

现代控制系统 HW6

21307289 刘森元

E5.10

$$T(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

$$(a) P.O. \leq 5\% \Rightarrow s \geq 0.69$$

$$(b) T_s < 4 \Rightarrow \omega_n \zeta > 1$$

$$(c) T_p < 1 \Rightarrow \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} > \pi$$

P5.22

闭环传递函数为

$$T(s) = \frac{2(2s + \tau)}{(s + 0.2K)(2s + \tau) + 4}$$

- 若 $R(s) = 1/s$, 有阶跃响应

$$Y(s) = \frac{2(2s + \tau)}{(s + 0.2K)(2s + \tau) + 4} \cdot \frac{1}{s}$$

由终值定理有

$$y_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} sY(s) = \frac{2\tau}{0.2K\tau + 4}$$

令 $K = 10 - 20/\tau$, 有 $y_{ss} = 1$

- 特征方程为

$$(s + 0.2K)(2s + \tau) + 4 = 2s^2 + (0.4K + \tau)s + 0.2K\tau + 4 = 0$$

令 $K = 10 - 20/\tau$, 有

$$\omega_n = \sqrt{\tau} \quad \text{and} \quad \zeta = \frac{\tau^2 + 4\tau - 8}{4\tau^{3/2}}$$

故有

$$T_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}} \quad \text{and} \quad P.O. = 100e^{-\zeta \pi \sqrt{1-\zeta^2}}$$

$$\tau > 2\sqrt{3} - 2 \approx 1.4642$$