}]).Ke}{[\mathbf{OH^-}]^2}$ **(1)**
- $[\mathbf{OH^-}] = \frac{Ke}{[H_3O^+]}$ on obtient $K_A = \frac{(C-[\mathbf{OH^-}]).[H_3O^+]}{[\mathbf{OH^-}]} = \frac{\left(C-\frac{Ke}{[H_3O^+]}\right).[H_3O^+]}{\frac{Ke}{[H_3O^+]}} = \frac{\left(C-\frac{Ke}{[H_3O^+]}\right).[H_3O^+]^2}{Ke}$ **(2)**

On peut remplacer C ou $[OH^-]$ ou $[H_3O^+]$ et obtenir autres expressions de K_A :

1. $[OH^-]=C.\tau$ dans (1) ; $K_A = \frac{C-C.\tau}{(C.\tau)^2}.Ke = \frac{Ke}{C}.\frac{1-\tau}{\tau^2}$

2. $[H_3O^+]=10^{-pH}$ dans (2) ; $K_A = \frac{\left(C-\frac{Ke}{10^{-pH}}\right).(10^{-pH})^2}{Ke} = \frac{C-Ke.10^{-pH}}{Ke.10^{2pH}}$

3. $[OH^-] = \frac{x_f}{V}$ dans (1) ; $K_A = \frac{C-\frac{x_f}{V}}{(\frac{x_f}{V})^2}.Ke = \frac{V^2(C-\frac{x_f}{V})}{(x_f)^2}.Ke = Ke.V\frac{C.V-x_f}{(x_f)^2}$

4. $C = \frac{[OH^-]}{\tau}$ dans (1) ; $K_A = \frac{\frac{[OH^-]}{\tau}-[OH^-]}{[OH^-]^2}.Ke = \frac{\frac{1}{\tau}-1}{[OH^-]}.Ke = \frac{1-\tau}{\tau}.\frac{Ke}{[OH^-]} = \frac{1-\tau}{\tau}.[H_3O^+]$

6. Réaction Acidobasique :

Réaction dans laquelle l'acide d'un couple réagit avec la base d'un autre couple, et au cours de laquelle il y a échange de protons :

A_1H $/B_1$ et $A_2H/$**B_2**

L'acide **A_1H** cède un proton : **A_1H**$\rightarrow B_1 + H^+$

La base **B_2** capte ce proton : **B_2** $+ H^+ \rightarrow A_2H$

Et l'équation acide basique (ou équation bilan) :

$$A_1H + B_2 \rightarrow B_1 + A_2H$$

7. La constante d'acidité et la dominance de l'acide AH ou de la base B

On a : $\mathbf{K_A} = \frac{[B][H_3O^+]}{[AH]}$ on en déduit : $\frac{[B]}{[AH]} = \frac{K_A}{[H_3O^+]} = \frac{10^{-pK_A}}{10^{-pH}} = 10^{pH-pK_A}$

ou $\mathbf{pH = pK_A} + \frac{[B]}{[AH]}$

Comparer pH et pK_A :

$$\frac{[B]}{[AH]} = 10^{pH-pK_A}$$

- **pH > pK_A** : $\frac{[B]}{[AH]} > \mathbf{1}$ et **[B] > [AH]** donc la base B est la prédominante
- **pH < pK_A** : $\frac{[B]}{[AH]} < \mathbf{1}$ et **[B] < [AH]** donc l'acide AH est le prédominant
- **pH = pK_A** : $\frac{[B]}{[AH]} = \mathbf{1}$ et **[B] = [AH]** donc **aucun** prédominant ni l'acide ni la base

Diagramme de prédominance :

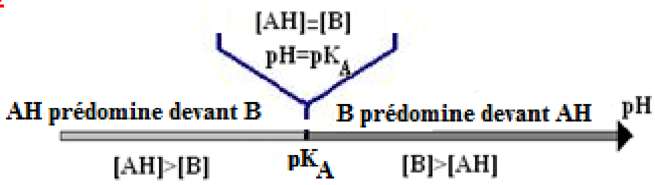
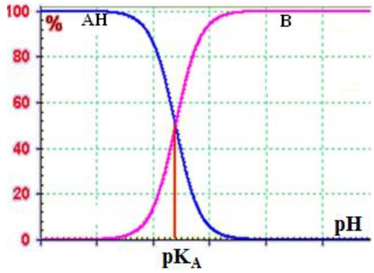


Diagramme de distribution (répartition :

Le diagramme représente le pourcentage de l'acide AH en solution et celui de sa base conjuguée



Le pourcentage de l'acide AH :

$$\%AH = \frac{[AH]}{[AH]+[B]} = \frac{1}{1+\frac{[B]}{[AH]}} = \frac{1}{1+\mathbf{10^{pH-pK_A}}}$$

Le pourcentage de la base B :

$$\%B = \frac{[B]}{[AH]+[B]} = \frac{1}{\frac{[AH]}{[B]}+1} = \frac{1}{\mathbf{10^{pK_A-pH}}+1}$$

NB :

Graphiquement on peut déterminer le pourcentage de l'acide et celui de la base et le pH correspondant ainsi que pK_A

8. La constante d'équilibre relative à une réaction acidobasique :

Pour le couple : A_1H/B_1	$K_{A_1}(A_1H/B_1) = \frac{[B_1][H_3O^+]}{[AH_1]}$

Pour le couple : A_2H/B_2	$K_{A_2}(A_2H/B_2) = \frac{[B_2][H_3O^+]}{[AH_2]}$

- **La réaction entre l'acide AH et l'eau :** **$AH + H_2O \rightleftharpoons B + H_3O^+$**

$$\mathbf{K = K_A(AH/B) = \frac{[B][H_3O^+]}{[AH]}}$$

- **La réaction entre la base B et l'eau :** **$B + H_2O \rightleftharpoons AH + OH^-$**

$$\mathbf{K = \frac{[AH][OH^-]}{[B]} = \frac{[AH][OH^-].[H_3O^+]}{[B].[H_3O^+]} = \frac{Ke}{K_A}}$$

Avec $Ke=[H_3O^+].[OH^-]$

- **La réaction entre l'acide A_1H du couple A_1H/B_1 et la base B_2 du couple A_2H/B_2 :**

$A_1H + B_2 \rightleftharpoons A_2H + B_1$

$$\mathbf{K = \frac{[B_1].[AH_2]}{[AH_1].[B_2]} = \frac{[B_1].[AH_2].[H_3O^+]}{[AH_1].[B_2].[H_3O^+]} = \frac{K_{A1}}{K_{A2}} = 10^{pK_{A2}-pK_{A1}}}$$

K : la constante d'équilibre relative au sens directe

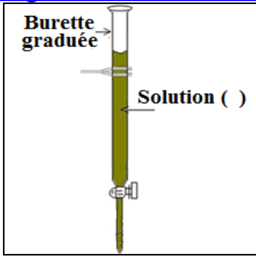
NB :

Le taux d'avancement final d'une réaction à température donnée dépend de la constante d'équilibre (plus cette constante est grande, plus le taux d'avancement est grand), mais dépend aussi des conditions initiales.

DOSAGE (TITRAGE) ACIDOBASIQUE

- Le but du dosage : Doser (ou titrer) une solution acide, c'est déterminer sa concentration molaire dans la solution considérée au moyen d'une solution basique de concentration connue et réciproquement.
- Doser la solution du bécher (solution titrée) par la solution de la burette graduée (solution titrante).
- Condition du dosage : la transformation doit être totale, rapide et sélective

1. Dosage d'une solution d'acide chlorhydrique par une solution basique d'hydroxyde de sodium

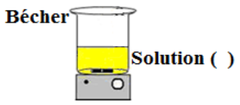


Dans la burette :
Solution d'hydroxyde de sodium
NaOH
($Na^+ + OH^-$)

Equation de dissolution :
$NaOH \longrightarrow Na^+ + \underline{\mathbf{OH^-}}$

L'ion Na^+ est inactif

$H_2O/\underline{\mathbf{OH^-}}$

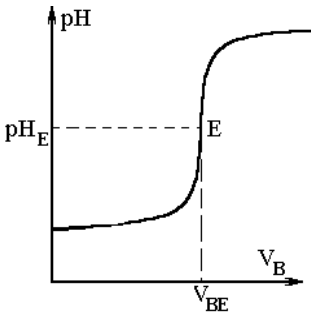


Dans le bécher :
Solution d'acide chlorhydrique $HC\ell$
(Solution de chlorure d'hydrogène)
($H_3O^+ + C\ell^-$)

Equation de dissolution :
$HC\ell + H_2O \longrightarrow \underline{\mathbf{H_3O^+}} + C\ell^-$

L'ion $C\ell^-$ est inactif

$\underline{\mathbf{H_3O^+}}/H_2O$



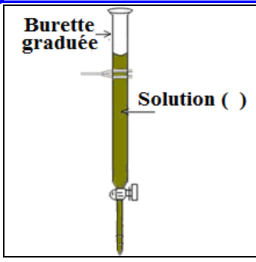
Equation du dosage : $\mathbf{H_3O^+ + OH^- \longrightarrow 2\,H_2O}$

