现代控制系统 第三章作业

21307289 刘森元

P3.12 (a)

状态变量表示如下

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -48 & -44 & -12 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} r$$
$$y = [40 \quad 8 \quad 0] \mathbf{x}$$

P3.12 (b)

状态转移矩阵为

$$\Phi(t) = \left[\Phi_1(t) \vdots \Phi_2(t) \vdots \Phi_3(t) \right]$$

其中

$$\Phi_1(t) = \begin{bmatrix} e^{-6t} - 3e^{-4t} + 3e^{-2t} \\ -6e^{-6t} + 12e^{-4t} - 6e^{-2t} \\ 36e^{-6t} - 48e^{-4t} + 12e^{-2t} \end{bmatrix}$$
$$\Phi_2(t) = \begin{bmatrix} \frac{3}{4}e^{-6t} - 2e^{-2t} + \frac{5}{4}e^{-2t} \\ -\frac{9}{2}e^{-2t} + 8e^{-4t} - \frac{5}{2}3e^{-2t} \\ 27e^{-6t} - 32e^{-4t} + 5e^{-2t} \end{bmatrix}$$
$$\Phi_3(t) = \begin{bmatrix} \frac{1}{8}e^{-6t} - \frac{1}{4}e^{-4t} + \frac{1}{8}e^{-2t} \\ -\frac{3}{4}e^{-6t} + e^{-4t} - \frac{1}{4}e^{-2t} \\ \frac{9}{2}e^{-6t} - 4e^{-4t} + \frac{1}{2}e^{-2t} \end{bmatrix}$$

P3.17

转移函数为

$$G(s) = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} = \frac{-4s + 12}{s^3 - 14s^2 + 37s + 20}$$

P3.34 (a)

其状态空间表示为

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -6 & -11 & -6 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} r$$
$$y = [6 \quad 0 \quad 0] \mathbf{x}$$

P3.34 (b)

状态转移矩阵中

$$\phi_{11}(t) = e^{-3t} - 3e^{-2t} + 2e^{-t}$$

AP3.4

描述 y 和 q 运动的微分方程为

$$\begin{aligned} m\ddot{y} + k_2\dot{y} + k_1(y-q) &= f \\ -b\dot{k}_1(y-q) &= f \end{aligned}$$

其中 $k_1 = 2, k_2 = 1$，令其质量 $m = 1$，状态变量 $\mathbf{z} = [y \quad \dot{y} \quad q]^T$，可得出以下状态变量模型

$$\dot{\mathbf{z}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -3 & 0 & 2 \\ \frac{2}{b} & 0 & -\frac{2}{b} \end{bmatrix} \mathbf{z} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -\frac{1}{b} \end{bmatrix} f$$
$$y = [1 \quad 0 \quad 0] \mathbf{z}$$

如果我们将高速下的建模为脉冲信号，将低速下的建模为阶跃信号，那么取 $b = 0.8$ 为最优。在两种情况下，车辆行驶后大约在 `10` 秒内完全稳定下来。