

به نام خدا

نظریه زبان‌ها و ماشین‌ها- بهار 1403

تمرین شماره 1

دستیار آموزشی این مجموعه: فاطمه محمدی

[f24moh@gmail.com](mailto:f24moh@gmail.com)

تاریخ تحویل: 20 اسفند ماه

---

1. زبان‌های توصیف شده زیر را به صورت ریاضی نشان دهید. (10 نمره)

\* توجه شود انتظار می‌رود زبان‌ها را به فرم مشابهی مانند  $\{(ab)^i \mid i \geq 1\}$  توصیف کنید.

الف) زبان  $L$  شامل رشته‌هایی است که در آن باقی مانده تقسیم تعداد  $a$  بر 3 بیشتر از باقی مانده تقسیم تعداد  $b$  بر 5 است.  $(\Sigma = \{a, b\})$

پاسخ:

$$L = \{w \in \{a, b\}^* \mid n_a(w) \bmod 3 > n_b(w) \bmod 5\}$$

ب) زبان  $L$  شامل رشته‌هایی است که دارای تعدادی فرد  $a$  و تعداد زوج  $b$  می‌باشند، همچنین این رشته‌ها شامل  $ba$  نمی‌باشند.  $(\Sigma = \{a, b\})$

پاسخ:

$$L = \{a^{2n+1}b^{2m} \mid m \geq 0, n \geq 0\}$$

2. برای زبان‌های زیر DFA رسم کنید. (20 نمره)

الف) زبان  $L$  را به صورت زیر در نظر بگیرید.

(حداکثر 6 استییت)

$$L_1 = \{(ab)^i \mid i \geq 1\}$$

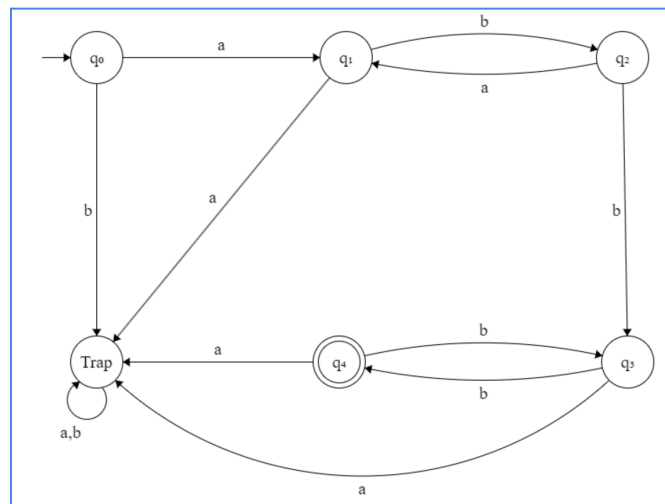
$$L_2 = \{(b)^{2j} \mid j \geq 1\}$$

$$L = \{w_0 w_1 \mid w_0 \in L_1, w_1 \in L_2\}$$

\* توجه شود تنها برای طرح DFA زبان  $L$  نمره داده می‌شود و نه زبان‌های  $L_1$  و  $L_2$  و نیازی به رسم DFA برای این دو زبان نمی‌باشد.

پاسخ:

$$L = \{(ab)^i (b)^{2j} \mid i \geq 1, j \geq 1\}$$

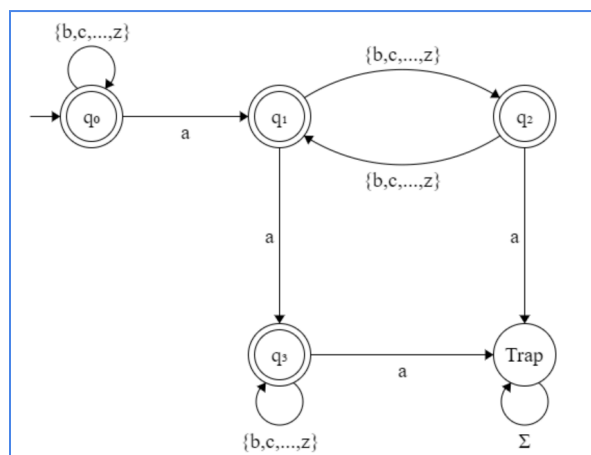


ب) زبان  $L$  شامل رشته‌هایی است که یا شامل کمتر از دو حرف  $a$  می‌باشند و یا اگر بیشتر از دو حرف  $a$  داشته

