第二章 正弦交流电路

2.1 基本要求

（1) 深入理解正弦量的特征,特别是有效值、初相位和相位差。

(2) 掌握正弦量的各种表示方法及相互关系。

（3） 掌握正弦交流电路的电压电流关系及复数形式。

(4) 掌握三种单一参数(R，L，C)的电压、电流及功率关系。

（5） 能够分析计算一般的单相交流电路,熟练运用相量图和复数法。

(6 ） 深刻认识提高功率因数的重要性.

（7) 了解交流电路的频率特性和谐振电路。

2。2 基本内容

2．2。1 基本概念

1． 正弦量的三要素

（1） 幅值（U_m,E_m,I_m)、瞬时值（u， e， i)、有效值(U， E ， I)。

注:有效值与幅值的关系为:有效值$=\dfrac{幅值}{\sqrt{2}}$。

(2) 频率（f)、角频率（ ω)、周期(T)。

注：三者的关系是 $\omega = 2\pi f = \dfrac{2\pi}{T}$。

（3) 相位（ $\omega t+\varphi$)、初相角(φ)、相位差($\varphi_1-\varphi_2$)。

注：相位差是同频率正弦量的相位之差.

2。 正弦量的表示方法

(1） 函数式表示法:

$$u = U_m \sin(\omega t + \varphi_u);$$
$$e = E_m \sin(\omega t + \varphi_e);$$
$$i = I_m \sin(\omega t - \varphi_i)。$$

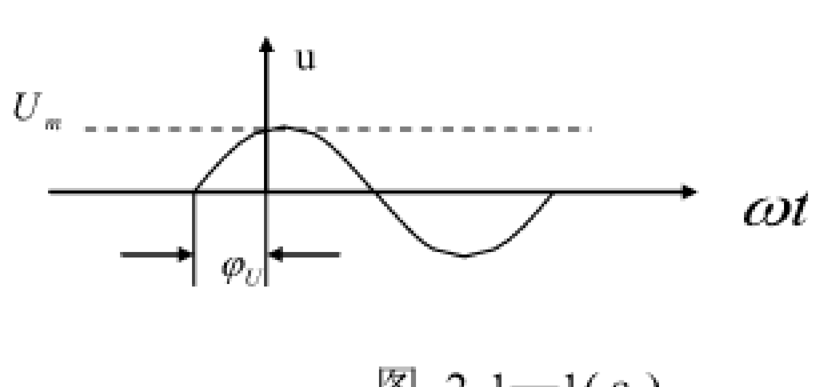
（2) 波形表示法:例如 u 的波形如图 2－1—1（ a)所示。

(3) 相量(图)表示法：

使相量的长度等于正弦量的幅值（或有效值)；

使相量和横轴正方向的夹角等于正弦量的初相角;

使相量旋转的角速度等于正弦量的角速度。



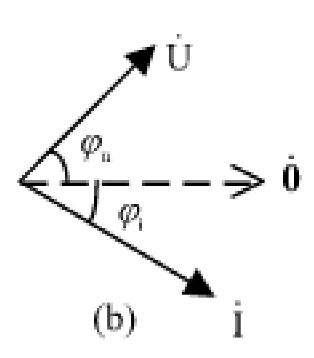


图 2-1—1(a) 图 2 － 1 -1(b）

注:① 实际画相量时，多用有效值,横轴省画,ω也省画,没零参考相量(只有方

向，

没有大小）。图2－1-1（b)就是u与i的相量图.

② 利用相量图可以求解同性质(同频率）正弦量的加或减。

例

$u_1 = 6\sqrt{2}\sin(\omega t + 30^o)V,$

$u_2 = 4\sqrt{2}\sin(\omega t + 60^o)V$。

求$u_{1+}u_2 = ?$

解:因为同频率同性质的正弦量相加后仍为正弦量，故

$u_{1+}u_2 = u = U\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi)$, 只要求出U及$\varphi$问题就解决了。

解1:相量图法求解如下:具体步骤为三步法（如图2—1—2所示):

第一步：画出正弦量u_1、u_2的相量$\dot{U}_1$、$\dot{U}_2$（U_1＝6，U_2＝4).

第二步：在相量图上进行相量的加法，得到一个新相量$\dot{U}$。

利用 ABC求出A C的长度为9.68，即新相量$\dot{U}$的长度。

利用 ABC求出α的数值为11.9°，则$\varphi = \alpha + 30^\circ = 41.9^\circ$。

第三步:把新相量$\dot{U}$还原为正弦量u：

$\dot{U} \rightarrow u = 9.68\sqrt{2}\sin(\omega t + 41.9^\circ)(V)$

以上三步总结如下：

$$\begin{array}{ccccc} u_1 & + & u_2 & = & u \\ \downarrow & & \downarrow & & \uparrow \\ \dot{U}_1 & + & \dot{U}_2 & = & \dot{U} \end{array}$$

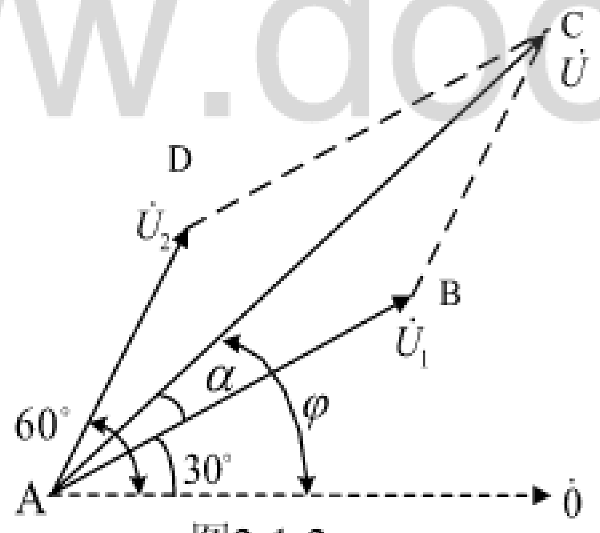


图2-1-2

（4) 相量式（复数)表示法:

使复数的模等于正弦量的幅值（或有效值);

使复数的复角等于正弦量的初相角.

注：① 实际表示时多用有效值。

② 复数运算时，加减常用复数的代数型，乘除常用复数的极坐标型。

③ 利用复数，可以求解同频率正弦量之间的有关加减乘除问题。

解2: 复数法求解如下:具体步骤为三步法：

第一步:正弦量表示为复数（极坐标形式)：

$u_1 \rightarrow \dot{U}_1 = 6\angle 30^\circ = 5.2 + j3$

$u_2 \rightarrow \dot{U}_2 = 4\angle 60^\circ = 2 + j3.47$

第二步:复数运算，产生一个新复数 $\dot{U}$ 。

$\dot{U} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2 = (5.2 + j3) + (2 + j3.47) = 7.2 + j6.47 = 9.68\angle 41.9^\circ$

第三步:把新复数还原为正弦量.

$\dot{U} \rightarrow u = U\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi) = 9.68\sqrt{2}\sin(\omega t + 41.9^\circ)$

以上三步总结如下:

$$
\begin{array}{ccccc}
u_1 & + & u_2 & = & u \\
\downarrow & & \downarrow & & \uparrow \\
\underbrace{\dot{U}_1 & + & \dot{U}_2 & = & \dot{U}}
\end{array}
$$

2.2。2　基本定律

1． 欧姆定律

交流电路欧姆定律：$|Z| = \frac{U}{I}$ (有效值形式电压电流关系).

交流电路欧姆定律的复数形式:$Z = \frac{\dot{U}}{\dot{I}}$ (复数形式电压电流关系)。

注**:** $Z = |Z|\angle\varphi$ 。

2．　克希荷夫定律

克希荷夫电流定律：$\sum \dot{I} = 0$

克希荷夫电压定律：$\sum \dot{U} = 0$

2．**2.3** 基本分析方法

直流电路分析方法在交流电路中同样适用，只不过要注意元件性质的正确表达及引进复数的若干问题。

2.2. 4 交流电路中的功率

设电路两端电压和电路中的电流分别为：

$u = U_m \sin\omega t$， $i = I_m \sin(\omega t - \varphi)$，

瞬时功率 p=ui

平均功率 $P = \frac{1}{T}\int p\,dt = UI\cos\varphi = P_1 + P_2 + \ldots\ldots (w)$ 。

无功功率 $Q = UI\sin\varphi = \left|\sum Q_L - \sum Q_C\right| (Var)$ 。

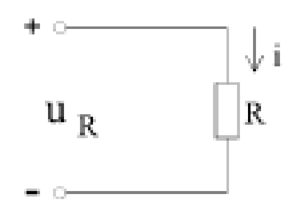
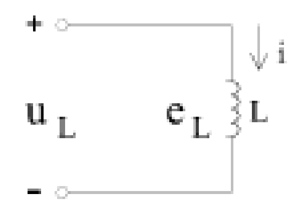
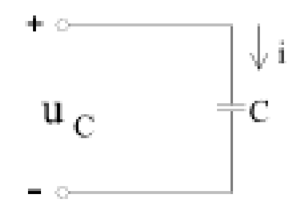
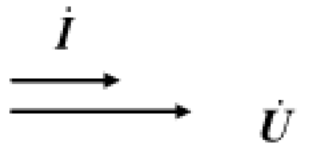
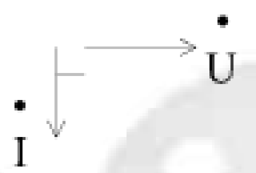
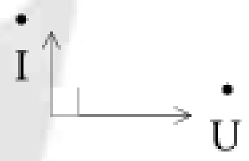
视在功率 $S = UI = \sqrt{P^2 + Q^2}\,(\mathrm{VA})$.

功率因数 $\cos\varphi = \frac{P}{S}$

2。2 。**5 R,L,** C 单一参数元件的电压、电流及功率关系

电阻、电感和电容（单一参数元件）中的电压、电流关系及功率关系，是分析正弦电路的理论基础。现列表归纳如下:

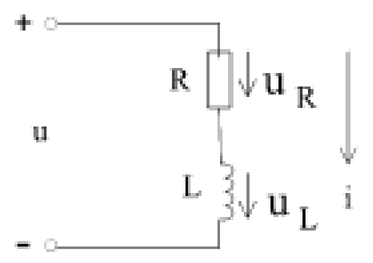
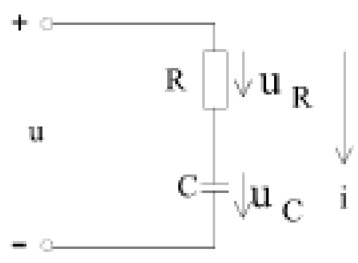
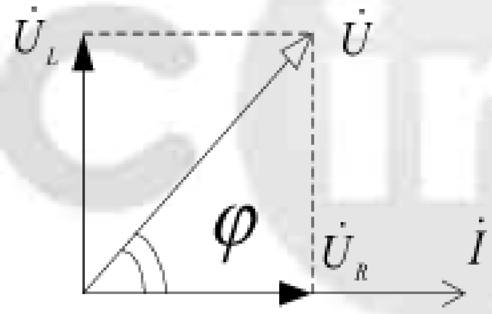
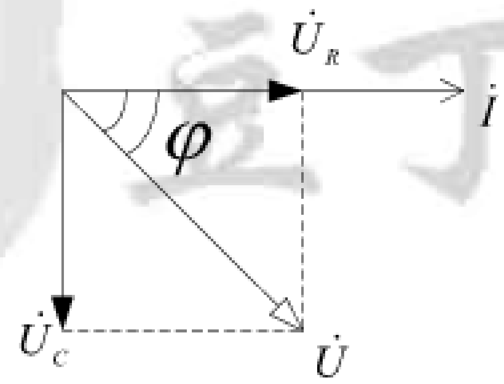
表 2-1:单一参数交流电路中电压、电流及功率关系

电路 \ 项目			
瞬时值关系	$u_R = iR$	$u_L = L\frac{di}{dt}$ $(i = \frac{1}{L}\int u_L dt)$	$u_C = \frac{1}{C}\int idt \ (i = C\frac{du_C}{dt})$
有效值关系	$U_R = IR$	$U_L = IX_L$（X_L感抗）	$U_C = IX_C$（X_C容抗）
相量式	$\dot{U}_R = \dot{I}R$	$\dot{U}_L = j\dot{I}X_L$	$\dot{U}c = -j\dot{I}Xc$
相量图	 (电压电流同相)	 (电流滞后电压 90º)	 (电流超前电压 90º）
复数阻抗	Z=R	Z =j X_L	Z= -j X_C
有功功率	$P = UI = I^2R = \frac{U^2}{R}$	0	0
无功功率	Q =0	$Q = UI = I^2X_L$	$Q = UI = I^2X_C$

2.2.6 RL、RC 串联电路中电压电流及功率关系

RL、RC 串联电路中电压电流及功率关系如表 2．2 所示。

表 2—2:RL、RC 串联电路中电压电流及功率关系

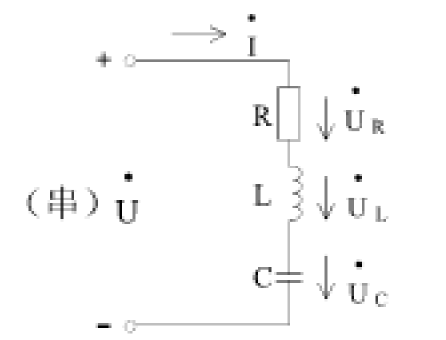
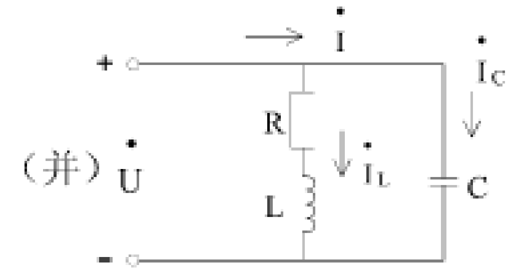
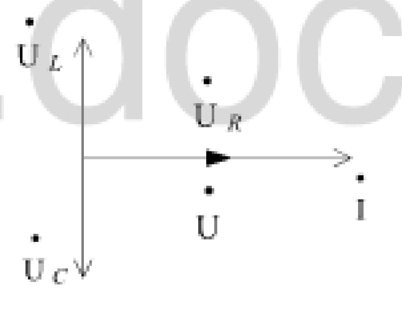
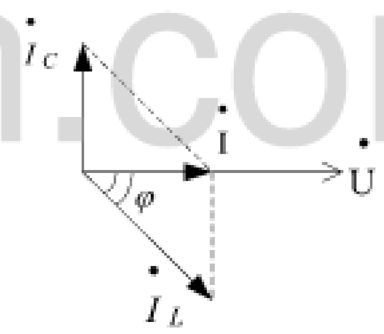
电路 / 项目		
电路		
瞬时关系	$u=u_R+u_L$	$u=u_R+u_C$
复数关系	$\dot{U}=\dot{U}_R+\dot{U}_L$	$\dot{U}=\dot{U}_R+\dot{U}_C$
总阻抗（合阻抗）	$\lvert Z\rvert=\sqrt{R^2+X_L{}^2}$	$\lvert Z\rvert=\sqrt{R^2+X_C{}^2}$
复阻抗	$Z=R+jX_L$	$Z=R+(-jX_C)$
相量图		
有功功率	$P=UI\cos\varphi=\frac{U_R^2}{R}=I^2R$	$P=UI\cos\varphi=\frac{U_R^2}{R}=I^2R$
无功功率	$Q=UI\sin\varphi=\frac{U_L^2}{X_L}=I^2X_L$	$Q=UI\cos\varphi=\frac{U_C^2}{X_C}=I^2X_C$

注：ＲＬ、RC 串联电路都存在三个三角形，即阻抗Δ、电压Δ及功率Δ，而且三个三角形都是相似Δ。

2。2．7 电路的谐振

在含有 L、C 的电路中,当满足一定条件时，出现电路总电压与总电流同相位的现象,称这种状态为谐振。谐振又分串联谐振和并联谐振两种，现比较如下：

表 2—3：串联谐振与并联谐振的比较

电路 / 项目		
电路		
谐振条件	$X_L = X_C(\omega L = \frac{1}{\omega C})$	$I_L \sin\varphi = I_C$
谐振频率	$f_o = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$	$f_o = \frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2}}$
总阻抗	$\|Z_0\| = R$（最小）	$\|Z_0\| = \frac{L}{RC}$(最大）
总电流	$I = I_0 = \frac{U}{R}$（最大)	I（最小）
分与总的关系	$U_L = U_C = QU$ 串联谐振又称电压谐振	$I_L \approx I_C = QI$（R<<X_L） 并联谐振又称电流谐振
相量图		

注：**Q** 是电路的品质因数

2.3 重点与难点

2.３。**1** 重点（单相交流电路的分析与计算是本章的重点)

1.直流电路的定律、准则、分析方法同样适用于正弦交流电路，直流电路的解题思路同样适用于交流电路.

