

# Operations sur les langages

January 11, 2018

$\Sigma = \{a, b, c\}$   
 $L = ab, aaa, ca, bba, \varepsilon$   
 $L^* = \{caba, bababa, \varepsilon, ba, \dots\}$

$\Sigma^* = \{\varepsilon, a, b, aa, ab, ba, bb, \dots\}$

$\omega = u.v$

$u$  est un prefixe de  $\omega$ ,  $v$  est un suffixe de  $\omega$

$\omega = u.v.y$   $y$  est une sous-chaine de  $\omega$

$a = \varepsilon.a = a.\varepsilon$

## 1

le mot  $ababc$  prefixes =  $P = \{\varepsilon, a, ab, aba, abab, ababc\}$

suffixes =  $S = \{\varepsilon, c, bc, abc, babc, ababc\}$

sous-chaines =  $P \cup S \cup \{b, ba, bab\}$

## 2

$(ab)^4 = abababab$  contient  $(aba)^* 3$

$|(ab)^4|_{aba} = 3$

## 3

$|\omega^{i+j}| = |\omega^i| + |\omega^j|$  ?

$\omega^{i+j} = \omega\omega\omega\omega\dots = (i+j)|\omega|$

$\omega^i = \omega\omega\omega\dots = i * |\omega|$

$\omega^j = j * |\omega|$

$|\omega^{i+j}| = (i+j) * |\omega|$

## 4

$\exists x \in \{a, b\}^* \mid ax = xb ?$

On suppose  $ax = xb$  donc

$$|ax|_a = |xb|_a$$

$$|a|_a + |x|_a = |x|_a + |b|_a$$

$1+0=0+0$  qui est faux

donc  $\nexists x \in \{a, b\}^* \mid ax = xb$

## 5

$$1: A \cup B = \{a, ab, bb, \varepsilon, b, aa\}$$

$$1: A.B = \{a, ab, aaa, abb, abaa, bb, bbb, bbaa\}$$

$$2: A \cup B = \{\varepsilon, b, aba\}$$

$$2: A.B = \{b, aba\} = B$$

$$3: A \cup B = \Sigma^*$$

$$3: A.B = \{ax, |x| \geq 1\} \cup \{bax\}, x \in \Sigma^*$$

= ensemble des mots de longueurs au moins 2, ne debutant pas par bb

$$4: A \cup B = \Sigma^*$$

$$4: A.B = \Sigma^*$$

$$5: A \cup B = \Sigma^+$$

$$5: A.B = \{ax, |x| \geq 2\} \cup \{bax\}, x \in \Sigma^+$$

= ensemble des mots de longueur au moins 3 ne debutant pas par bb

$$6: A \cup B = \Sigma^*$$

$$6: A.B = \Sigma^+$$