现代控制系统 第五次作业

21307289 刘森元

E4.4 (a)

由题意，跟踪误差为

$$E(s) = R(s) - Y(s) = \frac{R(s)}{1 + kG(s)}$$

利用终值定理，可以求得磁头位置的稳态误差为

$$e_{ss} = \lim_{s \to 0} sE(s) = \lim_{s \to 0} \left[\frac{A}{1 + \frac{K}{(s+3)^2}} \right] = \frac{A}{1 + \frac{k}{16}}$$

E4.4 (b)

由斜坡输入指令的幅值为 $A = 10\text{cm/s} = 0.1\text{m/s}$

故有 $R(s) = \frac{0.1}{s^2}$

由终值定理，有

$$e_{ss} = \lim_{s \to 0} s \left[\frac{0.1/s^2}{1 + 10k/(s(\tau s + 1))} \right] = \lim_{s \to 0} \left[\frac{0.1}{s + 10k/(\tau s + 1)} \right]$$
$$e_{ss} = 0.1/10k = 0.01/k$$

若要使 $e_{ss} \leq 0.0001m$，有 $k \geq \frac{0.01}{0.0001} = 100$

E4.5

当 $p > 0$ 时，灵敏度为

$$S_p^T = \frac{\partial T}{\partial p} \frac{p}{T} = p \left[\frac{-s^4 - 15s^2 + 3s + 10}{(s^2 + ps + 10)^2} \right] T(s)$$

跟踪误差为

$$E(s) = [1 - T(s)]R(s) = \frac{s^3 + (2p - 1)s^2 + (4 - p)s - p - 7}{s^3 + 2ps^2 + 4s - p + 3} R(s)$$

由阶跃输入，令 $R(s) = \frac{1}{s}$，利用终值定理，有稳态误差

$$e_{ss}=\lim_{s\to0}sE(s)=\frac{-7-p}{3-p}$$

E4.6

由题可知，系统闭环传递函数

$$T(s)=\frac{10k}{s^2+bs+10k}$$

跟踪误差为

$$E(s)=[1-T(s)]R(s)=\frac{s(s+b)}{s^2+bs+10k}\frac{1}{s^2}$$

由斜坡输入信号，令 $R(s)=\frac{1}{s^2}$

由终值定理，可得稳态误差

$$e_{ss}=\lim_{s\to0}sE(s)=\frac{b}{10k}$$

故当 $b<k$ 时，保证系统对斜坡输入的稳态误差小于 0.1

E4.9 (a)

$$T(s)=\frac{kk_1}{s+l_1(k+k_2)}$$

E4.9 (b)

$$S_k^T=\frac{\partial T/T}{\partial k/k}=\frac{s+k_1k_2}{s+k_1(k+k_2)}$$
$$S_{k_1}^T=\frac{s}{s+k_1(k+k_2)}$$

E4.9 (c)

从 $T_d(s)$ 到 $Y(s)$ 的传递函数为

$$\frac{Y(s)}{Td(s)}=\frac{-1}{s+k_1(k+k_2)}$$

当 $R(s)=0$ 时，又有 $E(s)=-kY(s)$，故

$$E(s)=\frac{k}{s+k_1(k+k_2)Td(s)},\quad e_{ss}=\lim_{s\to0}sE(s)=\frac{k}{k_1(k+k_2)}$$

E4.9 (d)

由题可知

$$T(s)=\frac{k_1}{s+2k_1}$$
$$\therefore Y(s)=\frac{k_1}{s+2k_1}\cdot\frac{1}{s}$$

系统输出响应为

$$y(t)=\frac{1}{2}[1-e^{-2k_1t}]u(t)$$

令 $k_1=10$，此时系统有最快响应速度

E4.12 (a)

闭环传递函数为

$$T(s)=\frac{G_c(s)G(s)}{1+G_c(s)G(s)H(s)}=\frac{100k_1(s+5)}{s^2+105s+(100k_1k_2+500)}$$

稳态跟踪误差为

$$E(s)=R(s)-Y(s)=\left[\frac{1-G_c(s)G(s)(1-H(s))}{1+G_c(s)G(s)H(s)}\right]\cdot R(s)$$
$$=\frac{s^2+(105-100k_1)s+500-100k_1(5-k_2)}{s^2+105s+500+100k_1k_2}\cdot\frac{1}{s}$$
$$e_{ss}=\lim_{s\to 0}sE(s)=\frac{5-k_1(5-k_2)}{5+k_1k_2}$$

E4.12 (b)

从 $N(s)$ 到 $Y(s)$ 的传递函数为

$$Y(s)=\left[\frac{-G_c(s)G(s)H(s)}{1+G_c(s)G(s)H(s)}\right]N(s)=\frac{100k_1k_2}{s^2+105s+(500+100k_2k_2)}\cdot\frac{1}{s}$$