2。 交流电路的欧姆定律$|Z| = \frac{U}{I}$及复数形式 Z=$\frac{\dot{U}}{\dot{I}}$适用于一个元件，又适用于一条支路,也适用于全电路。

3． 元件（负载）的性质决定电压电流的相位差,决定有功功率和无功功率的大小。

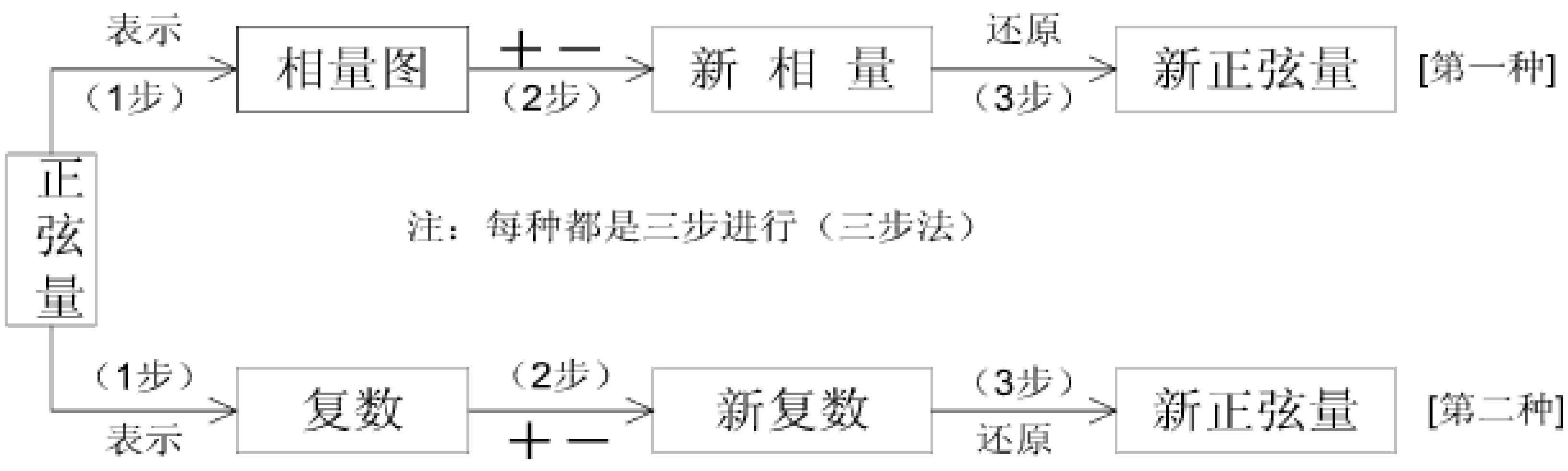
4。RL 串联、ＲC 串联时,借助电路存在的三个相似三角形分析求解较为方便。

５。　不同的题目选用不同的解题方法:

（1） 有的习题，用有效值公式就可以求解，再结合元件性质也可以画出相量图.

（2）有的习题,用复数法求解较为简便,求解后再画相量图也很容易。

(3）有的习题,可以用相量图法和复数法两种方法求解。



（4） 不少题目，根据题意，估画相量图，借助相量图，逐步求之,既直观又方便.

（5） 与功率相关的问题，首先应该考虑 $P=UI\cos\varphi$，$Q=UI\sin\varphi$，S=UI。然后再考虑 P、Q、S 所组成的功率三角形之间的关系。如果是多个 R、L、C 时，可利用下面的方法求解。

$$P=UI\cos\varphi=P_1+P_2+\ldots\ldots$$

$$P_1=\frac{{U_{R_1}}^2}{R_1}={I_{R_1}}^2\cdot R_1$$

$$Q=UI\sin\varphi=\left|\sum Q_L-\sum Q_C\right|$$

$$\sum Q_L=Q_{L_1}+Q_{L_2}+\ldots\ldots.$$

$$\mathrm{Q}_{L_1}=\frac{{U_{L_1}}^2}{X_{L_1}}={I_{L_1}}^2\cdot X_{L_1}$$

$$\sum Q_C=Q_{C_1}+Q_{C_2}+\ldots\ldots.$$

$$\mathrm{Q}_{C_1}=\frac{{U_{C_1}}^2}{X_{C_1}}={I_{C_1}}^2\cdot X_{C_1}$$

$$S=UI=\sqrt{P^2+Q^2}$$

2。3．2 难点

1． 交流电路中符号繁多，但各有其物理意义.

正弦量有三种（e、u、 i ），每种又有三个值(以电压为例，u、U、U_m)。

正弦量的表示法(电路中）又分相量图法和相量式法,尽管表示符号都为 $\dot{U}$ ，在相量图中代表有方向的线段,在相量式中代表一个复数。在电路分析计算时,正弦量、相量、复数三者互为表示，互为转换,但并不等于。

2． 个别习题需要几个方面综合考虑方可求解。

在图 2 —1—3(a)中，已知电路及有关参数， f =50Hz，u=2 2 0 $\sqrt{2}\sin\omega t V$ 。

（1）求电流表 A 及功率表 P 的读数,

（2）S 闭合, A 为 5 A , P 为 10 0 0 w, 求 R 及 C?

解（1）S 闭合前：$\dot{I}' = \dot{I}_L$；

$$I' = I_L = \frac{220}{\sqrt{30^2+40^2}} = 4.4(A)\text{(电流表的读数)}$$

$$\cos\varphi' = \cos\left[\tan^{-1}\frac{40}{30}\right] = \cos 53.13 = 0.6$$

$$P' = UI'\cos\varphi' = 580(w)\text{(功率表的读数)}$$

（2）S 闭合后：$\dot{I} = \dot{I}_L + \dot{I}_C$

$$\cos\varphi = \frac{P}{UI} = \frac{1000}{220\times 5} = 0.91, \quad \varphi = 24.6^\circ$$

① 以 $\dot{U}$ 为参考相量，画出 $\dot{I}_L$ 相量（$I' = 4.4,\ \varphi' = -53.13^\circ$）及 $\dot{I}$ 相量（I＝5，$\varphi = 24.6^\circ$），如图 2—1-3(b)所示.

② 由⊿BAC 求出 BC，则 BC＝AD， I $_C$可知。

③ 由⊿C A D 求出(α+2 4 ．6°），α 可知。

④ 由 RC 串联支路组成的电压⊿，如图 2-1—3（C）所示,画出与之相似的阻抗⊿,如图 2-1-3(d ）所示,在阻抗⊿中，$|Z_C| = \frac{U}{I_C}$，故 R、X_C、C 可求（具体求解见后述）。

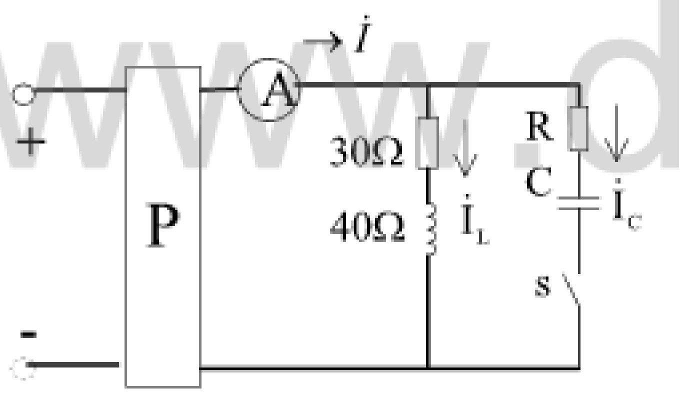


图2-1-3(a)

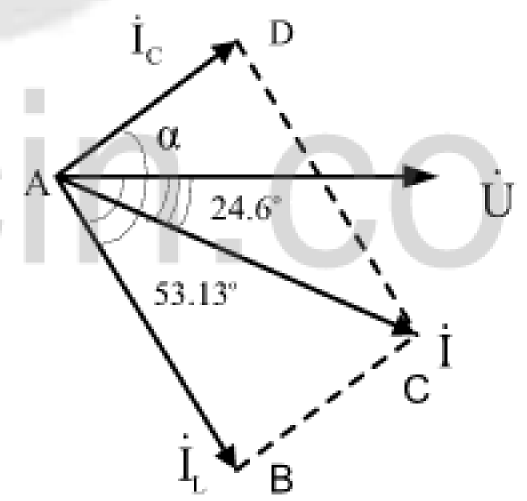


图2-1-3（b）

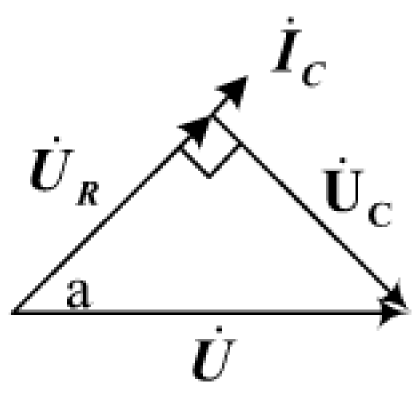


图**2-1-3(C)**

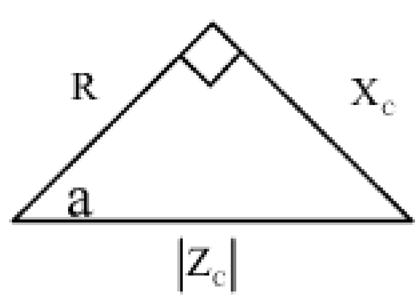


图**2-1-3(d)**

2。4 例题与习题解答

2 。**4.** 1 。 例题

例 2—1：已知 $i_1 = 5\sqrt{2}\sin(\omega t + 30^o)(A)$

$$i_2 = 10\sqrt{2}\sin(\omega t - 60^o)(A)$$

(1)求各正弦量对应的相量,并画出相量图；
（2）借助相量图，求 i_1 ＋ i_2;
（3）求各正弦量的相量式(复数式）;
（4）借助复数求 $i_1 - i_2$。

注：正弦量与相量之间是一一对应的关系，只能用（→）表示，而不能用等号。

解:(1）设零参考相量（只有方向,没有大小)，分别画出 i_1、i_2 的相量 $\dot{I}_1$、$\dot{I}_2$(长度用有效值)，如图 2—1 -4 所示：

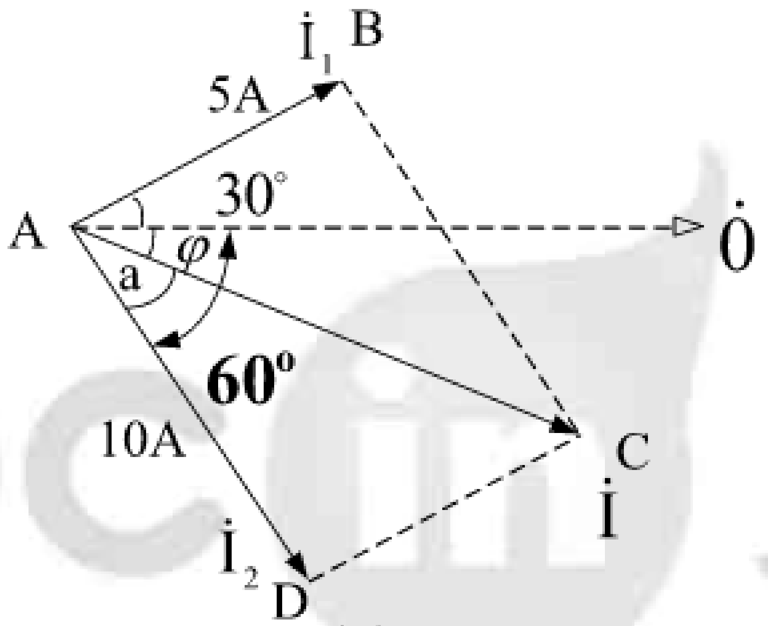


图 **2-1-4**

（2）参阅前述利用相量图求正弦量的和（或差）的三步法思路：

在△ABC 中:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \bullet BC \times \cos(180^o - 90^o)$$
$$AC^2 = 5^2 + 10^2 - 2 \times 5 \times 10 \times 0$$
$$AC(I') = 11.18(A)$$

在△ADC 中：

$$DC^2 = AC^2 + AD^2 - 2AC \cdot AD \cdot \cos(\alpha)$$
$$5^2 = 11.18^2 + 10^2 - 2 \times 11.18 \times 10 \times \cos\alpha$$
$$\cos\alpha = 0.89$$
$$\alpha = 26.56^\circ$$
$$\varphi = 60^\circ - 25.56^\circ = 33.44^\circ$$

故 $i_1 + i_2 = 11.18\sqrt{2}\sin(\omega t - 33.44^\circ)(A)$

(3) $\dot{I}_1 = 5\angle 30^\circ = 5\cos 30^\circ + j5\sin 30^\circ = 4.33 + j2.5$

$$\dot{I}_2 = 10\angle -60^\circ = 10\cos 60^\circ + j10\sin(-60^\circ) = 5 - j8.66$$

（4）参阅前述利用相量式（复数)求解正弦量的加、减、乘、除问题的三步法思路:

$$\dot{I}_1-\dot{I}_2=(4.33+j2.5)-(5-j8.66)=-0.67+j11.16.=11.18\angle-86.56^{\circ}\text{（A）}$$

故：$i_1-i_2=i=11.18\sqrt{2}\sin(\omega t-86.56^{o})(A)$。

例 2—2：在图 2-1—5（a)中,已知电路及参数，u=3 1 1 s in (31 4 t) (V)，试求：

(1）A、V_1、V_2及 V_3的读数；

(2) u_1及u_2的表达式；

(3)电路的Ｐ、Ｑ、Ｓ;

（４）画出相量图.

