

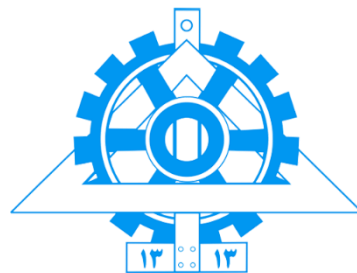


به نام خدا
نظریه زبان‌ها و ماشین - بهار 1403

تمرین شماره 2

دستیار آموزشی این مجموعه: مهدیار هرندی
harandimahdiar@gmail.com

تاریخ تحویل: 1403/1/14



1. برای هر یک از زبان‌های زیر عبارت منظم بنویسید. (28 نمره)

الف) مجموعه‌ی تمام رشته‌ها بر روی $\{a, b\}$ با طول فرد.

$$(a + b)(aa + bb + ab + ba) *$$

ب) مجموعه‌ی تمام رشته‌ها بر روی $\{a, b, c\}$ که زیررشته‌ی ac را ندارند.

$$c * (a + bc *) *$$

ج) تمام رشته‌ها به جز آنهایی که دو صفر متوالی دارند.

$$(1 * 01) * 1 * (\varepsilon + 0)$$

د) زبان تمام رشته‌ها که تعداد 0 ها و 1 ها هردو زوج هستند. (امتیازی)

$$L_1 = (11 + 00 + (10 + 01)(11 + 00) * (10 + 01)) *$$

ه) زبان تمام رشته‌ها که تعداد 0 ها و 1 ها هردو فرد هستند. (امتیازی)

$$L_2 = L_1 0 L_1 1 L_1 + L_1 1 L_1 0 L_1$$

و) $L = \{w \mid w \text{ حداقل دو «}a\text{» یا دقیقاً دو «}b\text{» دارد.}\}$

$$b * ab * a(a + b) * + a * ba * ba *$$

م) $L = \{ w \mid w \in \Sigma^* \text{ با دو حرف متوالی یکسان ختم نمی شود.} \}$

$$\varepsilon + a + b + (a + b) * (ab + ba)$$

ی) $L = \{ w \mid w \in \Sigma^* \text{ دقیقاً یکبار دو حرف متوالی یکسان آمده است.} \}$ (امتیازی)

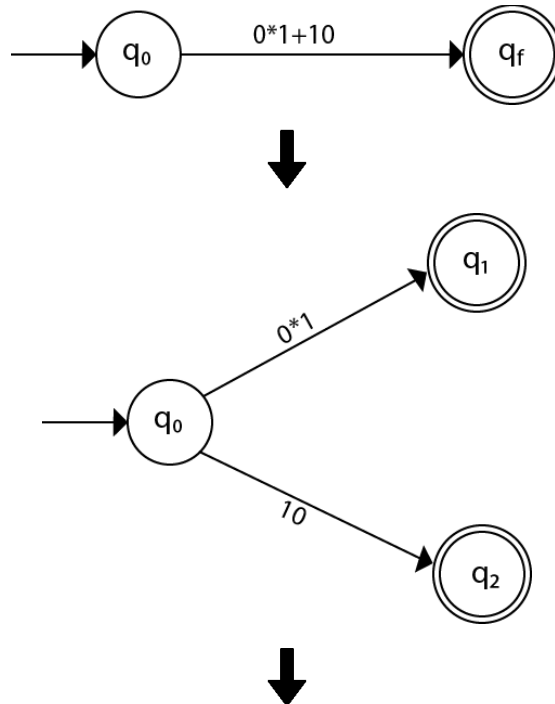
(مثلاً در $baaba$ دقیقاً یکبار دو حرف متوالی یکسان آمده است اما در $baaaba$ دوبار این اتفاق افتاده است.)

