

$$1. a) L = \left\{ a^n \mid n \geq 0 \right\}$$

1) devil picks p

2) I pick $\omega = a^{p^2} \rightarrow |\omega| > p$

3) devil: $\omega = xyz \rightarrow |xy| \leq p \rightarrow y^i = \epsilon \Rightarrow y = a \rightarrow i > 1$

4) $i=2 \Rightarrow \omega' = xy^2z = a^{p^2+i} \rightarrow p^2+i \leq p^2+p < (p+1)^2$

$\Rightarrow \omega' \notin L \Rightarrow L$ is not regular

$$1. b) L = \left\{ a^i b^j c^k \mid 2i+3k = 7j \right\}$$

1) devil picks p

2) I pick $\omega = a^p b^{2p} c^{4p} \rightarrow |\omega| \geq p$

3) devil: $\omega = xyz \rightarrow |xy| \leq p \rightarrow y^i = \epsilon \Rightarrow y = a^i$

4) $i=0 \Rightarrow \omega' = xz = a^{p-i} b^{2p} c^{4p} \rightarrow 2p - 2i + 12p = 14p$

$\Rightarrow \omega' \notin L \Rightarrow L$ is not regular

$$1. c) L = \left\{ a^n b^m \mid |m-n| < 1. \right\}$$

1) devil picks p

2) I pick $\omega = a^{p+q} b^p \rightarrow |\omega| > p$

3) devil: $\omega = xyz \rightarrow |xy| \leq p \rightarrow y^i = \epsilon \Rightarrow y = a^i$

4) $i=2 \Rightarrow \omega' = a^{p+q+i} b^p \rightarrow |p+q+i-p| > 1 \Rightarrow \omega' \notin L \Rightarrow$

L is not regular

$$1) \ L = \{ wbbv \mid |w| = |V|, w, v \in \{a, b\}^*\}$$

1) devil picks p

2) I pick $w = a^{p-2}bb$, $|w| > p$

3) devil: $w = xyz \Rightarrow |xy| \leq p, y! = \epsilon \Rightarrow y$ can be in two

forms:

1) $y = a^k bb \rightarrow 4) i=0 ; w' = a^{p-2-k}, w' \notin L,$

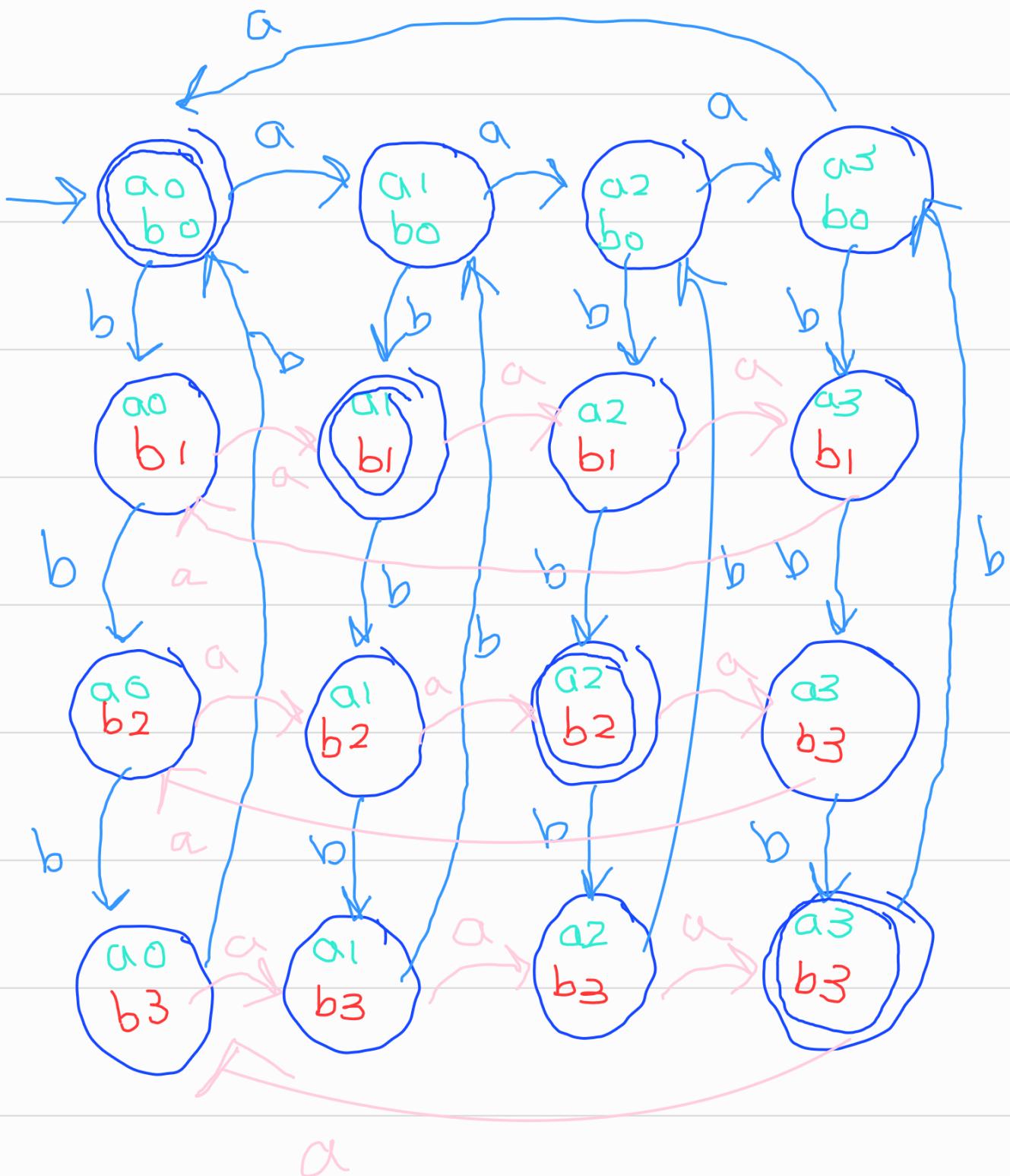
L is not regular

2) $y = b^m \rightarrow 4) i=0, w' = a^{p-2} \Rightarrow w' \notin L \Rightarrow L \text{ is not}$

regular

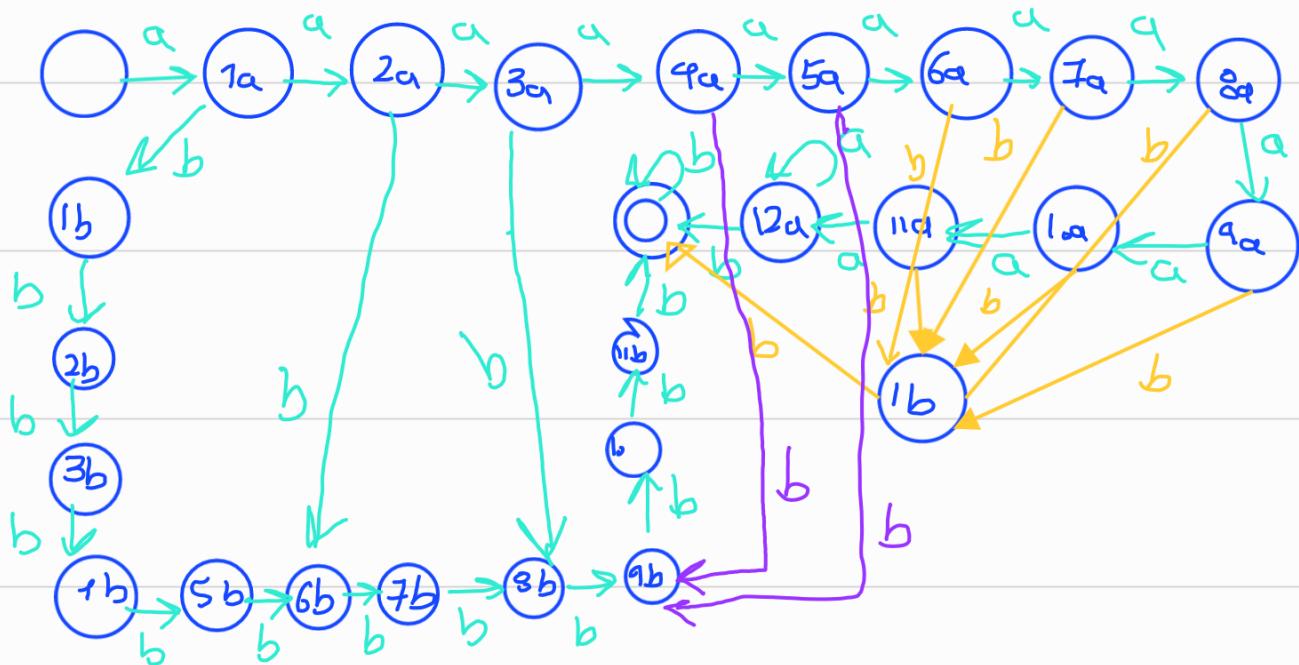
(2)