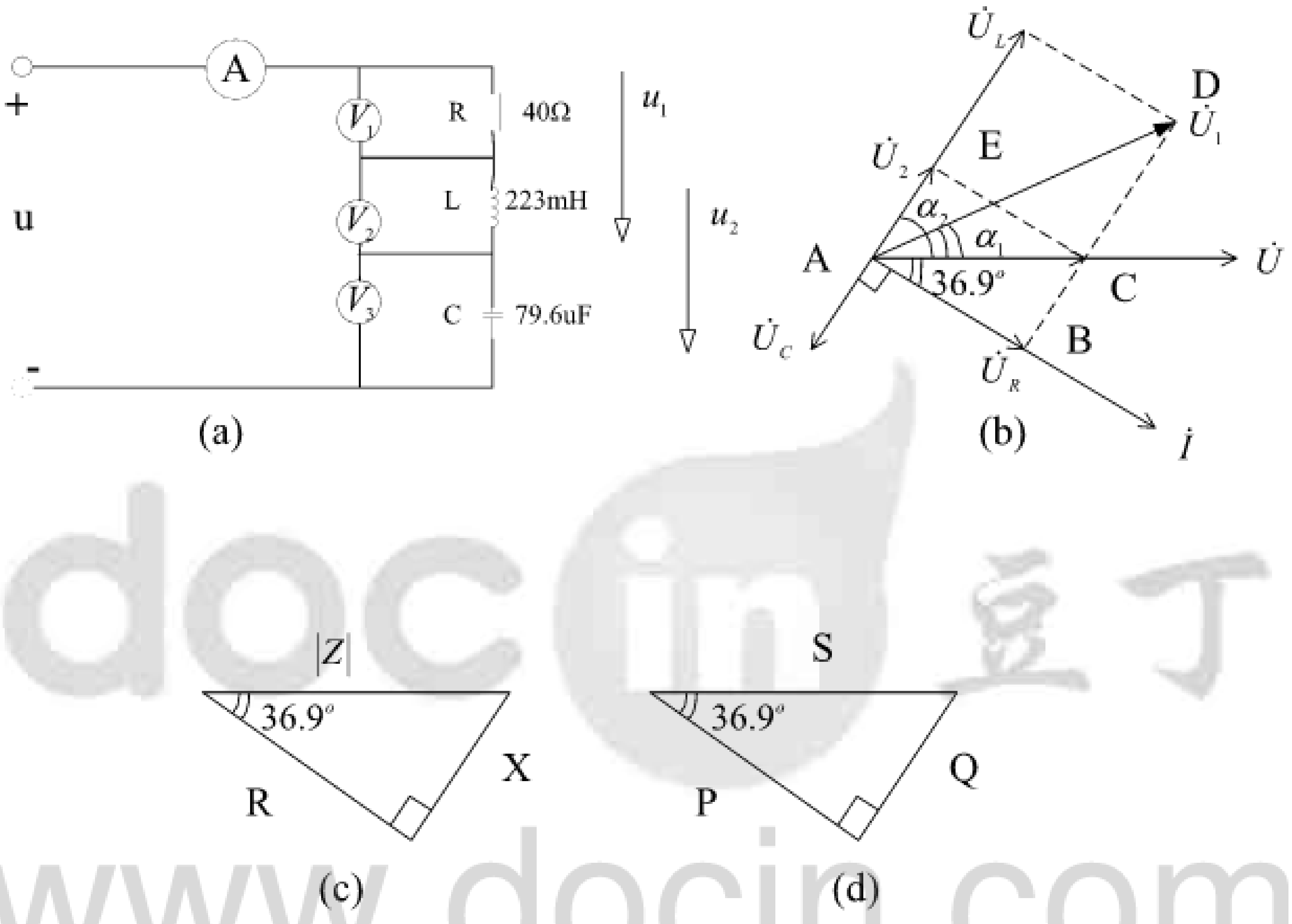


图2-1-5

解：此题是 RLC 串联电路，求解的方法有两种:

解法一：利用交流电路电压电流关系式及电压三角形≌阻抗三角形≌功率三角形，估画相量图,如图 2－1- 5（b）所示，借助相量图求之。阻抗三角形、功率三角形如图 2-1—5(c)及 2-1—5(d）所示:

（1） $X_L=\omega L=314\times223\times10^{-3}=70(\Omega)$ 。

$$X_C=\frac{1}{\omega C}=\frac{1}{314\times76.9\times10^{-6}}=40(\Omega)\text{。}$$

$$U=\frac{311}{\sqrt{2}}=220(V)\text{。}$$

$$|Z|=\sqrt{R^2+(X_L-X_C)^2}=\sqrt{40^2+(70-40)^2}=50(\Omega)\text{。}$$

$$\varphi=\arctan\frac{X_L-X_C}{R}=36.9^{\circ}\text{。}$$

A 的读数 $I=\frac{U}{|Z|}=\frac{220}{50}=4.4(A);$

V_1 的读数 $U_R=RI=4.4\times40=176(V);$

V_2 的读数 $U_L=IX_L=4.4\times70=308(V);$

V_3 的读数 $U_C=IX_C=4.4\times40=176(V)$。

（2）要求 u_1、u_2，需知(U_1、φ_1)、(U_2、φ_2)，估画相量图，借助相量图求之。

• 画出 $\dot{U}$ 相量（参考相量，初相角设为 0^o）;

• 画出 $\dot{I}$ 相量（ I ＝4.4，$\varphi=-36.9^\circ$）;

• 以 $\dot{I}$ 相量为基准，画 $\dot{U}_R$、$\dot{U}_L$、$\dot{U}_C$ 及 $\dot{U}_1$、$\dot{U}_2$ 相量;

• 定电压三角形.

由图 2－5（b)知：

$U_1=\sqrt{{U_L}^2+{U_R}^2}=\sqrt{308^2+176^2}=355(V);$

$U_2=U_L-U_C=308-176=132(V)$。

在△ACD 中，$CD^2=AC^2+AD^2-2AC\cdot AD\cos\alpha_1$，则 $\alpha_1=23.4^\circ$

同理在△ACE 中 $\alpha_2=53.13^\circ$。

故 $u_1=355\sqrt{2}\sin(\omega t+23.4^o)(V)$；

$u_2=132\sqrt{2}\sin(\omega t+53.13^o)(V)$.

(3) 求 P、Q、S

① $P=UI\cos\varphi=220\times4.4\times\cos36.9^\circ=774(W)$。

或 $\boldsymbol{P=I^2R=4.4^2\times40=774(w)}$

② $Q=UI\sin\varphi=220\times4.4\times\sin36.9^\circ=581(Var)$。

或 $Q=|Q_L-Q_C|=I^2X_L-I^2X_C=4.4^2\times70-4.4^2\times40=581(Var)$

或借助功率三角形求解。

③ $S=UI=220\times4.4=968(VA)$。

或 $S=\sqrt{P^2+Q^2}=UI=968(VA),$

解法二:利用复数形式的电压电流关系及复数运算求解:

(1) $Z=R+jX=40+j(70-40)=5\angle36.9^\circ$ (Ω).

$\dot{I}=\frac{\dot{U}}{Z}=\frac{220\angle0^o}{50\angle36.9^o}=4.4\angle-36.9^o$ (A)，故A的读数为4.4A 。

$\dot{U}_R=R\dot{I}=4.4\angle-36.9^o\times40=176\angle-36.9^o$ (V)，故 V_1 的读数为 176V。

$\dot{U}_L=\dot{I}(jX_L)=4.4\angle-36.9^o\times j70=308\angle53.1^o$ (V)，故 V_2 的读数为 308 V。

$\dot U_C = \dot I(-jX_C) = 4.4\angle -36.9^o \times(-j40) = 176\angle -126.9^o$ （V),故 V_3 的读数为 176V.

（2） $\dot U_1 = \dot I\ (R + jX_L) = 4.4\angle -36.9^o \times(40 + j70) = 355\angle 23.4^o$ （V).

故 $u_1 = 355\sqrt{2}\sin(\omega t + 23.4^o)(V)$。

$\dot U_2 = \dot I_1(jX_L - jX_C) = 4.4\angle -36.9^o \times j30 = 132\angle 53.1^o$ (V)。

故 $u_2 = 132\sqrt{2}\sin(\omega t + 53.1^o)(V)$。

（3）P、Q、S 求解见解法（一）。

（4） 复数运算之后,画相量图就很容易了，见 2－1-5(b)所示.

例 2－3：在电路 2 -1－6(a)中，已知电路及参数，$u = 27.72\sqrt{2}\sin\omega t V$，

求:（1) $\dot I$、$\dot I_1$、$\dot I_2$ 及 $\dot U_1$、$\dot U_2$；

(2) P 、**Q**、 S；

(3 ）画出相量图。

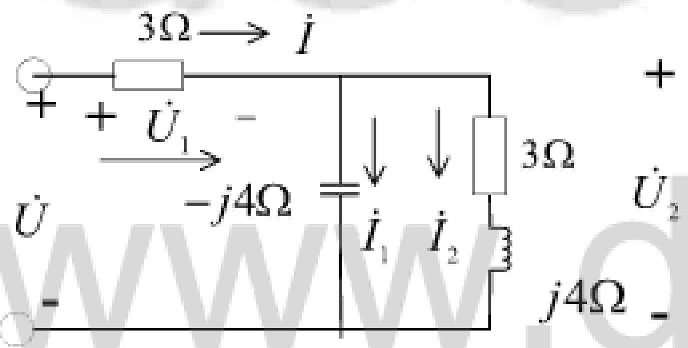


图2-1-6（a）

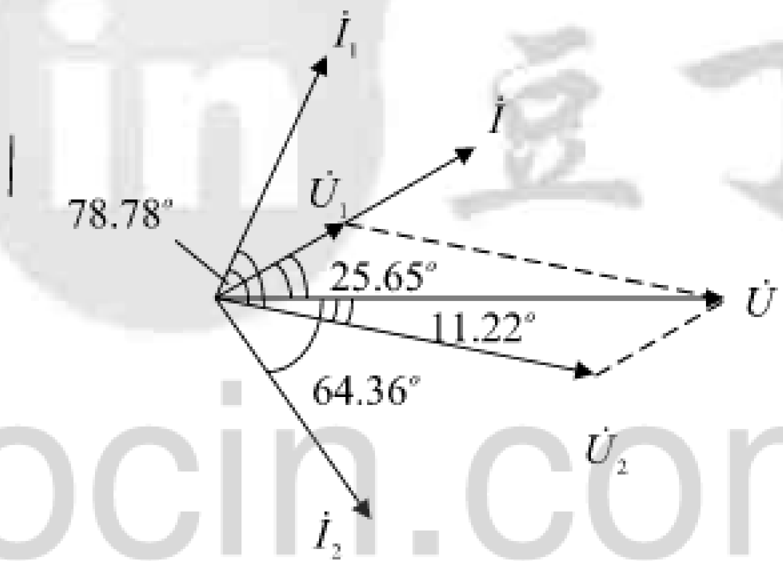


图2-1-6（b）

解:

（1）此题属于已知总(电压）求分（电流、电压)的类型，先求出总阻抗，便知总电流，

利用分流公式求出 $\dot I_1$、$\dot I_2$,再利用电压电流关系,求出 $\dot U_1$ 及 $\dot U_2$ 。

Z= 3 ＋［(-j4）//（3＋j4)］＝9.2 4 $\angle -25.65^\circ$ (Ω)

$$\dot I = \frac{\dot U}{Z} = \frac{27.72\angle 0^\circ}{9.24\angle -25.65^\circ} = 3\angle 25.65^\circ(A)$$

$$\dot{I}_1=\dot{I}\frac{3+j4}{(-j4)+(3+j4)}=5\angle 78.78^{\circ}(A)$$

$$\dot{I}_2=\dot{I}\frac{-j4}{(-j4)+(3+j4)}=4\angle -64.35^{\circ}(A)(或者\dot{I}_2=\dot{I}-\dot{I}_1)$$

$\dot{U}_1=\dot{I}\cdot 3=3\angle 25.65^{o}\times 3=9\angle 25.65^{o}$ （V）。

$\dot{U}_2=\dot{I}_2(3+j4)=\dot{I}_1\times(-j4)=20\angle -11.22^{o}$ （或者 $\dot{U}_2=\dot{U}-\dot{U}_1$ ）(V)。

（2） $P=UI\cos\varphi=P_1+P_2=I^2\times 3+I_2{}^2\times 3=75(\mathrm{W})$。

$Q=UI\sin\varphi=\left|\sum Q_L-\sum Q_C\right|=\left|I_2{}^2\times 4-I_1{}^2\times 4\right|=36(Var)$.