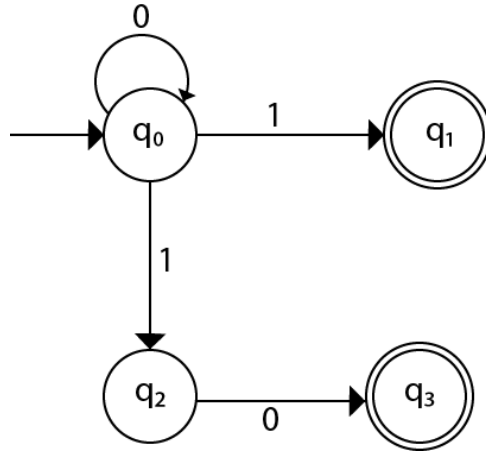
$$(\varepsilon + b)(ab) * aa(ba) * (\varepsilon + b) + (\varepsilon + a)(ba) * bb(ab) * (\varepsilon + a)$$

2. اتوماتون متناهی عبارات منظم داده شده را رسم کنید. (20 نمره)

الف) $R = 0 * 1 + 10$

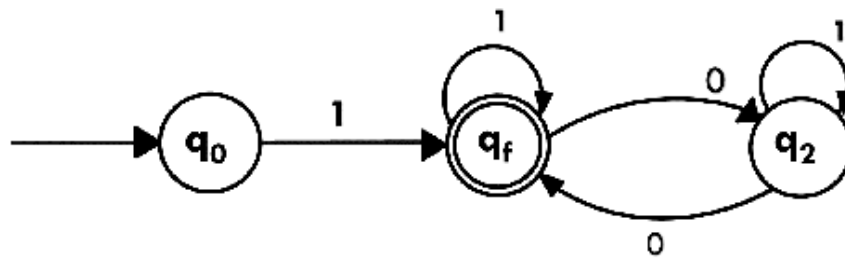
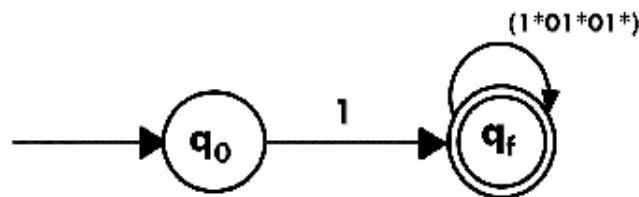
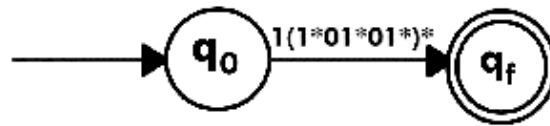
پاسخ:





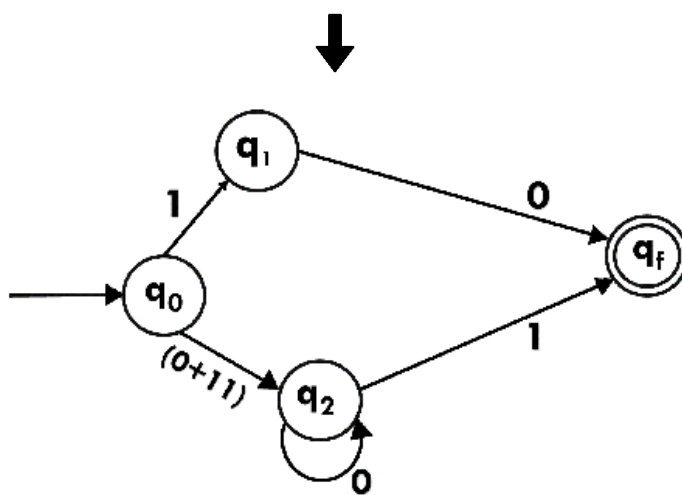
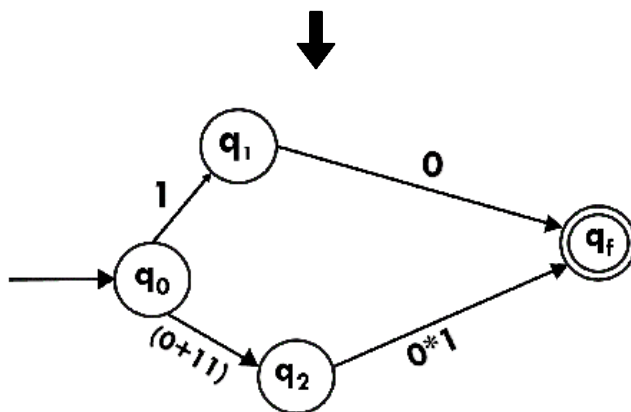
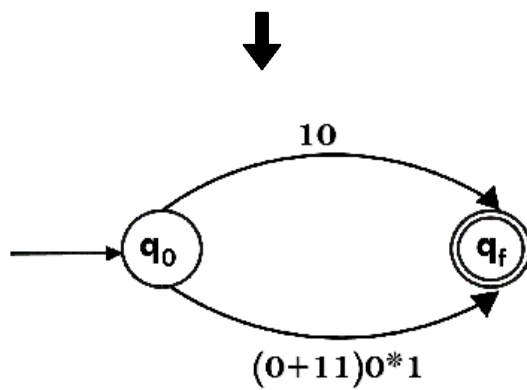
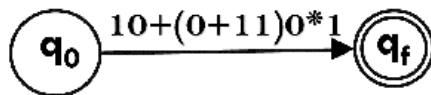
ب) $R = 1(1 * 01 * 01 *) *$