$$a = \{ a^n b^m \mid n \equiv m \pmod{4} \}$$



L is regular.

$$b) L = \left\{ a^m b^n \mid m, n \geq 12 \right\}$$



L is regular

$$2.c) L = \left\{ a^p \mid p \text{ is a prime number} \right\}$$

1) devil picks p

2) I pick $w = a^p$, $|w| > p$

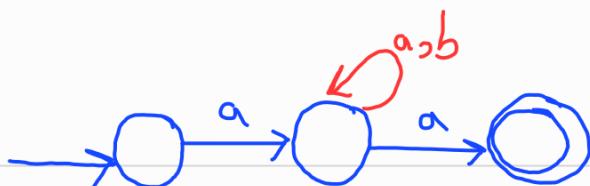
3) devil: $\omega = xyz \Rightarrow |xy| \leq p, y! = \epsilon \Rightarrow y = a^J$

$$4) i = p+1 \Rightarrow \omega' = xy^{p+1}z = \frac{a^J a^{J(p+1)}}{a^{p+J}} = a^{p+J} = a^{p(1+J)}$$

$y! = \epsilon \Rightarrow J > 1 \Rightarrow p(1+J)$ is not a prime number $\Rightarrow \omega' \notin L$

$\Rightarrow L$ is not regular

2.d) $L = \{ a^n w a^n \mid n > 1, w \in \{a, b\}^* \}$



L is regular

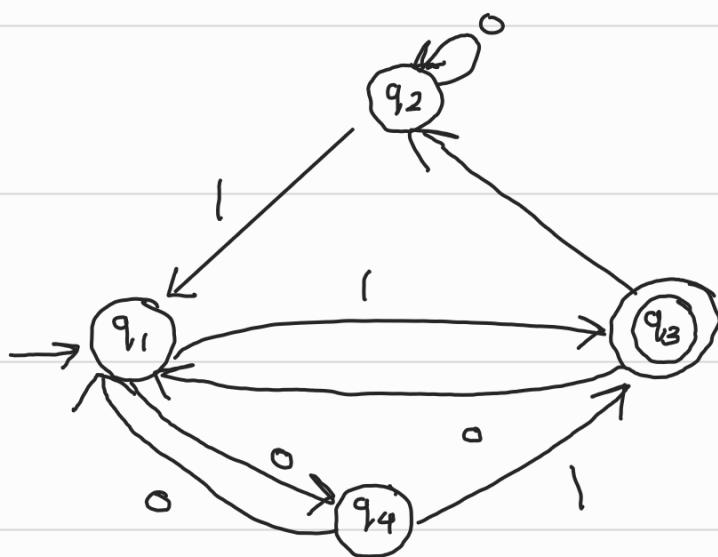
دراصل این زبان را بتوال به زایکی تغیر نموده حرف اول و آخر آن است که بعنوان معرف