$S=UI=\sqrt{P^2+Q^2}=83.16(VA)$

（3） 相量图如 2 —1— 6 (b) 所示。

例 2－4:在电路 2 — 1 - 7（a）中，已知电路及参数，通过 R_2 的电位为 4 A,试求：

（1）总电流 I 及总电压 U；

(2)求电路的 P、**Q**、 S 。

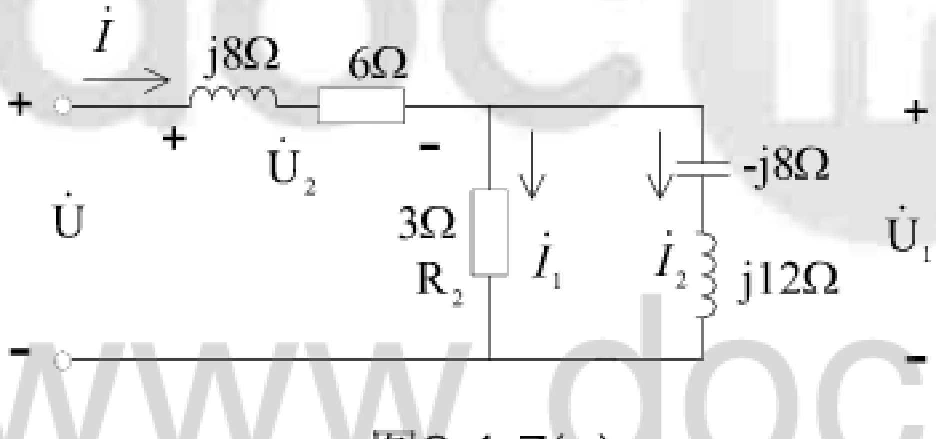


图2-1-7(a)

此题属于已知分（电流）求总(电流、电压）的类型,求解的方法有两种：

解法一：利用复数，通过计算求解

（1）设 $\dot{I}_1=4\,A\angle 0^{o}$， 则 $\dot{U}_1=3\dot{I}_1=12\angle 0^{\circ}$ （V）

$$\dot{I}_2=\frac{\dot{U}_1}{j12-j8}=\frac{12\angle 0^{\circ}}{j4}=\frac{12\angle 0^{\circ}}{4\angle 90^{\circ}}=3\angle -90^{\circ}(A)\text{。}$$

$\dot{I}=\dot{I}_1+\dot{I}_2=4\angle 0^{\circ}+3\angle -90^{\circ}=5\angle -36.87^{\circ}$ 故：I= 5 （A）

$\dot{U}_2=\dot{I}(6+j8)=5\angle -36.87^{o}\cdot 10\angle 53.13^{o}=50\angle 16.26^{o}$ (V)。

$\dot{U}=\dot{U}_1+\dot{U}_2=12\angle 0^{\circ}+50\angle 16.26^{\circ}=60+j14=61.6\angle 13.13^{\circ}(V)$，故：U=61.6（V）

(2) $P=UI\cos\varphi=61.6\times 5\times\cos[13.13-(-36.87)]=61.6\times 5\times 0.6\approx 190(\mathrm{W})$。

或 $P=I^2 6+I_1{}^2\times 3=5^2\times 6+4^2\times 3=190$（W）。

$\mathbf{Q}=UI\sin\varphi=61.6\times 5\times 0.76=236(Var)$。

或 $\mathbf{Q}=\left|\sum Q_L-\sum Q_C\right|=\left|(I^2\times 8+I_2{}^2\times 12)-I_2{}^2\times 8\right|=236(Var)$.

$S=UI=61.65\times 5=308(VA)$

或 $S=\sqrt{P^2+Q^2}=308(VA)$

解法二：根据题意和局部求解,估画相量图,借助相量图求之，如图 2- 1 -7（b）所示

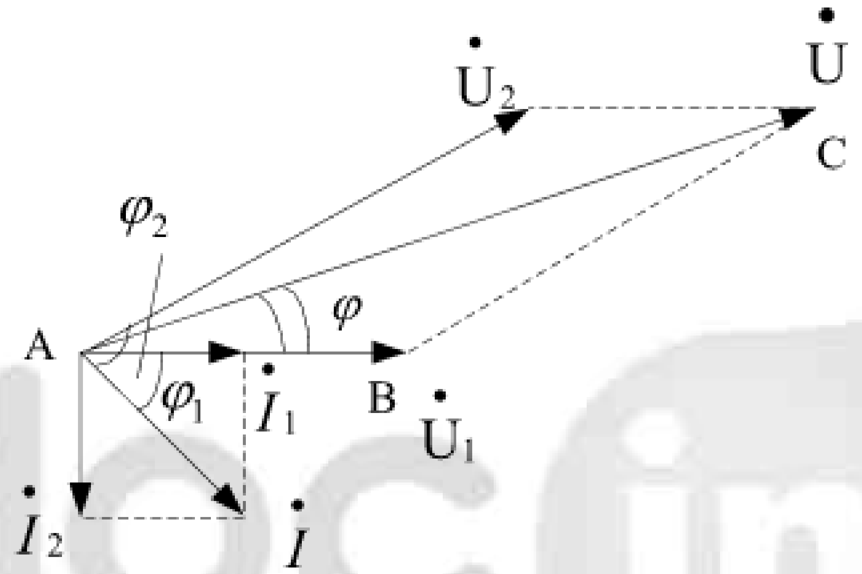


图2-1-7(b)

(1)① 设 I_1 的初相角为 0º,画出其相量.

②求出 U_1: $U_1=I_1R_2=4\times 3=12(V)$，画出 $\dot{U}_1$ 相量($\dot{U}_1$ 与 $\dot{I}_1$ 同相)。

③求出 I_2：$I_2=\dfrac{U_1}{X_L-X_C}=\dfrac{12}{12-8}=3(A)$，画出 $\dot{I}_2$ 相量（$\dot{I}_2$ 滞后 $\dot{U}_1 90^\circ$）。

④ 求出总电流 I：$I=\sqrt{I_1^2+I_2^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5(A)$，画出 $\dot{I}$ 相量（$\varphi_1=\arctan\dfrac{3}{4}=36.87^\circ$）。

⑤求出 U_2：$U_2=I|Z|=I\sqrt{6^2+8^2}=5\times 10=50(V)$,画出 $\dot{U}_2$ 相量(以 $\dot{I}$ 为参考，$\varphi_2=\arctan\dfrac{8}{6}=53.13^\circ$）。

⑥求出 U。:在△A B C 中，$AC^2=AB^2+BC^2-2\cdot AB\cdot BC\cos[180^\circ-(\varphi_2-\varphi_1)]$，

AC=61.6（V）。

（2）P、**Q**、S 求解同解法一.

例 2－5：已知电路图 2— 1 -8（a），$\dot{U}=100\angle 0^\circ V$，$X_{L_1}=30\Omega, X_{L_2}=20\Omega,$

$X_{C_1}=80\Omega,\ \ X_{C_2}=40\Omega$, 求通过 R 的电流.

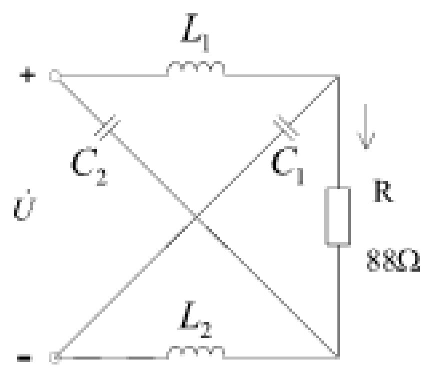


图2-1-8 (a)

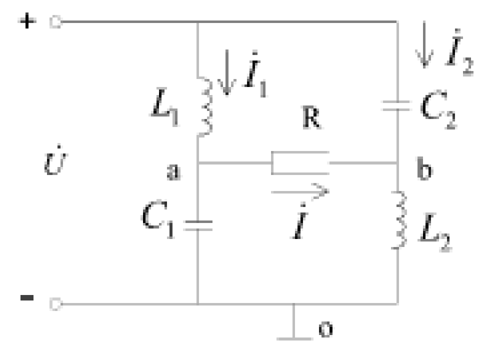


图2-1-8 (b)

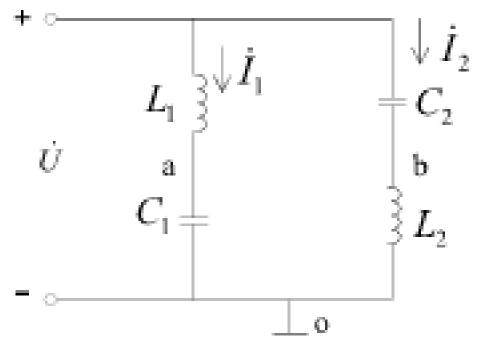


图2-1-8 (C)

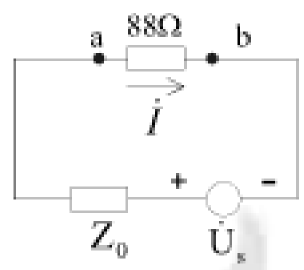


图2-1-8 (d)

解：把图 2—1 —8（a）改画为 2 —1-8(b ）的普通形式，设参考点 O，利用等效电源三步法求解如下:。

（1）除待求支路，产生 a、b 两点，余者为有源二端网络，如图 2—1 —8（C）所示。

(2)把有源二端网络等效为电压源($\dot{U}_S=\dot{U}_{ab}$；$Z_0=Z_{ab}$ ）

$$\dot{U}_{ab}=U_{ao}-U_{bo}=\left[\dot{I}_1\cdot(-jX_{C1})\right]-\left[\dot{I}_2(jX_{L2})\right]=\left[\frac{\dot{U}}{j30-j80}\cdot(-j80)\right]-\left[\frac{\dot{U}}{-j40+j20}(j20)\right]$$

$$=\frac{100\angle0^\circ\times80\angle-90^\circ}{50\angle-90^\circ}-\frac{100\angle0^\circ\times20\angle90^\circ}{20\angle-90^\circ}=160\angle0^\circ-100\angle180^\circ=60\angle0^\circ(V)$$

$$Z_{ab}=\left[jX_{L1}//(-jX_{C1})\right]+\left[(-jX_{C2})//jX_{L2}\right]$$

$$=\left[\frac{j30\cdot(-j80)}{j30+(-j80)}\right]+\left[\frac{(-j40)\cdot j20}{-j40+j20}\right]$$

$$=48\angle90^\circ+40\angle90^\circ=j48+j40=j88(\Omega)$$

根据 $\dot{U}_{ab}$ 、Zab 画出电压源模型，如图 2—1-8(d）所示.

（3)接进待求支路，求出电流 $\dot{I}$,如图 2－1-8（ d ）所示。

$$\dot{I}=\frac{\dot{U}_S}{Z_0+R}=\frac{60\angle0^\circ}{88+j88}=\frac{60\angle0^\circ}{124.45\angle45^\circ}=0.48\angle-45^\circ(A)$$ 。

2．4. 2 习题解答

2－1 题、 2 -2 题属于已知正弦量的三要素求正弦量的表达式。

2－3 题、 2 －4 题属于正弦量与相量式(复数）的互为表示问题.

2 -5 题属于正弦量与相量式的互为表示及求函数和的问题。

2- 6 解：本题属于用相量法求正弦量的和及差的问题，而相量法又包括相量图法和相量式法（复数法),因为是同性质（同频率)物理量,两种方法皆可。

2— 7 解:已知线圈的电感 L= 1 00m H，电阻不计.当线圈电流 i ＝14. 1 sin（3 1 4 t＋30°）mA 时,求感抗 X_L 及线圈电压 $\dot{U}$ 。

解: $X_L=\omega L=314\times100\times10^{-3}=31.4(\Omega)$

$$\dot{I}=(\frac{14.1}{\sqrt{2}})\angle30^\circ=10\angle30^\circ mA=0.01\angle30^\circ(A)$$

$$\dot{U}=jX_L\cdot\dot{I}=31.4\angle90^\circ\times0.01\angle30^\circ=0.314\angle120^\circ(V)$$

2-8 当线圈接在 6 0 V 直流电源上时电流为 10 A ,接在 50H z，60V 交流电源时电流为 6 A，求线圈的 R、感抗 X_L 及电感 L 。

解：根据题意画出电路图,图 2 — 8 (a)接直流电,图 2-8(b）接交流电。

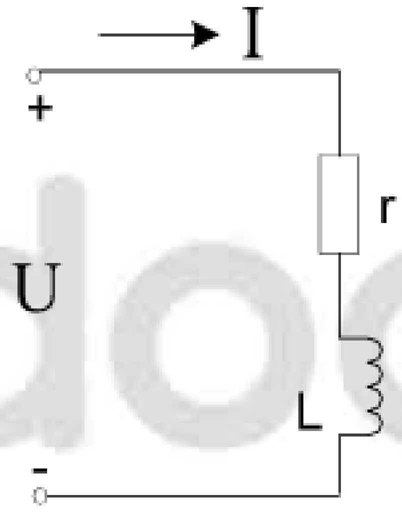


图 2－ 8 （ a ）

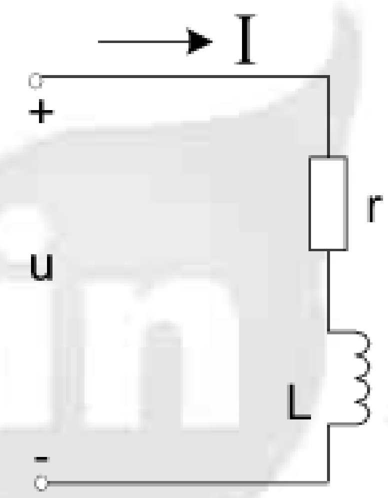


图 2－8（b)

接直流电时：$X_L=\omega L=0$

线圈电阻: $r=\frac{U}{I}=\frac{60}{10}=6(\Omega)$

接交流电时：$|Z|=\frac{60}{6}=10(\Omega)$

$|Z|=\sqrt{r^2+X_L^2}$ （阻抗△）

$X_L=\sqrt{10^2-6^2}=8(\Omega)$

$X_L=2\pi fL$，故 $L=\frac{8}{2\pi f}=\frac{8}{314}=25.5(mH)$

2—9:解 根据 $\frac{\dot{U}}{Z}=\dot{I}=I\angle\varphi$，迅速求出 I 及 φ 。

2－ 1 0：解:根据 $\frac{\dot{U}}{\dot{I}}=Z=|Z|\angle\varphi$,迅速求出 Z，再根据 φ 角正负定阻抗性质,若 φ >0 为感性；φ =0 为阻性，φ <0 为容性。

2－11：在 R_1， X_L 与 R_2，X_c 串接电路中，已知，$R_1=10\Omega$， $X_L=4\Omega$，电源电压 $\dot{U}=100\angle-120^{\circ}$（v，电感电压 $\dot{U}_L=20\angle0^{\circ}(v)$。

(1) 画出电路图和相量图，(2) 求 R_2，X_c.

解：根据题意，画出电路，如图 2-11(a) 所示。

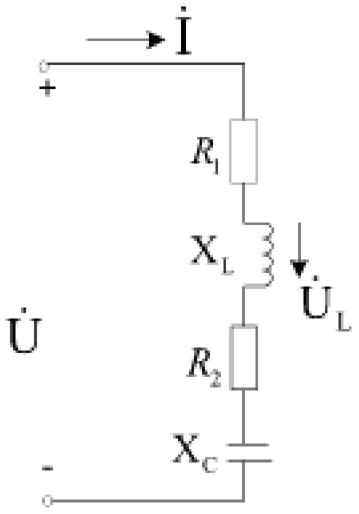


图 2—11（a）

$$\text{总电流 } \dot{I}=\frac{\dot{U}}{jX_L}=\frac{20\angle0^{\circ}}{4\angle90^{\circ}}=5\angle-90^{\circ}(A)$$

$$\text{总复阻抗 } Z=\frac{\dot{U}}{\dot{I}}=\frac{100\angle-120^{\circ}}{5\angle-90^{\circ}}=20\angle-30^{\circ}(\Omega)$$

根据总电压总电流相位差 30° 及串联电路三个△相似的关系，画出阻抗三角形，如图 2 －11（b）所示：

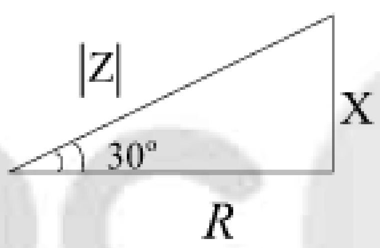


图 2 －11（b）

$R=|Z|\cos30^{\circ}=17.3(\Omega)$

故：$R_2=R-R_1=17.3-10=7.3(\Omega)$

$X=|Z|\sin30^{\circ}=|20|\times0.5=10(\Omega)$

因为电流超前 30°，电流全局呈容性.

