

به نام خدا

نظریه زبان ها و ماشین ها- بهار ۱۴۰۳

تمرین شماره 8

دستیار آموزشی این مجموعه: کسرا نوربخش
noorbakhshkasra04@gmail.com

تاریخ تحویل: ۳۰ اردیبهشت (صفحه درس)

1. ماشین تورینگ متناظر هر بخش را طراحی کنید. (منظور ماشین تورینگ به همراه state diagram و تمامی جزئیات مربوط به جابجایی head میباشد) (۴۰ نمره)

الف) ماشینی که روی ورودی $w \in \{0,1\}^*$ موارد زیر را انجام دهد: $(w = |n|)$ • اگر n زوج باشد ورودی w را به 0^n

• اگر n فرد باشد ورودی w را به 1^n تبدیل کند.

ماشین تورینگ پس از انجام تبدیل به حالت accept می رود. اگر ورودی به فرمت صحیح نباشد، باید آن را رد کند.

ب) ماشینی که رشته هایی با طول فرد را بپذیرد که در آنها علامت میان رشته 0 است. به عنوان

مثال 11001 و 1110111 بپذیرفته می شوند اما 0000 و 110 بپذیرفته نمی شوند. $(\Sigma = \{0,1\})$

ج) ماشینی که ورودی خود را (یک رشته باینری) ۱ واحد به سمت راست shift دهد. $(\Sigma = \{0,1\})$

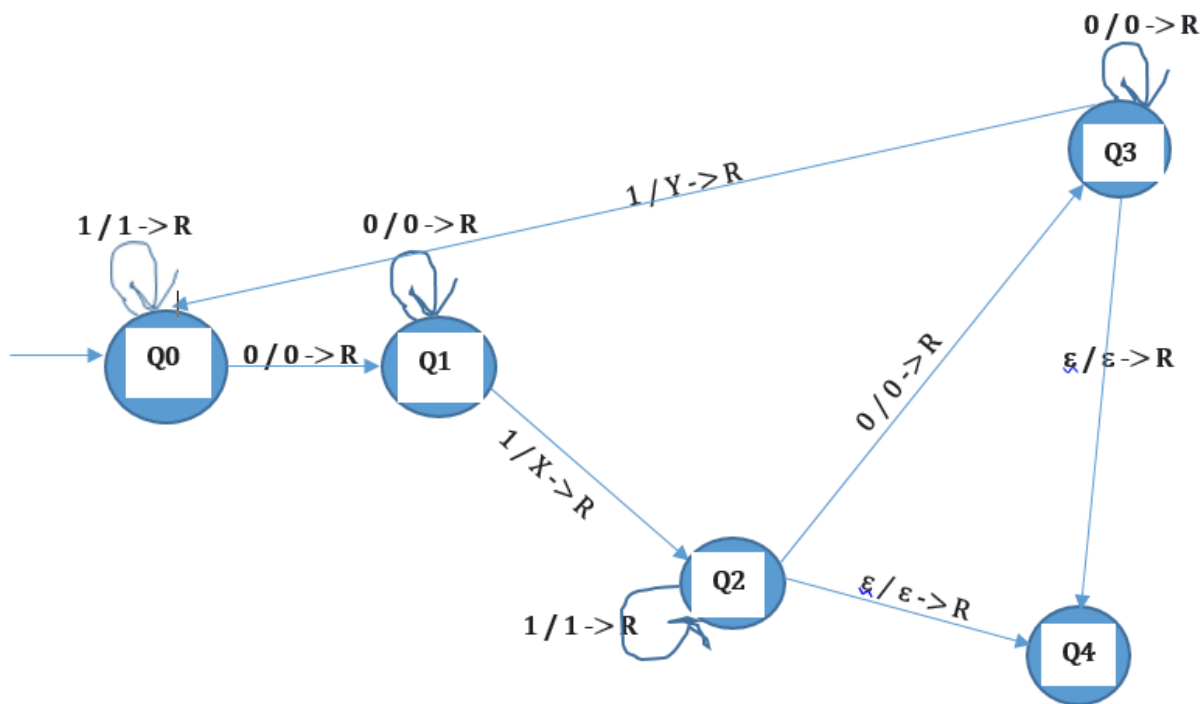
د) ماشینی که ورودی خود را (یک عدد به فرم unary) به binary تبدیل کند. $(\Sigma = \{0,1\})$

to represent a number N in Unary, a symbol representing 1 is repeated N times.

