

Questions de théorie pour l'examen oral de physique 3 : proposition de réponses

Classe de 6BE, 18 juin 2013

1 Les ondes

1.1 Énoncé

Propagation d'une onde dans un milieu à une dimension : équation générale, réflexion sur une extrémité libre ou fixe. Ondes stationnaires résonnantes sur une corde ou dans un tuyau : positions des nœuds et des ventres de déplacement (et de pression dans le cas des ondes acoustiques).

1.2 Équation d'une onde

L'équation d'une onde s'écrit de la manière suivante :

$$y(t, x) = R \sin \left(2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) + \varphi \right)$$

Cette formule peut se déduire de celle de l'oscillateur harmonique :

$$y(t) = R \sin(\omega t + \varphi)$$

Cependant, il serait intéressant d'exprimer ceci en fonction de x en plus de t . À cette fin, nous partons du fait que considérer l'onde au point 0 à l'instant t revient au même que de considérer l'onde au point x à l'instant $t + \frac{x}{c}$. En effet, vu que l'onde se déplace à la vitesse c , il lui faudra un temps $\frac{x}{c}$ pour parcourir la distance supplémentaire.

Remplaçons donc t par $t + \frac{x}{c}$ dans l'équation de l'onde.

$$y(t, x) = R \sin \left(\omega \left(t + \frac{x}{c} \right) + \varphi \right)$$

Vu que $\omega = \frac{2\pi}{T}$ alors

$$\begin{aligned} y(t, x) &= R \sin \left(\frac{2\pi}{T} \left(t + \frac{x}{c} \right) + \varphi \right) \\ &= R \sin \left(2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{cT} \right) + \varphi \right) \end{aligned}$$

Vu que T est la période temporelle, si nous la multiplions par la vitesse c , nous obtenons cT qui est la période spatiale, aussi appelée longueur d'onde λ . Donc en substituant λ à cT , nous obtenons

$$y(t, x) = R \sin \left(2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right) + \varphi \right)$$

Cette équation est bien celle présentée ci-dessus.

1.3 Réflexion d'une onde

1.3.1 Sur une extrémité fixe

Lorsqu'une onde se réfléchit sur une extrémité fixe, elle se réfléchit mais elle s'inverse (voir dessin)

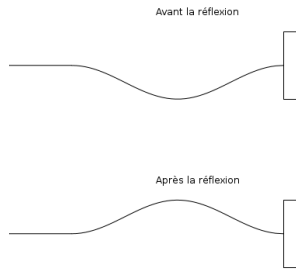


FIGURE 1 – Réflexion d'une onde sur une extrémité fixe

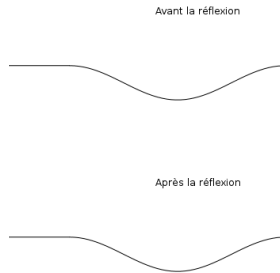


FIGURE 2 – Réflexion d'une onde sur une extrémité libre

1.3.2 Sur une extrémité libre

Lorsqu'une onde se réfléchit sur une extrémité fixe, elle se réfléchit à l'identique (voir dessin)

1.4 Les ondes stationnaires

Une onde stationnaire est une onde «qui n'avance pas» c'est à dire dont les extrema et les points d'inflexion restent fixes dans l'espace. Il est possible d'en produire grâce à la réflexion d'une onde dans un tuyau ou dans une corde.

1.4.1 Équation de l'onde réfléchie

Calculons la fonction de l'onde réfléchie. Elle est obtenue à partir de celle de l'onde incidente. Il faut modifier la variable x , en effet l'onde réfléchie n'a pas parcouru une distance x pour arriver à ce point : Elle a dû en effet, parcourir le tuyau ou la corde de longueur L avant de se réfléchir et de parcourir une distance $L - x$ pour arriver au point x . Donc il faut remplacer x par $2L - x$ dans l'équation de l'onde incidente pour obtenir celle de l'équation de l'onde réfléchie. C'est-à-dire :

$$y_{\text{incidente}}(t, x) = R \sin \left(2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right) + \varphi \right)$$

$$y_{\text{réfléchie}}(t, x) = y_{\text{incidente}}(t, 2L - x) = R \sin \left(2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{2L - x}{\lambda} \right) + \varphi \right)$$

