

به نام خدا



نظریه زبان‌ها و ماشین‌ها- بهار 1403

تمرین شماره 6

دستیار آموزشی این مجموعه: آوا میرمحمد مهدی

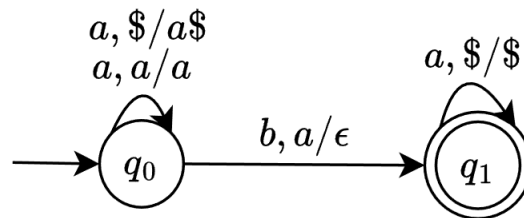
avamir80@gmail.com



تاریخ تحویل: 1403/2/16

1) یک PDA با حداکثر ۲ حالت برای زبان $L = (aa^*ba^*)$ رسم کنید. می‌توانید فرض کنید $\$$ از قبل در استک وجود دارد و در انتها نیز نیازی به پاپ کردن آن نیست. (10 نمره)

پاسخ:



در ابتدای زبان گفته شده حتما یک a وجود دارد و پس از آن a موجود در استک را پاپ و سپس پوش می‌کنیم؛ با اینکار درواقع انگار چیزی پوش نکرده‌ایم چون تعداد برایمان اهمیتی ندارد و در انتها با خواندن b ، a موجود در استک را پاپ می‌کنیم و بعد از آن هم هر تعداد a می‌تواند در رشته وجود داشته باشد.

2) PDA متناظر با زبان‌های زیر را رسم کنید. (30 نمره)

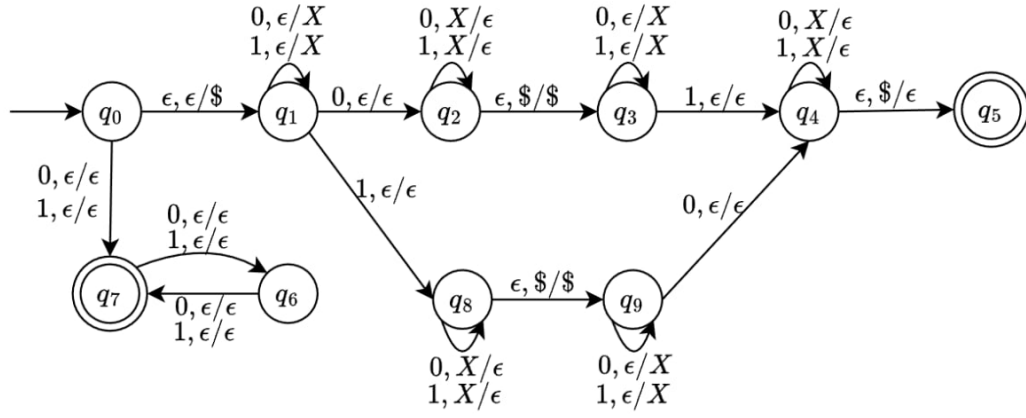
الف) $L_1 = \{(0+1)^* - \{ww \mid w \in \{0, 1\}^*\}\}$

ب) $L_2 = \{w \mid n_a(w) = n_b(w), n_b(u) \geq n_a(u) \text{ for all prefixes } u \text{ of } w, w \in \{a, b\}^*\}$

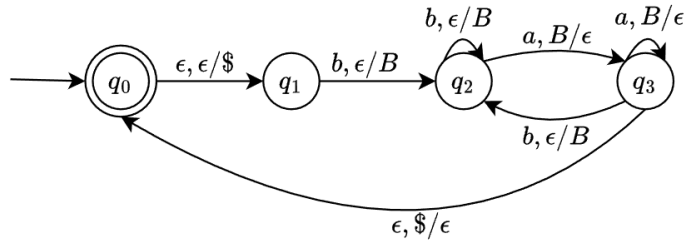
ج) $L_3 = \{a^n b^m \mid n, m > 0 \text{ and } n \neq 2m + 1\}$

پاسخ:

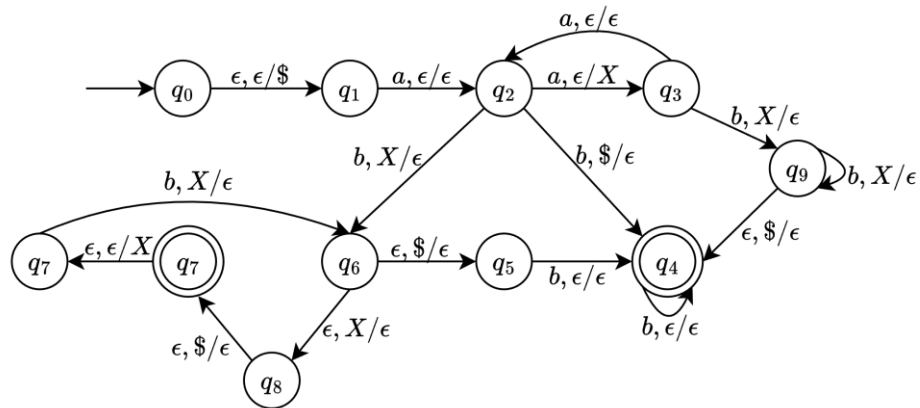
(الف)



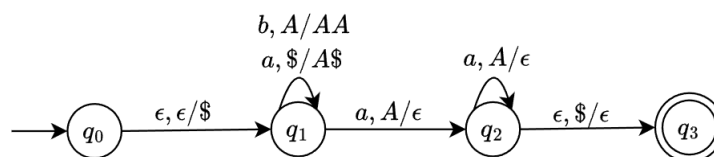
(ب)



(ج)

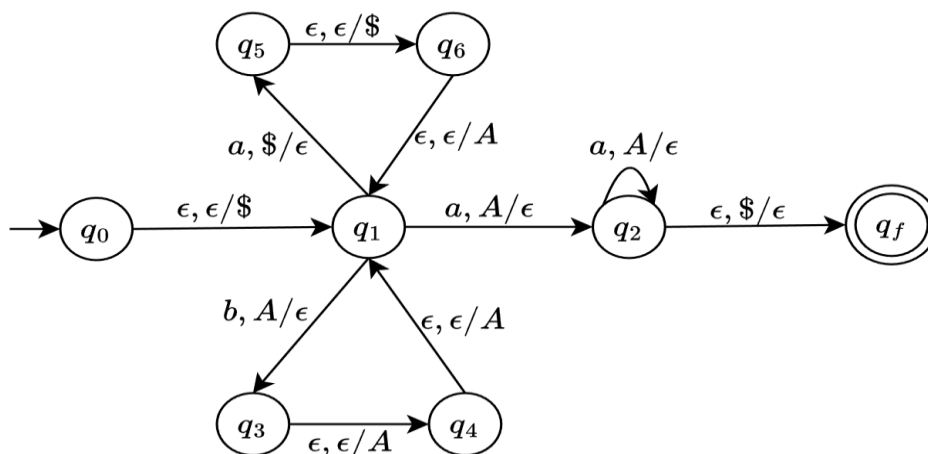


3) ابتدا PDA زیر را به simplified PDA تبدیل کنید و سپس گرامر زبانی که می‌پذیرد را بنویسید. (15 نمره)



پاسخ:

همانطور که می‌دانیم simplified PDA، PDA ای است که قبل از قبول رشته، استک را خالی کند و همچنین هر گذار یا تنها یک سمبل به استک پوش کند و یا تنها یک سمبل از استک پاپ کند. در نهایت به PDA زیر می‌رسیم:



حال با توجه به قواعد گفته شده در کتاب Sipser جدول زیر را تشکیل می‌دهیم. توجه شود که در این قسمت تنها قوانین مورد نیاز برای ساده‌سازی نوشته شده‌اند:

$A_{11} \rightarrow \epsilon$	$A_{0f} \rightarrow A_{12}$
$A_{33} \rightarrow \epsilon$	$A_{05} \rightarrow A_{11}a$
$A_{55} \rightarrow \epsilon$	$A_{5f} \rightarrow A_{62}$
	$A_{55} \rightarrow A_{61}a$
	$A_{33} \rightarrow A_{41}b$

	$A_{32} \rightarrow A_{41}a$
	$A_{32} \rightarrow A_{42}$
	$A_{43} \rightarrow A_{11}b$
	$A_{42} \rightarrow A_{11}a$
	$A_{42} \rightarrow A_{12}$
	$A_{63} \rightarrow A_{11}b$
	$A_{62} \rightarrow A_{11}a$
	$A_{62} \rightarrow A_{12}$

4) آیا متمم زبان $L = \{0^m 1^n 0^m 1^n \mid m, n \geq 1\}$ مستقل از متن است؟ در صورت پاسخ مثبت PDA متناظر با آن را رسم کرده و مراحل آن را توضیح دهید و در غیر این صورت دلیل عدم وجود PDA متناظر با آن را توضیح دهید. (15 نمره)

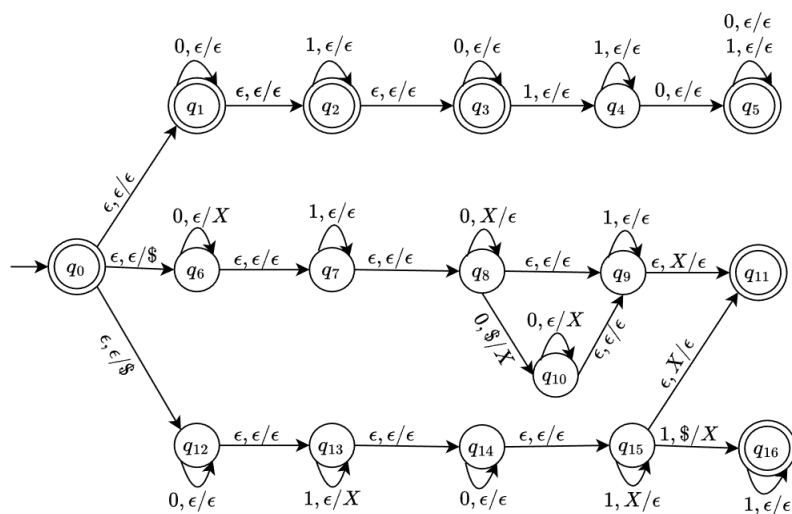
پاسخ:

بله این زبان مستقل از متن است. رشته‌هایی که متعلق به متمم این زبان هستند در یکی از سه دسته‌ی زیر قرار دارند که در ادامه، PDA متناظر با آنها رسم شده است:

الف) فرم آنها به صورت $0^* 1^* 0^* 1^*$ نیست.

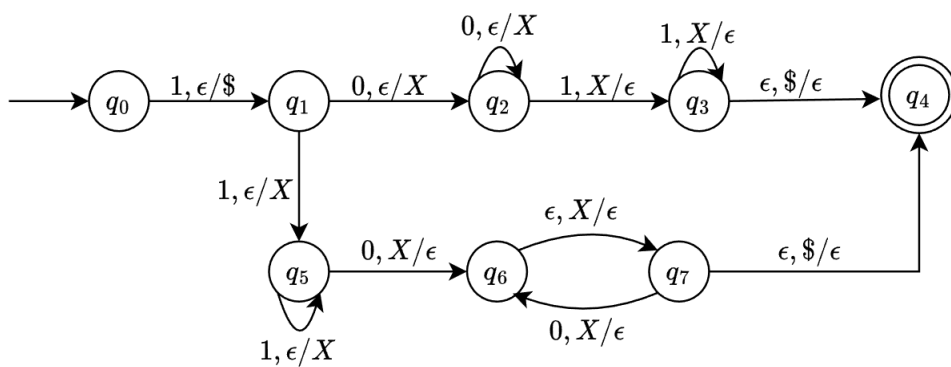
ب) فرم آنها به صورت $0^i 1^j 0^k 1^l$ است که در آن $i \neq k$ است.