Espèces majoritaires à l'équivalence : $\mathbf{H_2O}$

Milieu à l'équivalence : Milieu neutre : $pH_E = 7$

Relation à l'équivalence : $\mathbf{C_A V_A = C_B V_{BE}}$

2. Dosage d'une solution acide (AH) par une solution basique d'hydroxyde de sodium :

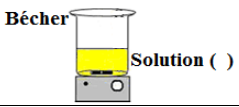


Dans la burette :
Solution d'hydroxyde de sodium
NaOH
($Na^+ + OH^-$)

Equation de dissolution :
$NaOH \longrightarrow Na^+ + \underline{\mathbf{OH^-}}$

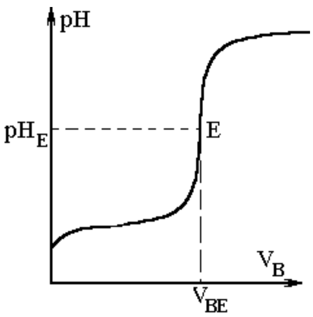
L'ion Na^+ est inactif

$H_2O/\underline{\mathbf{OH^-}}$



Dans le bécher :
Solution d'acide AH
$\underline{\mathbf{AH}}/B$

Equation de dissolution :
$\underline{\mathbf{AH}} + H_2O \rightleftharpoons H_3O^+ + B$



Equation du dosage :

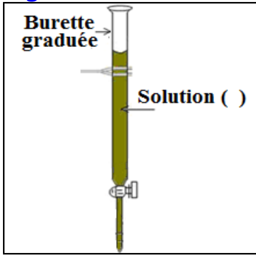
$\underline{\mathbf{AH}}/B$
$AH + OH^- \longrightarrow B + H_2O$
$\underline{\mathbf{CH_3COOH}}/CH_3COO^-$
$\underline{\mathbf{CH_3COOH}} + \underline{\mathbf{OH^-}} \longrightarrow CH_3COO^- + H_2O$

Espèces majoritaires à l'équivalence : **B** et $\mathbf{H_2O}$

Milieu à l'équivalence : Milieu basique : $pH_E > 7$

Relation à l'équivalence : $\mathbf{C_A V_A = C_B V_{BE}}$

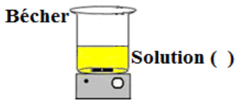
3. Dosage d'une solution basique d'hydroxyde de sodium par une solution d'acide chlorhydrique



Dans la burette :
Solution d'acide chlorhydrique HCℓ
(Solution de chlorure d'hydrogène)
$(H_3O^+ + Cℓ^-)$

Equation de dissolution :
$HCℓ + H_2O \longrightarrow \underline{H_3O^+} + Cℓ^-$
L'ion $Cℓ^-$ est inactif

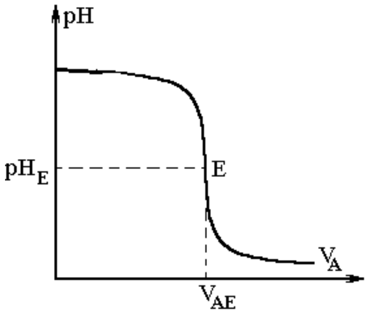
$\underline{H_3O^+}/H_2O$



Dans le bécher :
Solution d'hydroxyde de sodium
NaOH
$(Na^+ + OH^-)$

Equation de dissolution :
$NaOH \longrightarrow Na^+ + \underline{OH^-}$
L'ion Na^+ est inactif

$H_2O/\underline{OH^-}$



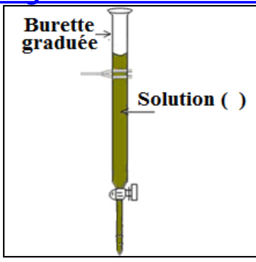
Equation du dosage : $H_3O^+ + OH^- \longrightarrow 2\,H_2O$

Espèces majoritaires à l'équivalence : H_2O

Milieu à l'équivalence : Milieu neutre : $pH_E = 7$

Relation à l'équivalence : $C_AV_{AE} = C_BV_B$

4. Dosage d'une solution basique (B) par une solution d'acide chlorhydrique

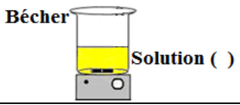


Dans la burette :
Solution d'acide chlorhydrique HCℓ
(Solution de chlorure d'hydrogène)
$(H_3O^+ + Cℓ^-)$

Equation de dissolution :
$HCℓ + H_2O \longrightarrow \underline{H_3O^+} + Cℓ^-$

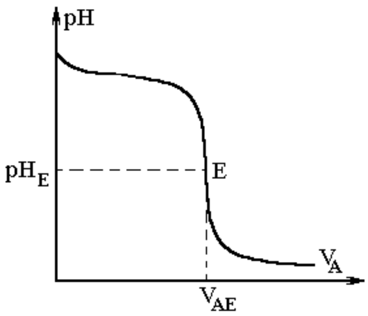
L'ion $Cℓ^-$ est inactif

$\underline{H_3O^+}/H_2O$



Dans le bécher :
Solution d'une base B
$AH/\underline{B}$

Equation de dissolution :
$\underline{B} + H_2O \rightleftharpoons OH^- + AH$



Equation du dosage :

$AH/\underline{B}$

$B + H_3O^+ \longrightarrow AH + H_2O$

$NH_4^+/\underline{NH_3}$

$\underline{NH_3} + \underline{H_3O^+} \longrightarrow NH_4^+ + H_2O$

Espèces majoritaires à l'équivalence : **AH et H_2O**

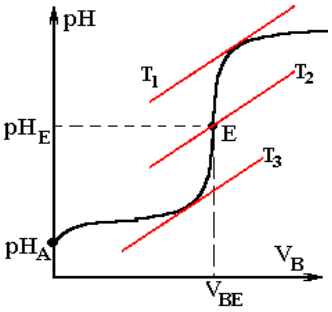
Milieu à l'équivalence : Milieu acide : $pH_E < 7$

Relation à l'équivalence : $C_AV_{AE} = C_BV_B$

NB :
Les ions Na^+ et $Cℓ^-$ sont ions inactifs, ne réagissent pas mais subit une dilution et leurs concentrations en solution diminuent :

$$[Na^+] = \frac{C_B.V_B}{V_A+V_B} \quad \text{et} \quad [Cℓ^-] = \frac{C_A.V_A}{V_A+V_B}$$

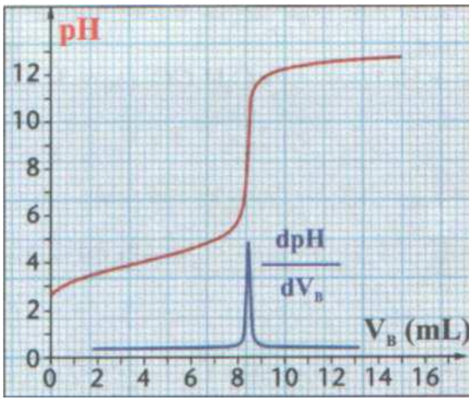
Etude du graphe pH=f(VB) :



Graphiquement on peut déduire :

- pH_A de la solution du bécher (V_B=0 : aucun ajout de la solution basique) :
  - La nature de la solution initiale du bécher (pH_A)
  - La dissolution de la solution du bécher est limitée ou totale.
  - Le type de dosage (le cas est dosage d'un acide par une base vu la courbe pH=f(V_B) est croissante)
- A tout instant le pH et le volume V_B correspondant et aussi la composition du mélange :
  - Déterminer la concentration des ions hydronium $[H_3O^+]=10^{-pH}$ et en déduire la concentration des ions hydroxyde $[OH^-] = \frac{Ke}{[H_3O^+]}$, ($Ke=[H_3O^+].[OH^-]$)
  - Déterminer les concentrations des ions $[Na^+] = \frac{C_B.V_B}{V_A+V_B}$ et $[C\ell^-] = \frac{C_A.V_A}{V_A+V_B}$
- Les coordonnées du point d'équivalence E(V_{BE}, pH_E) :
  - V_{BE} et exploiter la relation de l'équivalence : $\mathbf{C_AV_A=C_BV_{BE}}$
  - pH_E : déterminer la nature du mélange à l'équivalence (basique ou acide ou neutre)
  - L'indicateur coloré adéquat (pH_E encadré par la zone de virage de l'indicateur coloré)

Comment déterminer les coordonnées du point d'équivalence sur la courbe d'un dosage par suivi pH-métrique ?



- **Méthode des tangentes parallèles :**
  - Consiste à tracer deux tangentes T_1 et T_3 parallèles de part et d'autre du saut de pH, puis de tracer une troisième droite T_2 équidistante et parallèle aux deux premières : $d(T_1,T_2)=d(T_2,T_3)$
  - Le **point d'équivalence E** est le point d'intersection de la droite (T_2) avec la courbe pH = f(V_B).

- Une seconde méthode de détermination des coordonnées du point d'équivalence à partir de la courbe $\frac{dpH}{dV_B} = f(V_B)$ la dérivée première du pH en fonction de V_B , le **volume à l'équivalence** est le volume pour lequel la dérivée est maximale (remarquable par un pic sur la courbe).