1.4.2 Onde résultante de la réflexion d'une onde sur une extrémité fixe.

Pour calculer cette onde résultante, nous devons additionner l'onde incidente à l'onde réfléchie en n'oubliant pas d'inverser le signe de l'onde réfléchie vu que l'extrémité est fixe.

$$y_{\text{résultante}}(t, x) = y_{\text{incidente}}(t, x) + y_{\text{réfléchie}}(t, x)$$

$$= R \sin \left(2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right) + \varphi \right) - R \sin \left(2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{2L - x}{\lambda} \right) + \varphi \right)$$

$$= 2R \sin \left(2\pi \left(\frac{L - x}{\lambda} \right) \right) \cos \left(2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{L}{\lambda} \right) + \varphi \right)$$

Nous voulons trouver les extrema et les points d'inflexion de cette expression en fonction de l'espace x .

Pour calculer les extrema, il faut trouver quand la partie qui dépend de l'espace soit $\sin\left(2\pi\left(\frac{L-x}{\lambda}\right)\right)$ prend des valeurs extrémales. Vu qu'il s'agit d'un sinus, il prend comme valeurs extrémales 1 et -1 lorsque son paramètre vaut $k\pi + \frac{\pi}{2}$. Résolvons cette petite équation.

$$\begin{aligned} 2\pi\left(\frac{L-x}{\lambda}\right) &= k\pi + \frac{\pi}{2} \\ \Leftrightarrow 2(L-x) &= k\lambda + \frac{\lambda}{2} \\ \Leftrightarrow L-x &= \frac{k\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4} \\ \Leftrightarrow L - \left(\frac{k\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4}\right) &= x \end{aligned}$$

Pour les points d'inflexion, il faut que la valeur du sinus soit 0 et donc que celle de son paramètre soit $k\pi$.

$$\begin{aligned} 2\pi\left(\frac{L-x}{\lambda}\right) &= k\pi \\ \Leftrightarrow 2(L-x) &= k\lambda \\ \Leftrightarrow L-x &= \frac{k\lambda}{2} \\ \Leftrightarrow L - \frac{k\lambda}{2} &= x \end{aligned}$$

À finir

2 Vitesse d'une onde dans une corde tendue

2.1 Énoncé

Démonstration donnant la vitesse d'une onde dans une corde tendue.

2.2 Démonstration

Plaçons nous dans un référentiel en mouvement avec le maximum. Nous pouvons approximer le maximum de l'onde par un cercle.

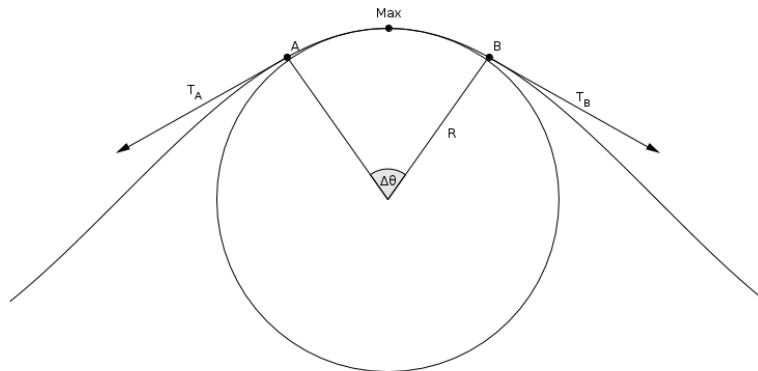


FIGURE 3 – Force s'appliquant sur le maximum d'une onde dans une corde tendue

La longueur du morceau de la corde considéré (entre A et B) vaut

$$\Delta l = \Delta \theta R$$

Rappelons aussi que (T est la tension de la corde)

$$|\vec{T}_A| = |\vec{T}_B| = T$$

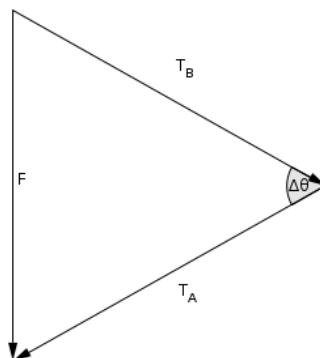


FIGURE 4 – Force résultante des forces de tension

$$\begin{aligned}\vec{F} &= \vec{T}_A + \vec{T}_B \\ \Rightarrow F &= T \Delta \theta\end{aligned}$$