باشند بین هر جفت از آنها تعداد زوج حرف (شامل صفر حرف) قرار دارد.  $(\Sigma = \{a, b, c, \dots, z\})$

(حداکثر 5 استییت)

پاسخ:



3. برای زبان‌های زیر NFA رسم کنید. (25 نمره)

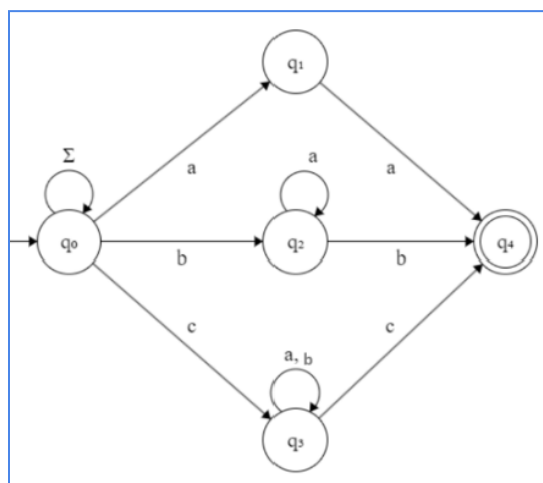
الف) زبان  $L$  شامل رشته‌هایی است که حرف آخر آن‌ها حداقل دو بار در رشته ظاهر شده است و میان حرف آخر و اولین حرف مشابه آن تنها حروف با ارزش کمتر می‌تواند قرار بگیرد. مثلاً رشته‌های  $aa, abcaac, baab$  توسط این زبان پذیرفته می‌شوند.

فرض کنید ارزش حرف  $a$  برابر 1 و ارزش حرف  $b$  برابر 2 و ارزش حرف  $c$  برابر 3 می‌باشد. (

$$(\Sigma = \{a, b, c\})$$

(حداکثر 5 استتیت)

پاسخ:



ب) زبان  $L$  را به صورت زیر در نظر بگیرید.

(حداکثر 4 استتیت)

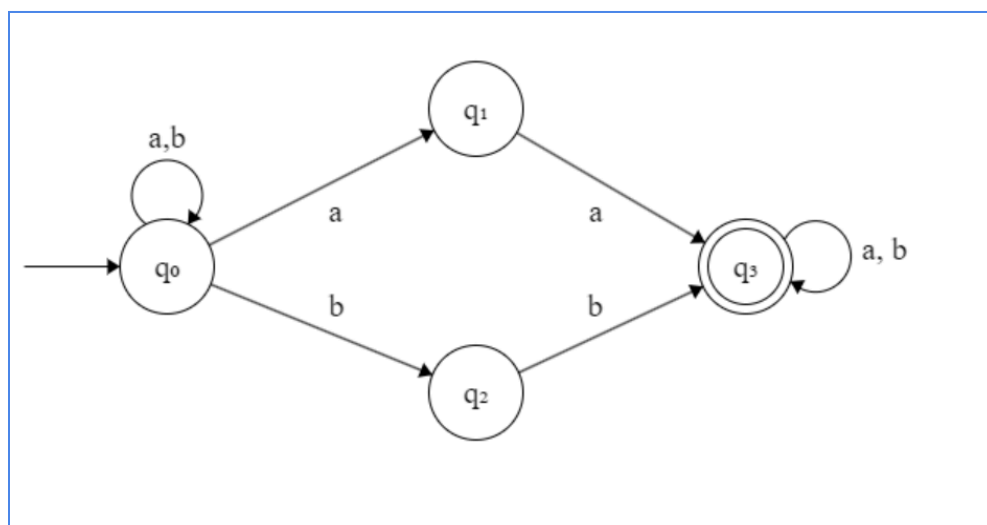
$$L = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \in L_1 \cup L_2\}$$

زبان  $L_1$  شامل رشته‌هایی است بر روی الفبای  $\Sigma = \{a, b, c, \dots, z\}$  که زیر رشته  $aa$  حداقل یکبار در آن آمده

است. همچنین زبان  $L_2$  شامل رشته‌هایی است بر روی الفبای  $\Sigma = \{a, b, c, \dots, z\}$  که زیر رشته  $bb$  حداقل یکبار در آن آمده است.