$$a^n w a^n = a w a \quad \text{و } w' = a^{n-1} w a^{n-1}$$

آن است دلیل آن این است که

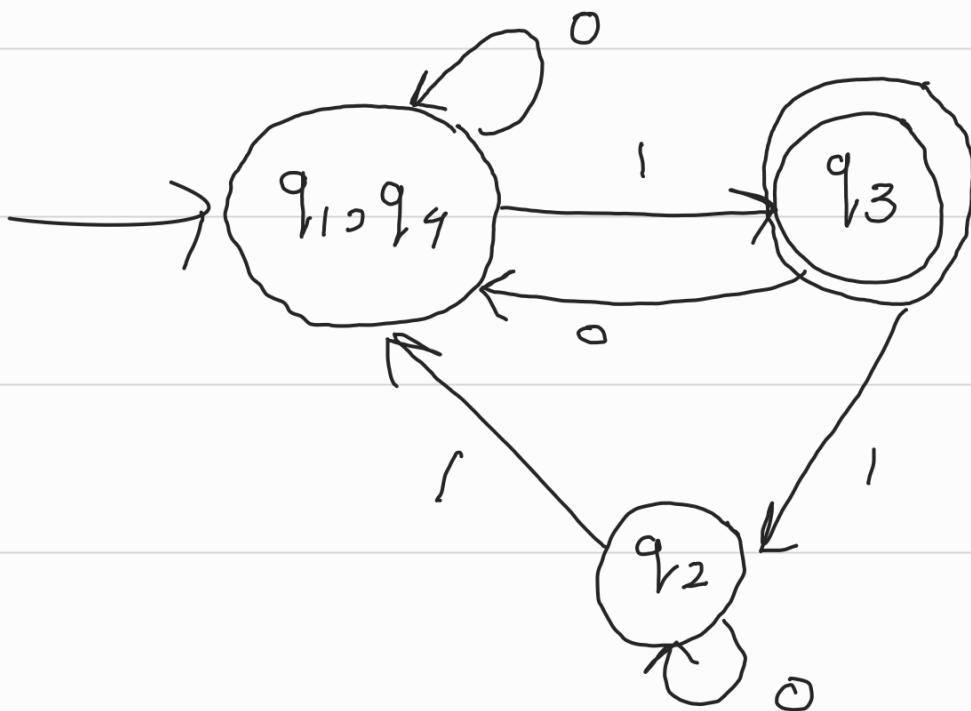
3)

a)



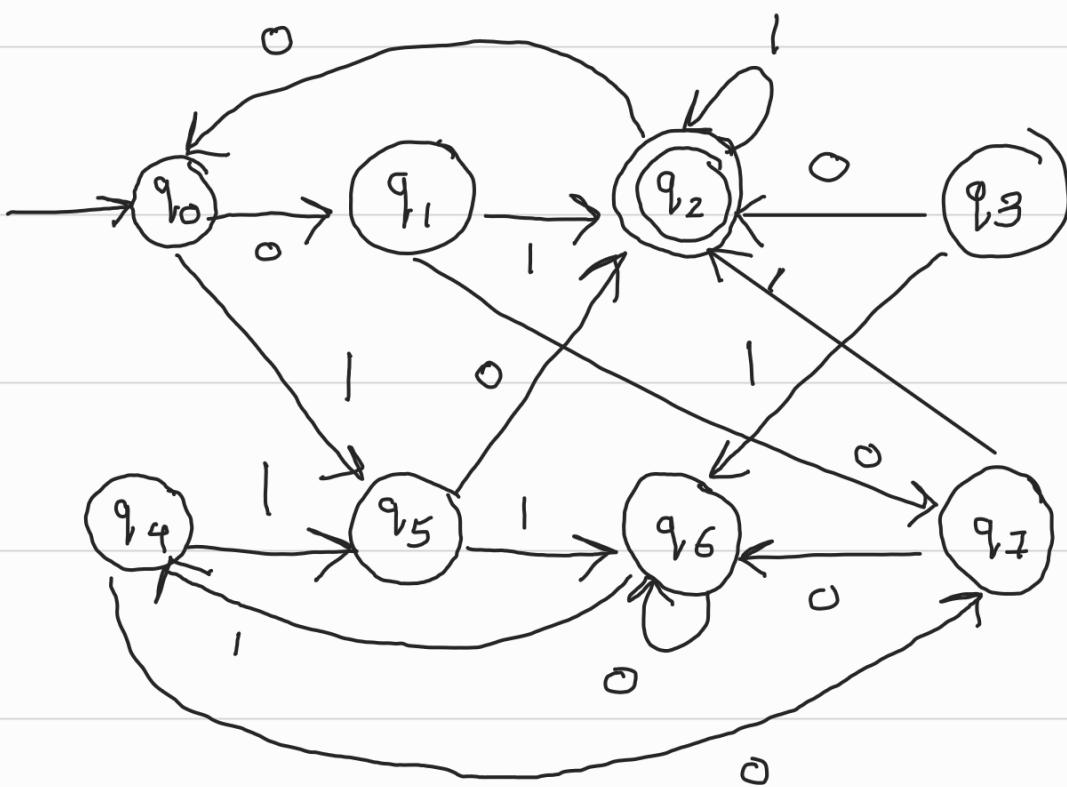
q_1

X	q_2
X	q_3
A	q_4



3)

b)



