Übung Blatt 4

$Ax = c$ Trivial lösbar wenn A in Echelon-Form:

$x^T A^T = c^T$ $t^T S = c^T$

Es existiert eine unimodulare Matrix U mit $UA^T = S$, wobei S in Echelon-Form ist. Löse auf:

$$UA^T = S \iff U^{-1} U A^T = U^{-1} S \iff A^T = U^{-1} S$$

$$x^T U^{-1} = t^T \iff$$

Z) Bestimme U: $(A^T \mid I)$

$$= \left(\begin{array}{ccc|cccc} -2 & -2 & -8 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 10 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 4 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 6 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|cccc} 1 & 2 & 6 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 4 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 4 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 4 & 1 & 0 & 0 & 2 \end{array}\right)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|cccc} 1 & 0 & 2 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 4 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 2 \end{array}\right) = (S \mid U)$$

Damit ist

$$(t_1, t_2, t_3, t_4) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ -6 \end{pmatrix} ; \quad t = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ t_3 \\ t_4 \end{pmatrix}$$

$$(x_1, x_2, x_3, x_4) = (1, -2, t_3, t_4) \cdot U = \ldots$$

Fourier - Motzkin: Lösen linearer UGS.

	Auflösen nach j	
$2i \geq n$	$n \leq 2i$	
$n-2 \geq j$	$j \leq n-2$	`for(int j=3i-6; j≤min(n-2,n-i); ++i)`
$-i-j+n \geq 0$	$j \leq n-i$	
$-3i+j+6 \geq 0$	$3i-6 \leq j$	

Eliminiere j. Auflösen nach j

$n \leq 2i$	$\frac{n}{2} \leq i$	
$3i-6 \leq n-2$	$i \leq \frac{n+4}{3}$	$\Rightarrow$ for(int $i=\lceil \frac{n}{2} \rceil$; $i \leq \lfloor \min(\frac{n+4}{3}, \frac{n+6}{4}) \rfloor$; ++i)
$3i-6 \leq n-i$	$i \leq \frac{n+6}{4}$	

Eliminiere i. Auflösen nach n

$\frac{n}{2} \leq \frac{n+4}{3}$	$n \leq 8$ (überflüssig)
$\frac{n}{2} \leq \frac{n+6}{4}$	$n \leq 6$

Im Ganzzahligen gibt es keine Lsg für $n=5$, eine für $n=6$