\* توجه شود تنها برای طرح DFA زبان  $L$  نمره داده می‌شود و نه زبان‌های  $L_1$  و  $L_2$  و نیازی به رسم DFA برای این دو زبان نمی‌باشد.

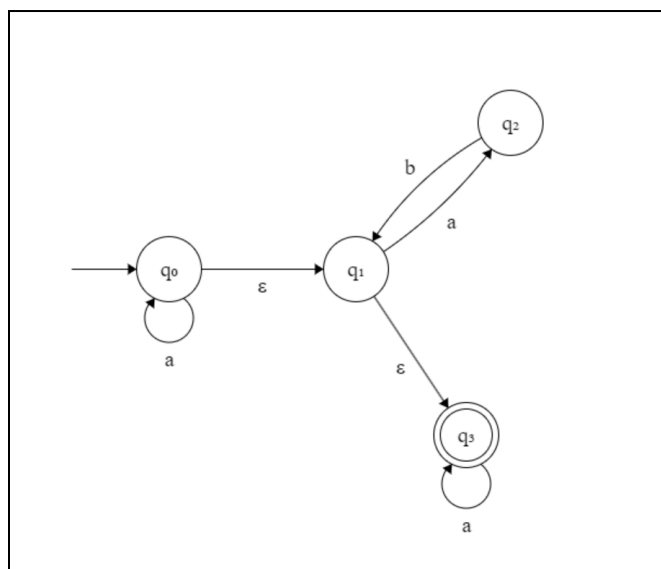
پاسخ:



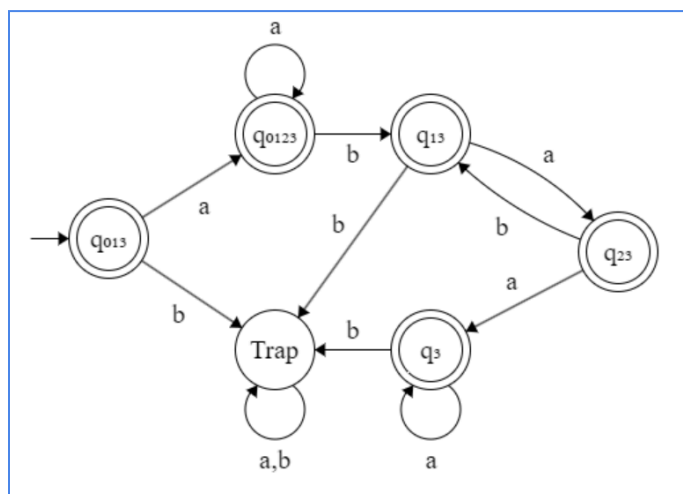
4. NFA های زیر را به DFA تبدیل کنید. (25 نمره)

(الف)