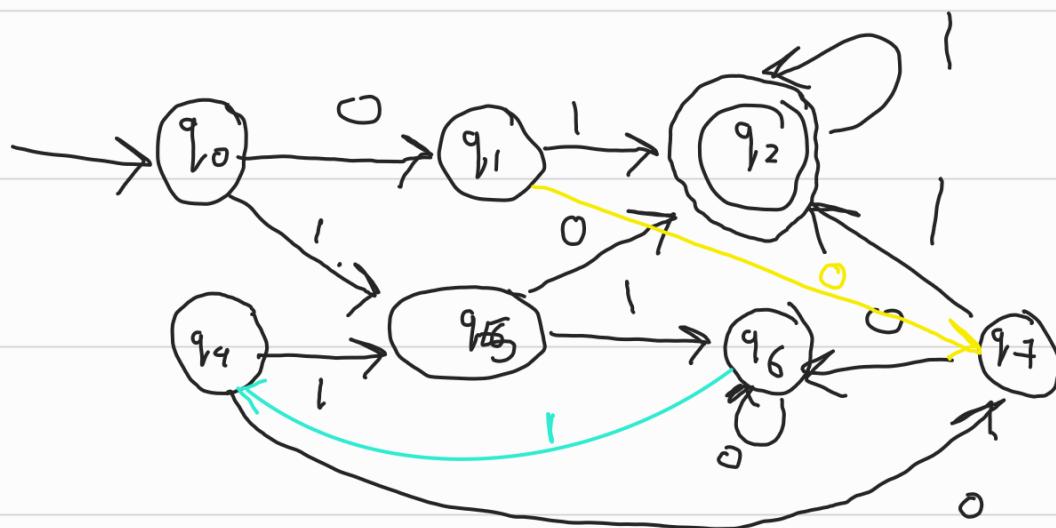
جدول می‌سین و استیاهای حالتون را در جدول می‌سین

 q_0

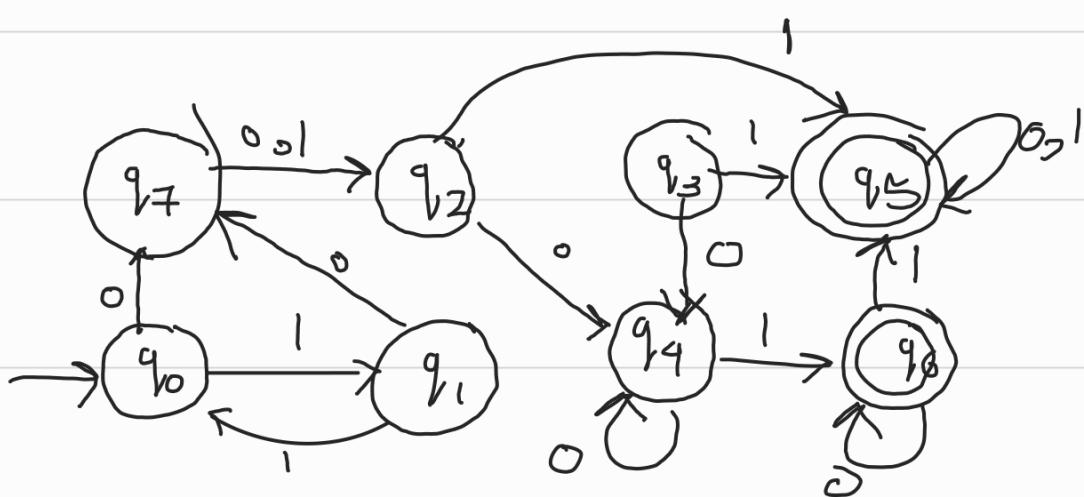
می‌سین

X	q_1							
X	X	q_2						
X	X	X	q_3					unreachable state
X	X	X	X	q_4				
X	X	X	X	X	q_5			
X	X	X	X	X	X	q_6		
X	X	X	X	X	X	X	q_7	

