名前: 長田悠生
学籍番号: 202310330

2023/6/18

LaTeX

演習課題 8A

面積がπであるので、面積が 1 になるように調整する。

すると、$f_{X,Y}(x,y) = \dfrac{1}{\pi}$

$$f_Y(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{X,Y}(x,y)dx = \int_{-\sqrt{1-y^2}}^{\sqrt{1-y^2}} \frac{1}{\pi}dx = \frac{2}{\pi}\sqrt{1-y^2}$$

$$f_{X|Y}(x|y) = \frac{\frac{1}{\pi}}{\frac{2\sqrt{1-y^2}}{\pi}} = \frac{1}{2\sqrt{1-y^2}}$$

$\therefore f_Y(y) = \dfrac{2}{\pi}\sqrt{1-y^2}$、$f_{X|Y}(x|y) = \dfrac{1}{2\sqrt{1-y^2}}$

演習課題 8B

一様分布に従うより、$f_X(x) = \dfrac{1}{n}$

$E\left[g(x)\right] = \displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} g(x)f_X(x)dx$ より、

$g(x) = |X-m|$ とおくと、以下のように表せる。

$$E\left[|X-m|\right] = \int_0^n |X-m|f_X(x)dx$$

$$= \frac{m^2}{n} - m + \frac{n}{2}$$

$f(m) = \dfrac{m^2}{n} - m + \dfrac{n}{2}$の最小値の際の m の値を求めればいいので、

$$= \frac{1}{n}\left(m - \frac{n}{2}\right)^2 + \frac{n}{4}$$

$m = \dfrac{n}{2}$のとき、最小値が$\dfrac{n}{4}$となる。

$\therefore m = \dfrac{n}{2}$のとき、$E\left[|X-m|\right]$ が最小。