Vu que l'onde est approximée par un cercle \vec{F} est la force centripète et vaut donc

$$\begin{aligned}F &= \Delta m \frac{c^2}{R} \\ \Rightarrow T \Delta \theta &= \Delta m \frac{c^2}{R}\end{aligned}$$

Vu que $\Delta l = \Delta \theta R$ alors

$$\begin{aligned}\Rightarrow T \frac{\Delta l}{R} &= \Delta m \frac{c^2}{R} \\ \Leftrightarrow \Delta m c^2 &= T \Delta l \\ \Leftrightarrow c^2 &= T \frac{\Delta l}{\Delta m} \\ \Leftrightarrow c &= \sqrt{\frac{T}{\frac{\Delta m}{\Delta l}}} \\ \Leftrightarrow c &= \sqrt{\frac{T}{\mu}}\end{aligned}$$

Où μ est la masse par unité de longueur.

3 Effet Doppler

3.1 Énoncé

Effet Doppler (source ou observateur mobile par rapport au milieu : quatre cas en tout)

3.2 Observateur immobile

3.2.1 La source s'éloigne

Comme nous pouvons le voir sur la figure la nouvelle longueur d'onde λ' est l'ancienne longueur d'onde λ plus la distance parcourue par la source entre deux maxima, c'est à dire vT . En résumé :

$$\begin{aligned}\lambda' &= \lambda + vT \\ \Leftrightarrow cT' &= cT + vT = (c + v)T \\ \Leftrightarrow \frac{c}{f'} &= \frac{c + v}{f} \\ \Leftrightarrow \frac{f'}{c} &= \frac{f}{c + v} \\ \Leftrightarrow f' &= \frac{c}{c + v}f\end{aligned}$$

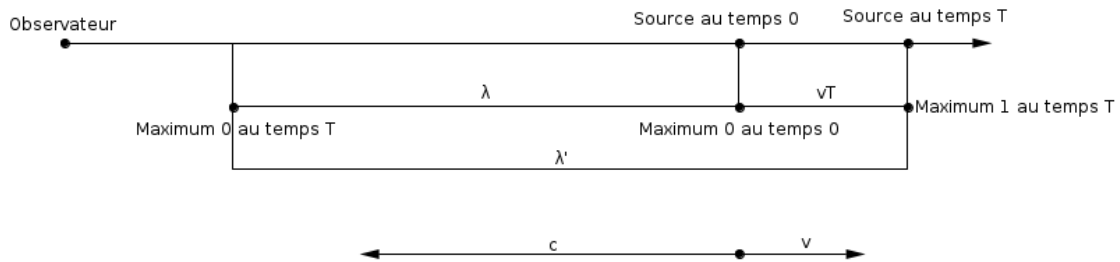


FIGURE 5 – L'effet Doppler : la source s'éloigne d'un observateur fixe par rapport au milieu

3.2.2 La source se rapproche

Comme nous pouvons le voir sur la figure la nouvelle longueur d'onde λ' est l'ancienne longueur d'onde λ moins la distance parcourue par la source entre deux maxima, c'est à dire vT . En résumé :

$$\begin{aligned}\lambda' &= \lambda - vT \\ \Leftrightarrow cT' &= cT - vT = (c - v)T \\ \Leftrightarrow \frac{c}{f'} &= \frac{c - v}{f} \\ \Leftrightarrow \frac{f'}{c} &= \frac{f}{c - v} \\ \Leftrightarrow f' &= \frac{c}{c - v}f\end{aligned}$$

3.3 Source immobile

3.3.1 L'observateur s'éloigne

Comme nous pouvons le voir sur la figure la nouvelle longueur d'onde λ' est l'ancienne longueur d'onde λ plus la distance parcourue par la source entre deux maxima, c'est à dire vT' . En résumé :

$$\begin{aligned}\lambda' &= \lambda + vT' \\ \Leftrightarrow cT' &= cT + vT' \\ \Leftrightarrow cT' - vT' &= cT \\ \Leftrightarrow T'(c - v) &= cT \\ \Leftrightarrow \frac{c - v}{f'} &= \frac{c}{f} \\ \Leftrightarrow f' &= \frac{c - v}{c}f\end{aligned}$$

