LUCRAREA 0

Sisteme de numeratie.Functii logice

Considerații teoretice

1.Sisteme de numerație.

Conceptul de număr este de obicei echivalat cu sistemul zecimal.În orice sistem de numerație ponderat, notând cu b baza sistemului un număr poate fi scris în felul următor:

$$N_b = a_n a_{n-1} \ldots\ldots\ldots a_1 a_0, a_{-1} \ldots\ldots a_{-m} = \sum_{k=-m}^{n} a_k b^k$$

Pentru circuitele numerice cel mai indicat sistem este cel binar care permite efectuarea cu ușurință a calculelor.În sistemul binar un număr poate fi exprimat cu ajutorul simbolurilor(cifrelor) 0 și 1.Mai sunt utilizate sistemele hexazecimal și octal(mai rar) pentru abrevierea lungimii numerelor binare.

2.Conversia numerelor între baze

2.1. Conversia unui număr din sistemul zecimal în sistemul binar.

2.1.1. Conversia unui număr întreg.

Pentru a converti un număr scris în sistemul zecimal în sistemul binar, se împarte succesiv acesta la 2, pînă cînd câtul devine 0. Resturile împărțirii succesive reprezintă cifrele numărului scris în noua bază.Aceste cifre (biți) sunt calculate în ordine crescătoare, bitul cu rangul cel mai puțin semnificativ fiind primul.

Exemplu: Să se convertească numărul 179_{10} în sistemul binar.

	cât	rest
179 : 2 =	89	1
89 : 2 =	44	1
44 : 2 =	22	0
22 : 2 =	11	0
11 : 2 =	5	1
5 : 2 =	2	1
2 : 2 =	1	0
1 : 2 =	0	1

Deci $179_{10} = 10110011_2$

2.1.2 Conversia unui număr fracționar

Pentru a converti un număr zecimal fracționar, se înmulțește acesta cu 2,separându-se apoi partea întreagă. Se continuă astfel prin înmulțirea părții fracționare obținute până când aceasta devine nulă sau se obține precizia dorită. Partea întreagă a produsului reprezintă un bit al numărului fracționar exprimat în binar. Aceşti biți sunt calculați în ordine descrescătoare, cel mai semnificativ fiind primul. Procedeul se repetă până la anularea părții fracționare (sau până la detectarea unei repetări a acesteia dacă numerele sunt periodice).

Exemplu: Să se convertească 0,7109375 în sistemul binar

	Partea întreagă	Partea fracționară
0,7109375 x 2	1	0,421875
0,421875 x 2	0	0,84375
0,84375 x 2	1	0,68750
0,6875 x 2	1	0,3750
0,375 x 2	0	0,75
0,75 x 2	1	0,5
0,5 x 2	1	0,0

Deci $0{,}7109375_{10} = 0{,}1011011_2$

2.2. Conversia binar ⇔ octal ⇔ hexazecimal

Conversia între aceste sisteme se bazează pe divizarea numărului binar în grupuri şi înlocuirea fiecăruia cu o cifră octală sau hexazecimală. Pentru conversia binar-octal,grupurile vor fi formate din 3 cifre, începând de la punctul binar. Grupurile finale vor fi completate, după caz, cu 0 la stânga pentru partea întreagă respectiv la dreapta pentru partea fracționară.

Exemplu : Să se convertească 11001011001,1011 în baza 8.

011 001 011 001 , 101 100

3 1 3 1 , 5 4

Rezultă $11001011001{,}1011_2 = 3131{,}54_8$

Conversia binar-hexazecimal se face în acelaşi mod doar că grupurile vor fi formate din 4 cifre.

Exemplu : Să se convertească 1011000111011,100111

0001 0110 0011 1011 , 1001 1100

1 6 3 B , 9 C

Vom obține $1011000111011{,}100111_2 = 163B{,}9C$

Pentru conversia inversă, din octal sau hexazecimal în binar este necesară scrierea pentru fiecare cifră a reprezentării sale binare.

Exemplu : Să se convertească în binar numerele $573,21_8$ respectiv 5AE1,0B

A. Conversia în binar a numărului $573,21_8$

5	7	3	,	2	1
101	111	011	,	010	001

B. Conversia în binar a numărului 5AE1,0B

5	A	E	,	0	B
0101	1010	1110	,	0000	1011

3. Funcţii logice

3.1. Algebră booleană

Definim o mulţime oarecare de elemente, M, cu cel puţin 2 elemente distincte, în care se definesc 2 operaţii , ŞI(*) respectiv SAU (+),precum şi o relaţie de echivalenţă (=) Mulţimea M este o algebră booleană dacă elementele ei satisfac următorele proprietăţi :

- asociativitatea operaţiei SAU

  $(a + b) + c = a + (b + c)$;
- asociativitatea operaţiei ŞI

  $(a * b) * c = a * (b * c)$;
- comutativitatea operaţiei SAU

  $a + b = b + a$;
- comutativitatea operaţiei ŞI

  $a * b = b * a$;
- existenţa elementului neutru 0 faţă de operaţia SAU

  $a + 0 = 0 + a = a$;
- existenţa elementului neutru 1 faţă de operaţia ŞI

  $a * 1 = 1 * a = a$;
- distributivitatea operaţiei SAU faţă de operaţia ŞI

  $a + b * c = (a + b) * (a + c)$;
- distributivitatea operaţiei ŞI faţă de operaţia SAU

  $a * (b + c) = a * b + a * c$;
- proprietăţile complementului $\bar{a}$ al variabilei a

  $a + \bar{a} = \bar{a} + a = 1$

  $a * \bar{a} = \bar{a} * a = 0$;
- teorema idempotenţei

  $a + a = a * a = a$;
- teorema absorţiei

  $a + a * b = a$;

- teoremele lui de Morgan,

$$\overline{a+b+c+\ldots\ldots+z}=\bar{a}*\bar{b}*\bar{c}*\ldots\ldots*\bar{z}$$
$$\overline{a*b*c*\ldots\ldots*z}=\bar{a}+\bar{b}+\bar{c}+\ldots\ldots+\bar{z};$$

Probleme propuse

1. Să se reprezinte în binar numerele 3482 respectiv 271,625.Apoi aceste numere să fie reprezentate în sistemul hexazecimal respectiv octal.

2. Să se reprezinte în sistemul zecimal numerele $A36B,910C_{16}$ şi $4315,016_8$ după ce au fost convertite în sistemul binar.

3.Să se facă conversia numerelor 3512 şi 44092 în sistemul octal

4. Să se arate că $\forall$ a,b,c $\in$ { 0,1 } şi operaţiile ŞI, SAU respectiv conjugata, sunt satisfăcute proprietăţile din paragraful 3.1 ale algebrei booleene.

5. Pe baza axiomelor şi teoremelor algebrei booleene să se demonstreze următoarele relaţii:

i. $BC(A+C)=BC$

ii. $(A+B)(A+C)(B+C)=AB+BC+AC$

iii. $AB(\bar{A}+C)=ABC$

iv. $(A+B)(\bar{A}+C)=AC+\bar{A}B$

v. $A\bar{C}+AB+BC=A\bar{C}+BC$

6. Să se reprezinte sub formă de tabel toate funcţiile de 2 variabile, apoi să se scrie pentru fiecare funcţie expresia folosindu-se cele trei operaţii de mai sus.

Desfăşurarea lucrării

1. Discutarea problemelor care apar în prima parte a lucrării.
2. Rezolvarea problemelor propuse.