现代控制系统 HW7

21307289 刘森元

E11.11

系统有如下描述

$$
\begin{aligned}
\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u \\
y &= \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}u
\end{aligned}
$$

其中有

$$
\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & -7 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{D} = [1]
$$

能控矩阵为

$$
\mathbf{P}_c = [\mathbf{B} \quad \mathbf{A}\mathbf{B} \quad \mathbf{A}^2\mathbf{B}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -7 \\ 1 & -7 & 49 \end{bmatrix}
$$

其行列式 $\det \mathbf{P}_c = -1 \neq 0$，系统可控

能观矩阵为

$$
\mathbf{P}_o = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{C}\mathbf{A} \\ \mathbf{C}\mathbf{A}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ -4 & 0 & -13 \end{bmatrix}
$$

其行列式 $\det \mathbf{P}_o = 29 \neq 0$，系统可观

P11.11

令

$$
u = -k_1 x_1 - k_2 x_2 + \alpha r
$$

其中 $r(t)$ 为输入指令，一个状态变量表达为

$$
\begin{aligned}
\dot{\mathbf{x}} &= \begin{bmatrix} -5 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0 \end{bmatrix} u \\
y &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x} + [0] u
\end{aligned}
$$

闭环传递函数为

$$T(s)=\frac{\alpha}{s^2+(k_1/2+5)s+4+k_2}$$

要令性能满足条件，要有 $\omega_n=4.8,\ \zeta=0.826$，故有特征多项式

$$q(s)=s^2+2(0.826)4.8s+23=s^2+8s+23$$

可得 $k_1=6,\ k_2=19$

令 $\alpha=23$ 使得稳态误差对于阶跃响应为 0

P11.13

若要使得 $K_v=35$，令 $K=2450$，一个状态变量表达为

$$\dot{\mathbf{x}}=\begin{bmatrix}0 & 1\\0 & -70\end{bmatrix}\mathbf{x}+\begin{bmatrix}0\\2450\end{bmatrix}u$$
$$y=\begin{bmatrix}1 & 0\end{bmatrix}\mathbf{x}$$

令

$$u=-k_1x_1-k_2x_2$$

则有闭环特征方程为

$$q(s)=s^2+(2450k_2+70)s+2450k_1=0$$

理想的特征方程为

$$s^2+72.73s+2644.63=0$$

故令 $\zeta=0.707,\ \omega_n=51.42$，可解得 $k_1=1.08,\ k_2=0.0011$

P11.27

能观矩阵为

$$\mathbf{P}_o=\begin{bmatrix}\mathbf{C}\\\mathbf{CA}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 0\\1 & 0\end{bmatrix}$$

其行列式 $\det\mathbf{P}_o=0$，故该系统不完全可观，无法找到一个观察增益矩阵