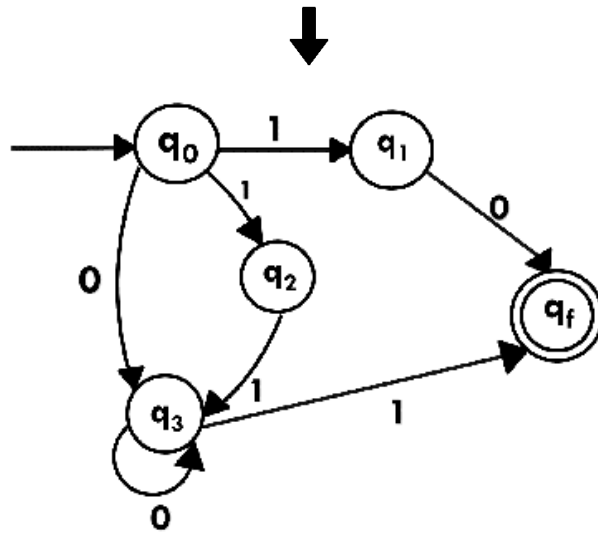
پاسخ:



$$R = 10 + (0 + 11)0^*1$$

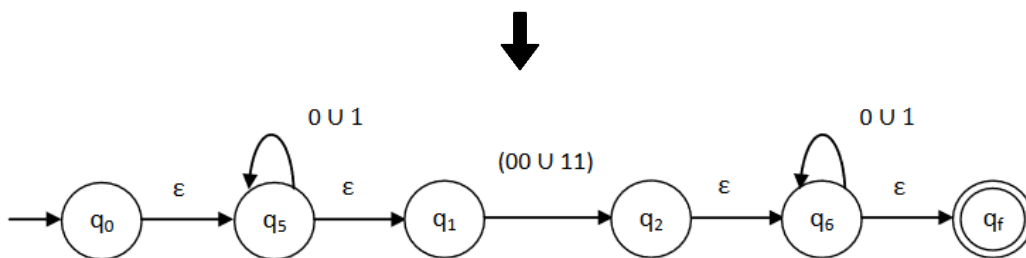
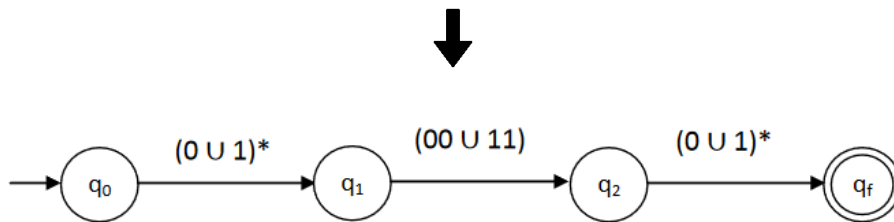
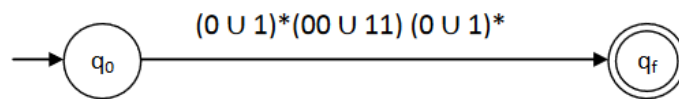
پاسخ:

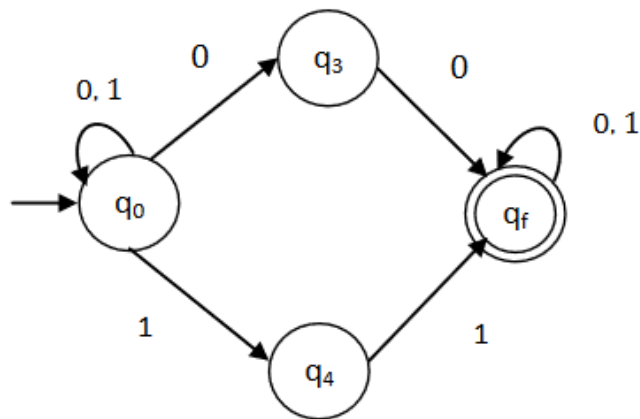
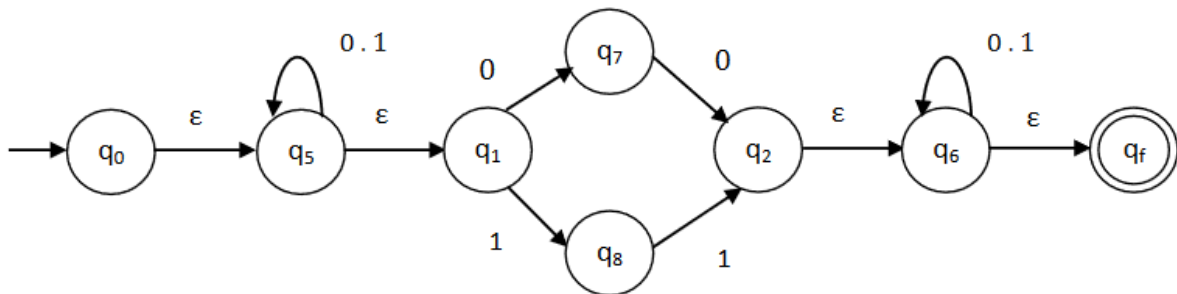




۵) $R = (0 + 1)^* (00 + 11)(0 + 1)^*$

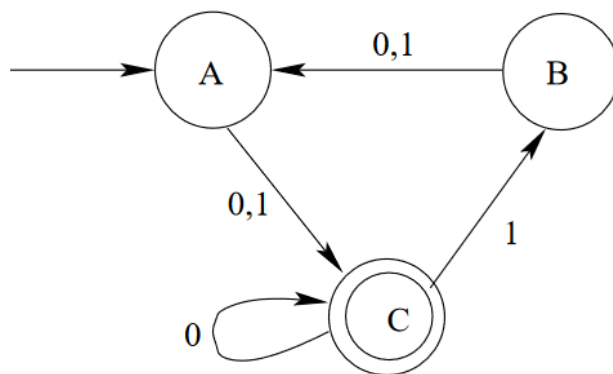
پاسخ:





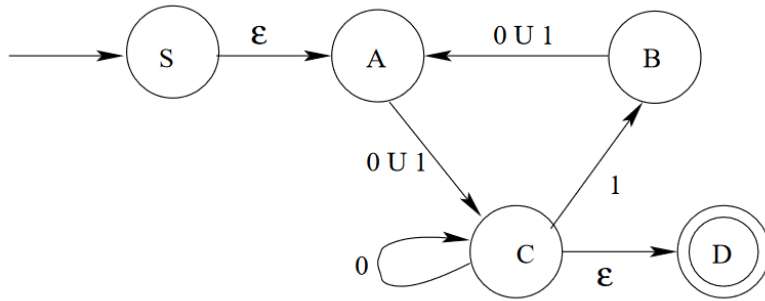
3. عبارت منظم متناظر با هر یک از اتوماتون‌های متناهی زیر را بنویسید و مراحل تبدیل و حذف هر state را نیز رسم کنید. (16 نمره)