- Les **indicateurs colorés** :

Un indicateur coloré est un composé qui existe en solution aqueuse sous la forme d'un couple acide base (HIn/In^-) dont la forme acide HIn , a une couleur (teinte) différente de celle de la forme basique (In^-).

La zone intermédiaire entre les teintes acide et basique d'un indicateur coloré est nommée **zone de virage**.

Le taux d'avancement finale de la reaction de dosage (PC+SM)

Dosage d'une solution basique B par la solution d'acide chlorhydrique HCℓ

Equation de la réaction		B	+ H_3O^+	$\rightarrow$	AH	+ H_2O
Etat du système		**Quantité de matière en mol**				
Etat initial	0	$C_B.V_B$	$C_A.V_A$		0	0
Etat intermédiaire	x	$C_B.V_B-x$	$C_A.V_A-x$		x	x
Etat final	x_f	$C_B.V_B-x_f$	$C_A.V_A-x_f$		x_f	x_f

Déterminer x_f :

Du tableau d'avancement on a $n(H_3O^+) = C_A.V_A - x_f$ d'où $[H_3O^+] = \frac{n(H_3O^+)}{V_A+V_B} = \frac{C_A.V_A-x_f}{V_A+V_B}$

et $C_AV_A - x_f = (V_A+V_B).[H_3O^+]$ donc $x_f = C_AV_A - (V_A+V_B).[H_3O^+]$ et $x_f = C_AV_A - (V_A+V_B).10^{-pH}$

Déterminer x_m :

On détermine le réactif limitant et en déduire x_m en comparant :

1. $C_A.V_A$ et $C_B.V_B$
La plus faible définit x_m

2. Le volume V_A versé et le volume V_{AE} versé à l'équivalence

$B + H_3O^+ \rightarrow AH + H_2O$

- $V_A < V_{AE}$: avant l'équivalence et H_3O^+ est le limitant donc $x_{max} = C_A.V_A$
- $V_A > V_{AE}$: après l'équivalence et B est le limitant donc $x_{max} = C_B.V_B$
- $V_A = V_{AE}$: à l'équivalence B et H_3O^+ sont tous deux limitant donc $x_{max} = C_A.V_{AE} = C_B.V_B$

Déduire τ : dans le cas ou $V_A < V_{AE}$

On a $x_f = C_AV_A - (V_A+V_B).10^{-pH}$ et $x_{max} = C_A.V_A$ donc :

$$\tau = \frac{x_f}{x_m} = \frac{C_AV_A - (V_A+V_B).10^{-pH}}{C_AV_A} = 1 - \frac{(V_A+V_B).10^{-pH}}{C_AV_A}$$

Dosage d'une solution acide AH par une solution d'hydroxyde NaOH :

Equation de la réaction		AH	+ OH^-	$\rightarrow$	B +	H_2O
Etat du système		**Quantité de matière en mol**				
Etat initial	0	$C_A.V_A$	$C_B.V_B$		0	0
Etat intermédiaire	x	$C_A.V_A-x$	$C_B.V_B-x$		x	x
Etat final	x_f	$C_A.V_A-x_f$	$C_B.V_B-x_f$		x_f	x_f

Déterminer x_f :

Du tableau d'avancement on a $n(OH^-) = C_B.V_B - x_f$ d'où $[OH^-] = \frac{n(OH^-)}{V_A+V_B} = \frac{C_B.V_B-x_f}{V_A+V_B}$ et $C_BV_B - x_f = (V_A+V_B).[OH^-]$

$x_f = C_BV_B - (V_A+V_B).[OH^-]$ et $x_f = C_B.V_B - (V_A+V_B).10^{pH-pKe}$

or $Ke=[H_3O^+].[OH^-]$ alors

$$x_f = C_BV_B - (V_A+V_B).\frac{Ke}{[H_3O^+]} = C_BV_B - (V_A+V_B).\frac{Ke}{10^{-pH}} = C_BV_B - (V_A+V_B).\frac{10^{-pKe}}{10^{-pH}} = C_BV_B - (V_A+V_B).10^{pH-pKe}$$

Déterminer x_m :

On détermine le réactif limitant et en déduire x_m en comparant :

1. $C_A.V_A$ et $C_B.V_B$
La plus faible définit x_m

2. Le volume V_B versé et le volume V_{BE} versé à l'équivalence

$AH + OH^- \rightarrow B + H_2O$

- $V_B < V_{BE}$: avant l'équivalence et OH^- est le limitant donc $x_{max} = C_B.V_B$
- $V_B > V_{BE}$: après l'équivalence et AH est le limitant donc $x_{max} = C_A.V_A$
- $V_B = V_{BE}$: à l'équivalence AH et OH^- sont tous deux limitant donc $x_{max} = C_A.V_A = C_B.V_{BE}$

Déduire τ : dans le cas ou $V_B < V_{BE}$

On a $x_f = C_BV_B - (V_A+V_B).10^{pH-pKe}$ et $x_{max} = C_B.V_B$ donc :

$$\tau = \frac{x_f}{x_m} = \frac{C_BV_B - (V_A+V_B).10^{pH-pKe}}{C_BV_B} = 1 - \frac{(V_A+V_B).10^{pH-pKe}}{C_BV_B}$$

INDICATEURS COLORES

Définition :

Un indicateur coloré acido basique est un composé qui existe en solution aqueuse sous la forme d'un couple acide base noté HIn/In^- dont la forme acide HIn , a une couleur (teinte) différente de celle de la forme basique (In^-).

Ionisation de l'indicateur coloré :

$$HIn + H_2O \rightleftharpoons H_3O^+ + In^-$$

HIn : forme acide de l'indicateur coloré

In^- : la forme basique de l'indicateur coloré

$\mathbf{K_A = K_A(HIn/In^-) = \frac{[In^-][H_3O^+]}{[HIn]}}$ **:** la constante d'acidité de l'indicateur coloré

et on peut en déduire $pH = pK_A + \log\frac{[In^-]}{[HIn]}$

On en distingue trois cas :

[HIn] >> [In⁻]	**[HIn] = [In⁻]**	**[HIn] << [In⁻]**
La forme acide HIn est dominante $\frac{[HIn]}{[In^-]} \geq 10$ $pH = pK_A + \log\frac{[In^-]}{[HIn]} < pK_A - 1$	Aucune forme n'est dominante $\frac{[In^-]}{[HIn]} = 10$ La teinte obtenue est la teinte sensible $pH=pK_A$ et $[H_3O^+]=K_A$	La forme basique In^- est dominante $\frac{[In^-]}{[HIn]} \geq 10$ $pH = pK_A + \log\frac{[In^-]}{[HIn]} > pK_A + 1$

De quoi dépend la teinte d'in indicateur :

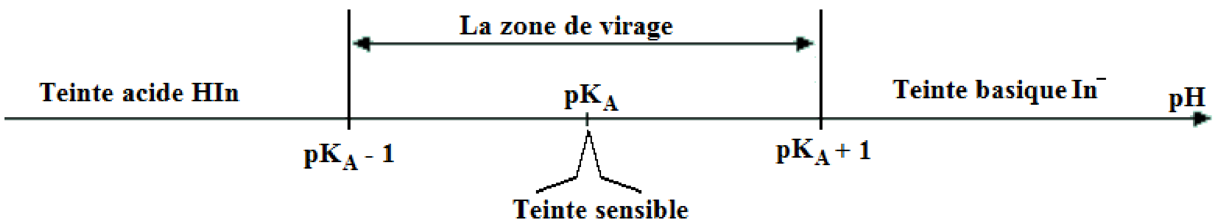
La teinte d'in indicateur dépend des proportions de la forme acide HIn et de la forme basique In^-

Comment peut-on modifier sa teinte :

On peut modifier sa teinte en faisant varier le pH de la solution dans laquelle il est dissous (variation des % de HIn et In^-)

Zone de virage d'un indicateur :

La zone de virage est le domaine de valeur de pH pour lequel ni HIn ni In^- ne domine nettement



NB :

La zone de virage d'un indicateur coloré :

- N'est pas centré sur la valeur de pK_A
- Sa largeur n'est pas égale à deux unités de pH
- Exemples d'indicateurs colorés :

Indicateur	pK_A	Zone de virage	Couleur (acide, base)
Hélianthine	3.40	(3.9 - 4.5)	(Rouge, Jaune Orangé)
Bleu de bromothymol (B.B.T)	4.10	(3.0 - 4.6)	(Jaune, Bleu violet)
Rouge de phénol	6.25	(6.4 - 8.0)	(Jaune, Rouge)
Phénolphtaléine	9.20	(8.0 - 9.6)	(Incolore, Violet)

ETAT D'EQUILIBRE D'UN SYSTEME

Soit la réaction chimique :

$$aA_{(q)} + bB_{(q)} \underset{(2)}{\overset{(1)}{\rightleftharpoons}} cC_{(q)} + dD_{(q)}$$

avec a,b,c et d sont les coefficients stœchiométriques

$$Qr = \frac{[C_{(aq)}]^c.[D_{(aq)}]^d}{[A_{(aq)}]^a.[B_{(aq)}]^b}$$: **Quotient de réaction** associé à la réaction dans le sens direct

On ne fait figurer dans l'expression de Q_r que les concentrations des espèces dissoutes alors :

[Solide]=1 et [Eau comme solvant]=1.

