アルゴリズム論 2
第 1 回: 計算幾何学とは

関川 浩

2016/09/14

1. オリエンテーション
   - 講義内容
   - 教科書・参考書・資料等
   - 成績評価方法など
2. 幾何構造
   - 計算幾何学とは
   - 幾何構造の普遍性
3. 計算幾何学の研究の流れ
4. 授業の流れ
   - 授業の流れ
   - 記号, 記法

講義の概要 (1/2)

計算幾何学とは

- 幾何学の問題を効率よく解くアルゴリズムを開発したり,
- その計算量を解析したりする計算機科学の一分野

講義の概要

- 2 次元, 3 次元の線形計画問題を説明
- 代表的な問題をいくつか取り上げ, 線形計画問題を利用して以下について説明
    - 問題に関わる図形の性質
    - 問題を解くために利用するデータ構造
    - 問題を効率よく解くアルゴリズム

講義の概要 (2/2)

講義の目的

- 計算幾何学で用いる基本的な概念，データ構造，アルゴリズムについて理解すること

到達目標: 以下を理解すること

- 凸包の性質および 2 次元の凸包構成法
- 超平面アレンジメントの定義，性質，構成法
- 三角形分割の定義と性質，Voronoi 図と Delaunay 三角形分割の構成法
- 代表的な幾何学的探索問題を解くアルゴリズム

各回の予定 (1/2)

第 1 回 (9 月 14 日) 計算幾何学とは
第 2 回 (9 月 21 日) 低次元線形計画問題 (1)
第 3 回 (9 月 28 日) 低次元線形計画問題 (2)
第 4 回 (10 月 5 日) 低次元線形計画問題 (3)
第 5 回 (10 月 12 日) 凸包 (1)
第 6 回 (10 月 19 日) 凸包 (2)

各回の予定 (2/2)

第 7 回 (10 月 26 日) アレンジメント (1)
第 8 回 (11 月 2 日) アレンジメント (2)
第 9 回 (11 月 9 日) アレンジメント (3)
第 10 回 (11 月 16 日) 三角形分割 (1)
第 11 回 (11 月 30 日) 三角形分割 (2)
第 12 回 (12 月 7 日) 三角形分割 (3)
第 13 回 (12 月 14 日) 幾何学的探索 (1)
第 14 回 (12 月 21 日) 幾何学的探索 (2)

教科書・参考書・資料等

教科書は指定しない

参考書

- 今井浩, 今井桂子, 「計算幾何学」, 共立出版, 1994.
- M. ドバーグ, M. ファン クリベルド, M. オーバマーズ, O. チョン, 「コンピュータ・ジオメトリ—計算幾何学: アルゴリズムと応用」, 近代科学社, 2010.

資料 (講義で使用するスライド)

- 講義二日前の月曜までには LETUS に upload する予定
- プレゼン用と印刷用 (内容は同じ, 後者は色が薄い)

成績評価方法など

成績評価方法

- 試験 (70%)
  第 1–14 回の全範囲から基本的な問題を中心に出題
- レポート (30%)
  第 6 回終了後, 第 1–6 回の範囲から基本的な問題を中心に出題

その他

- CLASS からの連絡, 学籍番号メール宛のメールは,
  よく見るメールアドレスに転送の設定を

計算幾何学とは

計算幾何学とは:
幾何的な情報を計算機で効率よく処理するアルゴリズムの研究, 開発

- 1975 年頃, Shamos らが理論を体系的に基礎付け, 以後, 急速に発展
- 種々の応用
  - 地理情報処理
  - VLSI の CAD (自動設計)
  - パターン認識
  - コンピュータグラフィックス
  - ロボティクス
  - ...

各分野での課題

各分野での代表的課題

- コンピュータグラフィックス
  3 次元物体のモデリング, 隠線処理
- 地理情報処理
  配置問題, 幾何学的な最適化問題
- VLSI の CAD
  レイアウト設計, 最適化, 図形間の交叉判定
- ロボティクス
  動作計画問題 (障害物を回避した経路), 幾何制約の充足

○ 分野の特殊性を生かした研究が進展
× 普遍的な理解に欠ける

幾何構造の普遍性

計算幾何学

- 幾何構造をコンピュータで処理する過程の計算に着目
- その計算構造を背景の幾何構造とともに解明

計算構造の解析

- アルゴリズムの設計と解析の理論, 計算量理論に基づいた土台, 統一的な取り扱い

古典的な幾何学から現代の幾何学までと交錯

計算構造に関連した幾何学的概念, 定理も産出

計算幾何学の研究の流れ

初期

- 凸包問題, 重なり問題, Voronoi 図構成問題, 幾何学的探索, . . .
- 初等幾何学を利用, 主に 2 次元

3 次元以上の問題を扱うために

- 数学 (とくに離散幾何学) の理論, 組合せ最適化など幾何構造に関連する既存の理論との融合

$\Longrightarrow$ 超平面のアレンジメント, 凸多面体理論を中心とした新展開

理論と現実のギャップを埋める研究

- 計算誤差の解析
- 誤差に由来する暴走の防止

授業の流れ

授業の流れ (6, 7 ページを参照)

- 低次元線形計画問題 (第 2, 3, 4 回)
- 凸包 (第 5, 6 回)
- アレンジメント (第 7, 8, 9 回)
- 三角形分割 (第 10, 11, 12 回)
- 幾何学的探索 (第 13, 14 回)

線形計画法

- 2, 3 次元なら直観的な理解が容易
- 線形計画問題は凸多面体, 超平面アレンジメントと結びつく幾何構造
  $\Longrightarrow$ 凸包構成などに線形計画アルゴリズムを援用

記号, 記法

対数

- log: 底が 2 の対数
- ln: 自然対数

オーダ

- $g(n) = O(f(n))$
  $\iff \exists c > 0\ \exists n_0 > 0$ s.t. $\forall n \geq n_0$ に対し $g(n) \leq cf(n)$
- $g(n) = \Omega(f(n))$
  $\iff \exists c > 0\ \exists n_0 > 0$ s.t. $\forall n \geq n_0$ に対し $g(n) \geq cf(n)$
- $g(n) = \Theta(f(n))$
  $\iff g(n) = O(f(n))$ かつ $g(n) = \Omega(f(n))$
- $g(n) = o(f(n))$
  $\iff \forall c > 0\ \exists n_0 > 0$ s.t. $\forall n \geq n_0$ に対し $cg(n) \leq f(n)$