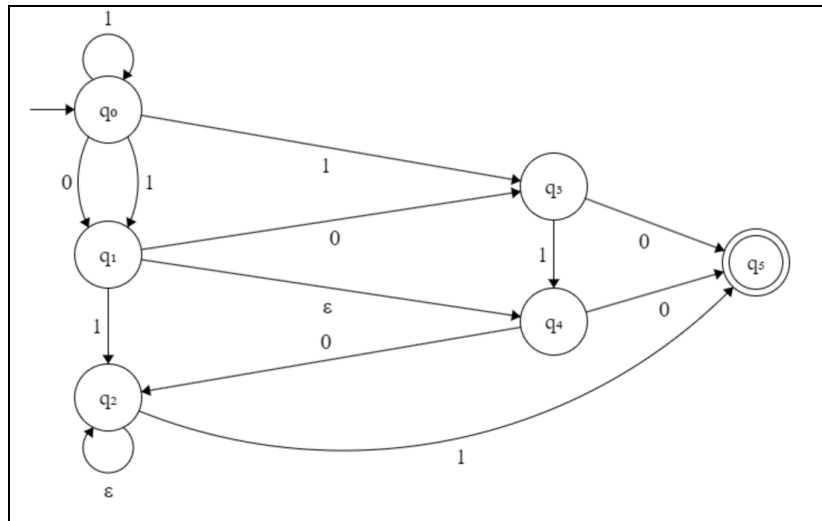
$$\Sigma = \{a, b\}$$



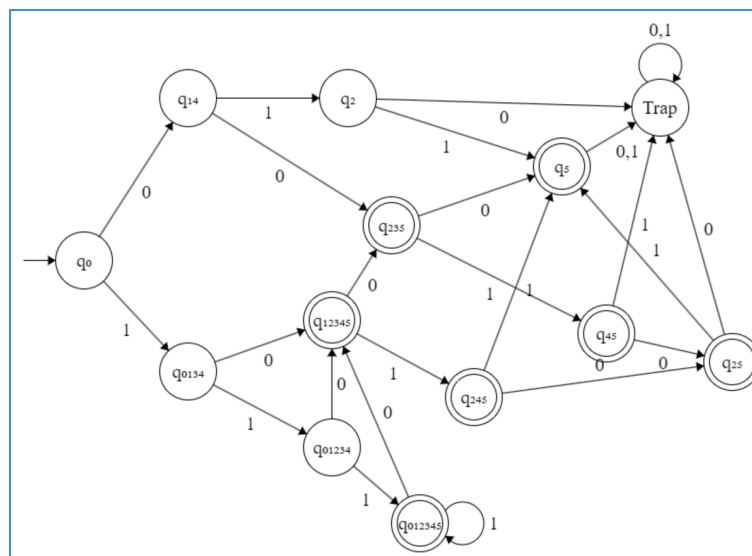
پاسخ:



(ب)

$$\Sigma = \{0, 1\}$$


پاسخ:



5. با توجه به 5 تایی داده شده به سوالات زیر پاسخ بدهید. (10 نمره)

$$M_L = \{Q, \Sigma, q_0, F, \delta\}$$

$$Q = \{q_0, q_1, q_2\}$$

$$\Sigma = \{0, 1\}$$

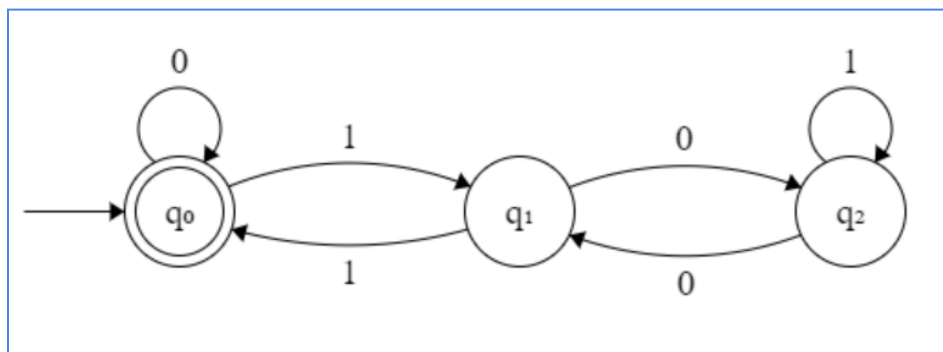
$$F = \{q_0\}$$

$\delta$ :

Present State	Next State for Input 0	Next State for Input 1
$q_0$	$q_0$	$q_1$
$q_1$	$q_2$	$q_0$
$q_2$	$q_1$	$q_2$

الف) DFA مربوط به 5 تایی داده شده را رسم کنید.

