

確率論第 3 回演習課題

長田悠生

2023/5/10

L^AT_EX

演習課題 3A

まずは、 i 番目のコインが出る確率を求める。

i 番目のコインが出る確率は、

$$\frac{1}{k+1} \quad (1)$$

i 番目のコインを確率 $\frac{1}{k+1}$ で 1 枚選んだ後にコインを n 回投げ、1 回目から n 回目まで表が出た時、 $n+1$ 回目で表が出る確率は、コインを投げる操作が 1 回ごとに独立なので、

$$\frac{i}{k(k+1)} \quad (2)$$

コインの番号 i は、 $i = 0, 1, \dots, k$ とあるので、全コインにおける $n+1$ 回目に表が出る確率の和を求める必要がある。

$$\therefore \sum_{n=1}^k \frac{i}{k(k+1)} = \frac{k(k+1)}{2} \times \frac{1}{k(k+1)} = \frac{1}{2} \quad (3)$$

演習課題 3B

$X - 1$ 回までに、 $A \cdot B$ のみしかでない場合の確率を考えると、次式のように表される。

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{X-1} - 2 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{X-1} \quad (4)$$

※なお、 $\left(\frac{2}{3}\right)^{X-1}$ の確立には、 A のみ・ B のみが含まれているため $2 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{X-1}$ で除いている。

X 回目に C が出る確率は、

$$\left\{ \left(\frac{2}{3}\right)^{X-1} - 2 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{X-1} \right\} \times \left(\frac{1}{3}\right) \quad (5)$$

同様に、 $X - 1$ 回目までに $B \cdot C$ 、 $C \cdot A$ のみ出て、 X 回目にそれぞれ A 、 B が出る確率も (5) の式となる。

よって、回答は (5) の式の 3 倍なので、

$$\therefore \left[\left\{ \left(\frac{2}{3}\right)^{X-1} - 2 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{X-1} \right\} \times \frac{1}{3} \right] \times 3 = \left(\frac{2}{3}\right)^{X-1} - 2 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{X-1} \quad (6)$$