稳态误差为

$$e_{ss}=\lim_{s\to 0}sY(s)=\lim_{s\to 0}s\left[\frac{-100k_2k_2}{s^2+105s+(500+100k_1k_2)}\right]\cdot\frac{1}{s}=\frac{-k_1k_2}{5+k_1k_2}$$

E4.12 (c)

由题意可知，

- 若是需要跟踪效果好，则 k_1, k_2 最好尽可能大
- 若要噪声的影响最小化，则 k_1, k_2 要尽可能小

P4.5

由题意知，系统的闭环传递函数为

$$T(s) = \frac{G_1G(s)}{1+G_1G(s)}$$

P4.5 (a)

系统对 K_a 的灵敏度为

$$S_{K_a}^T = \frac{1}{1+G_1G(s)}$$

P4.5 (b)

从 $T_d(s)$ 到 $\theta(s)$ 的传递函数为

$$\theta(s) = \frac{G(s)}{1+G_1G(s)}T_d(s)$$

我们要求扰动后的 $\theta(s)$，不妨令 $E(s) = -\theta(s)$，则有

$$e_{ss} = \lim_{s\to0} sE(s) = \lim_{s\to0} s\left[\frac{-G(s)}{1+G_1G(s)}\right]\frac{10}{s} = -\frac{10}{k_a}$$

要误差小于 0.10°，即

$$-\frac{10}{k} = e_{ss} = \frac{0.10^\circ\pi}{180^\circ} = 0.001745\mathrm{rad}$$
$$\therefore k_a \geq 5730$$

P4.5 (c)

开环传递函数为

$$\theta(s) = G(s)T_d(s)$$
$$\therefore e_{ss} = -\lim_{s\to0} sG(s)(\frac{10}{s}) \to \infty$$

P4.6

闭环传递函数为

$$T(s)=\frac{G_1G(s)}{1+G_1G(s)}$$

P4.6 (a)

$$S_{k_e}^{T}=\frac{1}{1+G_1G(s)}=\frac{(\tau_1 s+1)(\tau_e+1)}{(\tau_1 s+1)(\tau_e s+1)+k_1k_e}$$

P4.6 (b)

行驶速度受负载干扰力矩影响的传递函数为

$$V(s)=\frac{-K_gG(s)}{1+GG_1(s)}\Delta T_d(s)$$

P4.6 (c)

由题可知，利用终值定理

$$\begin{aligned}&\lim_{s\to 0} s\left(\frac{-K_gG(s)}{1+GG_1(s)}\right)\frac{\Delta d}{s}+\lim_{s\to 0} s\left(\frac{G_1G(s)}{1+GG_1(s)}\right)\frac{30}{s}\\ =&-\Delta D\left(\frac{k_gk_e}{1+k_ek_1}\right)+30\left(\frac{k_1k_e}{1+k_1k_e}\right)\end{aligned}$$

$$\because k_ek_1>>1 \quad \therefore V_{ss}=-\Delta d(k_g/k_1)+30$$

当 $V_{ss}=0$ 时，有 $\Delta d=\frac{30k_1}{k_g}$，故

若 $k_g/k_1=2$，则 $\Delta d=0.15$ 时会导致汽车失速

P4.14

闭环传递函数为

$$T(s)=\frac{G(s)}{1+G(s)}=\frac{10(s+4)}{s(s+a)(s+1)+10(s+4)}$$

有 $S_a^T=S_a^N-S_a^D$，其中 N 是分子，D 是分母，$S_a^N=0$

令 $G(s)=\frac{p(s)}{q(s)(s+a)}$，其中 $p(s)=10(s+4),\quad q(s)=s(s+1)$

有

$$T(s)=\frac{G(s)}{1+G(s)}=\frac{p(s)}{q(s)(s+a)+p(s)}$$

且

$$S_a^T = -S_a^D = -\frac{\mathrm{d}D}{\mathrm{d}a}\frac{a}{D} = \frac{-aq(s)}{q(s)(s+a)+p(s)} = -\frac{a}{s+a}\frac{1}{1+G(s)}$$

P4.15 (a)

扰动到输出的闭环传递函数为

$$\frac{Y(s)}{T_d(d)} = \frac{G(s)}{1+kG(s)}$$

由于 $R(s)=0$，故稳态影响为

$$y_{ss} = \lim_{s\to 0} s\left(\frac{G(s)}{1+kG(s)}\right)\frac{1}{s} = \frac{G(0)}{1+kG(0)} = \frac{1}{1+k}$$

当 $k=10$ 时，有 $y_{ss}=\frac{1}{11}$

当 $k=25$ 时，有 $y_{ss}=\frac{1}{26}$

P4.15 (b)

对舵输入，我们有

$$Y(s) = \frac{G(s)T_d(s)+kG(s)R(s)}{1+kG(s)} = \frac{G(s)(T_d(s)+kR(s))}{1+kG(s)}$$

令 $R(s)=-T_d(s)/k$，则有 $Y(s)=0$