(الف)

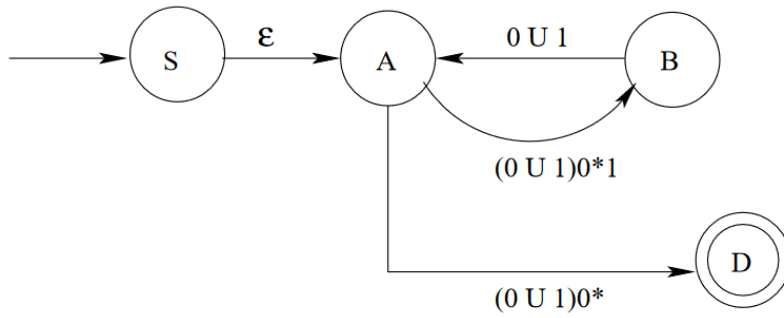


پاسخ:

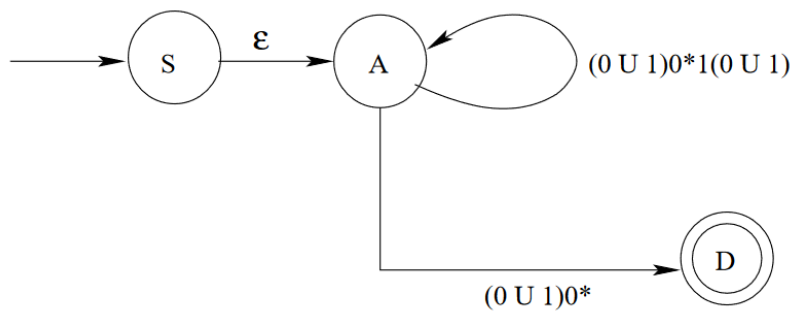
GNFA قبل از حذف استیت‌ها:



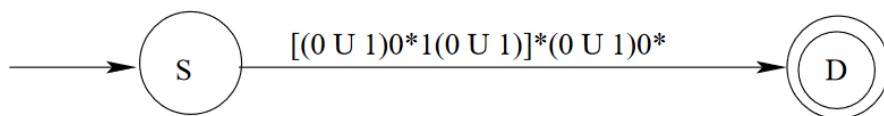
پس از حذف استیت C:



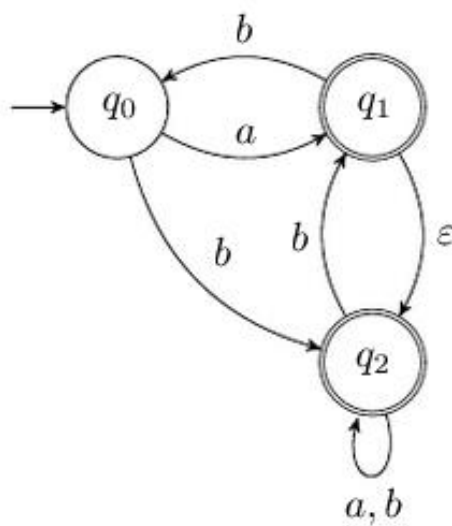
پس از حذف استیت B:



پس از حذف استیت A:

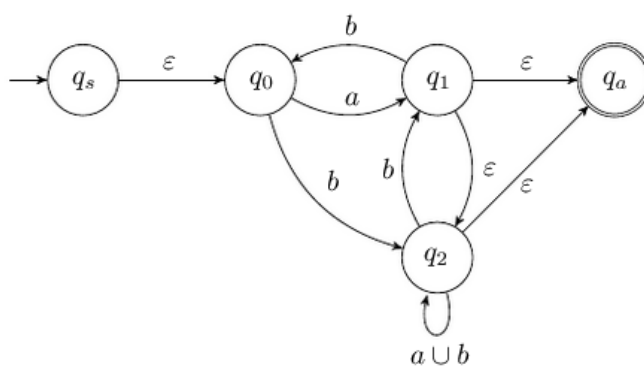


(ب)

