Fondement de Mathematiques Informatique

Matthew Coyle

January 10, 2018

1 Calculs ensemblistes, fonctions

1.1 ensemble, elements, inclusion:

Soit E un ensemble, et e un element, $e \in E$ signifie que e est un element qui est dans E, et se lit e appartient a E. La negation de cette relation, e n'appartiens pas a E se note $e \notin E$.
ø est l'ensemble qui ne contiens auccun element.

A et B, deux ensemble. On dit que A est un sous-sensemble de B ou une partie de B, ou encore que A est inclus dans B et on note $A \subseteq B$
sois $\forall x \in A => x \in B$

A = B ssi $A \subseteq B$ et $B \subseteq A$, A et B on les memes elements.
La negation de $A \subseteq B$ s'ecrit $A \nsubseteq B$

On note $\mathcal{P}(E)$, l'ensemble des Parties de E (l'ensemble des sous-ensembles de E, note 2^E)
car $card(\mathcal{P}(E)) = 2^{card(E)}$
$E = \{1, 3, 8, 12\}$ $card(\mathcal{P}(E)) = 2^4$
$\mathcal{P}(E) = \{ø, \{1\}, \{3\}, \{8\}, \{12\}, \{1, 3\}, \{1, 8\}, ..., \{1, 3, 8, 12\}\}$

A $\subseteq E$ ssi $A \in \mathcal{P}(E)$
Remarque: $ø \in \mathcal{P}(E), E \in \mathcal{P}(E) \forall E$

Produit Cartesien de 2 ensembles E et F. C'est l'ensemble des couples formes d'un element de E et d'un element de F.
$E * F = \{(x, y) \mid x \in E \text{ et } y \in F\}$

Generalisation:
On generalise le produit cartesien a une famille finie d'ensembles:
$E_1 * E_2 * ... * E_n = \{(x_1, x_2, ..., x_n), x1 \in E_1, x_2 \in E_2, ..., x_n \in E_n\}$
$E^n = E * E * E....$ n fois $n \geq 1$
E^n peut etre defini recusivement par

$$E^1 = E$$

$$E^n = E * E^{n-1}$$

Remarque:
D'un point de vue strictement formel, le produit des ensembles n'est pas associatif.
$(E * F) * G \neq E * (F * G)$
$((x, y), z) \in (E * F) * G$ et $(x, (y, z)) \in E * (F * G)$
mais on peut etablir une bijection entre les 2. D'une facon generale on n'as pas $E^n * E^m = E^{n+m}$

1.2 Reunion, Intersection, difference complementaire, partition

Referentiel E
Soient A et B deux parties de E, on definit l'intersection de A et B: $A \cap B = \{e \in E \mid e \in A \text{ et } e \in B\}$
l'union de A et B: $A \cup B = \{e \in E \mid e \in A \text{ ou } e \in B\}$
la differance de A et B: $A - B = \{e \in E \mid e \in A \text{ et } e \notin B\}$
le complementaire de A dans E: $\overline{A}$ ou $A^c = E \mid \overline{A} = \{e \in E \mid e \notin \overline{A}\}$
la difference symetique de A et B $A \triangle B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$
On dit que A et B sont disjoints ssi $A \cap B = \emptyset$