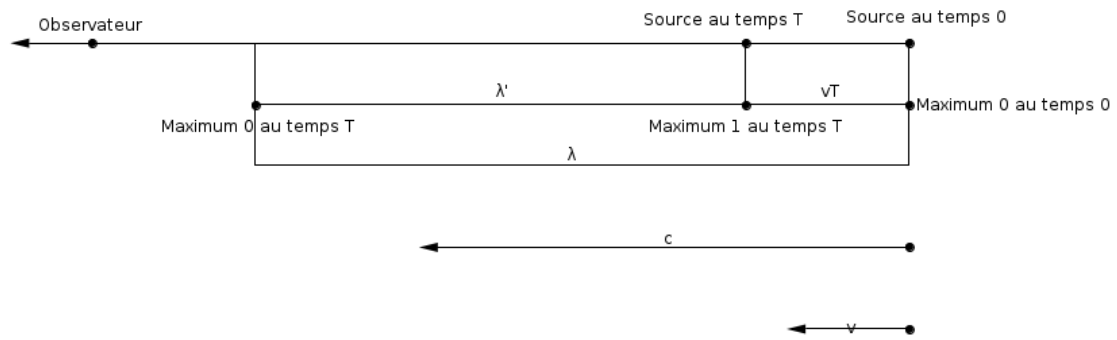


FIGURE 6 – L'effet Doppler : la source se rapproche d'un observateur fixe par rapport au milieu

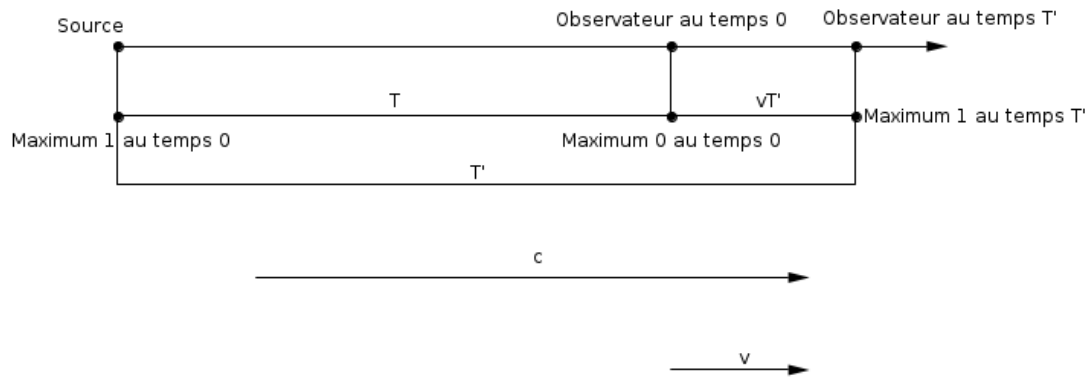


FIGURE 7 – L'effet Doppler : l'observateur s'éloigne de la source fixe par rapport au milieu

3.3.2 L'observateur se rapproche

Comme nous pouvons le voir sur la figure la nouvelle longueur d'onde λ' est l'ancienne longueur d'onde λ moins la distance parcourue par la source entre deux maxima, c'est à dire vT' . En résumé :

$$\begin{aligned}
 \lambda' &= \lambda - vT' \\
 \Leftrightarrow cT' &= cT - vT' \\
 \Leftrightarrow cT' + vT' &= cT \\
 \Leftrightarrow T'(c + v) &= cT \\
 \Leftrightarrow \frac{c + v}{f'} &= \frac{c}{f} \\
 \Leftrightarrow f' &= \frac{c + v}{c} f
 \end{aligned}$$

4 Interférences

4.1 Énoncé

figure d'interférence de deux sources ponctuelles synchrones dans le plan : conditions d'interférence constructive et destructive, positions angulaires des nœuds et des ventres.