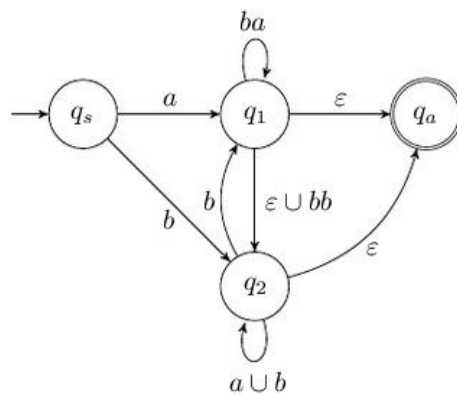


پاسخ:

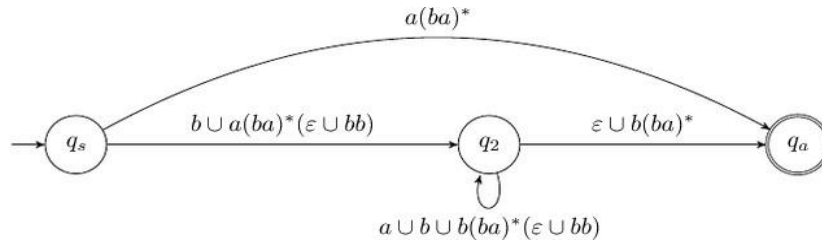
GNFA قبل از حذف استیت‌ها:



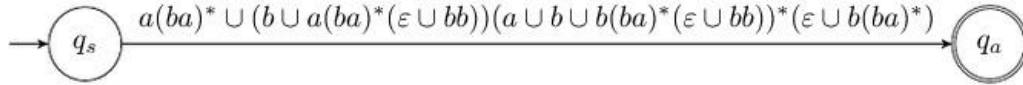
پس از حذف استیت q_0 :



پس از حذف استیت q_1 :



پس از حذف استیت q_2 :

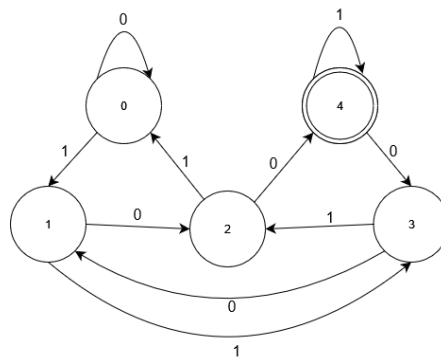


4. یک عبارت منظم برای زبان زیر بنویسید. (به کمک تبدیل DFA به RE) (18 نمره)

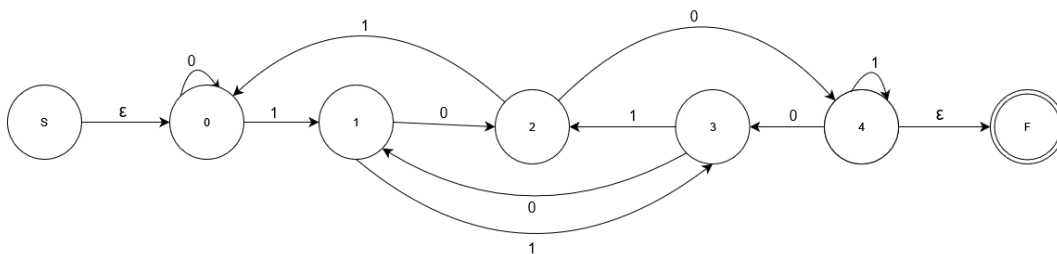
$$L = \{ w \mid w \in \{0,1\}^*, w = \langle n \rangle, n \in N, n \equiv 4 \pmod{5} \}$$

به عبارت دیگر L زبان رشته های باینری است که اعداد طبیعی را که با تقسیم بر 5 دارای باقی مانده 4 هستند، رمزگذاری می کند. برای مثال $\langle 9 \rangle = 1001$ عضو زبان L است اما $\langle 6 \rangle = 110$ خیر. صفرهای ابتدایی رشته را نادیده بگیرید. بنابراین رشته های 00010 و 0010 هر دو رمزگذاری یکسان ($\langle 2 \rangle$) هستند.