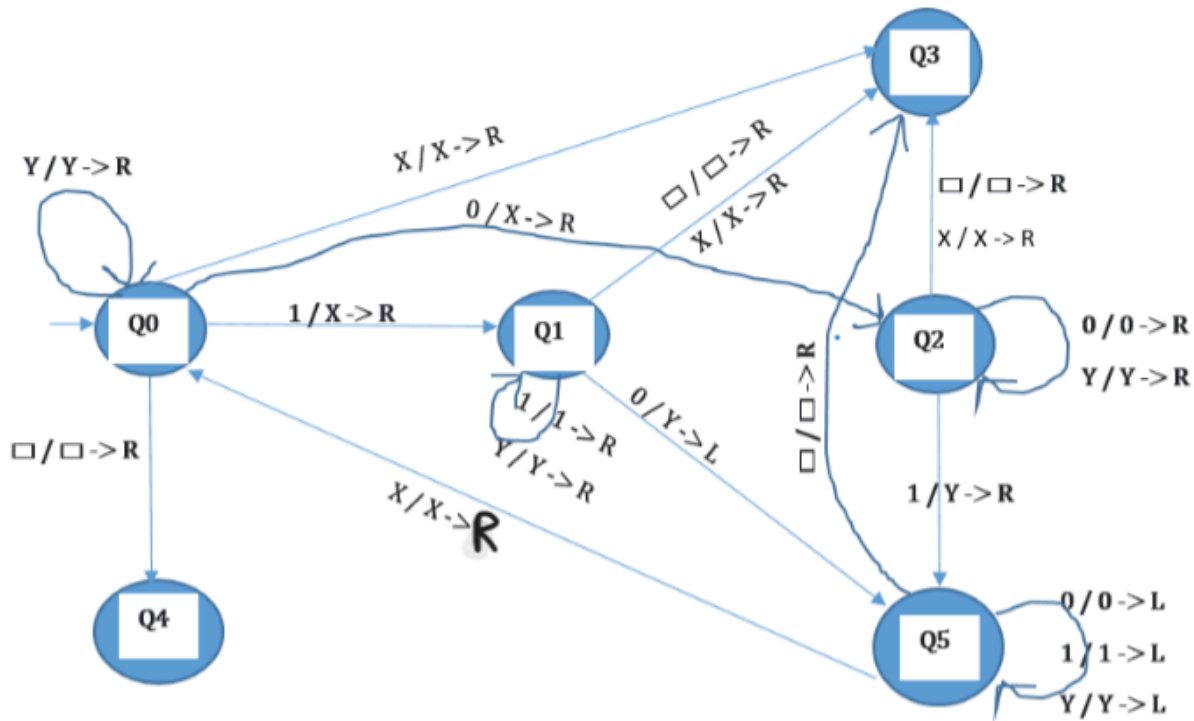
2. مشخص کنید هر کدام از ماشین تورینگ های زیر، چه زبانی را می پذیرند. (در هر دو $\Sigma = \{0,1\}$)

(۲۰ نمره)

الف) Q4 استیت accept می باشد.



ب) Q4 استنیت accept می باشد و Q3 استنیت reject می باشد.



3. برای زبان های زیر، یک ماشین تورینگ طراحی کنید. ارائه توصیف سطح بالا کفایت می کند. (۲۰ نمره)

الف) زبانی متشکل از رشته هایی بر روی الفبای $\{0,1\}$ که توسط $\$$ از یکدیگر جدا شده اند و هر دو رشته با یکدیگر تفاوت دارند.

ب) یک رشته از کاراکترهای a, b را در نظر بگیرید که طول رشته مضربی از عدد 3 است. این رشته را به سه قسمت مساوی تقسیم می کنیم. حال ماشین تورینگ طراحی کنید که قسمت میانی (قسمت دوم) از این رشته را معکوس کند و روی نوار قرار دهد. به عنوان مثال، رشته داده شده برابر است با: $abbabbaba$ با انجام این عملیات باید رشته bba رو نوار چاپ شود.

4. ماشین تورینگ را طراحی کنید (منظور ماشین تورینگ به همراه state diagram و تمامی جزئیات مربوط به جابجایی head میباشد) که تعدادی k پشت سر هم را در ورودی میگیرد و اگر تعداد k ها برابر با یکی از اعداد دنباله فیبوناچی بود ورودی را می پذیرد و در غیر این صورت خیر. (دنباله فیبوناچی: $1, 1, 2, 3, 5, \dots$) (۱۰ نمره)

5. توصیف سطح بالا از ماشین تورینگ که زبان زیر را می پذیرد بدهید. $(\Sigma = \{k, -, 1, 0\})$

(۱۰ نمره)

$$L = \{w-k^n \mid w \in \{0, 1\}^* \text{ است } n \text{ نمایش باینری عدد } n\}$$

مثال: $00011-kkk \in L$ and $001-kkk \notin L$

6. یکی از حالت های شکاندن یک الگوریتم رمزنگاری (encryption)، حالت آگاه بودن از متن رمز نشده است. در این حالت، یک متن رمز نشده که جاسوس آلمانی، کوروش برای ما آورده را به همراه نتیجه رمز شده آن در اختیار داریم و تنها به دنبال یافتن کلید رمزنگاری هستیم تا بتوانیم هیتلر را شکست دهیم و پیام های سری آن ها را رمزگشایی کنیم. حال یک الگوریتم رمزنگاری را تصور کنید که از الگوریتم آن آگاه نیستید اما یک ماژول رمزنگار (که همان Enigma می باشد) از این الگوریتم که توسط ماشین تورینگ پیاده سازی شده، به شما داده شده است. این ماژول یک متن رمز نشده به همراه یک کلید 8 بیتی را دریافت کرده و پس از پایان عملیات، متن رمز شده را به شما می دهد (در این مسئله می توانید فرض کنید نتیجه این ماژول در انتهای نوار ماشین تورینگ شما قرار می گیرد). حال، به شما یک متن رمز نشده به همراه نتیجه رمز شده آن داده شده و از شما خواسته شده که کلیدی که به وسیله آن، این متن را رمز کرده اند، بیابید و ادعا کنید که به اندازه آقای تورینگ باهوش هستید. تضمین می شود مسئله پاسخ دارد. یک توصیف سطح بالا از ماشین تورینگی که بتواند این کار را برای شما انجام دهد، ارائه دهید و نحوه قرار گرفتن ورودی روی نوار را نیز توضیح دهید. (امتیازی ۱۰ نمره) شاید دیدن فیلم The Imitation Game برای حل این سوال راهگشا باشد!

We can only see a short distance ahead, but we can see plenty there that needs to be done.

Alan Turing