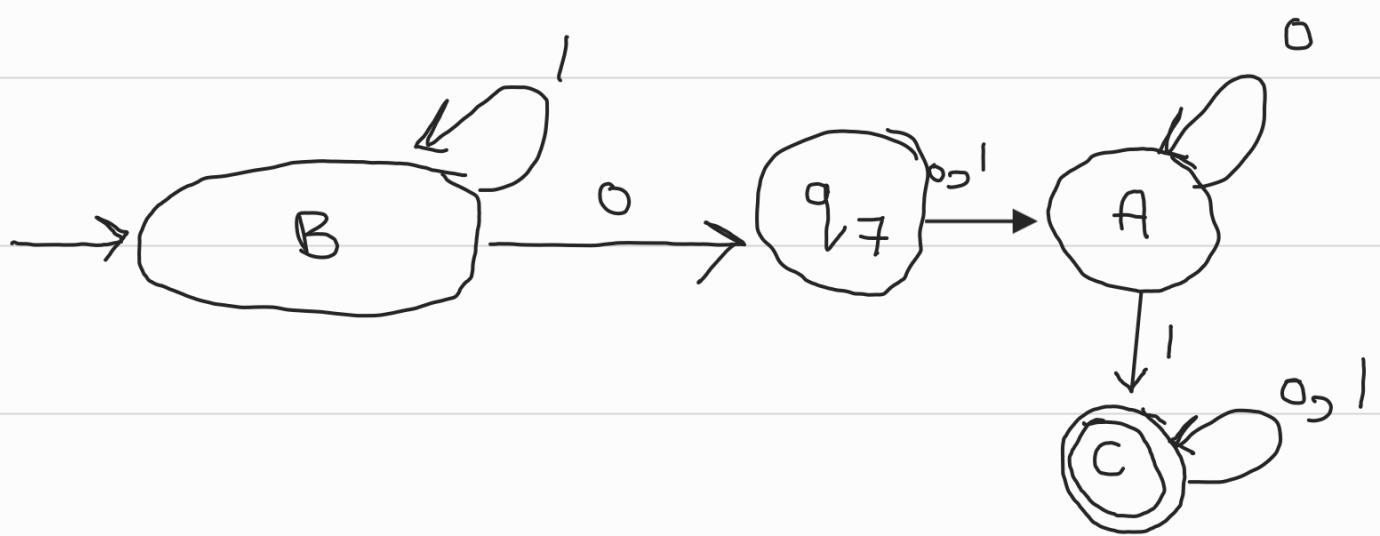
optimized dfa :



3. C)



A state transition diagram illustrating a 7x7 grid of states. The states are labeled q_1 through q_7 . The first six states (q_1 to q_6) are reached from the start state, indicated by arrows originating from the top-left corner. State q_7 is shown as an isolated node at the bottom right, with no incoming arrows, indicating it is an unreachable state.



$$A = \{q_2, q_3, q_4\} \quad C = \{q_5, q_6\}$$

$$B = \{q_{l_0}, q_{l_1}\}$$

۴)

نیازی هر L حرف مینا درست بی سود نباشد اگر L رفع
 $w' = a^{\frac{P+L}{2}} b^{\frac{L}{2}}$ باشد
 سوچن w' نیز سود نمایند

$$w' = a^k w^k \quad \text{است زیرا}$$

ساده ای اسخاب w' دیده داریم
 برابر w' باشد

$$4) \text{ I pick } i=0 \Rightarrow w' = a^{P-L} b^P$$

$w' \notin L \Rightarrow L$ is not regular

5)

$$A = \{ z^k - 1 \mid k > 0 \} \rightarrow B_2(A) \rightarrow \xrightarrow{\quad} \begin{array}{c} \xrightarrow{1} \\ \circ \end{array} \xrightarrow{1} \begin{array}{c} \xrightarrow{1} \\ \circ \end{array}$$

