



به نام خدا

نظریه زبان‌ها و ماشین‌ها- بهار 1403



تمرین شماره 9  
دستیار آموزشی این مجموعه: شهنام فیضیان  
[shahnamecfman@gmail.com](mailto:shahnamecfman@gmail.com)  
تاریخ تحویل: 6 خرداد (صفحه درس)

1. ثابت کنید قدرت ماشین‌های زیر با ماشین تورینگ استاندارد برابر است.

(الف) اتوماتون پشته‌ای (PDA) که دو پشته دارد. (10 نمره)

(ب) ماشین تورینگ که فقط بتوان یک بار روی خانه‌های خالی نوار آن نوشت و با نوشتن برای بار دوم آن خانه بسوزد. (برای بار اول هر کاراکتری را می‌توان نوشت ولی برای بار دوم و دفعات بعدی فقط یک کاراکتر که نمایانگر سوخته شدن و از بین رفتن خانه نوار است نوشته می‌شود) (10 نمره)

(پ) ماشین تورینگ که به جای نوار صفحه دارد و head آن می‌تواند در دو جهت عمودی و افقی حرکت کند. (ورودی روی سطر اول صفحه نوشته می‌شود) (10 نمره)

(ت) ماشین تورینگ که خانه‌های نوار آن از صفر تا بینهایت ایندکس گذاری شده‌اند و head آن در هر transition مستقیماً به خانه‌ای که می‌خواهیم می‌رود. برای مثال  $a/b$  20 یعنی  $a$  را بخوان، به جایش  $b$  را بنویس و به خانه با ایندکس 20 برو. (13 نمره)

(ث) ماشین تورینگ که هر خانه از نوار آن یک رجیستر است و فقط می‌تواند مقدار 0 یا 1 را در خود نگه دارد. (7 نمره)

2. توضیح دهید چگونه می‌توان با کمک یک ماشین تورینگ چند نواره و غیر قطعی داده ساختار نگاشت (map) را پیاده کرد. (10 نمره)

- در نوار ورودی ابتدا آیتم‌های موجود در نگاشت با ساختار  $key1:value1, key2:value2$  می‌آید و در نهایت هم یکی از دو دستور  $add(new\_key:new\_value)$  یا  $find(target\_key)$  می‌آید.
- اگر دستور  $add$  بود و مقدار کلید گفته شده تکراری بود یا دستور  $find$  بود و مقدار کلید گفته شده وجود نداشت  $reject$  می‌کنیم و در غیر این صورت نگاشت جدید را به مجموعه اضافه می‌کنیم و یا  $value$  متناظر را در انتهای نوار می‌نویسیم و بعد  $accept$  می‌کنیم.

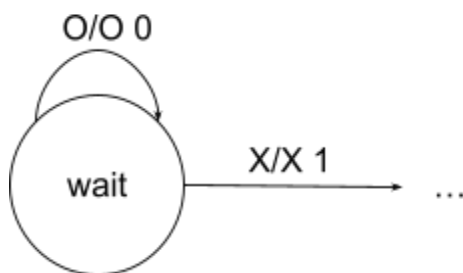
3. در سرزمین‌های دور تورنمنت هیجان انگیزی به اسم Turing Machine Battle یا به اختصار TMB در حال برگزاری است. در این تورنمنت ماشین‌های تورینگ که افراد طراحی کرده‌اند در بخش‌های مختلف با

یکدیگر به رقابت می‌پردازند. یکی از این بخش‌ها مسابقه دوز (یا همان  $X,O$ ) است. می‌خواهیم ماشین تورینگی برای این مسابقه طراحی کنیم که شکست ناپذیر باشد. استراتژی بازی کردنمان را به این صورت در نظر می‌گیریم که در ابتدای نوبت چک می‌کنیم اگر حریف برنده بازی شده بود reject می‌کنیم، اگر بازی مساوی شده بود نوبت را به حریف داده و accept می‌کنیم. در غیر این دو صورت به دنبال حرکتی می‌گردیم که ما را برنده بازی کند اگر چنین حرکتی وجود داشت آن را انجام می‌دهیم سپس نوبت را به حریف داده و بعد accept می‌کنیم. اگر چنین حرکتی وجود نداشت به دنبال حرکتی می‌گردیم که از بردن حریف در نوبت بعدی جلوگیری کنیم و اگر حریف نمی‌توانست در نوبت بعدی برنده بازی شود بهترین حرکت را انتخاب کرده و آن را انجام می‌دهیم و در آخر نوبت را به حریف می‌دهیم.

