2 ب ع رياضية	فرض مراقب رقم 16	ذ: الرشيد

$\arctan\theta \quad \sqrt{b^2-4ac} \quad \sum_{i=1}^{n} X_i \quad \overrightarrow{AB} \quad \cos^{-1}\theta \quad e^{i\theta} \quad C_n^p \quad \sqrt{a^2+b^2} \quad \int_b^a f(x)dx \quad \sqrt{x}$

www.sites.google.com/site/errachidmaths

1

نعتبر المصفوفتين : $A=\begin{pmatrix}1&1&0\\1&-1&0\\0&0&\sqrt{2}\end{pmatrix}$ و $I_3=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$

-1 أحسب A^2 ثم بين أن : $A^{2k}=2^k I$ $(\forall k\in IN)$

-2 بين أن A يقبل مقلوبا A^{-1} المطلوب تحديده .

2

نضع لكل x و y من المجال $I=\left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$: $x\,T\,y=Arc\tan(\tan x+\tan y-1)$

-1 بين أن T قانون تركيب داخلي في I

-2 بين أن T قانون تبادلي و تجميعي .

-3 بين أن T يقبل عنصرا محايدا المطلوب تحديده.

-4 بين أن $(I;T)$ زمرة تبادلية.

-5 نعتبر التطبيق f المعرف من I نحو IR بحيث : $(\forall x\in I)\ f(x)=-1+\tan x$

بين أن f تشاكل تقابلي من $(I;T)$ نحو $(IR;+)$ و حدد تقابله العكسي .

-6 بين أن : $(\forall n\in IN^*)\ x^{(n)}=Arc\tan(1-n+n\tan x)$ حيث : $x^{(n)}=\underbrace{x\ T\ x\ T\ ....T\ x}_{n\ fois}$

أ- بين أن : $(\forall n\in IN^*)(\forall x\in I)(\exists!\alpha_n\in I)\ (\alpha_n)^{(n)}=-(\alpha_n)^{(3)}$

ب- بين أن : $(\forall n\in IN^*)\ 0\le\alpha_n\le\frac{\pi}{4}$

ج- بين أن : $(\forall n\in IN^*)\ \alpha_n\le\alpha_{n+1}$

د- استنتج أن (α_n) متقاربة و أن : $\lim_{n\to+\infty}\alpha_n=\frac{\pi}{4}$

3

الجزءان I و II مستقلان .

I- 1- حل في المجموعة Z^2 المعادلة : $11x-7y=1$

2- استنتج الأعداد الصحيحة النسبية a بحيث : $\begin{cases}a\equiv 1\,[11]\\ a\equiv 2\,[7]\end{cases}$

II- ليكن p و q عددان أوليان وليكن a من IN^* بحيث : $p\wedge a=1$ و $q\wedge a=1$

نعتبر في المجموعة Z المعادلة : $(E):\ ax\equiv 1\,[pq]$

1- بين أن : $a^{(p-1)(q-1)}\equiv 1\,[p]$ و $a^{(p-1)(q-1)}\equiv 1\,[q]$

2- استنتج أن العدد : $x_0=a^{(p-1)(q-1)-1}$ حل للمعادلة (E)

3- بين أن : $ax\equiv ax_0\,[pq] \Leftrightarrow (E)$

4- استنتج مجموعة حلول المعادلة (E)

5- حل في المجموعة Z المعادلة : $10x\equiv 1\,[33]$