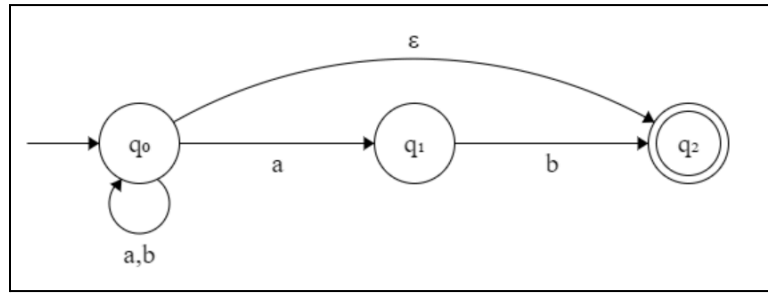
پاسخ:



ب) زبان توصیف شده توسط DFA داده شده را مشخص کنید. (نیازی به توصیف ریاضی نیست)

کافی است چند رشته متفاوت را به DFA داده شده بدهیم، به سادگی میتوان متوجه شد DFA مورد نظر توصیف کننده اعداد باینری بخش پذیر به 3 میباشد.

6. با توجه به NFA داده شده به پرسش های زیر پاسخ دهید. (10 نمره)



الف) برای DFA داده شده 5 تایی زبان را مشخص کنید.

پاسخ:

5 تایی زبان به صورت  $M_L = \{Q, \Sigma, q_0, F, \delta\}$  است:

$$Q = \{q_0, q_1, q_2\}$$

$$\Sigma = \{a, b\}$$

(فرض میشود  $\Sigma$  حداقل  $a$  و  $b$  را دارد).

$$F = \{q_2\}$$

$$\delta(q_0, a) = \{q_0, q_1\}, \delta(q_0, b) = \{q_0\}, \delta(q_0, \varepsilon) = \{q_2\}$$

$$\delta(q_1, a) = \{\}, \delta(q_1, b) = \{q_2\}, \delta(q_1, \varepsilon) = \{\}$$

$$\delta(q_2, a) = \{\}, \delta(q_2, b) = \{\}, \delta(q_2, \varepsilon) = \{\}$$

و یا میتوان تابع  $\delta$  را به کمک جدول زیر نشان داد:

Next State for $\varepsilon$ Input	Next State for Input b	Next State for Input a	Present State
$\{q_2\}$	$\{q_0\}$	$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0\}$
$\{\}$	$\{q_2\}$	$\{\}$	$\{q_1\}$
$\{\}$	$\{\}$	$\{\}$	$\{q_2\}$



ب) زبان توصیف شده توسط NFA داده شده را مشخص کنید.

پاسخ:

$$L = \{w \mid w \in \{a, b\}^*\}$$

7. (امتیازی) برای ورودی پارکینگ یک مرکز تجاری نیاز داریم سیستمی بنویسیم که سکه‌هایی به ارزش 1 واحد و 0.25 واحد می‌پذیرد و پس از دریافت حداقل 1.25 واحد به راننده اجازه ورود می‌دهد و راننده می‌تواند پس از آن محل پارک ماشین خود را از محل‌های موجود انتخاب کند. (10 نمره)

- فرض 1: افراد می‌توانند بیشتر یک ماشین داشته باشند.
- فرض 2: سیستم حافظه ندارد و اگر راننده‌ای بیشتر از 1.25 واحد برای پارک یک ماشین بپردازد و بخواهد ماشین دیگری نیز در پارکینگ پارک کند باید مجدد 1.25 واحد بپردازد.
- فرض 3: افراد می‌توانند قبل از ورود پس از پرداخت 1.25 مجدداً برای حمایت از تیم تولید کننده سیستم، مجدداً مبلغی را به سیستم بدهد.
- فرض 4: استنیت پذیرنده استنیتی است که راننده اجازه ورود دارد و نه استنیتی که راننده وارد شده است.

برای سیستم توصیف شده یک DFA رسم کنید. ( $\Sigma = \{1, 0.25\}$ )

پاسخ:

