

Exercice 1

Détailler l'exécution du sous-programme suivant, pour une valeur de paramètre $n = 4$:

```
int c(int n)
{
    if (n == 1) return 1 ;
    else return c(n - 1) + 2 * (n - 1) + 1;
}
```

Que calcule-t-il ?

Exercice 2 – PGCD

Écrire une fonction récursive qui retourne le plus grand commun diviseur de deux entiers.

Exercice 3 – Puissance

On rappelle ci-dessous une écriture récursive de la fonction puissance :

```
float puissance (float x, int n)
{
    if (n == 0) return 1;
    else return x * puissance(x,n-1);
}
```

- Modifier cette fonction afin de traiter le cas où n est négatif.
- En utilisant la propriété $x^{2k} = (x \cdot x)^k$, modifier la fonction puissance afin de rendre son exécution plus efficace dans le cas général (*exponentiation rapide*). Expliquer pourquoi en détaillant une exécution avec une valeur de n appropriée.

Exercice 4 – Super somme

- Écrire une fonction récursive **somme** qui calcule la somme des chiffres d'un entier passé en paramètre (exemple : `somme(78987)=39` car $7+8+9+8+7=39$).
- Écrire une fonction récursive **supersomme** qui calcule la somme des chiffres d'un entier passé en paramètre, puis réitère éventuellement ce calcul jusqu'à obtenir un nombre formé d'un seul chiffre (exemple : `supersomme(78987)=3`, car $7+8+9+8+7=39$, $3+9=12$ et $1+2=3$).

Exercice 5 – Recherche d'un zéro d'une fonction

Soit $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction définie et continue sur $[a, b]$, et telle que $f(a) \times f(b) < 0$.

Écrire une fonction récursive déterminant par la méthode de dichotomie une approximation à ε près d'une valeur $x_0 \in [a, b]$ telle que $f(x_0) = 0$, c'est-à-dire une valeur x telle que $|x - x_0| \leq \varepsilon$.

Exercice 6 – Recherche dans une chaîne de caractères

Écrire une fonction récursive qui détermine si une lettre apparaît ou non dans un mot à partir d'une certaine position.

Exercice 7 – Tableaux

Écrire les sous-programmes récur­sifs effectuant les traitements suivants :

- a) déterminer l'élément maximum d'un tableau (d'entiers de n éléments) ;
- b) déterminer un indice où figure l'élément maximum d'un tableau ;
- c) trier un tableau (par la méthode du tri par sélection) ;
- d) déterminer si un tableau est trié par ordre croissant ;
- e) déterminer si une valeur appartient ou non à un tableau trié par ordre croissant (par recherche dichotomique).

Exercice 8 – Séparation

- a) Écrire une procédure récur­sive **separation** qui, à partir d'un tableau d'entiers T et d'une valeur pivot p , crée deux tableaux contenant respectivement les valeurs de T strictement inférieures, et strictement supérieures à p .
- b) Écrire une fonction récur­sive qui détermine le k -ième plus petit élément d'un tableau T de n éléments, sans trier intégralement ses valeurs mais en utilisant la procédure **separation**.

Exercice 9 – Matrice

En n'employant aucune boucle, écrire un sous-programme qui numérote de 1 à $m.n$ l'ensemble des cases d'une matrice de m lignes et n colonnes.