

Comment définir et calculer une moyenne dans un ensemble non convexe

Adrien Richou, `adrien.richou@u-bordeaux.fr`

Imaginons que l'on cherche à calculer la moyenne spatiale de la population croate : le caractère fortement non-convexe de la Croatie fait que cette moyenne risque de se retrouver hors du pays ce qui n'est pas un résultat très acceptable. On peut alors se demander s'il est possible de définir une nouvelle notion de moyenne qui soit raisonnable (i.e. qui corresponde à la moyenne habituelle lorsque le pays est convexe par exemple) et qui reste toujours à l'intérieur du pays. Plus généralement on peut se demander comment définir naturellement l'espérance d'une variable aléatoire contrainte à rester à l'intérieur d'un domaine non convexe. Une réponse possible est de définir, pour une variable aléatoire X à valeur dans un ensemble $\mathcal{D} \subset \mathbb{R}^d$, l'espérance de X de la façon suivante

$$\tilde{\mathbb{E}}[X] \in \underset{y \in \mathcal{D}}{\operatorname{argmax}} \mathbb{E}[d^2(y, X)]$$

avec \mathbb{E} l'espérance usuelle et $d(x, y)$ la longueur du plus court chemin entre x et y restant à l'intérieur de \mathcal{D} . On appelle cette nouvelle moyenne, moyenne de Fréchet. Le but de ce projet est d'étudier une méthode numérique permettant de calculer en pratique cette moyenne de Fréchet et, si le temps le permet, calculer la moyenne de Fréchet de la population croate.