A une température donnée, le quotient de réaction à l'équilibre $Q_{r,éq}$ est une constante quel que soit l'état initial considéré :

$$K=Q_{r,eq}$$

- La constante d'équilibre dépend uniquement de la température.
- Le taux d'avancement final d'une réaction à température donnée dépend de la constante d'équilibre (plus cette constante est grande, plus le taux d'avancement est grand), mais dépend aussi dépend des conditions initiales.

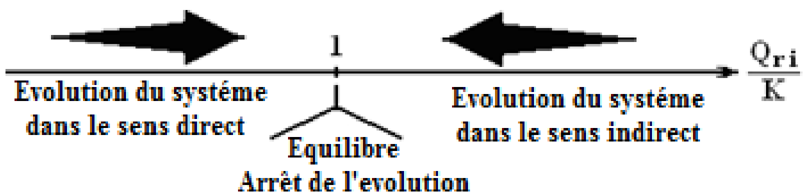
Lorsqu'une transformation n'est pas totale, la réaction associée peut s'effectuer dans les deux sens, une telle réaction est dite réversible. L'équilibre atteint est un équilibre dynamique dans lequel les réactions inverses l'une de l'autre ont lieu simultanément et à la même vitesse.

PREVISION DE L'EVOLUTION DU SYSTEME

Un système chimique va évoluer de façon que Qr tend vers la valeur de la constante d'equlibre K

On en distingue trois cas

K = Qr	Le système est en équilibre et n'évolue dans aucun sens : la composition du système ne varie plus.	
K > Qr	L'évolution spontanée se produit dans le **sens direct (1)** (sens de consommation des réactifs)	K → Qr
K < Qr	L'évolution spontanée se produit dans le **sens indirect (2)** (sens de consommation des Produits)	K ← Qr



NB :

- Dans la cas ou K < Qr et évolution du système dans le sens indirect il faut inverser l'écriture de l'équation

$$cC_{(q)} + dD_{(q)} \underset{(2)}{\overset{(1)}{\rightleftharpoons}} aA_{(q)} + bB_{(q)}$$

- Lorsque l'on modifie la quantité de matière de l'une des espèces chimiques présente dans un système chimique à l'équilibre, l'évolution s'oppose à cette modification :
  - Si une espèce chimique est apportée, l'évolution se fait dans le sens de sa consommation.
  - Si une espèce chimique est éliminée, l'évolution se fait dans le sens de sa production.

REACTIONS SPONTANEE DANS LES PILES ET PRODUCTION D'ENERGIE

- **Réaction spontanée** : toute réaction chimique qui peut se dérouler sans apport d'énergie du milieu extérieur est appelée réaction spontanée.

- **Une pile électrochimique** est un générateur qui transforme de l'énergie chimique en énergie électrique.

Une pile est constituée par deux demi-piles reliées par un **pont salin**.

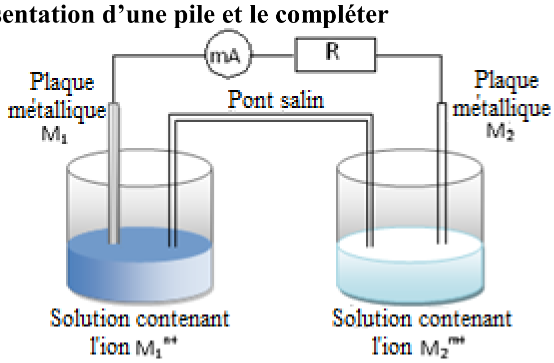
- Une demi-pile est l'ensemble constitué d'un métal plongeant dans une solution contenant son cation conjugué. Les deux métaux sont appelés électrodes et constituent les pôles de la pile. Elles font donc référence chacune à **un couple oxydo-réducteur Mn+ (aq)/M(s)**.
- Un pont salin : il permet d'assurer la fermeture du circuit électrique, le déplacement de porteurs de charges et la neutralité de chaque électrolyte. Il n'intervient en rien dans l'équation de la réaction qui fournit l'énergie.

- **Anode** : est l'électrode qui est le siège de l'**oxydation** et constitue le **pôle négatif (-)** de la pile.

- **Cathode** : est l'électrode qui est le siège de la **réduction** et constitue le **pôle positif (+)** de la pile

On a besoin d'une **information** pour :

Représentation d'une pile et le compléter



Information du circuit
- Sens du courant électrique
- Pole positif du pole négatif
- Sens de déplacement du courant
- Sens de déplacement des porteurs de charges
  - Les électrons dans le circuit extérieur
  - Les ions positifs et négatifs dans les solutions et le pont salin

Transformation chimique
- Le réactif ou produit : M_1^{n+}/M_1 et M_2^{m+}/M_2
- Ecrire les demis équations redox
- En déduire l'équation bilan

Représentation conventionnelle de la pile

( ) $M_{1(S)}/M_1^{n+}$ || $M_2^{m+}/M_{2(s)}$ ( )

INFORMATION

L'information peut être relative :

Au Circuit	**A un Réactif**	**A un Produit**	**A la Prévision de l'évolution**
- Sens du courant - Sens des électrons - Pole positif ou pole négatif (COM) - Sens de déplacement des ions	- Réagit - Diminue - S'oxyde - Se réduit - Disparition - Dégradation	- Se produit ou Production - Dépôt de - Apparait ou Apparition - Augmentation - Dégagement	Comparer K et Qr - K > Qr : Evolution dans le sens direct - K < Qr : Evolution dans le sens indirect

Quantité d'électricité fournie :

1F = 1N_A.e = 96500C.moℓ^{-1}= 9.65 10^4C.moℓ^{-1} ; Quantité de matière d'une mole d'électron

$$\mathbf{n(e)} = \frac{\mathbf{N}}{\mathbf{N_A}} = \frac{\mathbf{Q}}{\mathbf{N_A.e}} = \frac{\mathbf{Q}}{\mathbf{F}} = \frac{\mathbf{I.\Delta t}}{\mathbf{F}}$$: la quantité de matière des électrons échangés

avec :	n(e) : la quantité de matière d'électrons échangés en moles (mol) **Q = I.Δt = N.e =n(e).F** : la quantité d'électricité en Coulomb (C) I : l'intensité du courant en ampère (A) Δt : le temps de transfert des électrons en seconde (s) N : Le nombre d'électrons traversant une portion de circuit pendant Δt

NB :

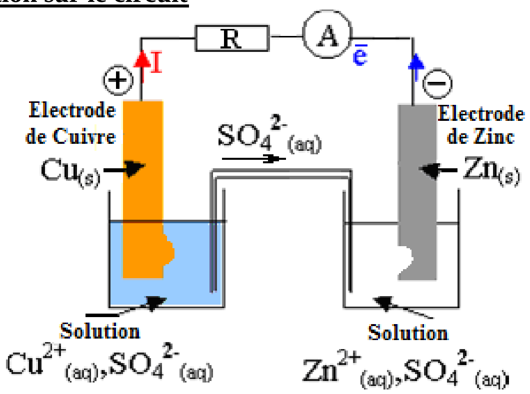
Lorsque la **pile** :

- **Débite**, le système chimique est **hors équilibre** Qr≠K,
- **Est usée** correspond à l'état d'équilibre Qr=K, il ne se produit plus de réaction aux électrodes. L'intensité du courant est alors nulle.

PILE DANIELL

- La pile est constituée de deux compartiments dont l'un contient une solution de sulfate de zinc (Zn^{2+}+SO_4^{2-}) dans laquelle est immergée une plaque de zinc métallique (Anode). L'autre compartiment de la pile contient une solution de sulfate de cuivre (Cu^{2+}++SO_4^{2-}) dans laquelle baigne une plaque métallique de cuivre (Cathode).
- Les deux solutions sont reliées par un pont salin (solution de chlorure de potassium KCℓ ou de nitrate de potassium KNO_3 qui sert à équilibrer les charges.
- La pile Daniell est constitué de deux demi piles constitué par les deux couples $Cu^{2+}_{(aq)}/Cu_{(s)}$ et $Zn^{2+}_{(aq)}/Zn_{(s)}$
- L'aiguille de l'ampèremètre (ou du voltmètre) dévie : le courant électrique passe alors de la plaque de cuivre Cu vers la plaque de zinc Zn

Représentation de la pile et information sur le circuit



- Le sens du courant électrique est de l'électrode Cuivre vers l'électrode zinc
- Les électrons circulent, dans le circuit électrique extérieur, de l'électrode zinc vers l'électrode Cuivre
- Les ions, dans les électrolytes, assurent le transport du courant
  - La solution de sulfate de zinc s'enrichit en ions zinc Zn^{2+}, alors pour compenser cet excès de charge positive, des ions négatifs du pont salin passent dans cette solution.
  - La solution de sulfate de cuivre II s'appauvrit en ions cuivre Cu^{2+}, pour compenser ce défaut de charge positive, des ions positifs du pont salin passent dans cette solution.

Cette double migration des ions du pont salin assure le passage du courant entre les deux demi-piles.

