



به نام خدا

نظریه زبان‌ها و ماشین‌ها- بهار ۱۴۰۳

تمرین شماره ۱۰
دستیار آموزشی این مجموعه: امیر پارسا موبد
pmobed82@gmail.com
تاریخ تحویل: ۱۳ خرداد (صفحه درس)

با توجه به تعریف زیر به سوال‌های ۱ و ۲ پاسخ دهید :

$F: M \rightarrow M$ یک تابع است که ورودی آن یک ماشین تورینگ و خروجی آن نیز ماشین تورینگ است. این تابع از روی ماشین تورینگ ورودی M ، ماشین تورینگ خروجی را به این صورت می‌سازد که در این ماشین به ازای هر ورودی w ، به اندازه حداکثر $2^{|w|}$ گام برای ورودی w را در ماشین تورینگ M اجرا می‌کند، اگر در $2^{|w|}$ متوقف شد و اکسپت شده بود اکسپت می‌کند و در غیر این صورت ریجکت می‌کند.

۱. نشان دهید، زبان زیر تشخیص‌پذیر است. (۲۰ نمره)

$$L = \{ \langle M_1, M_2 \rangle \mid M_1 \text{ and } M_2 \text{ are Turing machines and } L(F(M_1)) \neq L(F(M_2)) \}$$

۲. (امتیازی) نشان دهید این مسئله که آیا برای ماشین $F(M)$ ، DFA ای با تعداد state های کمتر یا مساوی n ، وجود ندارد، تشخیص‌پذیر است. (۱۰ نمره)

$$L = \{ \langle M, n \rangle \mid M \text{ is a Turing machine, and } n \text{ is an integer,}$$

$\text{there is no DFA } D, \text{ where } L(D) = L(F(M)) \text{ and the number of states of } D \text{ is less than or equal to } n. \}$

۳. A و B دو زبان تشخیص‌پذیر هستند، ثابت کنید $A \cup B$ و $A \cap B$ تشخیص‌پذیر هستند. (۲۰ نمره)

۴. ثابت کنید زبان زیر تصمیم‌پذیر است. (۲۰ نمره)

$$L = \{ \langle D \rangle \mid D \text{ is a DFA that } w \in L(K) \Rightarrow w^R \in L(K) \}$$

5. اگر L_1 و L_2 دو زبان تصمیم‌پذیر باشند نشان دهید زبان زیر تصمیم‌پذیر است. (۲۰ نمره)

$$L = \{w_1 w_2 \mid w_1 \in L_1, w_2 \in L_2 \text{ and } w_1 w_2 \text{ is palindrome.}\}$$

6. نشان دهید مسئله اینکه آیا یک CFG به ازای تمامی $i = 0, 1, 2, \dots$ رشته‌ای به طول i می‌سازد، تصمیم‌پذیر است. (۱۰ نمره) (راهنمایی: می‌توانید از این قضیه بدون اثبات استفاده کنید که یک CFG، که تنها یک حرف دارد، منظم است و می‌توان DFA آن را ساخت.)

7. نشان دهید این مسئله که یک DFA با الفبای $\Sigma = \{0, 1\}$ ، هیچ کلمه‌ای با تعداد زوج 0 ندارد، تصمیم‌پذیر است. (۱۰ نمره)