است $B_2(A)$ متمم

$$B_3(A) = \{ 2, 11, \dots \}$$

بـ حـرـمـيـ آـيـدـ زـبـلـ مـنـعـمـ سـيـ دـبـيـ تـرـديـ آـنـ رـاـسـتـاـيـ هـمـ:

1) devil picks p

2) I pick $\omega \in B_3(A) \rightarrow |\omega| = p$

3) devil: $\omega = xyz, |xy| \leq p \rightarrow y! = \epsilon$

$$4) i=2 \quad \omega' = xy^2z \quad \omega = xyz$$

$$\omega' = 2^{t_2} - 1, \omega = 2^{t_1} - 1 \rightarrow \omega' - \omega = 2^{t_2} - 2^{t_1}$$

برهان حفظ:

$$= 2^{t_2 - t_1} (2^{t_1} - 1)$$

$$\omega = [z]_{3 \times 3} + [y]_{3 \times 3}^a + [x]_{3 \times 3}^{a+b}$$

$$\omega' = [z]_3 + [y]_{3 \times 3}^a + [y]_{3 \times 3}^{2a} + [x]_{3 \times 3}^{2a+b}$$

$$\omega' - \omega = [y]_{3 \times 3}^{2a} + [x]_{3 \times 3}^{2a+b} - [x]_{3 \times 3}^{a+b}$$

$$= 3^a ([y]_{3 \times 3}^a + [x]_{3 \times 3}^{a+b} - [x]_{3 \times 3}^b)$$

$$z^a \in \text{odd} \rightarrow [y]_{3 \times 3^a} + [x]_{3 \times 3}^{a+b} - [x]_{3^b} = 2^{t_2 - f_1}$$

$$\rightarrow [y]_{3 \times 3^a} + [x]_{3}^{a+b} - 3^b]$$

مسادی بالا بوجود است. تبراین من حرف عطف دارم درست است زیرا زیرا مسادی

6)

$$L = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \geq 0, \text{ if } i = 1 \Rightarrow j = k\}$$

(الف)

$$L \cap ab^n c^n = ab^n c^n$$

متنی $ab^n c^n$ نامنع است. باور به مسند بین دستی از $ab^n c^n$ نامنع است

L

1) devil picks p

حال ثابتی سیم $ab^n c^n$ نامنع است:

$$2) I \text{ pick } w = ab^{p-1} c^{p-1}, |w| > p$$

$$3) \text{ devil picks } w = xyz \rightarrow |xy| \leq p, y \neq \epsilon \Rightarrow$$

if $y = ab^{p-1} \rightarrow 4) w' = xz = xz \rightarrow w' = c^{p-1}, w' \notin L, L \text{ is not regular}$

if $y = b^m, m > 1 \rightarrow 4) w' = xy^m z = xz \rightarrow w' = ab^{p-1-m} c^{p-1-m}$

$w' \notin L \rightarrow L \text{ is not regular.}$

(ب)

حزمایی دری افکاری $\Sigma \subseteq L$

میهن سید: myhill/nerode

برای xz, yz تعریف می‌شود x, y از distinguishing extension هستند $z \in \Sigma^*$

L باشد. اگر \exists ای دخود داسته باشد، $x, y \in \Sigma^*$

غيرقابل صورت indistinguishable $\Leftrightarrow L \subseteq \Sigma^*$

indistinguishable $\Leftrightarrow x \sim_L y$ معنی $L \models x \equiv y$ حاله دانگرختی نیم ن

است در این صورت L ، متعارف، بازگای رمتری است بی رانعی

نم ارزی ددی Σ^* است.

L متعم است اگر تعداد طاسهای L هم ارزی آن متسابق باشد. تعداد طاسهای

کوچکترین DFA نیز برابر تعداد است هادر equivalence

این بی مجموعه متسابق از رسمه های دیگر نمی باشد اما L است و یکی است بی کمترین طاسه

$A = \{ab^m \mid m \geq 0\}$ هم ارزی خواهی داشت و متعم بدل زبان ابتدایی شود

$$x = ab^i, y = ab^j, i \neq j, z = c^k$$

$x \in L, y \in L, z \in L$ درستی $yz \notin L$ بدیهی است

نم ارزی هستند. با توجه به کی قابل است بی کمترین طاسه هم ارزی داریم. مثابرا

L متعم است.