故：$X_C-X_L=X$， $X_C=X+X_L=10+4=14(\Omega)$。

$\dot{U}_{R1}=\dot{I}R_1=5\angle-90^{\circ}\times10=50\angle-90^{\circ}(v)$；

$\dot{U}_{R2}=\dot{I}R_2=5\angle-90^{\circ}\times7.3=36.5\angle-90^{\circ}(v)$；

$\dot{U}_C=\dot{I}(-jX_C)=5\angle-90^{\circ}\times14\angle-90^{\circ}=70\angle-180^{\circ}(V)$

相量图如图 2 － 1 1(c)所示:

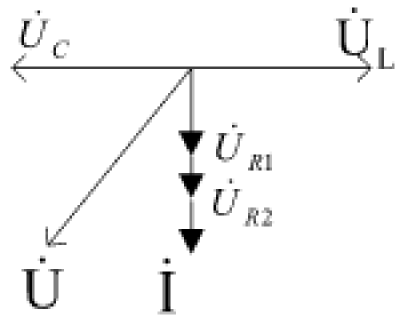


图 2—11（c）

2—12 在图 2—39 中，已知 $R_1=2\Omega$， $X_C=80\Omega$，$\dot{U}=100\angle60^{\circ}v$， $\dot{I}=10\angle0^{\circ}$。（1）求 R_2，和 X_L；（2）求 $\dot{U}_1$，$\dot{U}_C$， $\dot{U}_L$，$\dot{U}_2$，（3）画出电流及各电压相量图。

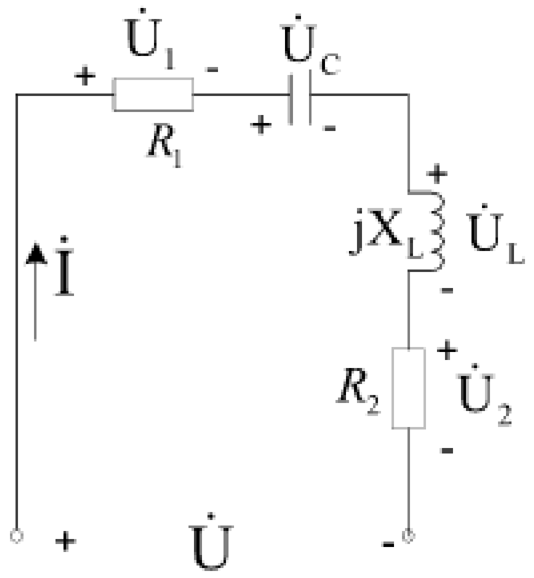


图 2－39 题 2—12

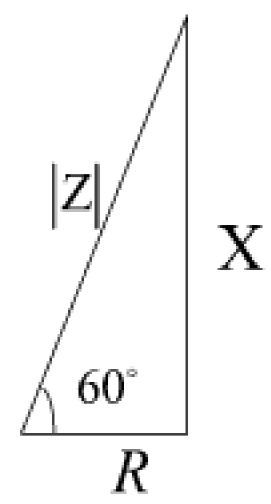


图 2 —39—1

解:（1）电路总阻抗为：　$Z=\dfrac{\dot{U}}{\dot{I}}=\dfrac{100\angle 62}{60\angle 0}=10\angle 60^\circ\ \Omega$；

根据总电压超前总电流 60° 及串联电路三个△相似的关系，画出阻抗△，如图 2－３9—1 所示。

$R=|Z|\cos 60^\circ=10\times 0.5=5(\Omega)$;

$R_2=R-R_1=5-2=3(\Omega)$；

$X=|Z|\sin 60^\circ=10\times 0.866=8.66(\Omega)$。

因为总电压超前总电流 60°，电路全局呈感性。

$X=X_L-X_C$，　　$X_L=X+X_C=8.66+80=88.66(\Omega)$.

（２）$\dot{U}_1=\dot{I}R_1=10\angle 0^\circ\times 2=20\angle 0^\circ(v)$;

$\dot{U}_C=\dot{I}(-jX_C)=10\angle 0^\circ\times 80\angle -90^\circ=800\angle -90^\circ(v)$;

$\dot{U}_L=\dot{I}(jX_L)=10\angle 0^\circ\times 88.66\angle 90^\circ=886.6\angle 90^\circ(v)$。

$\dot{U}_2=\dot{I}R_2=10\angle 0^\circ\times 3=30\angle 0^\circ(v)$。

（3）相量图如图 2－３ 9 -2 所示。

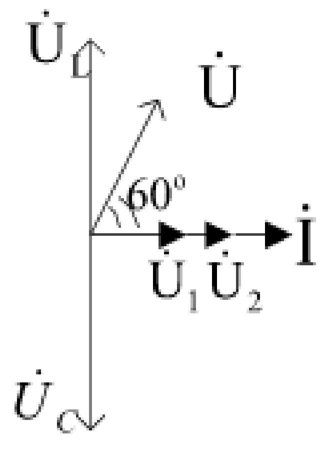


图 2 - 3 9— 2

２ －13:在图 2-4０中，已知 $\dot{U}=220\angle 0^\circ(v)$，$R_1=3\Omega$，$X_1=4\Omega$, $R_2=8\Omega$，$X_2=6\Omega$。

求 $\dot{I}_1$， $\dot{I}_2$，和 $\dot{I}$。

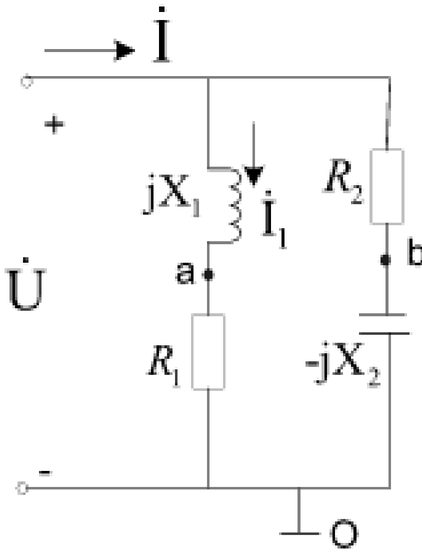


图 2－40 题 2—1 3

解，这类题目用复数法和相量图法都可以求解，复数法容易些.

$$\dot{I}_1=\frac{\dot{U}_1}{R_1+jX_1}=\frac{220\angle 0^o}{3+j4}=\frac{220\angle 0^o}{5\angle 53.13^o}=44\angle -53.13^o(A)；$$

$$\dot{I}_2=\frac{\dot{U}_2}{R_2+jX_2}=\frac{220\angle 0^o}{8-j6}=\frac{220\angle 0^o}{10\angle -36.87^o}=22\angle 36.87^o(A)；$$

$$\dot{I}_1+\dot{I}_2=44\angle\text{-}53.13+22\angle 36.87=49.2\angle\text{-}26.6(A).$$

2 —14：在图 2— 4 0 中，若已知条件与上题相同，求 $\dot{U}_{ab}$.

解：设参考点 o，则 $\dot{U}_{ao}=\dot{I}R_1(v)$；

$$\dot{U}_{bo}=\dot{I}(-j\times 2)(v)；$$

$$\dot{U}_{ab}=\dot{U}_{ao}-\dot{U}_{bo}=0(v)。$$

2 -15：在图 2 -41 中,已知正弦电压的频率 f ＝ 5 0 H_Z,L＝0．0 3 H。若开关 S 闭合或断开时电流表读数不变,试求 C 应是多少微法？

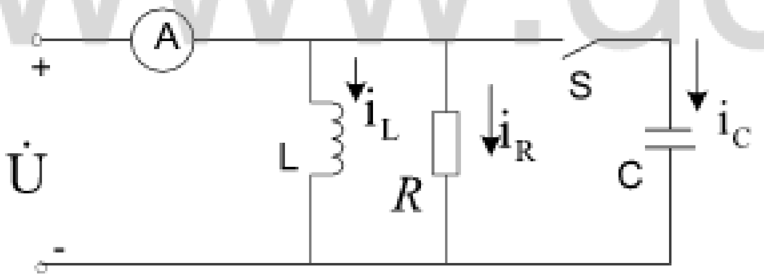


图 2 —41 题 2 -15

解:此题表面上求元件参数，实际上求通过 C 的电流,其解法依然有两种：

解法一：根据题意,估画相量图,如图 2-4 1 （a）,借助相量图求之。

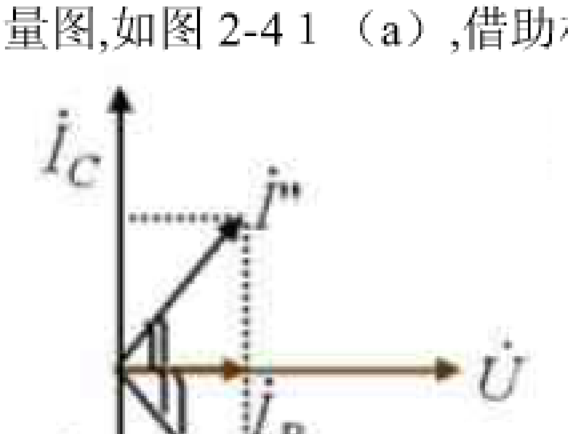


图 2-4 1 （a）

$X_L = \omega L = 314 \times 0.03 = 9.42\Omega$

S 开断：① 画出 u 的相量 $\dot{U}$ （设初相角为 0º）。

②画出 i_R、i_L 及总电流 i' 的相量 $\dot{I}_R$、$\dot{I}_L$ 及 $\dot{I}'$.

S 闭合：③估画出 i_C 的相量 $\dot{I}_C$ 。

④因为 A 的读数不变，新的总电流相量只能是以 $\dot{U}$ 为对称的 $\dot{I}''$,故可以列出下列方程：

$$\sqrt{{I_R}^2 + {I_L}^2} = \sqrt{{I_R}^2 + (I_C - I_L)^2}$$

$${I_R}^2 + {I_L}^2 = {I_R}^2 + {I_C}^2 - 2I_C I_L + {I_L}^2$$

$${I_C}^2 = 2I_C I_L$$

$$I_C = 2I_L$$

$$\frac{U}{X_C} = 2\frac{U}{X_L}, 2X_C = X_L, \quad X_C = \frac{9.42}{2} = 4.71\Omega$$

$X_C = \frac{1}{2\pi f \cdot C}$，故 C＝６７６μF

解法二：电流表读数不变是因为 S 开断时总电流复数（$\dot{I}'$）的模等于 S 闭合时总电流复数（$\dot{I}''$）的模，其中：

$$\dot{I}' = \frac{\dot{U}}{R} + \frac{\dot{U}}{jX_L} = I' \angle \varphi'$$

$$\dot{I}'' = \frac{\dot{U}}{R} + \frac{\dot{U}}{jX_L} - \frac{\dot{U}}{-jX_C} = I'' \angle \varphi'' ;$$

只要使 $I' = I''$,即得 $X_C = \frac{X_L}{2}$,(具体运算从略)。

2－１6:在图２—4２中，已知 $Z = 2 + j2\Omega, R_2 = 2\Omega$，$X_C = 2\Omega, \dot{U}_{ab} = 10\angle 0^{o}(v)$,求 $\dot{U}$ 。

解:题目属于已知分求总的类型,用复数法求解比相量图法求解更为方便。

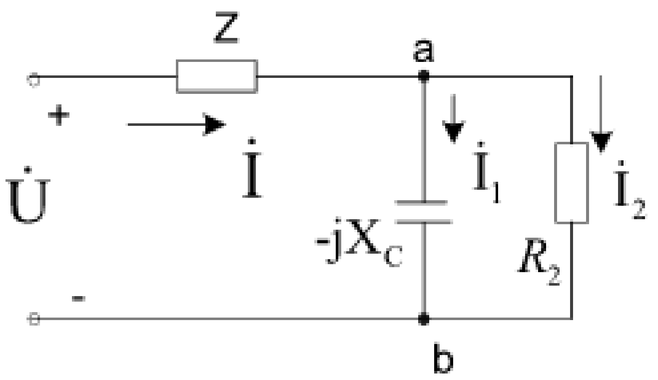


图 2 -42　题 2—1 6

首先标注分电流 $\dot{I}_1, \dot{I}_2$ 及总电流 $\dot{I}$ 的方向。

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_{ab}}{-jX_L} = \frac{10\angle 0^o}{-j2} = \frac{10\angle 0^o}{2\angle -90^o} = 5\angle 90^o(A)$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_{ab}}{R_2} = \frac{10\angle 0^o}{2} = 5\angle 0^o(A)$$

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = 5\angle 90^o + 5\angle 0^o = 7.07\angle 45^o(A)$$

$$\dot{U}_Z = \dot{I}Z = 7.07\angle 45^o \times (2 + j2) = 7.07\angle 45^o \times 2.83\angle 45^o = 20\angle 90^o(v)$$

$$\dot{U} = \dot{U}_Z + \dot{U}_{ab} = 20\angle 90^o + 10\angle 0^o = 22.36\angle 63.4^o(v)$$

2－17:在图 2-43 中,已知 $I_1 = I_2 = 10\sqrt{2}A$，U=100v, $\dot{U}$ 和 $\dot{I}$ 相同。求 I，R，X_C 及 X_L .

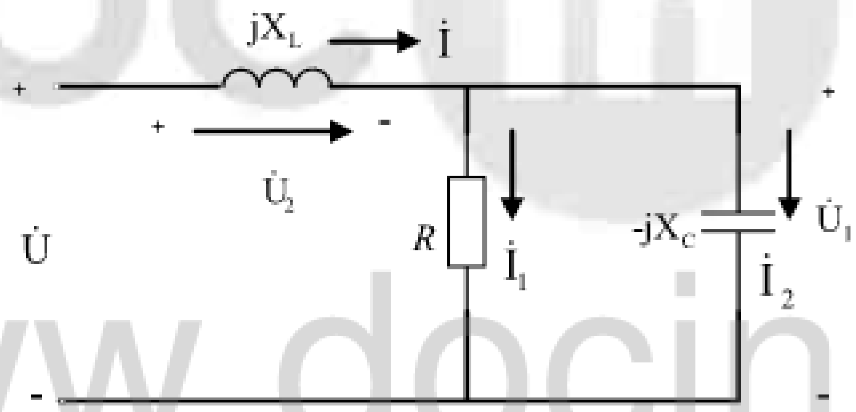


图 2-43　　题 2—17

解：根据题意，在图 2 －4 3 － 1 上标注各电流电压的方向。此题求解思路是估画相量图，借助相量图逐步求之，如图 2—43－1 所示.

