$Def : Soit(E, \leq) unensembleordonne, a \leq onassocieunerelationpred(precedence)parxpredy \leftrightarrow x \leq yetzt.q.x \leq z \leq yavecx \neq y, x \neq z, z \neq y$

Rem: La relation pred peut etre triviale. Par exemple sur les rationnels ordonnes par l'ordre naturel, la relation pred est vide.

Th ordre $\rho surunensemblefiniEestuniquementdetermineparlarelationdeprecedenceassocies.Pluspred$ $pred * (fermeture, transitive, reflexivedepred)$

Calcul: On suppose que l'on represente une relation d'ordre R par une matrice binaire t.q.

R(i,j) = { 1 $siiRj$
$0sinon$

On va se poser le pbe de trouver les sucesseurs immediats des elements de E. cad Comment trouver la matrice H de la relation R t.q. H definie par xHy ssi y est un successeur immediat de x

Theorem 1 *Si S designe le carre de R vue comme une matrice positive a coef* $\in, ona :$

H(i,j)={ 1 $siS(i, j) = 2$
$0sinon$

On appelle 1,2,3,...,n les elements de E on a $S = R^2 = R.RS_{i,j} = R_{1i}R_{1j} + R_{2i}R_{2j} + ... + R_{ni}R_{nj}$

$S_{i,j} = 2 \rightarrow jsuccesseurimmediatdei.$

Mathode pour construire le diagramme de Hasse. 1) Determiner R la matricec de la relation d'ordre 2) Calcucler S = R$^2 enconsiderantRcommeunematricepositive.3)Achaquefoisq$ $2dessineruneflechedeiaj.$

Ex: sur $(_5, R)R = \{1 \leq 1, 1 \leq 2, 1 \leq 3, 1 \leq 4, 1 \leq 5, 2 \leq 2, 2 \leq 3, 2 \leq 4, 2 \leq 5, 3 \leq 3, 4 \leq 4, 5 \leq 5\}$

Matrice 1a

	1	2	3	4	5
1	1	1	1	1	1
2	0	1	1	1	1
3	0	0	1	0	0
4	0	0	0	1	0
5	0	0	0	0	1

Matrice 1b

	1	2	3	4	5
1	1	1	1	1	1
2	0	1	1	1	1
3	0	0	1	0	0
4	0	0	0	1	0
5	0	0	0	0	1

Matrice 2a

S	1	2	3	4	5
1	1	2	3	3	3
2	0	1	2	2	2
3	0	0	1	0	0
4	0	0	0	1	0
5	0	0	0	0	1

Matrice 2b

$$
\begin{array}{c|ccccc}
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\
1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
2 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\
3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{array}
$$