

### Ensembles Denombrables

Le cardinal peut se generaliser a des ensembles non finis tels que les proprietes suivants soient verifiees pour deux ensembles E et D quelconques:

$$\begin{aligned} |E| \leq |F| &\iff \exists \text{ une injection de } E \text{ vers } F \\ |E| \geq |F| &\iff \exists \text{ une surjection de } E \text{ vers } F \\ |E| = |F| &\iff \exists \text{ une bijection de } E \text{ vers } F \end{aligned}$$

Un ensemble E est denombrable s'il est en bijection avec  $\mathbb{N}$ . On note  $\omega$  le cardinal de  $\mathbb{N}$ . Une union  $\cup_{i \in I} A_i$  est denombrable si I est denombrable. Les ensembles denombrables verifient les proprietes suivantes:

- Toute partie d'un ensemble denombrable est fini et denombrable.
- Tout produit cartesien fini d'ensemble denombrables est denombrable.
- Toute union d'ensembles denombrable est denombrable.

Remarque: il existe des ensembles non denombrables. Ceci vient de la proposition suivante: Prop: Soient E un ensemble et P(E) l'ensemble des parties de E.  $|E| < |P(E)|$