

2 ب ع رياضية فرض مراقب رقم 17 ذ: الرشيد

$$\arctan \theta \quad \sqrt{b^2 - 4ac} \quad \sum_{i=1}^n X_i \quad \overline{AB} \quad \cos^{-1} \theta \quad e^{i\theta} \quad C_n^p \quad \sqrt{a^2 + b^2} \quad \int_b^a f(x) dx \quad \sqrt{x}$$

www.sites.google.com/site/errachidmaths

1

ليكن p عددا صحيحا طبيعيا نضع : $E = \{0; 1; 2; \dots; p-1\}$ و $E^* = E \setminus \{0\}$

- 1- بين أن : $(\forall a \in E^*)(\exists b \in E^*) \quad ab \equiv 1 [p]$
- 2- بين أن : $(\forall (a; b) \in E^2) (ab \equiv 0 [p] \Rightarrow a = 0 \text{ ou } b = 0)$
- 3- ليكن a من E^* بين أنه يوجد على الأكثر عنصرين من E^* يحققان : $x^2 \equiv a [p]$
- 4- حدد x من E^* بحيث : $x^2 \equiv 1 [p]$
- 5- نأخذ $p = 13$

أ- حدد قيم a من E بحيث المعادلة $x^2 \equiv a [13]$ تقبل حلا في E

ب- حل في المجموعة Z المعادلة : $x^2 + 2x + 3 \equiv 0 [13]$

ج- حدد x من Z بحيث : $x^2 + 5x - 6 \equiv 0 [13]$

2

نذكر أن $(M_2(\mathbb{R}); +; \cdot)$ فضاء متجهي حقيقي و أن $(M_2(\mathbb{R}); +; \times)$ حلقة واحدة.

لتكن I و J العنصرين من $M_2(\mathbb{R})$ بحيث : $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ و $J = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

نعتبر المجموعة $E = \left\{ M_{(a;b)} = \begin{pmatrix} a & -2b \\ b & a \end{pmatrix} / (a;b) \in \mathbb{R}^2 \right\}$

- 1- بين أن $(E; +; \cdot)$ فضاء متجهي حقيقي.
- 2- بين أن الأسرة $(I; J)$ أساس للفضاء بين أن E ثم استنتج بعده.
- 3- 1- تحقق من أن : $J^2 = -I$ ثم أحسب J^n حسب قيم n من \mathbb{N}^*
- 2- بين أن E جزء مستقر من $(M_2(\mathbb{R}); \times)$
- 4- نعتبر التطبيق f المعروف من E^* نحو C^* و الذي يربط كل مصفوفة $M_{(a;b)}$ بالعدد العقدي $a + ib$
- 1- بين أن : f تقابل من E^* نحو C^*
- 2- بين أن f تشاكل من $(E^*; \times)$ نحو $(C^*; \times)$
- 3- 1- بين أن $(E; +; \times)$ جسم تبادلي.
- 2- نعتبر المصفوفة $A = I - J$
- 3- حدد A^{-1} بين أن : $J = -\left(\frac{1}{2}\right)^{1007} (A^{-1})^{2014}$
- 4- د- حل في المجموعة E المعادلة : $X^3 = I - \sqrt{3}J$

3

نعتبر المصفوفة : $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$

- 1- أحسب A^2 و A^3
- 2- استنتج أن : $A^3 - A = 4I_3$ ثم بين أن A يقبل مقلوبا المطلوب تحديده.

