

# 確率論第 3 回演習課題

長田悠生

2023/5/10

L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X

## 演習課題 3A

まずは、 $i$  番目のコインが出る確率を求める。

$i$  番目のコインが出る確率は、

$$\frac{1}{k+1} \quad (1)$$

$i$  番目のコインを確率  $\frac{1}{k+1}$  で 1 枚選んだ後にコインを  $n$  回投げ、1 回目から  $n$  回目まで表が出た時、 $n+1$  回目で表が出る確率は、コインを投げる操作が 1 回ごとに独立なので、

$$\frac{i}{k(k+1)} \quad (2)$$

コインの番号  $i$  は、 $i = 0, 1, \dots, k$  とあるので、全コインにおける  $n+1$  回目に表が出る確率の和を求める必要がある。

$$\therefore \sum_{i=1}^k \frac{i}{k(k+1)} = \frac{k(k+1)}{2} \times \frac{1}{k(k+1)} = \frac{1}{2} \quad (3)$$

## 演習課題 3B

$X - 1$  回までに、 $A \cdot B$  のみしかでない場合の確率を考えると、次式のように表される。

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{X-1} - 2 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{X-1} \quad (4)$$

※なお、 $\left(\frac{2}{3}\right)^{X-1}$  の確立には、 $A$  のみ・ $B$  のみが含まれているため  $2 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{X-1}$  で除いている。

$X$  回目に  $C$  が出る確率は、

$$\left\{ \left(\frac{2}{3}\right)^{X-1} - 2 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{X-1} \right\} \times \left(\frac{1}{3}\right) \quad (5)$$

同様に、 $X - 1$  回目までに  $B \cdot C$ 、 $C \cdot A$  のみ出て、 $X$  回目にそれぞれ  $A$ 、 $B$  が出る確率も (5) の式となる。

よって、回答は (5) の式の 3 倍なので、

$$\therefore \left[ \left\{ \left(\frac{2}{3}\right)^{X-1} - 2 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{X-1} \right\} \times \frac{1}{3} \right] \times 3 = \left(\frac{2}{3}\right)^{X-1} - 2 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{X-1} \quad (6)$$