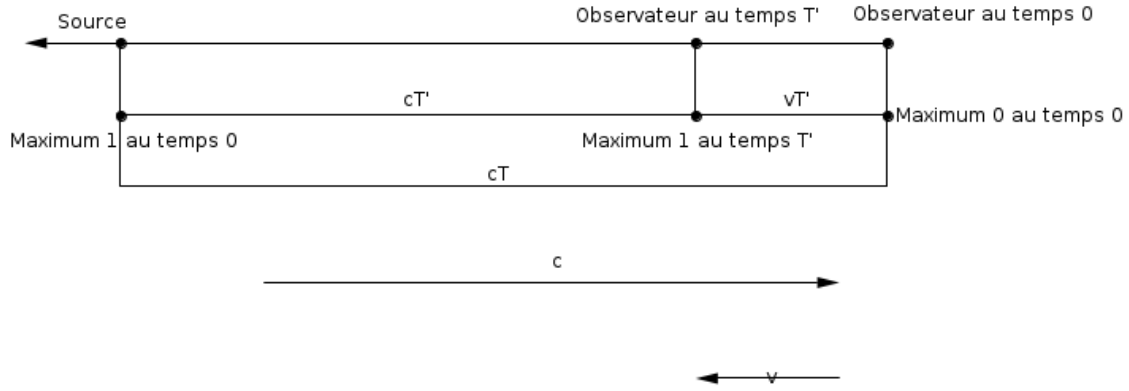


FIGURE 8 – L'effet Doppler : l'observateur se rapproche de la source fixe par rapport au milieu

4.2 Interférences de deux sources synchrones dans le plan

Soit deux sources R_1 et R_2 distantes d'une distance D . Nous pouvons donc écrire les équations des ondes émises par les deux sources (r_1 est la distance entre le point et R_1 , r_2 est la distance entre le point et R_2).

$$\begin{cases} y_1(t, r_1) &= A \sin \left(2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1}{\lambda} \right) \right) \\ y_2(t, r_2) &= A \sin \left(2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_2}{\lambda} \right) \right) \end{cases}$$

La résultante y de ces 2 forces est bien entendu leur somme.

$$\begin{aligned} y(t, r_1, r_2) &= y_1(t, r_1) + y_2(t, r_2) \\ &= A \sin \left(2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1}{\lambda} \right) \right) + A \sin \left(2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_2}{\lambda} \right) \right) \\ &= 2A \sin \left(\frac{2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1}{\lambda} \right) + 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_2}{\lambda} \right)}{2} \right) \cos \left(\frac{2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1}{\lambda} \right) - 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_2}{\lambda} \right)}{2} \right) \\ &= 2A \cos \left(\pi \left(\frac{r_2 - r_1}{\lambda} \right) \right) \sin(\dots) \end{aligned}$$

Le sinus dépend du temps, nous n'en tiendrons pas compte. Nous calculerons donc uniquement la variation du cosinus.

Nœuds Le cosinus est à un point d'inflexion lorsqu'il vaut 0 donc lorsque son paramètre vaut $(2k+1)\frac{\pi}{2}$ ($k \in \mathbb{Z}$). Donc

$$\begin{aligned} \pi \frac{r_2 - r_1}{\lambda} &= (2k+1)\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z}) \\ \Leftrightarrow r_2 - r_1 &= (2k+1)\frac{\lambda}{2} (k \in \mathbb{Z}) \end{aligned}$$

Ventres Le cosinus est à un extrema lorsqu'il vaut ± 1 donc lorsque son paramètre vaut $k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$). Donc

$$\begin{aligned} \pi \frac{r_2 - r_1}{\lambda} &= k\pi (k \in \mathbb{Z}) \\ \Leftrightarrow r_2 - r_1 &= k\lambda (k \in \mathbb{Z}) \end{aligned}$$

L'ensemble de points du plan où sont présents les nœuds et les ventres sont donc des hyperboles

4.3 Rappels sur les hyperboles

$$\begin{aligned}
 r_2 - r_1 &= \text{constante} \\
 &= 2a \\
 &= 2c \sin\theta \\
 &= D \sin\theta
 \end{aligned}$$

