Étude du model Lotka-Volterra

Robin Botrel, Axel Carpentier

Université Paul Sabatier
Toulouse, France

28 Decembre, 2022

Contents

I Introduction

Cette étude des équations de prédation de Lotka-Volterra s'effectue dans le cadre d'une unité d'enseignement ouverte de la licence de mathématique de l'université Paul Sabatier. Nous allons partir d'un exercice vu en cours d'équations différentielles ordinaires (EDO), pour ensuite s'éloigner des frontières de ce cours et voir ce que peut offrir la discipline.

1 Le model classique proie prédateur

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t} &= x(t)\left(\alpha - \beta y(t)\right) \\ \dfrac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t} &= y(t)\left(\delta x(t) - \gamma\right) \end{cases} \tag{1}$$

2 Généralisation

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t} &= x(t)\left(a - by(t) - cx(t)\right) \\ \dfrac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t} &= y(t)\left(dx(t) - e - fy(t)\right) \end{cases} \tag{2}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}X(t) = X(t)\Big(R + AX(t)\Big) \tag{3}$$

II Le cas 2D

1 Une étude des bifurcations

$$R = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad A = -\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \tag{4}$$

$$R = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad A = -\begin{bmatrix} 1 & s \\ s & 1 \end{bmatrix} \tag{5}$$

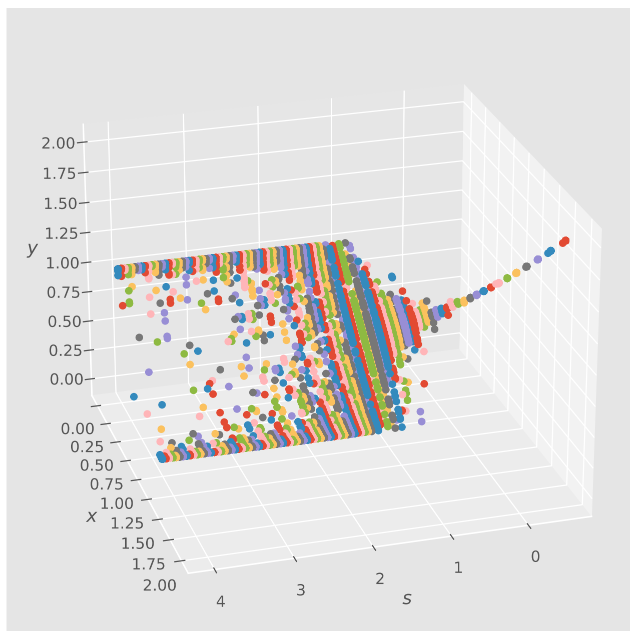

Figure 1. test

III Chaos en 4D

$$R = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.72 \\ 1.53 \\ 1.27 \end{bmatrix} \quad A = -\begin{bmatrix} 1 & 1.09 & 1.52 & 0 \\ 0 & 0.72 & 0.3168 & 0.9792 \\ 3.5649 & 0 & 1.53 & 0.7191 \\ 1.5367 & 0.6477 & 0.4445 & 1.27 \end{bmatrix} \tag{6}$$

IV Conclusion

V Annexes