① 设电容器两端电压为 $\dot{U}_1 = U\angle 0^o$ （分电压).

② 以 $\dot{U}_1$ 为参考相量画出 $\dot{I}_1, \dot{I}_2$ 相量（ $\dot{I}_1$与 $\dot{U}_1$ 同方向， $\dot{I}_2$ 超前 $\dot{U}_1 90^\circ$).

③ 画出总电流 $\dot{I}$ 相量（ $\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2$).

④ 画出总电压 $\dot{U}$ 相量（与 $\dot{I}$ 同方向)。

⑤ 画出分电压 $\dot{U}_2$ 相量(以 $\dot{I}$ 为参考)。

由相量图可知:

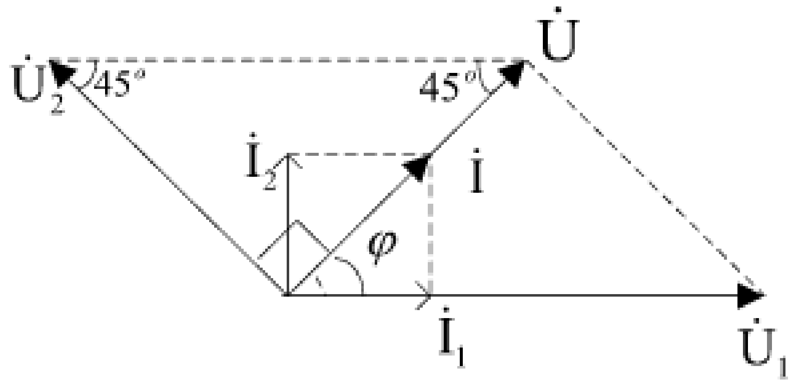


图 2 -43－1

$\mathrm{I}=\sqrt{\mathrm{I}_1^2+\mathrm{I}_2^2}=20(\mathrm{A})$

因 $\dot{I}_1=\dot{I}_2$，故 φ=45°；

$\mathrm{U}_1=\mathrm{U}\sqrt{2}=100\times1.41=141(\mathrm{v})$

$\mathrm{U}_2=\mathrm{U}=100(\mathrm{v})$

$\mathrm{X}_\mathrm{L}=\dfrac{U_2}{I}=\dfrac{100}{20}=5(\Omega)$

$\mathrm{R}=\dfrac{\mathrm{U}_1}{\mathrm{I}_1}=\dfrac{141}{10\sqrt{2}}=10(\Omega)$

$\mathrm{X}_\mathrm{C}=\dfrac{\mathrm{U}_1}{\mathrm{I}_2}=\dfrac{141}{10\sqrt{2}}=10(\Omega)$。

2—1 8：在图 2-4 4 中，已知U=100v，$\mathrm{R}_1=2\Omega$，R=X_L，$\mathrm{I}_\mathrm{L}=10\sqrt{2}\mathrm{A}$，$\mathrm{I}_\mathrm{C}=10\mathrm{A}$.以 $\dot{\mathrm{U}}_{\mathrm{ab}}$ 为参考相量，画出相量图，求 X_C，X_L 和 R_0。

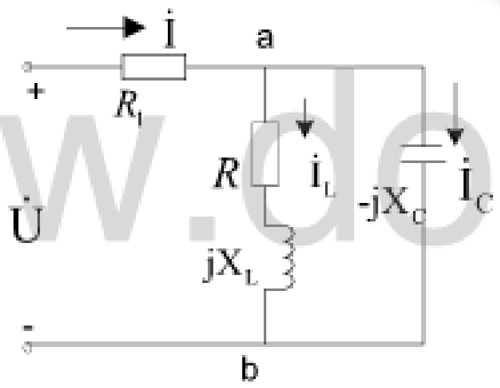


图 2－44 题 2 - 1 8

解：此题求解思路是估画相量图，借助相量图逐步求之,如图 2-44-1 所示。

(1）以分电压 $\dot{U}_{ab}$ 为参考相量。

画出分电流 $\dot{I}_c$ 相量（超前 $\dot{U}_{ab}$ 90°).

画出分电流 $\dot{I}_L$ 相量(因为 R＝X_L,故滞后 $\dot{U}_{ab}$ 45°）.

（2）求出总电流 $\dot{I}$ 相量($\dot{I}=\dot{I}_L+\dot{I}_C$)。

(3)以 $\dot{I}$ 为参考,画出分电压 $\dot{U}_{R1}$ 相量.

(4)求出总电压 $\dot{U}$ 相量（与 $\dot{U}_{ab}$ 同方向）。

由相量图可知： 总电流 I=$\mathrm{I}_\mathrm{C}=10\mathrm{A}$，

$\mathrm{U}_{\mathrm{R}1}=\mathrm{R}_1\mathrm{I}=2\times10=20(\mathrm{V})$

$\mathrm{U}_{\mathrm{ab}}=\mathrm{U}—\mathrm{U}_{\mathrm{R}1}=100—20=80(\mathrm{V})$

$$X_C=\frac{U_{ab}}{I_C}=\frac{80}{10}=8(\Omega)$$

$$\left|Z_{RL}\right|=\frac{U_{ab}}{I_L}=\frac{80}{10\sqrt{2}}=4\sqrt{2}(\Omega)$$

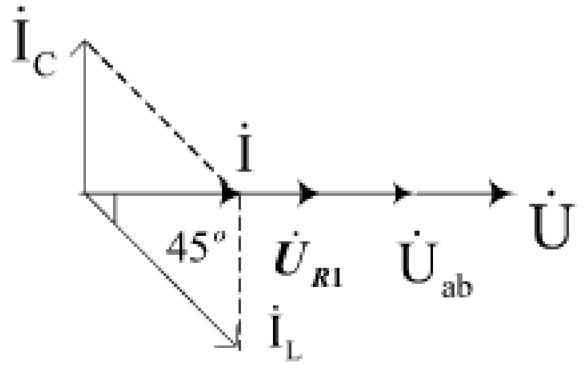


图 2 — 4 4-1

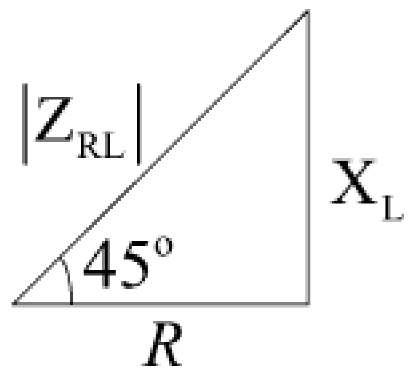


图 2－4 4 -2

画出阻抗三角形,如图 2-44—2 所示：

$R=\left|Z_{RL}\right|\cos 45^o=4(\Omega)$

$X_L=R=4(\Omega)$

2 -19：图 2 — 4 5 为日光灯与白炽灯并联的电路,图中 R_1 为灯管电阻，X_L 为镇流器感抗, R_2 为白炽灯电阻,已知 U=22 0 V,镇流器内阻不计，灯管功率为 4 0 w，功率因数为 0。5;白炽灯功率为 60w。求 I_1，I_2,I 及总的功率因数。

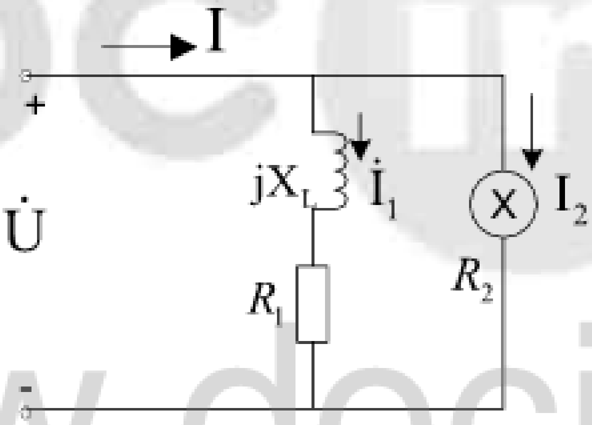


图 2 － 4 5 题 2— 1 9

解：根据已知的 P，U，$\cos\varphi$,求出通过各负载的电流,然后根据负载的性质，定出相位差角，利用复数法求之,这是解法一。

$I_1=\frac{P_1}{U\cos\varphi_1}=\frac{40}{220\times 0.5}=0.364(A)$；$\varphi_1$＝arc c os0。 5 = 60°（滞后 u）

$I_2=\frac{P_2}{U\cos\varphi_2}=\frac{60}{220\times 1}=0.273(A)$；$\varphi_2$ = a rc co s 1＝ 0° (与 u 同方向）

$\dot{I}=\dot{I}_1+\dot{I}_2=0.364\angle-60^o+0.273\angle 0^0=0.55\angle-36.5^o(A)$

$\cos\varphi=\cos 36.5=0.82$.

解法二:以 $\dot{U}$ 为参考相量，画出分电流 $\dot{I}_1,\dot{I}_2$ 相量，在相量图上利用三角形法则求总电流 I 及其与总电压的相位差角 φ，如图 2 -45－1 所示。

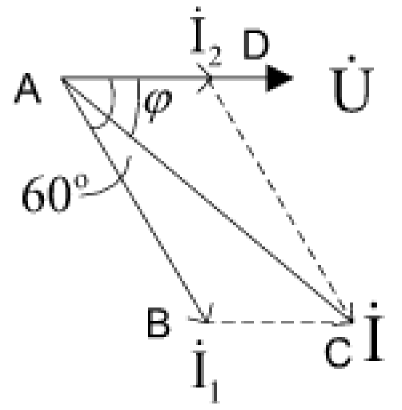


图 2-45－１

在ΔABC中:

AC^2=ＡB^2＋ＢC^2-2AB．BCcos（180° -60°)=$I_1{}^2$＋ $I_2{}^2$－$2I_1$ I_2cos1２0°

AC（I）=0。55（A）

在ΔACD中：

CD^2=AC^2＋AD^2—２ＡＣ ．ADｃ ｏ ｓφ＝ I^2＋ $I_2{}^2$－２I. I_2coｓφ

φ=36。5°

cosφ=0。82。

2—20：已知日光灯工作时电阻为530Ω，镇流器内阻为120Ω，感抗为600Ω，电源电压为220ｖ。求工作电流,镇流器电压，灯管电压及功率因数.

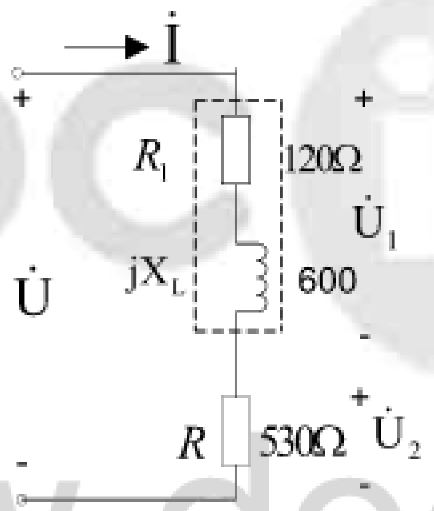


图２－２0—1

解:根据题意，画出电路,如图２－２０—1所示。

解法一：可由交流电路欧姆定律$|Z|=\dfrac{U}{I}$求之:

$$I=\frac{U}{|Z|}=\frac{220}{\sqrt{R^2+X_L^2}}=\frac{220}{\sqrt{(530+120)^2+600^2}}=0.25(A)$$

镇流器电压：$U_1=I\sqrt{120^2+600^2}=0.25\times612=153(V)$

灯管电压： $U_2=IR_1$＝０ 。２5×530=13２．5（V）

$$\varphi=\arctan\frac{X_L}{R}=\frac{600}{650}=42.7^\circ$$

$$\cos\varphi=\cos42.7^\circ=0.73$$

解法二：可由欧姆定律复数形式$Z=\dfrac{\dot{U}}{\dot{I}}$求之;

设电源电压初相角为0°，则$\dot{U}=220\angle 0^{\circ}$ V。

$$\dot{I}=\frac{\dot{U}}{Z}=\frac{220\angle 0^{\circ}}{120+jX_L+530}=\frac{220\angle 0^{\circ}}{650+jX_L}=\frac{220\angle 0^{\circ}}{884.6\angle 42.7^{0}}=0.25\angle -42.7^{\circ}(\text{A})$$

$$\dot{U}_1=\dot{I}(120+j600)=0.25\angle -42.7^{\circ}\times 611.88\angle 78.7^{\circ}=153\angle 36^{\circ}(\text{v})$$

$$\dot{U}_2=\dot{I}\times 530=0.25\angle -42.7^{\circ}\times 530=132.5\angle -42.7^{\circ}(V)$$

$\cos\varphi=\cos 42.7^{\circ}=0.73$。

2-2 1：在图 2 -4 6 中，已知电路及参数，U =2 2 0V，Z_1的功率 P_1=2400w，$\cos\varphi_1=0.5$，$I=\sqrt{3}I_1$,总功率因数$\cos\varphi=0.866$,呈电感性 求 Z_2?

解:此题可以用两种方法解之。

解法一：利用复数,通过计算求之。

设$\dot{U}=220\angle 0^{\circ}$(V)

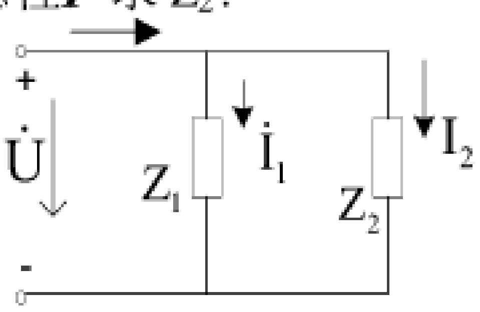


图 2—46 题 2—21

则：$\dot{I}_1=\dfrac{P_1}{U\cos\varphi_1}\angle -\cos^{-1}0.5=\dfrac{2400}{220\times 0.5}\angle -60^{\circ}=21.82\angle -60^{\circ}(A)$

$$\dot{I}=\sqrt{3}I_1\angle -\cos^{-1}0.866=\sqrt{3}\times 21.82\angle -30^{\circ}=37.8\angle -30^{\circ}(A)$$

根据 K C L：$\boldsymbol{\dot{I}_2=\dot{I}-\dot{I}_1=37.8\angle -30^{\circ}-21.82\angle -60^{\circ}=21.82\angle 0^{\circ}}$（$A$）

根据欧姆定律：$\boldsymbol{Z_2=\dfrac{\dot{U}}{\dot{I}_2}=\dfrac{220\angle 0^{\circ}}{21.82\angle 0^{\circ}}\approx 10\angle 0^{\circ}}$（Ω）

解法二:根据题意，求解某些量之后,估画相量图,借助相量图求之。

$$I_1=\frac{P}{U\cos\varphi_1}=\frac{2400}{220\times 0.5}=21.82A：\ \varphi_1=\cos^{-1}0.5=60^{\circ}$$

$$I=\sqrt{3}I_1=37.8A：\ \varphi=\cos^{-1}0.866=30^{\circ}$$

以$\dot{U}$为参考相量,画出$\dot{I}_1$、$\dot{I}$相量图，如图 2— 4 6— 1 所示。

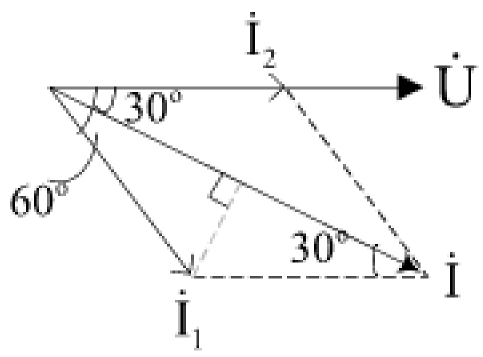


图 2－46— 1

由图可见，$\dot{I}_2$ 与 $\dot{U}$ 同相，说明 Z_2 是阻性,而且 $I_2=I_1=21.82$（A）

$$故\left|Z_2\right|=\frac{U}{I_2}=\frac{220}{21.82}\approx 10(\Omega)$$

2—２２：额定值为 220v，４０w的日光灯的电流为 0.45A，并联 4．75uF 电容后接在２２０v，５0Ｈz 的电源上。镇流器内阻不计,计算并联电容器以前和以后电路的功率因数.