Transformation

- Des électrons sont cédés par l'électrode de Zinc :

$$\mathbf{Zn \rightarrow Zn^{2+} + 2e}$$

- Des électrons sont captés par la solution ionique d'ions cuivre II :

$$\mathbf{Cu^{2+}+2e \rightarrow Cu}$$

- L'équation bilan est alors :

$$\mathbf{Cu^{2+}_{(aq)} + Zn \rightarrow Cu + Zn^{2+}_{(aq)}}$$

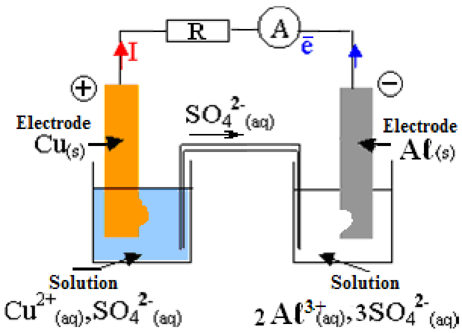
Représentation conventionnelle de la pile

$$\mathbf{(-)\ Zn/Zn^{2+}\ ||\ Cu^{2+}/Cu\ (+)}$$

Exemple de pile

Soit la pile : (-) $A\ell/A\ell^{3+}$ || Cu^{2+}/Cu (+)

Représentation de la pile et équations :



À l'anode se produit une oxydation :

$$A\ell \rightarrow A\ell^{3+} + 3e$$

À la cathode se produit une réduction :

$$Cu^{2+} + 2e \rightarrow Cu$$

L'équation bilan :

$$3Cu^{2+} + 2A\ell \rightarrow 2A\ell^{3+} + 3Cu$$

Tableau d'avancement :

	$3Cu^{2+}$ +	$2A\ell$	$\rightarrow$	$2A\ell^{3+}$ +	$3Cu$	6e
t=0	n_1	n_2		n_3	n_4	0
t	n_1-3.x	n_2-2.x		n_3+2.x	n_4+3.x	6.x
t_f	n_1-3.x_f	n_2-2.x_f		n_3+2.x_f	n_4+3.x_f	6.x_f

$\Delta n(Cu^{2+})$ = (n_1-3.x_f) - n_1 : La variation de la quantité de matière des ions Cuivre Cu^{2+}
= **-3.**x_f : La quantité de matière des ions Cu^{2+} a diminué de **3.x**

De la même manière on peut déterminer Δn la variation de la quantité de matières des autres espèces chimiques

Δn : La variation de la quantité de matière

	$3Cu^{2+}$	$2A\ell$	$\rightarrow$	$2A\ell^{3+}$	$3Cu$	6e
Δn	-3.x_f	-2.x_f		2.x_f	2.x_f	6.x_f
	Quantité de matière a diminuer de :			Quantité de matière a augmenter de :		
	3.x_f Pour les ions Cu^{2+} ΔC.V=3. x_f	2.x_f Pour la plaque d'aluminium $\frac{\Delta m}{M} = 2.x_f$		2.x_f Pour les ions $A\ell^{3+}$ ΔC'.V'=3. x_f	2.x_f Pour la plaque de cuivre $\frac{\Delta m'}{M'} = 3.x_f$	$n(e) = 6.x_f$ $n(e) = \frac{I.\Delta t}{F}$

TRANSFORMATIONS FORCEES : L'ELECTROLYSE (PC+SM)

Electrolyse :

Une réaction qui se déroule dans le sens opposé à l'évolution spontanée est une évolution forcée. Cette réaction s'appelle électrolyse et s'arrête dès que l'on stoppe le générateur qui apporte l'énergie nécessaire

NB :

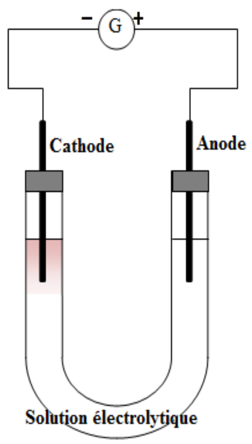
- Le courant imposé est inverse à celui qui serait observé lorsque le système évolue spontanément.
- Dans une électrolyse :
  - L'électrode reliée au pôle – du générateur électrique est le siège d'une **réduction** ; il s'agit de la **cathode** :
  - L'électrode reliée au pôle + du générateur électrique est le siège d'une **oxydation** ; il s'agit de **l'anode** :
- Pour une transformation forcée, **le quotient de réaction du système chimique s'éloigne de la constante d'équilibre.**

A retenir : on doit savoir :

- Les espèces chimiques en solution (soluté, solvant et électrodes)
- Les couples redox intervenants
- Toutes les réactions possibles au niveau des électrodes :
  - A l'anode (**pole +**) se produit une oxydation de tout réducteur à l'exception des ions positifs
  - A la cathode (**pole -**) se produit une réduction de tout oxydant à l'exception des ions négatifs
- Les réactions qui se produisent au niveau des électrodes

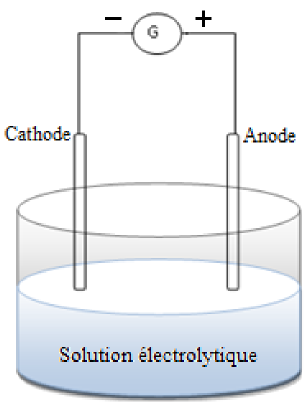
Exemple : Electrolyse d'une solution aqueuse de chlorure de sodium NaCℓ
On introduit dans un tube en U une solution aqueuse de chlorure de sodium (Na+(aq) + Cℓ–(aq)) . Deux électrodes en graphite plongées dans la solutions et reliées chacune à l'une des bornes (positive ou négative) d'un générateur de tension continue G .

Montage expérimentale



Tube en U

Ou



- **Les espèces chimiques en solutions :**

Soluté	Solvant	Electrodes
Na^+ ، $C\ell^-$	H_2O ,H_3O^+ et OH^-	Graphite

- **Les couples redox intervenant :**

$$Na^+_{(aq)}/Na_{(s)} \text{ ، } C\ell_{2(aq)}/C\ell^-_{(aq)} \text{ ، } H_2O_{(\ell)}/H_2 \text{ و } O_{2(g)}/H_2O_{(\ell)}$$

- **Toutes les réactions possibles au niveau des électrodes :**
  - A l'anode se produit oxydation d'un réducteur :

$$2\,H_2O_{(\ell)} \rightarrow O_{2(g)} + 4\,H^+_{(aq)} + 4\,e^-$$

Ou $$2\,C\ell^-_{(aq)} \rightarrow C\ell_{2(aq)} + 2\,e^-$$

  - A la cathode se produit réduction d'un oxydant :

$$Na^+_{(aq)} + 1\,e^- \rightarrow Na_{(s)}$$

ou $$2\,H_2O_{(\ell)} + 2\,e^- \rightarrow H_{2(g)} + 2\,HO^-_{(aq)}$$

Après plusieurs minutes de fonctionnement, on constate :
- À l'anode, il s'est formé un dégagement gazeux de dichlore $C\ell_2$ (Décoloration de l'indigo initialement bleu).
- À la cathode, il s'est formé un dégagement de dihydrogène H_2 (détonation en présence d'une flamme) et il est apparu des ions hydroxyde OH^- (Phénolphtaléine prends une coloration rose).

- **Les réactions qui se produisent au niveau des électrodes :**
  - A l'anode se produit oxydation des ions chlorure $C\ell^-$:

$$2\,C\ell^-_{(aq)} \rightarrow C\ell_{2(aq)} + 2\,e^-$$

  - A la cathode se produit réduction de l'eau H_2O :

$$2\,H_2O_{(\ell)} + 2\,e^- \rightarrow H_{2(g)} + 2\,HO^-_{(aq)}$$

Equation bilan de l'électrolyse d'une solution aqueuse de NaCℓ

$$2\,H_2O_{(\ell)} + 2\,C\ell^-_{(aq)} \rightarrow H_{2(g)} + 2\,HO^-_{(aq)} + C\ell_{2(aq)}$$

Nomenclature des ALCANES

Les alcanes sont des molécules organiques uniquement composées d'atomes de carbone et d'hydrogène tous liés ensembles uniquement par des liaisons simples et dont la formule brute est C_nH_{2n+2} avec n un nombre naturel

1. Les alcanes linéaires ou les n-alcanes :

Définition :

Les chaines carbonées sont linéaires si chaque atome de carbone n'est lié au maximum qu'a deux autres atomes de carbones au sein de la chaine .

Nomenclature :

Le nom de l'alcane est formé du suffixe » ane » précédé d'un terme grecque qui correspond au nombre de carbone dans la chaine

Exemples :

CH_3-CH_2-CH_3	CH_3-CH_2- CH_2-CH_3	CH_3-CH_2- CH_2- CH_2-CH_3	CH_3-CH_2- CH_2- CH_2- CH_2-CH_3
Propane	Butane	Pentane	Hexane

2. Les alcanes ramifiés :

Définition :

Les chaines carbonées ramifiées sont des chaines ou au moins l'un des atomes carbones de la chaine est lié au moins à trois autres atomes de carbones

Nomenclature :

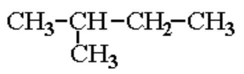
Pour nommer cette molécule il faut procéder de la façon suivante :

1. Ecrire la formule semi développée de la molécule (ou l'écriture topologique)
2. Identifier la chaîne principale (la chaîne carbonée la plus longue), on lui attribue le nom de l'alcane
3. Identifier les groupes alkyles (groupes ramifiés) liés à cette chaîne
4. Numéroter les atomes de carbone, à partir de l'extrémité qui permet d'obtenir **la somme**, des numéros associés aux groupes alkyles, **la plus petite possible**.
5. Le nom de la molécule est constitué du nom de l'alcane principale, précédé des noms des radicaux et chaque radical est précédé par son numéro

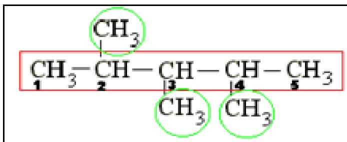
NB :

Si plusieurs groupes identiques figurent dans la molécule, on ajoute les préfixes "di" pour 2 et "tri" pour 3 et "tetra" pour 4 .....