1	2	3
4	5	6
7	8	9

0
---

زمین بازی به شکل بالا است و head ماشین روی یکی از خانه‌های 0 تا 9 قرار دارد. در هر خانه می‌تواند یکی از سه حروف  $X, O$  یا  $\square$  (blank) نوشته شده باشد. هر transition بین دو state سه مشخصه به صورت  $(a/b \ n)$  دارد که بیانگر این است که  $a$  را بخوان  $b$  را بنویس و head را به خانه  $n$  ببر. خانه صفر خانه انتظار است و تا وقتی که حرف نوشته شده در آن با ساید ما یکی نباشد در آن می‌مانیم. برای مثال اگر با ساید  $X$  بازی می‌کنیم تا وقتی که در state انتظار هستیم و کاراکتر  $O$  را می‌خوانیم همان کاراکتر  $O$  را در خانه صفر می‌نویسیم، head را در خانه صفر نگه می‌داریم و در همان state انتظار باقی می‌مانیم.



هنگامی که می‌خواهیم نوبت را به حریف بدهیم نیز head را به خانه صفر برده و ساید حریف را روی آن می‌نویسیم و بعد خودمان به state انتظار می‌رویم. در شروع بازی head هر دو ماشین تورینگ روی خانه صفر قرار دارد و هر دو در state انتظار قرار دارند. در خانه های 1 تا 9 کاراکتر □ (blank) نوشته شده و در خانه صفر X نوشته شده. (یعنی منطقاً ماشینی که ساید X دارد اول بازی را شروع می‌کند)

با توجه به توضیحات بالا به موارد زیر پاسخ دهید. (برای یکدست بودن جوابها در کشیدن state diagram ها ساید خود را X در نظر بگیرید)

الف) state diagram بخش چک کردن اینکه آیا حریف برنده بازی شده است یا نه را رسم کنید. (در صورت بردن حریف رفتن به reject فراموش نشود) (8 نمره)

ب) state diagram بخش پیدا کردن حرکتی که ما را برنده کند را رسم کنید. (در صورت پیدا کردن حرکت، دادن نوبت به حریف و رفتن به accept فراموش نشود) (7 نمره)

پ) state diagram بخش جلوگیری از بردن حریف در حرکت بعدی را رسم کنید. (در صورت پیدا کردن حرکت، دادن نوبت به حریف و رفتن به wait فراموش نشود) (3 نمره)

ت) بالاتر گفته شده که در صورتی که هیچ یک از حالات بالا حرکت ما را مشخص نکند بهترین حرکت را انتخاب می‌کنیم. استراتژی خود برای انتخاب بهترین حرکت و نحوه پیاده سازی state diagram آن را به صورت سطح بالا توضیح دهید. (5 نمره)

ث) فرض کنید دو نمونه از تورینگ ماشینی که طراحی کرده‌اید با هم به رقابت بپردازند. رقابت آنها را شبیه‌سازی کنید. (2 نمره)

4. ماشین تورینگ را در نظر بگیرید که فقط یک بار می‌توان روی خانه‌های نوار آن نوشت (مانند سوال 1 بخش ب، با این تفاوت که خبری از سوختن و کاراکتری که نشان دهنده خانه سوخته شده باشد نیست). قدرت این ماشین تورینگ را با ماشین تورینگ استاندارد مقایسه کنید و جواب خود را توجیه کنید. (15 نمره)

5. فرض کنید سه روتور، یک کلمه عادی و معادل رمزنگاری شده آن با تکنیک رمزنگاری انیگما به شما داده شده و شما باید تنظیمات درست روتورها را پیدا کنید. یک توصیف سطح بالا از ماشین تورینگ که این کار را برای شما انجام می‌دهد در دو حالت قطعی و غیر قطعی ارائه کنید و سرعت این دو را با یکدیگر مقایسه کنید. حال

متوجه می‌شویم که چرا کامپیوترهای کوانتومی بزرگترین تهدید برای صنعت رمزنگاری محسوب می‌شود.  
(ماشین تورینگ غیر قطعی را می‌توان هم ارز با کامپیوترهای کوانتومی دانست) (10 نمره امتیازی)

پ.ن: برای آشنایی با نحوه عملکرد ماشین رمزنگاری انیگما می‌توانید چندین دقیقه ابتدایی [این ویدیو](#) از جادی را مشاهده کنید.