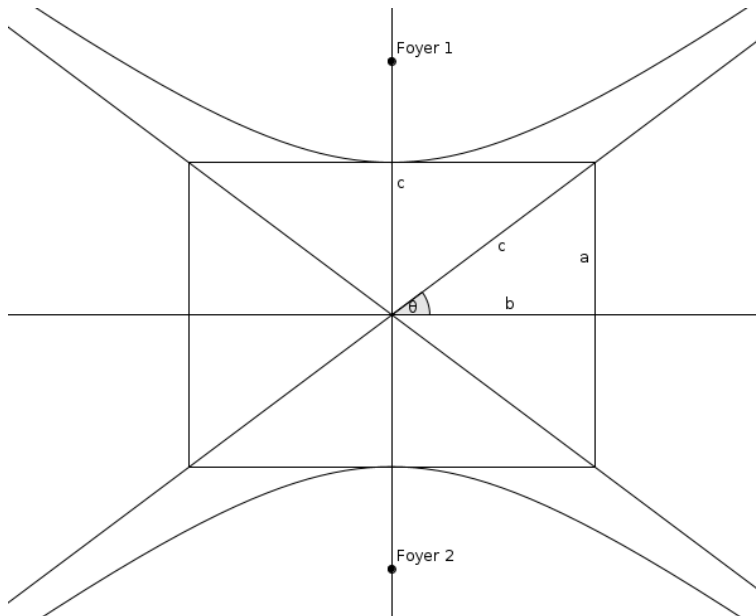


FIGURE 9 – Rappels sur les hyperboles

4.4 Conclusion

Nœuds Présence de nœuds si

$$D \sin\theta = (2k + 1) \frac{\lambda}{2} (k \in \mathbb{Z})$$

Ventres Présence de ventres si

$$D \sin\theta = k\lambda (k \in \mathbb{Z})$$

5 Théorie cinétique des gaz parfaits

5.1 Énoncé

Théorie cinétique des gaz parfaits : modèle fournissant l'énergie cinétique des molécules en fonction de la température. Application aux atmosphères des planètes (y compris le calcul de la vitesse de libération).

5.2 Énergie cinétique d'un gaz en fonction de sa température

Partons de la loi des gaz parfaits

$$\begin{aligned}
 P\mathcal{V} &= nRT \\
 \Leftrightarrow P\mathcal{V} &= \frac{nN_A RT}{N_A}
 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow P\mathcal{V} = nN_A kT \text{ où } k \text{ est la constante de Boltzmann et vaut } \frac{R}{N_A}.$$

$$\Leftrightarrow P\mathcal{V} = NkT \text{ où } N \text{ est le nombre de molécules et vaut bien sûr } N_A \times n.$$

5.2.1 Calcul de la pression exercé par un gaz sur une surface

Nous pouvons simplifier le mouvement de N molécules d'un gaz de la manière suivante :

$\frac{N}{6}$	$\frac{N}{6}$	$\frac{N}{6}$	$\frac{N}{6}$	$\frac{N}{6}$	$\frac{N}{6}$
\rightarrow	\leftarrow	\uparrow	\downarrow	\otimes	\odot

Nombre de collisions Donc le nombre de molécules d'un gaz de volume \mathcal{V} contenant N molécules ayant une vitesse V qui percutent une surface A en un temps Δt est :

$$\frac{NVA\Delta t}{6\mathcal{V}}$$

Force de chaque collision Vu que $F = ma$ Alors

$$F = ma = m \frac{|\Delta \vec{V}|}{\Delta t}$$

Vu que lors de la collision le sens de la vitesse est inversé, on peut dire qu'il y a une variation de vitesse de $2V$ (elle doit s'arrêter et repartir dans l'autre sens).

$$m \frac{|\Delta \vec{V}|}{\Delta t} = \frac{2mV}{\Delta t}$$

Force totale La force totale est le produit de la force de chaque molécule par le nombre de molécule.

$$F_{totale} = \frac{NVA\Delta t}{6\mathcal{V}} \frac{2mV}{\Delta t} = \frac{N}{3\mathcal{V}} V^2 mA$$

Pression À partir de la définition de la pression non savons arrivons à cette formule :

$$P = \frac{F}{A} = \frac{NV^2 mA}{3\mathcal{V} A} = \frac{NV^2 m}{3\mathcal{V}}$$

Nous pouvons développer cette formule pour arriver à un résultat intéressant.

$$P = \frac{NV^2 m}{3\mathcal{V}}$$

$$\Leftrightarrow P\mathcal{V} = \frac{1}{3} NV^2 m = \frac{2}{3} N \left(\frac{1}{2} m V^2 \right)$$

$$\Leftrightarrow NkT = \frac{2}{3} N \left(\frac{1}{2} m V^2 \right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2} kT = \frac{1}{2} m V^2 = E_c$$

5.3 Calcul de la vitesse de libération

Afin de calculer la vitesse de libération, calculons d'abord le travail nécessaire à cette libération.