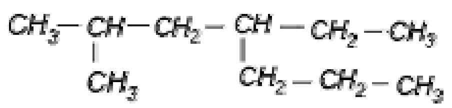
Exemples : **i-Alkyle Alcane**



2-methyl butane



2,3,4- tri méthyl pentane



4-ethyl 2-methyl heptane

Les dix premiers alcanes linéaires

Nombre de carbone	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Alcane (**C_nH_{2n+2}**)	méthane	éthane	propane	butane	pentane	hexane	heptane	octane	nonane	décane
Radical (**C_nH_{2n+1}**)	méthyl	éthyl	propyl	butyl						

3. Les alcanes cycliques :

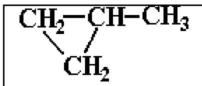
Définition :

Les chaines carbonées cycliques qui ne comportent pas d'extrémités et qui forment une boucle

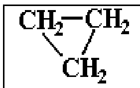
Nomenclature :

Les règles sont les même que pour les alcanes linéaires ou ramifiés mais l'on ajoute le préfixe cyclo devant le nom de la chaine principale.

Exemples :



Cyclo méthyl propane

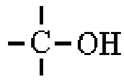


Cyclo propane

NOMENCLATURE DES COMPOSES ORGANIQUES

ALCOOL :

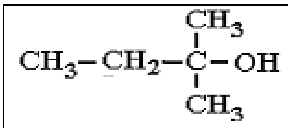
On appelle alcool un composé organique dans lequel le groupe hydroxyle **-OH** est lié à un atome de carbone saturé.



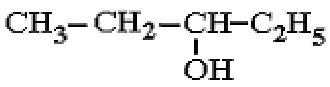
Nomenclature :

- On détermine le nom de l'alcane à condition :
  - La chaîne principale est la chaîne la plus longue qui porte le groupe -OH.
  - La numérotation de la chaîne est choisie de façon que le groupe -OH ait le numéro le plus petit possible.
- Le nom de l'alcool est formé en ajoutant le suffixe ol au nom de l'alcane (**alcan -i-ol)**

Exemples :



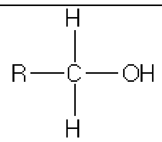
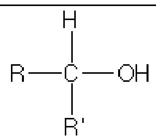
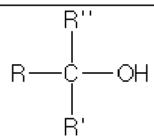
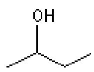
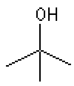
2- méthyl butan –3-ol



Pentan –3-ol

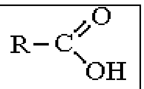
Classes d'alcool :

Selon que l'atome de carbone portant le groupe caractéristique -OH est lié à 1, 2, 3 atomes de carbone, l'alcool est qualifié de primaire, secondaire, tertiaire

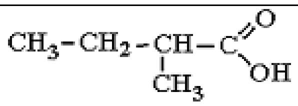
Classe de l'alcool	Alcool primaire	Alcool secondaire	Alcool tertiaire
Formule générale			
Exemples			
	Butanol ou butan -1 ol	butan -2- ol	2 -methyl propan -2- ol

ACIDE CARBOXYLIQUE :

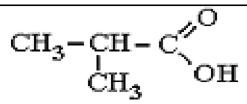
1. Repérer la chaîne carbonée la plus grande contenant le carbone fonctionnel de l'acide.
2. Numéroter les carbones en commençant par le carbone fonctionnel de l'acide.
3. Le nom de l'acide est le nom de l'alcane précédé par le mot acide et finira par la terminaison -oïque



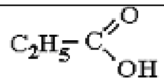
Acide alcanoique



Acide 2– méthyl butanoïque

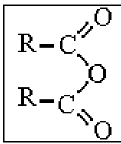


Acide 2– méthyl propanoïque



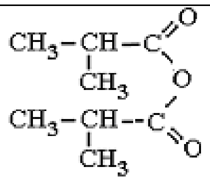
Acide propanoïque

ANHYDRIDE D'ACIDE :

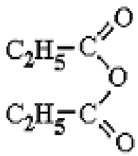


On nomme le composé, de la même manière que l'acide carboxylique juste on remplace le mot **acide** par le mot **anhydride** (anhydride **alcanoique)**

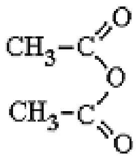
Exemples :



Anhydride 2-methyl propanoïque



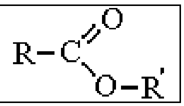
Anhydride propanoïque



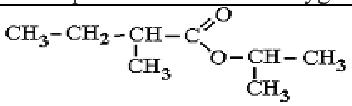
Anhydride éthanoïque

ESTER :

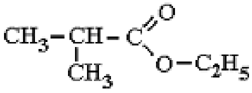
La nomenclature des esters est composée de deux termes, le premier terminant en -oate désignant la chaîne carbonée issue de l'acide et le deuxième terminant par -yle désignant la chaîne carbonée de l'alcool.



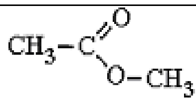
1. Déterminer la longueur de la chaîne provenant de l'acide et rajouté le suffixe OATE : → Alcanoate
2. Ajouter un "de" après le nom en -oate
3. Déterminer la longueur de chaîne provenant de l'alcool puis terminer par le suffixe -yle (avec le "e" car en fin de nom.)
4. Ce qui donne Alcanoate de alkyle
5. Dans le cas des ramifications la chaine carbonée est numéroté à partir de l'atome de carbone lié avec une liaison covalente simple avec l'atome d'oxygène



2-methyl butanoate de 1-methyl éthyle



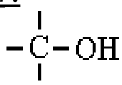
2-methyl propanoate d'éthyle



Ethanoate de méthyle

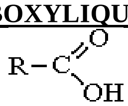
NB :

ALCOOL :



Alcan -i-ol

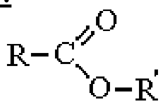
ACIDE CARBOXYLIQUE :



Acide Alcanoïque

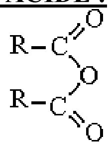
ALCANE

ESTER :



Alcanoate de alkyle

ANHYDRIDE D'ACIDE :



Anhydride alcanoïque

Nommer un alcane :

(1)	(2)	(3)	(4)
La chaine principale carbonée (La plus longue chaine) **Alcane**	Les radicaux liés à la chaine principale **alkyle**	Un numéro i à chaque radical i	Classer les radicaux par ordre alphabétique Abcdefgh ….

i-Alkyle Alcane

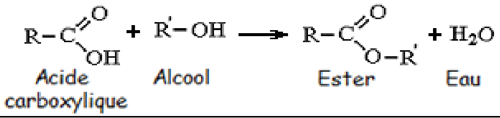
Les dix alcanes linéaires

n	Formule moléculaire C_nH_{2n+2}	Nom
1	CH_4	Méthane
2	C_2H_6	Ethane
3	C_3H_8	Propane
4	C_4H_{10}	Butane
5	C_5H_{12}	Pentane
6	C_6H_{14}	Hexane
7	C_7H_{16}	Heptane
8	C_8H_{18}	Octane
9	C_9H_{20}	Nonane
10	$C_{10}H_{22}$	Décane

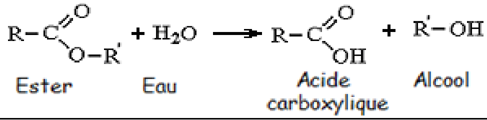
n	Radical C_nH_{2n+1}	Nom
1	CH_3	Méthyl
2	C_2H_5	Ethyl
3	C_3H_7	Propyl
4	C_4H_9	Butyl
5	C_5H_{11}	Pentyl
6	C_6H_{13}	Hexyl
7	C_7H_{15}	Heptyl
8	C_8H_{17}	Octyl
9	C_9H_{19}	Nonyl
10	$C_{10}H_{21}$	Décyl

ESTERIFICATION ET HYDROLYSE

ESTERIFICATION :
Une estérification est une réaction entre un alcool et un acide. Elle conduit à un ester et de l'eau



HYDROLYSE :
Une hydrolyse est une réaction entre un ester et de l'eau. Elle conduit à un acide et un alcool



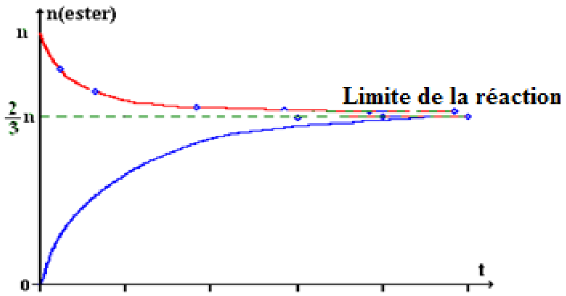
Caractéristiques de l'estérification et de l'hydrolyse : sont deux transformations chimiques :

- **Lente :** nécessite trop de temps pour atteindre sa limite
- **Limitée :** aucun réactif n'est limitant et l'estérification est limitée par l'hydrolyse de l'ester formé
- **Athermique :** ne nécessite pas d'apport d'énergie thermique (chaleur) pour se produire et ne dégage pas d'énergie thermique

NB :
Athermique ne signifie pas qu'un apport d'énergie thermique soit sans effet sur la transformation

La limite de la réaction :

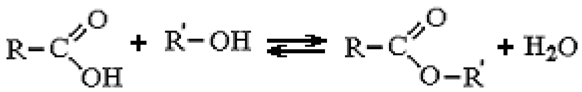
- Est indépendante de la température, de la pression, du catalyseur et de la nature de l'acide utilisé
- Dépend de la classe de l'alcool



À l'équilibre :

- L'estérification et de l'hydrolyse sont deux transformations chimiques l'une inverse de l'autre et elles se font simultanément et se limitent mutuellement
- L'état d'équilibre est la situation pour laquelle la vitesse de la réaction d'estérification est la même que la vitesse d'hydrolyse de l'ester formé. Les quatre espèces (acide, alcool, ester et eau) coexistent.
- Le taux d'avancement final τ est inférieur à 1.

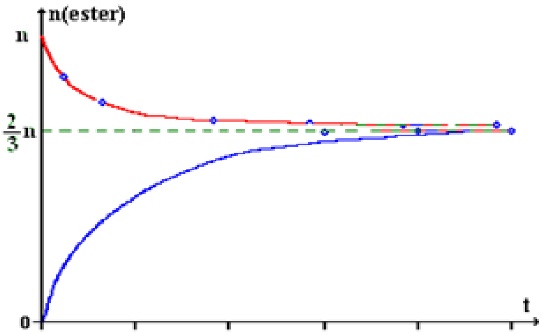
NB :
On aboutit avec un mélange équimolaire d'acide carboxylique et d'alcool au même état d'équilibre (même limite) qu'avec un mélange équimolaire d'ester correspondant et d'eau

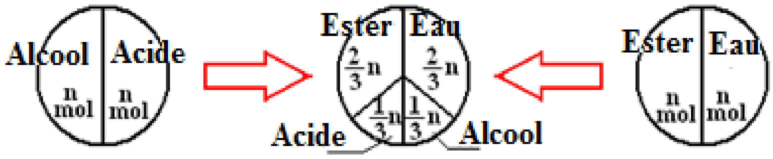


Equation d'estérification	CH_3COOH +	CH_3-CH_2-OH	→	$CH_3COOC_2H_5$ +	H_2O
Etat initial	1 mol	1 mol		0	0
Etat intermédiaire	1 - x	1 - x		x	x
Etat final	1 - x_f	1 - x_f		x_f	x_f
Etat final	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$		$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$

Généralement :

Equation d'estérification	CH_3COOH +	CH_3-CH_2-OH	→	$CH_3COOC_2H_5$ +	H_2O
Etat initial	n mol	n mol		0	0
Etat intermédiaire	n - x	n - x		x	x
Etat final	n - x_f	n - x_f		x_f	x_f
Etat final	$\frac{1}{3}.n$	$\frac{1}{3}.n$		$\frac{2}{3}.n$	$\frac{2}{3}$





Rendement de réaction :

Le rendement r d'une réaction est le rapport de la quantité de matière formé expérimentalement n_{exp} et la quantité de matière formée n_{theo} si la réaction est considérée comme totale et **0 < r ≤ 1**

$$r = \frac{n_{exp}}{n_{theo}}$$

n_{exp} : quantité de matière formé expérimentalement
n_{theo} : quantité de matière formé si la réaction est considérée comme totale

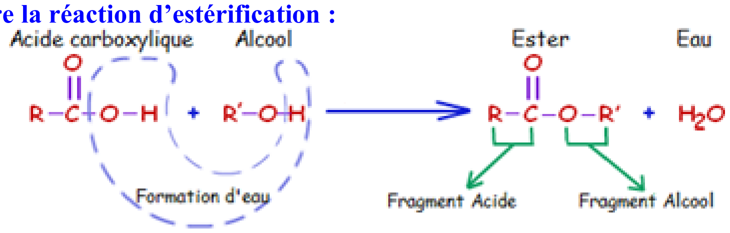
Augmenter la vitesse de réaction :	**Améliorer le rendement :**
- Augmenter la température	- Ajouter un réactif en excès
- Augmenter la concentration initiale	- Eliminer un produit formé
- Ajouter un catalyseur	-

Le **rendement** d'une réaction d'estérification entre un acide carboxylique et un alcool **dépend de la classe** de l'alcool utilisé. Le tableau suivant donne l'ordre de grandeur du rendement de la réaction en fonction de la classe de l'alcool :

Classe de l'alcool	Primaire	Secondaire	Tertiaire
Rendement	67 %	60 %	5 %

NB :
Le rendement de la transformation n'est pas le taux d'avancement finale de la transformation

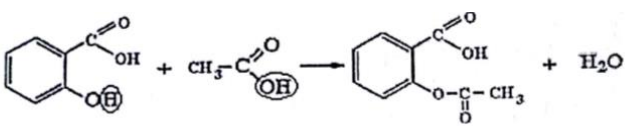
NB : Essayer de comprendre la réaction d'estérification :



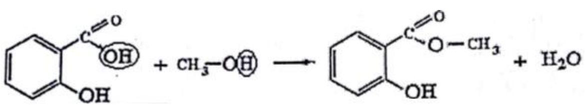
Pour la formation d'eau H_2O, l'acide participe par un **OH** par contre l'alcool participe par un **H**

Exemples :

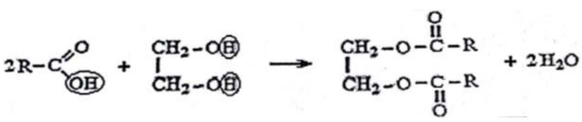
1.



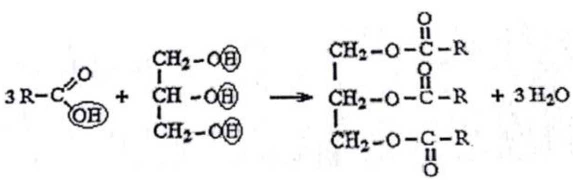
2.



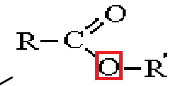
3.



4.



Comment déduire l'acide et l'alcool juste de la formule de l'ester

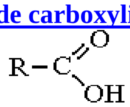


Ester

Lecure de gauche
Apres le O on ajoute un H
et on elimine le reste
On obtient l'acide carboxylique

Lecure de gauche
Apres le O on ajoute un H
et on elimine le reste
On obtient l'alcool

Acide carboxylique



Alcool

HO−R'

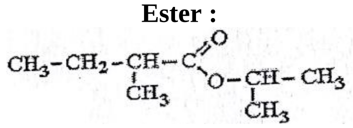
NB :

- On garde la chaine carbonée intacte surtout du côté de l'alcool (on ne fait que dessiner)
- Déterminer l'acide **RCOOH** c'est aussi déterminer sa base conjuguée **RCOO**$^-$ et l'anhydride correspondant **(RCO)$_2$O**

Exemples :

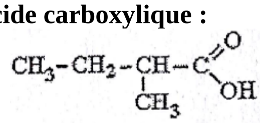
Exemple 1 :

Ester :



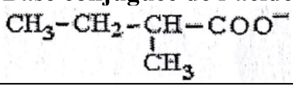
2-methyl butanoate 1-methyl d'eythyl

Acide carboxylique :

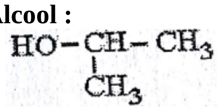


Acide 2-methyl butanoique

Base conjuguée de l'acide



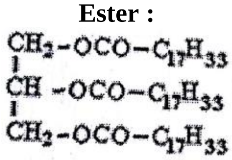
Alcool :



Propan -2 ol

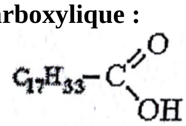
Exemple 2 :

Ester :



Oléine

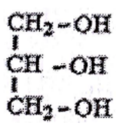
Acide carboxylique :



Acide oléique ou acide huile d'olive

Base conjuguée de l'acide
$C_{17}H_{33}COO-$

Alcool :



Propane tri ol 1.2.3 ou Glycerol

LA SAPONIFCATION

La saponification est une réaction chimique transformant un ester en un ion carboxylate et un alcool. Il s'agit en fait de l'hydrolyse en milieu basique d'un ester. Cette réaction permet la synthèse du savon.