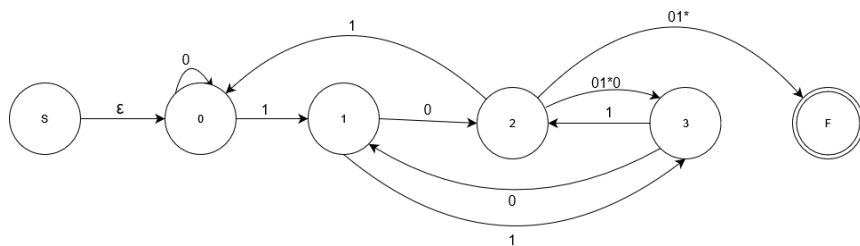
پاسخ : DFA زبان L به صورت زیر می باشد.



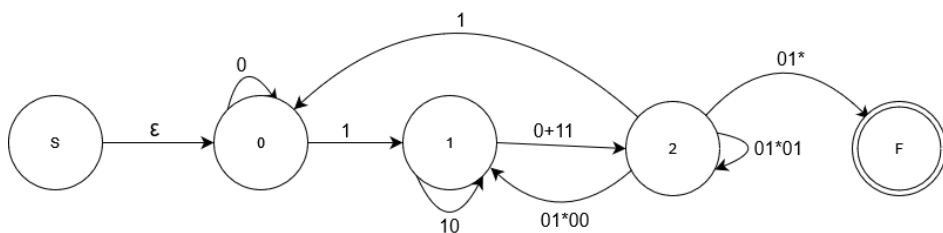
GNFA قبل از حذف استیت ها:



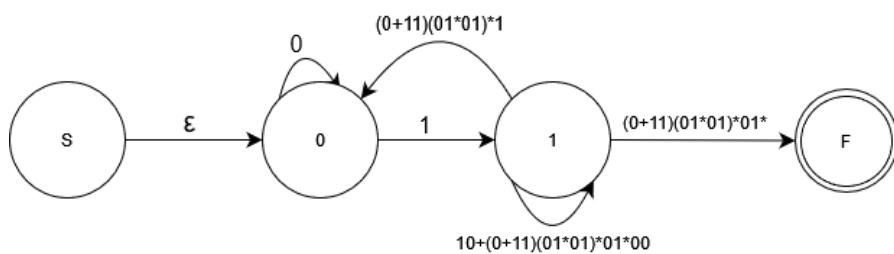
پس از حذف استتیت 4 :



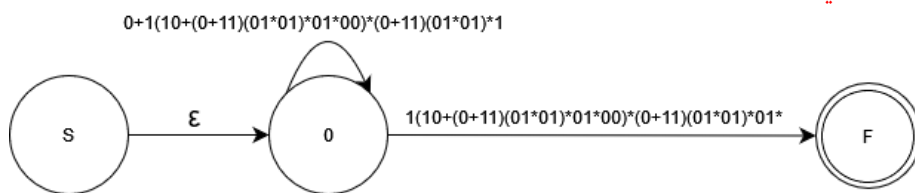
پس از حذف استتیت 3 :



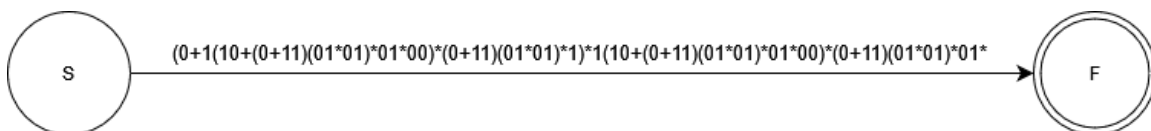
پس از حذف استتیت 2 :



پس از حذف استتیت 1 :



پس از حذف استتیت 0 :



5. با ذکر دلیل، درستی عبارات زیر را بررسی کنید. (20 نمره)

الف) اگر L یک زبان منظم باشد و F یک زبان متناهی باشد (یعنی، یک زبان با تعداد متناهی کلمه)، $F \cup L$ حتماً یک زبان منظم است.