$$\mathcal{T} = \int_R^{+\infty} \frac{GMm}{r^2} dr = \left[-\frac{GMm}{r} \right]_R^{+\infty} = \frac{GMm}{R}$$

Pour fournir ce travail, le corps doit posséder une certaine quantité d'énergie. Vu que nous cherchons une vitesse de libération, nous cherchons l'énergie cinétique nécessaire pour accomplir ce travail. Donc

$$E_c = \frac{1}{2} m V_L^2 = \frac{GMm}{R}$$

$$\Leftrightarrow V_L = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

6 Électromagnétisme

6.1 Énoncé

Loi de Faraday (y compris les conventions de signe). Calcul de l'auto-inductance d'une bobine. Réactance inductive. Déphasage entre l'intensité et la tension.

6.2 Rappels

Champ magnétique Le champ magnétique à l'intérieur d'un solénoïde, noté \vec{B} vaut

$$\vec{B} = \mu n i \text{ où } \mu = \mu_0 \mu_r$$

Flux Le flux Φ d'un champ magnétique \vec{B} à l'intérieur d'une surface A vaut

$$\phi = \vec{B} \vec{n} A$$

Loi de Lenz-Faraday Il apparaît une tension électromotrice \mathcal{E} qui vaut

$$|\mathcal{E}| = \left| \dot{\Phi} \right| = \left| \frac{d\Phi}{dt} \right|$$

6.3 Formulation mathématique de la loi de Faraday

À finir

6.4 L'auto-inductance

La bobine crée un champ magnétique qui s'oppose à la variation de celui créé par le courant électrique. Si on place la bobine sur du courant alternatif, alors vu que la variation d'intensité est permanente alors, la bobine résiste de manière permanente, cela s'appelle la résistance électromagnétique ou l'impédance.

$$\mathcal{E}(t) = \mathcal{E}_m \sin(\omega t)$$

Comment est le flux au sein de la bobine ?

$$\vec{B}_{induit} \vec{n} = \mu n i$$

$$\Leftrightarrow \Phi = \mu n i N A$$

$$\Leftrightarrow \mathcal{E}_{induit}(t) = -\dot{\Phi} = -\mu n N A \frac{di}{dt}$$

$$\Rightarrow \mathcal{E}_{induit}(t) = -L \frac{di}{dt}$$

Où

$$L = \mu n N A = \mu n^2 l A$$

Et l'unité de L est

$$[L] = \frac{V \cdot s}{A} = 1 \text{ Henry}$$

Ce nombre L est appelé *coefficient d'auto-inductance*.

6.5 La réactance inductive

Tension délivrée par le générateur : $V_A - V_B = \mathcal{E}_m \sin \omega t$

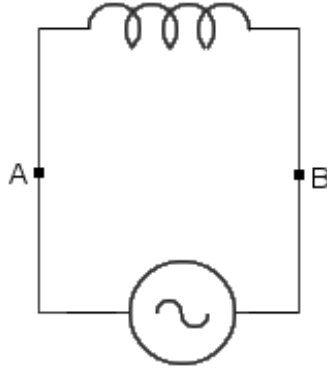


FIGURE 10 – La réactance inductive

Tension délivrée par le générateur : $V_B - V_A = -L \frac{di}{dt}$

$$L \frac{di}{dt} = \mathcal{E}_m \sin(\omega t)$$

$$\Leftrightarrow di = \frac{\mathcal{E}_m}{L} \sin(\omega t) dt$$

$$\Leftrightarrow \int di = \int \frac{\mathcal{E}_m}{L} \sin(\omega t) dt$$

$$\Leftrightarrow i(t) = -\frac{\mathcal{E}_m}{\omega L} \cos(\omega t) dt$$

ωL est appelé réactance inductive.

$$= -\frac{\mathcal{E}_m}{\omega L} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) dt$$

$$= \frac{\mathcal{E}_m}{\omega L} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) dt$$

$$\Leftrightarrow i(t) = \frac{\mathcal{E}_m}{\omega L} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) dt$$

$$\Leftrightarrow \mathcal{E}_m = \omega L i_m \text{ où } i_m \text{ est l'intensité maximale}$$

Cette formule rappelle celle du courant continu $U = Ri$

On remarque que l'intensité est en retard de $\frac{\pi}{2}$ par rapport à la tension.