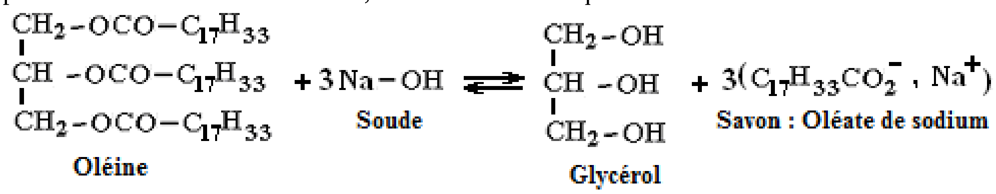
Préparation du savon :

- Un savon est un mélange de carboxylate de sodium (ou de potassium). La chaîne carbonée non ramifiée (saturée ou non) possède au moins dix atomes de carbone.
- Formule générale des savons : ($RCOO^- + Na^+$) : savon dur ; ($RCOO^- + K^+$) : savon mou ou liquide

$$\mathbf{CH_3\text{-}COOCH_2\text{-}CH_3 + OH^- \rightarrow CH_3COO^- + CH_3\text{-}CH_2\text{-}OH}$$

Ethanoate d'ethyle — Ion éthanoate — Ethanol

La réaction de saponification est une réaction lente, totale et exothermique

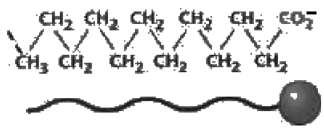


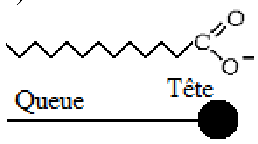
Oléine : constituant principale de l'huile d'olive

Caractères hydrophile et hydrophile des ions carboxylate

L'ion carboxylate $R\text{-}COO^-$ est constitué de :

- Tête hydrophile COO^- : s'entoure facilement des molécules d'eau
- Queue hydrophobe R- : il a beaucoup d'affinité pour les chaînes carbonées présentes dans les graisses (déteste l'eau)

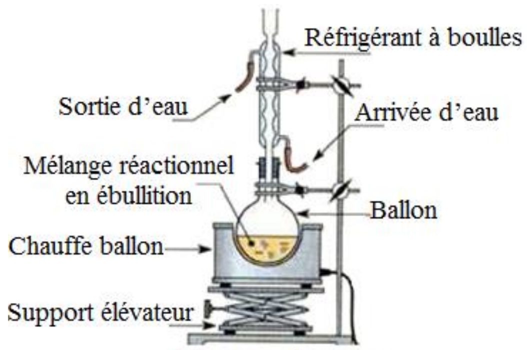




La solution du savon est une solution mousseuse et détergente, les ions carboxylates forment autour de la surface de l'eau un ruban , les têtes s'enfoncent dans l'eau et les queues s'enfoncent dans les substances grasses

Chauffage à reflux :

- En chauffant, on augmente la température du mélange réactionnel, on accélère la réaction de saponification qui est une réaction lente à température ambiante.
- Le chauffage à reflux permet de condenser les vapeurs des réactifs et des produits grâce au réfrigérant à bulles et de les faire retourner à l'état liquide dans le ballon



Montage à reflux

Quel est le rôle de l'éthanol ?

- Les deux réactifs, oléine et soude, sont tous deux solubles dans l'éthanol : l'éthanol permet aux réactifs d'être en contact dans la solution. On parle de transfert de phase des réactifs.
- L'utilisation de l'éthanol rend le mélange réactionnel plus homogène.

Quel est le rôle de l'acide sulfurique H_2SO_4 ?

L'acide sulfurique joue le rôle d'un catalyseur dans le but d'augmenter la vitesse de la réaction

Quel est le rôle de pierre ponce ?

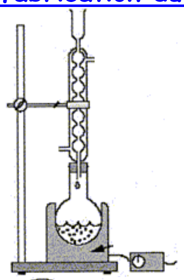
Pierre ponce (pierre lunaire) : trop légère et régularise l'ébullition (homogénéité de température dans le mélange) en évitant la formation aléatoire et incontrôlée de grosses bulles de vapeur.

Quel est le rôle de la solution saturée de chlorure de sodium (Solution salée) ?

- Laver le savon : diluer au maximum la soude
- Précipiter le savon : le savon est peu soluble dans l'eau salée, on parle alors de relargage du savon
- Apres filtration et rinçages, on récupère le savon

Etapes de la fabrication du savon

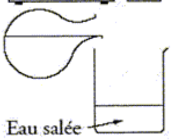
Etape (1)



- Chauffer à reflux pendant 30 min

En travaillant à température modérée on accélère la réaction tout en évitant les pertes de matière : les vapeurs se condensent dans le réfrigérant et retombent dans le ballon.

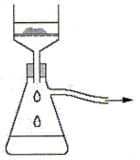
Etape (2)



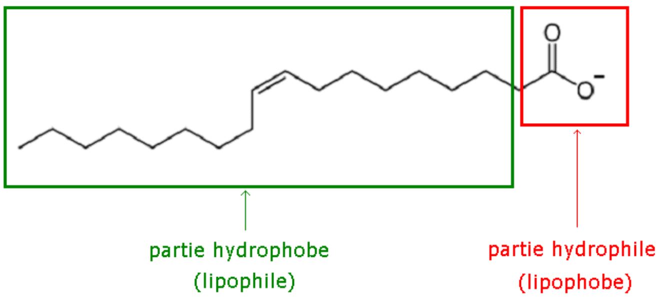
- À la fin du chauffage verser le mélange chaud dans le bécher contenant l'eau salée froide.

Le savon est peu soluble dans l'eau froide et salée : le savon précipite en grande partie (relargage) ;

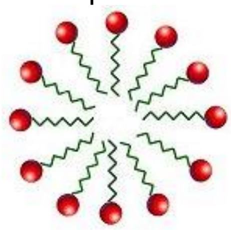
Etape (3)



- Filtration : récupérer le savon et le sécher.

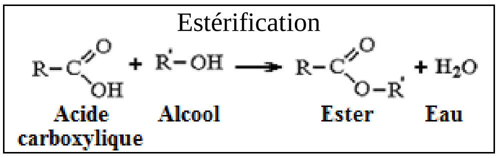


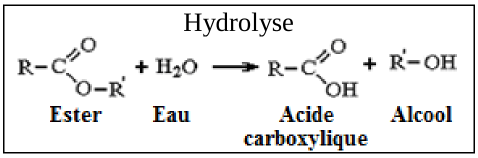
Hydrophile : qui aime l'eau
Hydrophobe : qui n'aime pas l'eau

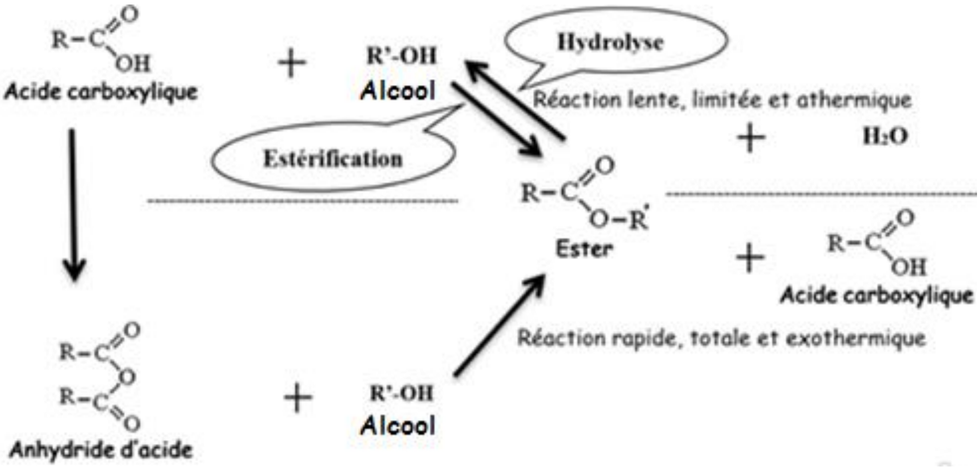


Micelle

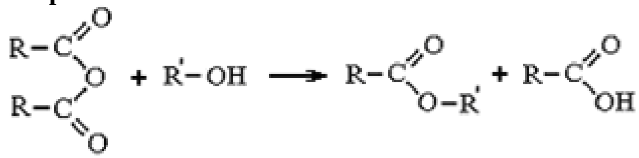
RESUME DE LA CHIMIE ORGANIQUE



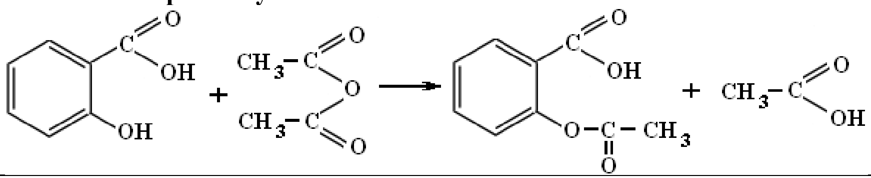




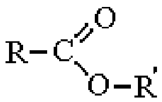
Estérification par acide



Estérification par anhydride d' acide



La saponification :



Ester	+	Base forte	⟶	SAVON	+	Alcool
		$(Na^+ + OH^-)$ Ou $(K^+ + OH^-)$		$(Na^+ + RCOO^-)$ Carboxylate de sodium Ou $(K^+ + RCOO^-)$ Carboxylate de potassium		R'-OH

La saponification est une réaction lente, totale et exothermique

Exemples :