解:根据题意，画出电路，如图 2—２２-1 所示：

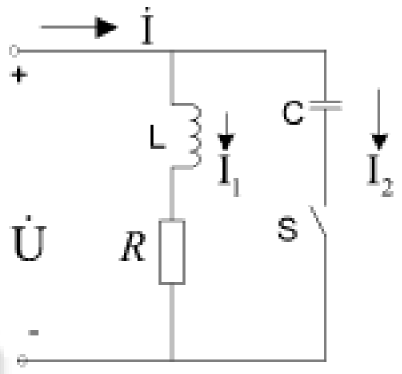


图 2—22—1

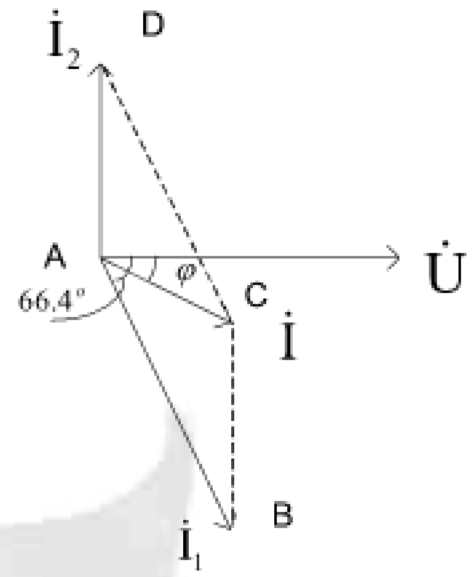


图 2—２2-2

$$\cos\varphi_1=\frac{P_1}{S_1}=\frac{40}{220\times 0.45}=0.4$$

$\varphi_1=\arccos 0.4=66.4^{\circ}$。

设总电压U的初相角为 0,则 $\dot{U}=220\angle 0^{\circ}$

$$X_C=\frac{1}{\omega c}=\frac{1}{2\pi f c}=\frac{1}{314\times 4.75\times 10^{-6}}=670(\Omega)$$

$$\dot{I}=\dot{I}_1+\dot{I}_2=0.45\angle-66.4^{\circ}+\frac{220\angle 0^{\circ}}{-jX_C}=0.45\angle-66.4^{\circ}+\frac{220\angle 0^{\circ}}{670\angle-90^{\circ}}=0.45\angle-66.4^{\circ}+0.33\angle 90^{\circ}$$
$$=0.18-j0.08=0.2\angle-23.96^{\circ}(A)$$

故： $\cos\varphi=\cos 23.96=0.91$

注:也可以用相量图法求之：

以 $\dot{U}$ 为参考相量，画出 $\dot{I}_1,\dot{I}$ 相量，利用⊿ABC 求出总电流 I,利用⊿ACD 求出相位差角 φ。

2 -23:解:

（1）有效值已知条件给出，初相角在相量图中,根据正弦量与三要素的关系，可以写出 i_1,i_2,和 u 的表达式，（w_t 都相同）.

(2) i_1,i_2 同性质(同频率）,可以在相量图中利用三步法进行相量的加或减，最终求

出正弦量和的有效值及差的有效值。

注：也可以把i_1, i_2用复数表示，通过复数的运算,最终求出正弦量和的有效值及差的有效值。

2-2 4 :解：交流电表的读数是有效值。故 V 的读数为$\frac{U_m}{\sqrt{2}}=\frac{141}{\sqrt{2}}=100(v)$；A 的读数为$\frac{100}{10}=10(A)$

2—25:已知电阻炉额定电压为 1 0 0v，功率为 100 0 w，串接一个电阻为 4Ω 的线圈后，接在 220v 的交流电源上。

求（1）线圈的感抗,(2）线圈电压。

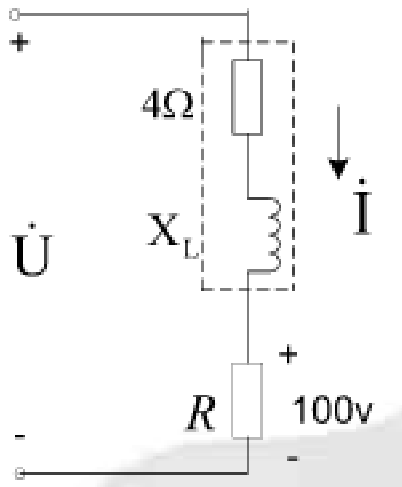


图 2— 2 5－1

解:根据题意画出电路,如图 2 - 2 5 -1 所示：

电阻炉的额定电流：$I=\frac{1000}{100}=10(A)$

电路的总阻抗：$|Z|=\frac{220}{I}=\frac{220}{10}=22(\Omega)$

电阻炉的电阻:$R=\frac{100}{I}=\frac{100}{10}=10(\Omega)$

根据阻抗⊿,线圈的感抗：$X_L=\sqrt{22^2-(10+4)^2}=17(\Omega)$。

线圈电压: $U_L=I\sqrt{4^2+17^2}=10\times 17.5=175(V)$

2 -26:图 2- 4 9 为移相电路,已知电压$U_1=10mV$, $f=1000Hz$, $C=0.01uF$。要使U_2的相位超前U_1 60^o，求 R 和U_2。

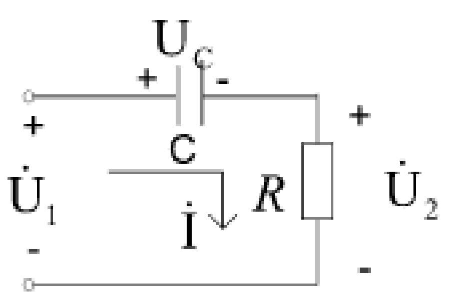


图 2—49 题 2-26

解：根据题意，估画相量图，如图 2 —49—1 所示；

① 以$\dot{U}_1$为参考相量；②画出$\dot{U}_2$相量（$\dot{U}_2=\dot{U}_R$）;③根据$\dot{U}_R=R\dot{I}$，画出$\dot{I}$相量

（与$\dot{U}_2$同方向）;④以$\dot{I}$为参考，画出$\dot{U}_C$相量（滞后 90°）。

再根据 RC 串联电路三个三角形相似，画出阻抗三角形,如图 2—49—2 所示.

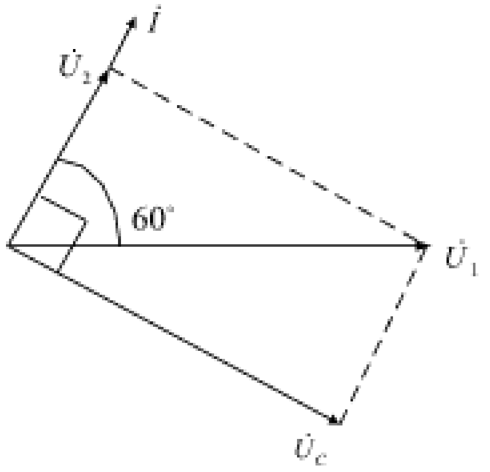


图 2-49—1

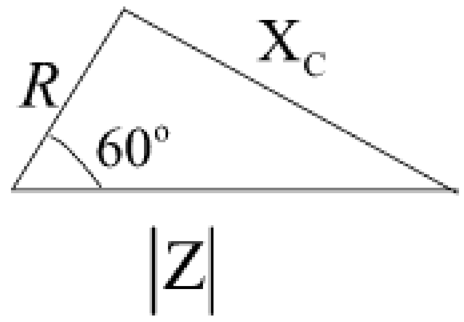


图 2-4 9 —2

$$X_C=\frac{1}{2\pi fC}=\frac{1}{2\pi\times1000\times0.01\times10^{-6}}=15.9(K\Omega)$$

$\frac{X_C}{R}=tg60^o=1.73$；R=9。 2 K

$$U_2=\frac{U_1}{\sqrt{R^2+X_C^2}}\times R=\frac{10\times10^{-3}}{\sqrt{15.9^2+9.2^2}}\times9.2=5(mV)$$

2－2 7：在图 2-50 中,已知 U_1的频率为 f =1000H_Z,R=1 K ,要使 U_C滞后 U_1 45°，求 C 的数值。

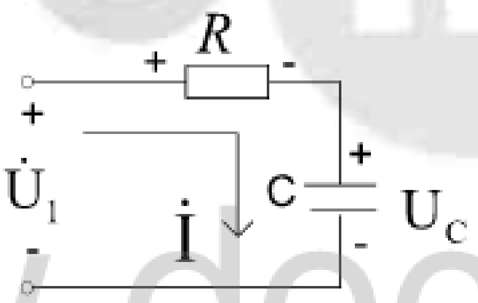
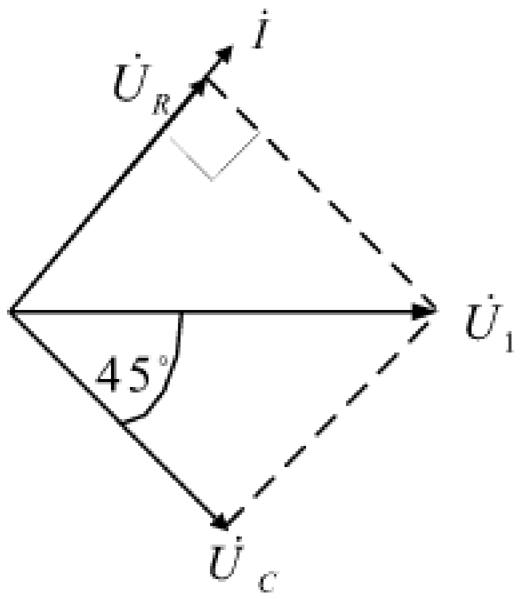


图 2－50 题 2—2 7

解:根据题意,估画相量图，如图 2—5 0 —1 所示。

①以$\dot{U}_1$为参考相量；②画出$\dot{U}_C$相量；③根据电容中的电流超前电容电压 90°，画出$\dot{I}$相量;④以$\dot{I}$为参考，画出$\dot{U}_R$相量（与$\dot{I}$同方向）。

再根据 RC 串联电路三个三角形相似，画出阻抗三角形，如图 2 －50－ 2 所示。



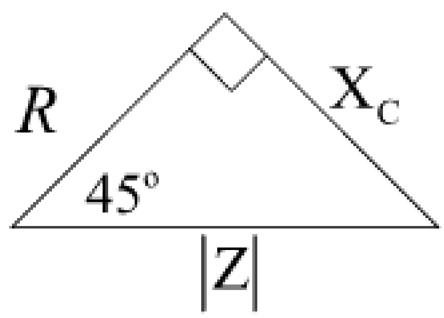


图 2— 5 0—1　　　　　　　　　　　　　　　　　　图 2-5 0 - 2

$$\frac{X_C}{R} = tg45^o = 1$$

$$X_C = R \times 1 = 1000(\Omega)$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2\pi \times 1000 \times C}$$

$$C = 0.16(uF)$$

2 -28：在图 2 -51 中，已知 $R_1 = R_2$，$X_L = X_C$。利用相量图证明 $\dot{U}_{ab}$ 与 $\dot{U}$ 间的相位差为 90^o.

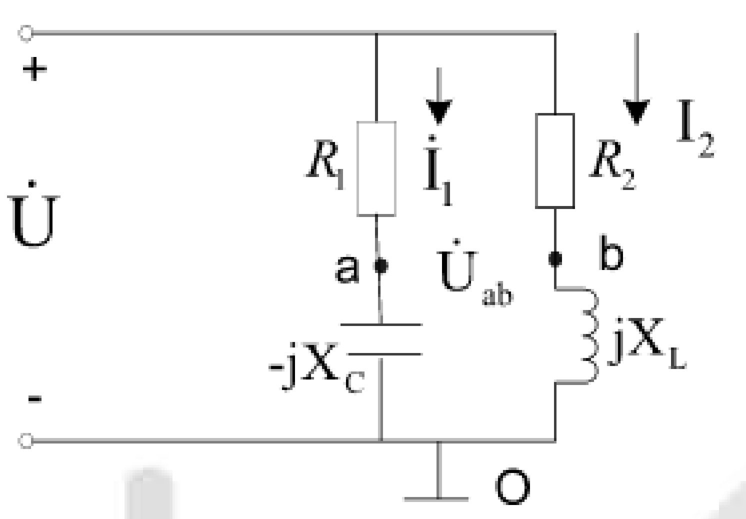


图2-51题2-28

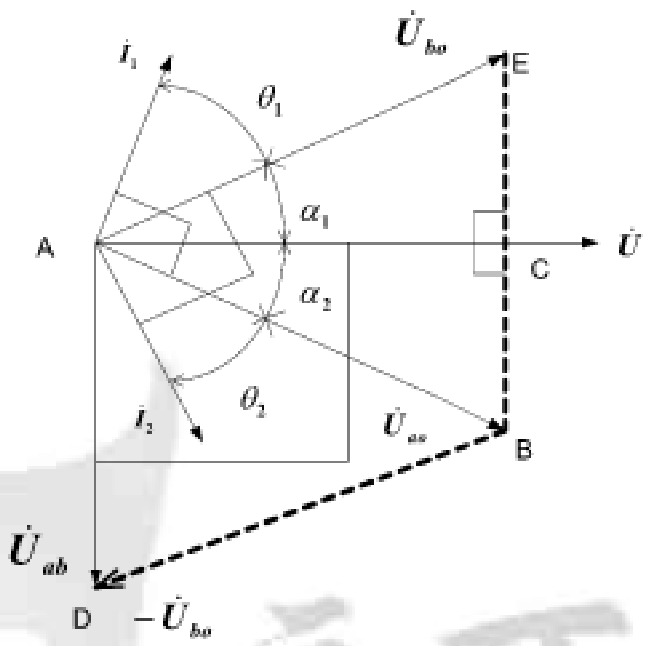


图2-51-1

解：$I_1 = \sqrt{R_1^2 + X_C^2}$；　$I_2 = \sqrt{R_2^2 + X_L^2}$

$$\arctan\frac{X_C}{R_1} = \theta_1 + \alpha_1\text{；}\quad \arctan\frac{X_L}{R_2} = \theta_2 + \alpha_2$$

