

# 線形代数 A 第 2 回演習課題

名前: 長田悠生

学籍番号: 202310330

2023/6/4

L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X

1.(1)

この方程式の切片は  $b$  より、 $(x, y) = (0, b)$  なので、位置ベクトル  $\mathbf{a} = (0, b)$  とおける。また、方向ベクトルは、この方程式の傾きより、方向ベクトル  $\mathbf{v} = (1, a)$  とおける。

$$\therefore \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ b \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ a \end{pmatrix}$$

1.(2)

$x = c$  となるのは  $y = 0$  のときより、位置ベクトル  $\mathbf{a} = (c, 0)$  とおける。また、 $y$  軸と並行なので傾きを  $(x, y) = (0, 1)$  と表せる。よって、方向ベクトルは  $\mathbf{v} = (0, 1)$  とおける。

$$\therefore \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

1.(3)

$$x = p + tu \cdots \textcircled{1}$$

$$y = q + tv \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} \times v - \textcircled{2} \times u \text{ より、}$$

$$\therefore (x - p)v = (y - q)u$$

2.(1)

直線  $l, m$  をパラメータ表示する。

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \cdots l$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ b \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix} \cdots m$$

平面  $H$  の法線ベクトルを  $\mathbf{n} = \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}$  とおく。また、 $l$  の法線ベクトルを  $\mathbf{l}_v$ 、 $m$  の法線ベクトルを  $\mathbf{m}_u$  とおく。

このとき、 $(\mathbf{n}, \mathbf{l}_v) = 0$  かつ  $(\mathbf{n}, \mathbf{m}_u) = 0$  より、

$$(\mathbf{n}, \mathbf{l}_v) = 2X + Y + 3Z = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$(\mathbf{n}, \mathbf{m}_u) = 5X - 2Y + 4Z = 0 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} \text{ と } \textcircled{2} \text{ の式より、} \begin{pmatrix} X \\ \frac{7}{10}X \\ -\frac{9}{10}X \end{pmatrix}$$

平面を表す式は、法線ベクトル  $\mathbf{n} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ 、位置ベクトル  $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ 、 $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix}$  としたとき、以下のように表せる。

$$a(x - x_1) + b(y - y_1) + c(z - z_1) = 0$$

上記の式を 2.(1) で求める平面の方程式に当てはめる。すると、以下の方程式になる。それが平面  $H$  の方程式である。

$$\therefore 10x + 7y - 9z = 0$$

2.(2)

$l$  の位置ベクトルを  $\mathbf{l}_a$ 、 $m$  位置ベクトルを  $\mathbf{m}_a$  とおくと、

$$\mathbf{l}_a = \begin{pmatrix} a \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{m}_a = \begin{pmatrix} 1 \\ b \\ 2 \end{pmatrix} \text{である。}$$

この2点は、平面  $H$  上の点より、 $h$  の方程式を満たす。よって、

$$10 \times a + 7 \times 0 + -9 = 0$$

$$\therefore a = \frac{9}{10}$$

$$10 + 7b - 18 = 0$$

$$\therefore b = \frac{8}{7}$$

3.(1)

まず、交線の方角ベクトルを求める。

$x - y + 2z = 1$  を平面  $A$ 、 $2x + y - z = -1$  を平面  $B$  とおく。

また、平面  $A$  の法線ベクトルを  $\mathbf{n}_A$ 、平面  $B$  の法線ベクトルを  $\mathbf{n}_B$  とおくと、

$$\mathbf{n}_A = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \mathbf{n}_B = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

3.(1) で求める交線を  $\mathbf{l} = \mathbf{a} + t\mathbf{v}$  とおくと、

$$(\mathbf{n}_A, \mathbf{v}) = 0 \text{ かつ } (\mathbf{n}_B, \mathbf{v}) = 0 \text{ であるので、} \mathbf{v} = \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} \text{ としたとき、}$$

$$(\mathbf{n}_A, \mathbf{v}) = X - Y + 2Z = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$(\mathbf{n}_B, \mathbf{v}) = 2X + Y - Z = 0 \cdots \textcircled{2}$$

①と②より、

$$\mathbf{v} = \begin{pmatrix} X \\ -5X \\ 3X \end{pmatrix}$$

また、位置ベクトルを求める為に、 $z = 0$  のときの  $x, y$  の値を求める。

$$x - y = 1 \cdots \text{平面 } A$$

$$2x + y = -1 \cdots \text{平面 } B$$

上記の連立方程式を解くと、以下の答えが出てくる。

$$(x, y, z) = (0, -1, 0)$$

$$\text{そのため、位置ベクトル } \mathbf{m} \text{ は、} \mathbf{m} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\therefore \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \\ -3 \end{pmatrix}$$

3.(2)

求めたい平面の法線ベクトルを  $\boldsymbol{n}$  とおくと、 $\boldsymbol{n}$  は  $l$  の方向ベクトルで、

$l$  と  $xy$  平面との交点を通ることから、位置ベクトル  $\boldsymbol{m}$  は、 $\boldsymbol{m} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

平面の法線ベクトルと位置ベクトルを、平面の方程式に当てはめると以下のような式になる。

以下の式が、3.(2) で求める平面の方程式である。

$$\therefore x - 5y - 3z - 2 = 0$$