ج) فرم آنها به صورت $0^i 1^j 0^k 1^l$ است که در آن $l \neq j$ است.

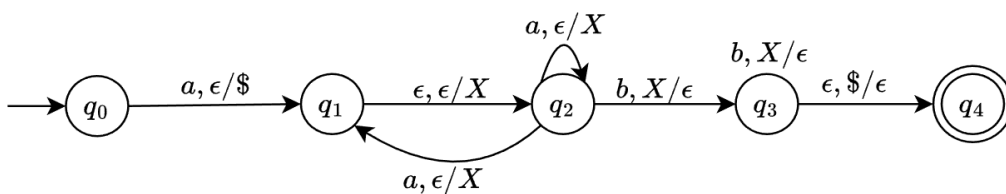


5) زبانی که PDA های زیر می پذیرند را بنویسید. (نوشتن زبان ریاضی و یا زبان توصیفی مورد قبول است). (20 نمره)

(الف)



(ب)



پاسخ:

الف) مسیر بالا نشان دهنده‌ی زبان $L_1 = \{10^n 1^n\}$ و مسیر پایین نشان دهنده‌ی زبان $L_2 = \{1^{2n+1} 0^n\}$ است و در دو حالت $n > 0$ برقرار است پس به طور کلی PDA نشان دهنده‌ی زبان زیر است:

$$L = L_1 \cup L_2 = \{10^n 1^n \mid n > 0\} \cup \{1^{2n+1} 0^n \mid n > 0\}$$

ب) در اینجا به ازای هر a به جز اولین a ، یک و یا دو X پوش شده و سپس به ازای هر بار خواندن b ، یک X از استک پاپ شده است پس تعداد b ها از تعداد a ها بیشتر یا مساوی است و همچنین از دو برابر تعداد a ها کمتر است.

$$L = \{a^n b^m \mid n \leq m < 2n\}$$

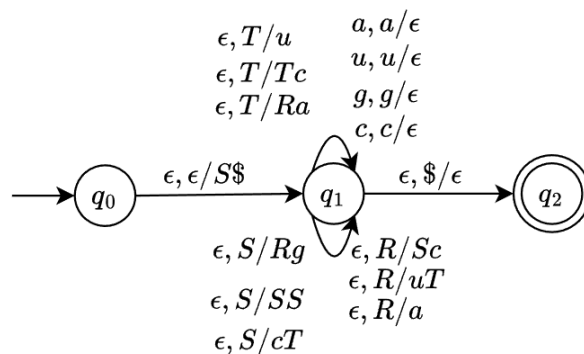
(6) PDA ای رسم کنید که گرامر زیر را بپذیرد. (10 نمره)

$$S \rightarrow Rg \mid SS \mid cT$$

$$R \rightarrow Sc \mid uT \mid a$$

$$T \rightarrow Ra \mid Tc \mid u$$

پاسخ:



(7) PDAI به PDA ای گفته می‌تواند بیشتر از یک استیت اولیه داشته باشند. آیا قدرت این نوع PDA از نظر محاسباتی با PDA مرسوم یکسان است؟ برای پاسخ خود دلیل ارائه دهید. (10 نمره امتیازی)

پاسخ:

بله قدرت هر دو یکسان است. اولاً می‌توان هر PDA معمولی را یک PDAI دانست که تنها یک استیت اولیه دارد. از طرف دیگر هر PDAI را می‌توان به یک PDA متناظرش تبدیل کرد. این کار با تعریف یک استیت اولیه جدید و وصل کردن آن به استیت‌های اولیه قبلی توسط گذار ϵ , $\epsilon/$, ϵ انجام می‌شود.