

به نام خدا



نظریه زبان‌ها و ماشین‌ها - بهار ۱۴۰۳

تمرین شماره ۷

دستیار آموزشی این مجموعه: مجید فریدفر

majid.faridfar@gmail.com



تاریخ تحویل: ۲۳ اردیبهشت

(۱) با استفاده از لم تزریق (pumping lemma)، نشان دهید که زبان‌های زیر مستقل از متن نیستند. (۲۰ نمره)

- a) $\{w \in \{a, b\}^* \mid w = a^n b^m a^n, n \geq m\}$
- b) $\{w \in \{a, b\}^* \mid w = a^n b^m, n \text{ and } m \text{ are prime numbers}\}$
- c) $\{w \in \{a, b\}^* \mid w = w^R, n_a(w) = n_b(w)\}$
- d) $\{w' \in \{a, b\}^* \mid w = w'w'w'\}$

• w' رشته‌ای دلخواه است. برای مثال رشته‌های روبه‌رو عضو این زبانند: aaa, ababab, aabaabaab, ...

(۲) برای زبان‌های زیر، PDA رسم کنید. (۱۵ نمره)

- a) $\{w \in \{a, b\}^* \mid w = a^{2n} b^{3n}\}$
- b) $\{w \in \{0, 1\}^* \mid w = w^R, \text{length of } w \text{ is odd}\}$

(۳) گرامر S را در نظر بگیرید به طوری که تمام قواعد آن به صورت زیر است:

$$A \rightarrow aA_1A_2 \dots A_n$$

هم‌چنین هر زوج (A, a) حداکثر یک بار بین قواعد دیده می‌شود.

ثابت کنید برای چنین گرامری، امکان رسم DPDA وجود دارد. (۱۵ نمره)

(۴) با استفاده از خواص زبان‌های مستقل از متن نشان دهید زبان زیر مستقل از متن است. (۱۵ نمره)

$$\{w \in \{a, b\}^* \mid w = a^n b^n, n \neq 5k\}$$

(۵) نشان دهید اگر C زبانی مستقل از متن قطعی و R یک زبان منظم باشد، $R \cup C$ مستقل از متن قطعی است. (۱۰ نمره)

(۶) ترکیب دو زبان X و Y را به این صورت تعریف می‌کنیم که برای تمام رشته‌های $x \in X$ و $y \in Y$ ، رشته‌ی Z ای به وجود می‌آید که:

$$z = \langle x, y \rangle$$

- هر کاراکتر Z معادل یکی از کاراکترهای X یا Y است (نه هر دو)
- اگر تمام کاراکترهای Z که معادل کاراکتری از X هستند را پشت سر هم قرار دهیم، X را تشکیل می‌دهند.

- اگر تمام کاراکترهای Z که معادل کاراکتری از Y هستند را پشت سر هم قرار دهیم، Y را تشکیل می‌دهند.

برای مثال:

$$abba = \langle aa, bb \rangle, abba \neq \langle abb, ba \rangle$$

الف) نشان دهید $\langle C, R \rangle$ ، به طوری که R یک زبان منظم و C یک زبان مستقل از متن است، مستقل از متن می‌باشد.
(۱۵ نمره)

ب) نشان دهید $\langle C_1, C_2 \rangle$ ، به طوری که C_1 و C_2 هر دو زبان‌های مستقل از متنی باشند، لزوماً مستقل از متن نیست.
(۱۰ نمره)

۷) (امتیازی) عملیات $No-Prefix(L)$ را به این صورت تعریف می‌کنیم که حاصل آن مجموعه‌ی تمام رشته‌هایی از زبان L است که هیچ پیشوندی از آن عضو این زبان نیست. ثابت کنید زبان‌های مستقل از متن نسبت به این عملیات بسته نیستند.
(۱۰ نمره)