概率论与数理统计 B(56 学时)综合练习一

（建议模拟期末考试，闭卷，在 1.5 个小时内完成。）

班级________________学号____________姓名____________成绩____________

一、填空（每题 2 分，共 12 分）

1. 已知 $P(B)=0.3$，$P(\overline{A}\cup B)=0.7$，且 A 与 B 相互独立，则 $P(A)=$__________

2. 设随机变量 X 服从参数为 λ 的泊松分布，且 $P\{X=0\}=\dfrac{1}{3}$，则 $\lambda=$___________

3. 设 $X\sim N(2,\sigma^2)$，且 $P\{2<X<4\}=0.2$，则 $P\{X<0\}=$____________

4. 已知 $DX=2$，$DY=1$，且 X 和 Y 相互独立，则 $D(X-2Y)=$___________

5. 设 S^2 是从 $N(0,1)$ 中抽取容量为16的样本的样本方差，则 $D(S^2)=$_________

6. 设 $X_1,X_2,...,X_{16}$ 为取自总体 $X\sim N(0,0.5^2)$ 的一个样本，若已知 $\chi^2_{0.01}(16)=32.0$，则 $P\{\sum_{i=1}^{16}X_i^2\ge 8\}=$____________

二、单项选择题（每题 2 分，共 12 分）

1. 抛掷3枚均匀对称的硬币，恰好有两枚正面向上的概率是__________。

（A）0.125，　（B）0.25，　（C）0.375，　（D）0.5

2. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=ce^{-|x|}$，则 c＝________。

（A）$-\dfrac{1}{2}$　（B）0　（C）1　（D）$\dfrac{1}{2}$

3. 掷一颗均匀骰子 600 次，求“一点” 出现次数的均值为________。

（A）50　（B）100　（C）120　（D）150

4. 假设随机变量 X 的分布函数为 F(x),密度函数为 f(x).若 X 与-X 有相同的分布函数，则下列各式中正确的是____

（A）F(x) = F(-x);　（B）F(x) = - F(-x);　（C）f (x) = f (-x);　（D）f (x) = - f (-x).

5. 设 $X_1,X_2,\cdots X_n$，$X_{n+1},\cdots,X_{n+m}$ 是来自正态总体 $N(0,\sigma^2)$ 的容量为 n+m 的样本，则统计量 $V=\dfrac{m\sum\limits_{i=1}^{n}X_i^2}{n\sum\limits_{i=n+1}^{n+m}X_i^2}$ 服从的分布是____________

（A）$F(m,n)$　（B）$F(n,m)$　（C）$F(n-1,m-1)$　（D）$F(m-1,n-1)$

6. 对正态总体的数学期望 μ 进行假设检验，如果在显著水平0.05下接受 $H_0:\mu=\mu_0$，那么在显著水平 0.01 下，下列结论中正确的是________

（A）必须接受 H_0　（B）可能接受，也可能拒绝 H_0

（C）必拒绝 H_0　（D）不接受，也不拒绝 H_0

三、计算题（每题 9 分，共 72 分）

1．某厂有三条流水线生产同一产品，每条流水线的产品分别占总量的 40%，35%，25%，又这三条流水线的次品率分别为 0.02，0.04，0.05。现从出厂的产品中任取一件，问恰好取到次品的概率是多少？

2．已知随机变量 X 的密度为 $f(x)=\begin{cases} ax+b, & 0<x<1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$，且 $P\{X>1/2\}=5/8$，

求: (1) 常数 a,b 的值; (2) 随机变量 X 的分布函数 $F\left(x\right)$.

3. 设二维随机变量 (X,Y) 有密度函数： $f(x,y)=\begin{cases} x^2+\dfrac{1}{3}xy, & 0\le x\le 1, 0\le y\le 2; \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$

（1）求边缘概率密度 $f_X\left(x\right), f_Y\left(y\right)$；

（2）求概率 $P\left\{X>Y\right\}$.

4. 一工厂生产的某种设备的寿命 X（以年计）服从指数分布，概率密度为 $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{4}e^{-\frac{1}{4}x}, x>0\\ 0, x\le 0\end{cases}$ 工厂规定出售的设备若在一年内损坏，可予以调换。若工厂出售一台设备可赢利 100 元，调换一台设备厂方需花费 300 元。试求厂方出售一台设备净赢利的数学期望.

5. 某计算机系统有 120 个终端，每个终端有 5%时间在使用，若各个终端使用与否是相互独立的，用中心极限定理求有 10 个或更多终端在使用的概率（查表 $\Phi(1.675)=0.953$）

6. 设总体 X 服从几何分布，分布律为 $P\{X=x\}=(1-p)^{x-1}p, x=1,2,\cdots$，其中 p 为未知参数，且 $0\le p\le 1$，$E(X)=1/p$. 设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为 X 的一个样本，求 p 的矩估计量与极大似然估计量.

7. 设有两个正态总体， $X \sim N(\mu_1,{\sigma_1}^2),Y \sim N(\mu_2,\sigma_2^2)$. 分别从 X 和 Y 抽取容量为 $n_1=25$ 和 $n_2=8$ 的两个样本，并求得 $S_1=8,S_2=7$. 试求两正态总体方差比 $\frac{{\sigma_1}^2}{\sigma_2^2}$ 的置信度为 0.98 的置信区间.（查表： $F_{0.01}(24,7)=6.07,F_{0.01}(7,24)=3.50$ ）

8. 某厂生产的固体燃料推进器的燃烧率服从正态分布 $N\left(\mu,\sigma^2\right)$, $\mu=40$cm/s, $\sigma=2cm/s$ 。现在用新方法生产了一批推进器，从中随机取 $n=25$ 只，测得燃烧率的样本均值为 $\overline{x}=41.25cm/s$ 。设在新方法下总体标准差仍为 2cm/s，问这批推进器的燃烧率是否较以往生产的推进器的燃烧率有显著的提高？取显著性水平 $\alpha=0.05$ 。（查表 $Z_{0.05}=1.645$ ）

四.证明题（4 分）

设 A,B,C 为三个随机事件，证明： $P(AC|B)=P(A|B)P(C|AB)$.