PR : ABOULFADIL YASSINE	**Les fonctions exponentielles**	**2 BAC PC/SVT**

I- La fonction exponentielle népérienne :

1- Définition :

La fonction réciproque de la fonction ln est une fonction définie sur IR est appelée la fonction exponentielle népérienne ou naturelle et se note exp.
Donc $exp(x) = y \Leftrightarrow x = ln\,(y)$ $avec$ $x \in IR$ et $y > 0$.

2- Propriétés :

Pour tous réels a et b , on a :

$e^a \times e^b = e^{a+b}$	$\dfrac{e^a}{e^b} = e^{a-b}$	$\dfrac{1}{e^a} = e^{-a}$
$(e^a)^n = e^{n.a}$; $(n \in R)$	$\ln(e^a) = a$	$e^{\ln b} = b$; $(b > 0)$

Equations et inéquations :

Pour tous réels x et y, on a :

- $e^{(x)} = e^{(y)} \Leftrightarrow x = y$
- $e^{(x)} > e^{(y)} \Leftrightarrow x > y$
- $e^{(x)} > 0$
- $e^{(x)} = y \Leftrightarrow x = \ln(y)$ $avec$ $y > 0$

3-Le Domaine de définition :

La fonction f est définie comme suit :	Son domaine de définition est :
$f(x) = e^{(x)}$	$D_f = R$
$f(x) = e^{(u(x))}$	$D_f = \{x \in R \mid x \in D_u\}$

4- Les limites:

Limites principales
$\lim\limits_{x \to +\infty} e^x = +\infty$
$\lim\limits_{x \to -\infty} e^x = 0$
$\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^x}{x^n} = +\infty$
$\lim\limits_{x \to -\infty} x^n e^x = 0$
$\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^x - 1}{x} = 1$

Déductions
$\lim\limits_{x \to x_0} u(x) = +\infty \Rightarrow \lim\limits_{x \to x_0} e^{u(x)} = +\infty$
$\lim\limits_{x \to x_0} u(x) = -\infty \Rightarrow \lim\limits_{x \to x_0} e^{u(x)} = 0$
$\lim\limits_{x \to x_0} u(x) = +\infty \Rightarrow \lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{e^{u(x)}}{[u(x)]^n} = +\infty$
$\lim\limits_{x \to x_0} u(x) = -\infty \Rightarrow \lim\limits_{x \to x_0} [u(x)]^n e^{u(x)} = 0$
$\lim\limits_{x \to x_0} u(x) = 0 \Rightarrow \lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{e^{u(x)} - 1}{u(x)} = 1$

Ces limites sont toujours valables lorsqu'on les traite soit a droite ou a gauche de x_0 ou bien au voisinage de $+\infty$ ou $-\infty$

5- La continuité:

La fonction $x \to e^{(x)}$ est continue sur R .

Si u(x) est continue sur un intervalle I alors la fonction $x \to e^{(u(x))}$ est continue sur l'intervalle I .

6- La dérivabilité:

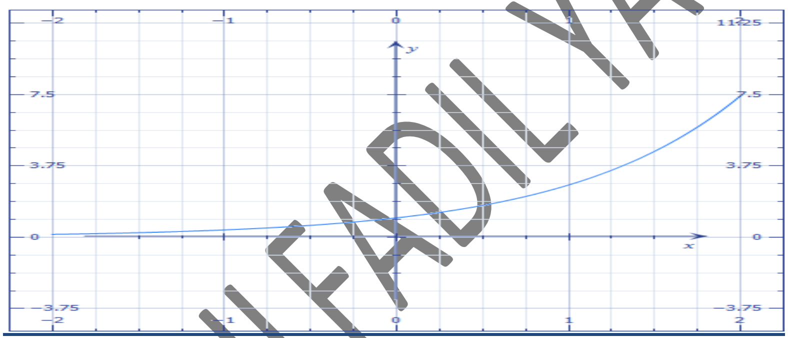
La fonction $x \to e^{(x)}$ est dérivable sur R et on a :

$$\forall x \in R\,;(e^{(x)})' = e^{(x)}$$

Si u(x) est dérivable sur un intervalle I alors la fonction $x \to e^{(u(x))}$ est dérivable sur l'intervalle I et on a :

$$\forall x \in I\,;\left(e^{(u(x))}\right)' = u'(x)e^{(u(x))}$$

7- La représentation graphique :



II- La fonction exponentielle de base a avec a$\in R_+^* - \{\ 1\ \}$:

1- Définition :

La fonction réciproque de la fonction $\log_a(x)$ est une fonction définie sur IR est appelée la fonction exponentielle de base a et se note exp_a tel que :

$$exp_a\,(x) = a^x = e^{x\ln(a)}\ .$$

2- Propriétés :

Pour tous réels x et y , on a :

$a^x \times a^y = a^{x+y}$	$\dfrac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$	$\dfrac{1}{a^x} = a^{-x}$
$(a^x)^n = a^{nx}\ avec\ n \in R$		

3- Les équations et les limites et inéquations:

$\forall x \in \mathbb{R} \quad a^x = e^{x \ln a}$ $\log_a(a^x) = x$
$\forall x \in]0;+\infty[\quad a^{\log_a x} = x$
$a^x = a^y \Leftrightarrow x = y$
$\forall x \in \mathbb{R}\ \forall y \in]0;+\infty[$ $a^x = y \Leftrightarrow x = \log_a y$

$a > 1$	$0 < a < 1$
$a^x > a^y \Leftrightarrow x > y$	$a^x > a^y \Leftrightarrow x < y$
$\lim_{x \to +\infty} a^x = +\infty$ $\lim_{x \to -\infty} a^x = 0$	$\lim_{x \to +\infty} a^x = 0$ $\lim_{x \to -\infty} a^x = +\infty$
$\lim_{x \to 0} \frac{a^x - 1}{x} = \ln a$	

Dérivée de la fonction $x \to a^x$:

$$\forall x \in R\ ;\ (a^x)' = \left(e^{x\ln(a)}\right)' = (\ln(a))\left(e^{x\ln(a)}\right) = \ln(a) \times a^x$$