پاسخ: درست؛ همه زبانهای متناهی زبانهای منظم هستند و زبانهای منظم تحت اجتماع بسته هستند.

ب) عبارات منظم که شامل عملگر ستاره نیستند، تنها می‌توانند زبان‌های متناهی را نمایش دهند.

پاسخ: درست؛ عملگر ستاره در عبارات منظم معادل یک حلقه در DFA ها است. اگر یک اتوماتای متناهی با n حالت حاوی حلقه نباشد، پس در بیشترین حالت میتواند رشته‌هایی به طول کمتر از n را تشخیص دهد. مجموعه چنین رشته‌هایی متناهی است.

ج) برای عبارات منظم R و S ، زبان‌های نشان داده شده توسط $R(SR)^*$ و $(RS)^*$ یکسان هستند.

پاسخ: درست؛ به طور شهودی میتوان دید که در صورتی که عملگر ستاره اعمال نشود، هر دو عبارت R هستند و زمانی که عملگر ستاره اعمال میشود هر دو به عباراتی از R ها و S های متناوب گسترش مییابند، که با R شروع و تمام میشوند. میتوان با استفاده از استقرا ثابت کرد که آنها مجموعه‌های معادلی را توصیف میکنند

د) اگر L_1 و L_2 زبان‌هایی باشند به طوری که L_2 ، L_1L_2 و L_2L_1 همه منظم باشند، پس L_1 حتماً باید منظم باشد.

پاسخ: غلط؛ مثال نقض: $L_1 = \{0^{2^i} : i > 0\}$ و $L_2 = \{0\}^*$.

6. ثابت کنید که زبان های منظم تحت عملیات SUFFIX بسته‌اند. (8 نمره)

$$SUFFIX(L) = \{ y \mid \exists x \in \Sigma^* \text{ such that } xy \in L \}$$

پاسخ: با توجه به یک زبان منظم L ، یک اتوماتای متناهی وجود دارد که آن را تشخیص می دهد. بیایید اتوماتای متناهی غیر قطعی M با حالات Q ، الفبای Σ ، تابع انتقال δ ، حالت شروع q_0 و مجموعه ای از حالات پذیرش F را در نظر بگیریم، به طوری که $L(M) = L$. یک $NFA M'$ جدید می سازیم که $SUFFIX(L)$ را تشخیص می دهد:

یک حالت شروع جدید q_0' برای M' ایجاد می‌کنیم. برای هر $q \in Q$ ، یک ε -transition از q_0' به q اضافه می‌کنیم.

تمام حالت‌ها و transition های M را در M' نگه می‌داریم. این مرحله تضمین می‌کند که M' می‌تواند پسوند تمام رشته‌هایی که M می‌تواند تشخیص دهد را بپذیرد.

مجموعه حالات پذیرش F' در M' مانند M باقی می‌ماند، زیرا ما می‌خواهیم M' رشته‌ای را بپذیرد اگر و فقط اگر پسوند رشته‌ای باشد که توسط M پذیرفته شده است.

با ساخت M' همانطور که توضیح داده شد، اطمینان حاصل می‌کنیم که رشته y را می‌پذیرد اگر و فقط اگر رشته‌ای x وجود داشته باشد به طوری که xy توسط M پذیرفته شود، که دقیقاً مجموعه تمام پسوندهای رشته‌ها در L است. بنابراین، $L(M') = SUFFIX(L)$ ، ثابت می‌کند اگر L منظم باشد، $SUFFIX(L)$ منظم است.

موفق باشید.