① 以 $\dot{U}$ 为参考相量；

画出 $\dot{I}_1$ 相量，［因为容性，电流超前电压($\theta_1+\alpha_1$)角］；

画出 $\dot{I}_2$ 相量，［因为感性，电流滞后电压（$\theta_2+\alpha_2$)角］。

② 以 $\dot{I}_1$ 为参考，画 $\dot{U}_{ao}$ 相量(电容元件，电压滞后电流 90^o)；

以 $\dot{I}_2$ 为参考相量，画 $\dot{U}_{bo}$ 相量（电感元件,电压超前电流 90^o ）。

③ 在相量图 2-5 1 -1 中,作 $\dot{U}_{ao} + (-U_{bo}) = \dot{U}_{ab}$,则 $\dot{U}_{ab}$ 与 $\dot{U}$ 相位差为 90°，证明如下：

$$\angle ABC = 90^\circ - \alpha_2$$

$$\angle ABC = \angle DAB\text{(内错角相等)}$$

$$\angle DAC = \angle DAB + \alpha_2 = \angle ABC + \alpha_2 = (90^\circ - \alpha_2) + \alpha_2 = 90^\circ$$

$\angle DAC$ 是 $\dot{U}_{ab}$ 与 $\dot{U}$ 之间的夹角，即 90°。

2-29：在图 2—52 中,已知正弦电压 U=2 0 v,f= 5 0H z ， R=3 ， X L=4 。要求关 S 闭合或断开时电流表读数不变，求 C 的数值和电流表读数。

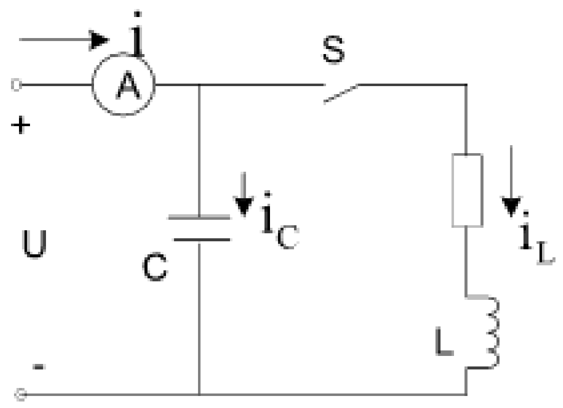


图 2 -52 题 2 －29

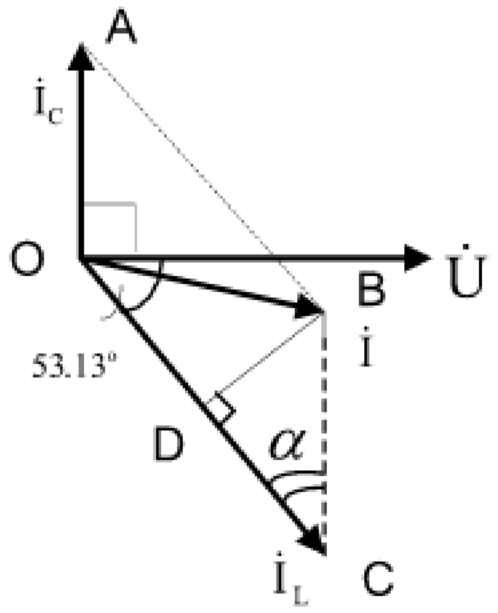


图 2－52－1

解一:估画相量图,借助相量图逐步求之,如图 2—5 2 — 1 所示。

① 以 $\dot{U}$ 为参考相量，画出 $\dot{I}_L$ 相量

$$[I_L=\frac{U}{\sqrt{R^2+X_L^2}}=\frac{20}{5}=4(A);\quad \varphi'=\tan\frac{4}{3}=53.13^\circ]\ ;$$

② 画出 $\dot{I}_C$ 相量，(超前电压 90°)。

在相量图 2—5 2 －1 中:OB 是 S 闭合后的电流 I ;OA 是 S 闭合前的电流 I_c,只有 O B=O A （I= I $_C$），读数相等(即不变)。

故: $OA=OB=BC=\frac{CD}{\cos\alpha}=\frac{2}{\cos[180-(90+53.13)]}=\frac{2}{\cos 36.87}=\frac{2}{0.8}=2.5(A)$

$X_C=\frac{U}{I_C}=\frac{20}{2.5}=8(\Omega)$,由 $X_c=\frac{1}{2\pi fc}$ 得出：C=3 9 8(μ F ）

解二:设 $\dot{U}$ ＝20∠ 0°(V)

S 断开时电流复数的模与 S 闭合总电流复数的模相等时,电流读数不变。

S 闭合前： $\dot{I}_C=\frac{\dot{U}}{-jxc}=\frac{20\angle 0^\circ}{X_C\angle -90^\circ}=\frac{20}{X_C}\angle 90^\circ=I_C\angle 90^\circ$

S 闭合后： $\dot{I}=\dot{I}_C+\frac{\dot{U}}{3+j4}=I_C\angle 90^\circ+4\angle -53.13^\circ=I\ \angle\varphi$

只要使　复数 I $_c$ 的模等于复数 I 的模，即可解出： I =2．5(A）,则 C= 3 98(μF)。

2－30:在图 2—5 3 中， $\dot{I}_S=10\angle 0^\circ(A)$， $R_1=R_2=4\Omega$， $X_1=X_2=3\Omega$,求 $\dot{I}_1$， $\dot{I}_2$ 和 $\dot{U}_{ab}$，画出相量图。

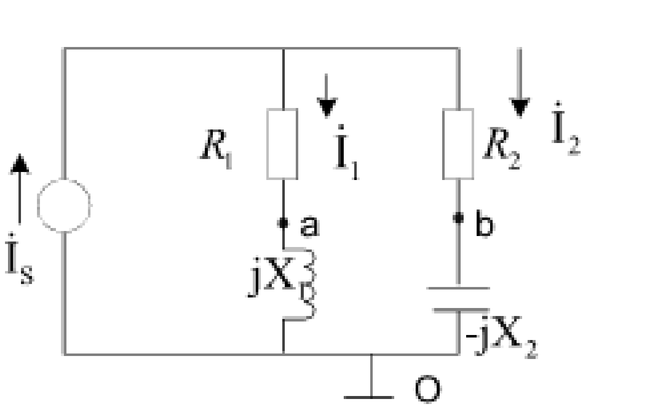


图 2-53 题 2-30

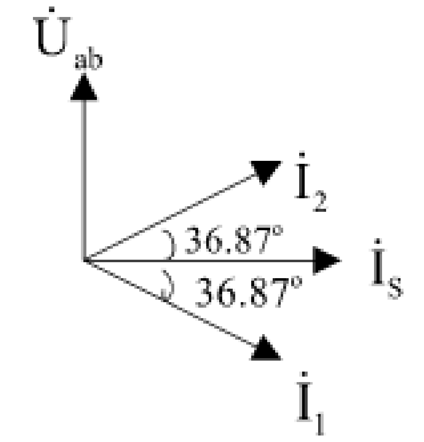


图 2-53—1

解:由分流公式知：

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_S \frac{R_2 - jX_2}{(R_1 + jX_1) + (R_2 - jX_2)} = 10\angle 0^o \frac{4 - j3}{R_1 + R_2} = 6.25\angle -36.87^o (A)$$

$$\dot{I}_2 = \dot{I}_S \frac{R_1 + jX_1}{(R_1 + jX_1) + (R_2 - jX_2)} = 6.25\angle 36.87^\circ (A)$$

设参考点为 o，则$\dot{U}_{ab} = \dot{U}_{ao} - \dot{U}_{bo} = \dot{I}_1 jX_1 - \dot{I}_2(-jX_2) = 30\angle 90^\circ (V)$

相量图如 2－5 3 -1 所示。

2－ 3 1:在图 2-54 中，已知 $\dot{I}_S = 10\angle 60^o (A)$，$R_1 = 10\Omega$，$X_C = 2\Omega$，Z=6+j8(Ω)。将电流源等效成电压源,然后求 $\dot{I}$。

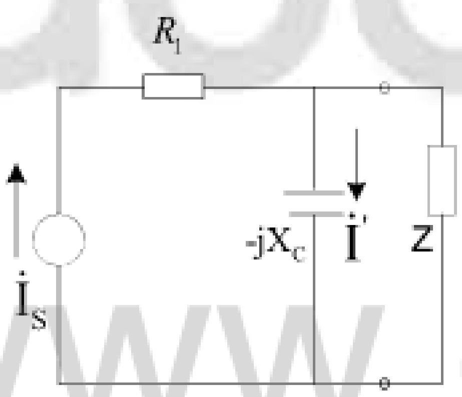


图 2 －54 题 2－ 3 1

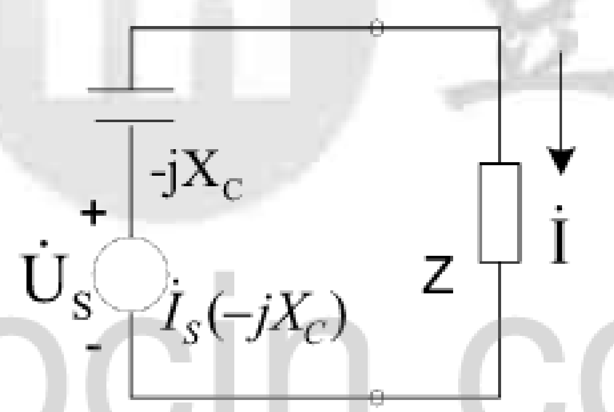


图 2 -54-1

解： Z 是待求支路（外电路),对外电路而言，根据化简准则, R_1 可以短接。然后,

把电流源 $\dot{I}_S$ 和看作电流源内阻的 -jX_C 化简为一个电压源,如图 2-54— 1 所示。

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}_S}{-jX_C + Z} = \frac{\dot{I}_S(-jX_C)}{-jX_C + (6 + j8)} = \frac{2\angle -90^o \ 10\angle 60^o}{-j2 + (6 + j8)} = 2.36\angle -75^o (A)$$

2 —32：已知电感性负载的有功功率为 300k w，功率因数为 0 .6 5，若将功率因数提高到 0.9，求电容器的无功功率。

解：根据题意画电路图，如图 2 -5 5 所示。

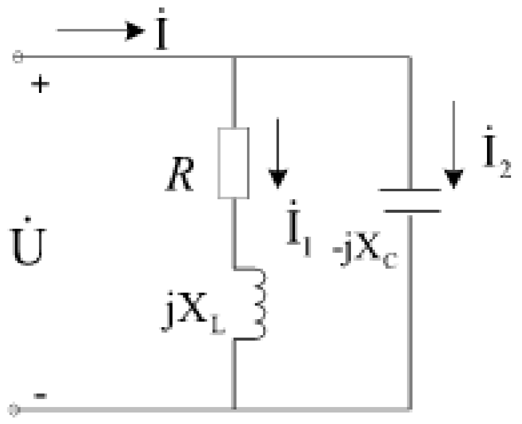


图 2－55

$\varphi_1 = \arccos 0.65 = 49.5^{\circ}$

$\varphi_2 = \arccos 0.9 = 25.8^{\circ}$

不接电容与接电容两种情况,电路的有功功率不变,画出不接电容和接电容两种情况的功率三角形，如图 2—55－1 和图 2—５５－2 所示.

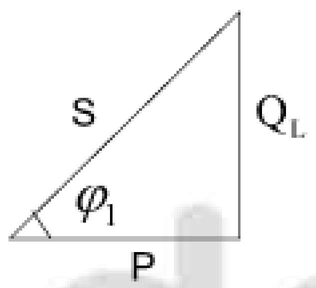


图 2—55—1

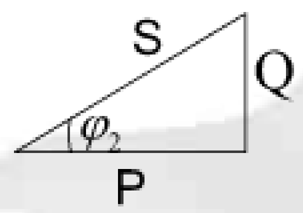


图 2-5５—2

$$Q_L = P \cdot \tan 49.5^{\circ} = 300 \times 1.169 = 350.7(KVar)$$

$$Q = P \cdot \tan 25.8^{\circ} = 300 \times 0.48 = 145.3(KVar)$$

根据 $Q = |Q_L - Q_C|$，则 $Q_C = Q_L - Q = 350.7\text{-}145.3 = 205.4(KVar)$

2－３3：上题中如电源电压 U=22０v，f=50Hz,求电容量.

解: $Q_C = \dfrac{U^2}{X_C}$，$X_C = 0.236(\Omega)$，$X_C = \dfrac{1}{2\pi fC}$，C=0.0135F

2－34：一个线圈与电容器串接，已知 C＝１０.4ｕF，当电源频率为 1000Ｈz时，发生谐振，测得电流 I=2A,电容电压为电源电压的１0 倍。求线圈的电阻和电感以及电源电压。

解：根据题意画出电路，如图 2-56 所示。

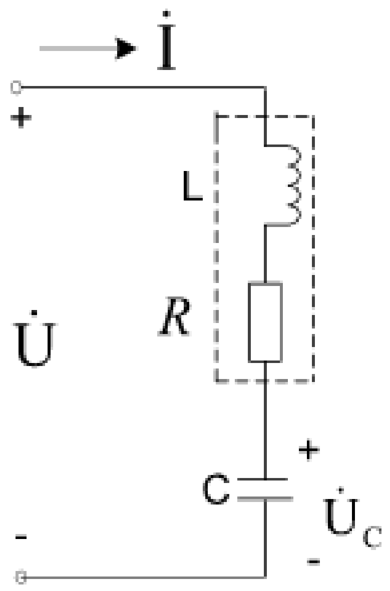


图 2-56

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2\pi \times 1000 \times 10.4 \times 10^{-6}} = 15.3(\Omega)$$

谐振时: $X_C = X_L = 15.3(\Omega)$

$$X_L = 2\pi fL, L= \frac{X_C}{2\pi f} = 2.44(mH)$$

分电压： $U_C = IX_C = 2 \times 15.3 = 30.6(V)$

电源电压： $U= \frac{U_C}{10} = \frac{I\ X_C}{10} = \frac{2 \times 15.3}{10} = 3.06(v)$

$$|Z_0| = R = \frac{U}{I} = \frac{3.06}{2} = 1.53(\Omega)$$