北京林业大学 2009--2010 学年第_二_学期考试试卷

课程名称：__数理统计 B （A 卷）__　　课程所在学院：__理学院__

考试班级________　学号________　姓名________　成绩________

试卷说明：

7. 本次考试为闭卷考试。本试卷共计__四__页，共__十__大部分，请勿漏答；
8. 考试时间为__120__分钟，请掌握好答题时间；
9. 答题之前，请将试卷和答题纸上的考试班级、学号、姓名填写清楚；
10. 答案写在本试卷上；

一、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

1．在 10 个药丸中有 3 丸已失效，从中任取 4 丸，其中有 2 丸失效的概率为__3/10__。

2．已知 P(A)=0.4, P(B)=0.3，且 A、B 相互独立，则 P(A∪B)=__0.58__。

3．已知 5%的男人和 0.25%的女人是色盲，假设男人女人各占一半。现随机地挑选一人，此人恰是色盲患者的概率为__2.625%__。

4．X 服从参数为 λ（其中 $\lambda>0$）的泊松(Poisson)分布，且 $E[(X-1)(X-2)]=1$，则 $\lambda=$__1__。

5．已知 $X_1, X_2, \cdots X_9$ 是来自总体 X 的简单随机样本，$EX=\mu$。令 $\hat{\theta}=\frac{1}{5}\sum_{i=1}^{4}X_i+C\sum_{i=5}^{9}X_i$，

则当 $C=$__1/25__ 时，$\hat{\theta}$ 为总体期望 μ 的无偏估计。

二、单项选择题(每小题3分，共15分)

1．已知连续型随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x)=Ae^{-|x|}$，则 $A=$___B___。

A. 1；　　B. 0.5；　　C. 2；　　D. 4

2．设 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，那么当 σ 增大时，$P\{|X-\mu|<\sigma\}=$___C___。

A. 减少；　　B. 增大；　　C. 不变；　　D. 增减不定。

3. 设随机事件 A、B 互不相容，且 $P(B)>0$，则下列选项必然正确的是___A___。

A. $P(A|B)=0$；　　B. $P(A)=1-P(B)$；　　C. $P(A|B)=1$；　　D. $P(\overline{AB})=0$

4．设总体 X 服从均匀分布 $U[2,14]$，从中随机选取容量为10的样本，则样本均值的方差为__A__。

A. 1.2；　　B. 12；　　C. 120；　　D. 60

5．设二维随机变量 $(X,Y)\sim N(2,1,4,25,0.3)$，则 $\mathrm{cov}(X,Y)=$___D___。

A. 1；　　B. 30；　　C. 15；　　D. 3

三、(12分）设离散型随机变量 X 取0和1两个值，且 X 取1的概率是它取0的概率的四倍，求(1) X 的分布列。(2) X 的数学期望和方差。(3) $Y=X^2$ 的分布列。(4) $E(XY)$。

解（1）

X	1	0
p	0.8	0.2

(2) EX=0.8, DX=0.16

(3)

Y	1	0
p	0.8	0.2

(4) $EXY=EX^3=0.8$

四、(9分）X 的概率密度为：$f(x)=\begin{cases}2x & 0<x<1\\ 0 & 其它\end{cases}$，求(1) X 的分布函数。(2) $P\{X<0.5\}$

（3）令 $Y=e^X$，求 Y 的概率密度函数 $f_Y(y)$。

解：(1) $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0\\ x^2, & 0<x\le 1\\ 1, & x>1\end{cases}$　（2）0.25　（3）$f_Y(y)=\begin{cases}\dfrac{\ln y}{y}, & 1\le y\le e\\ 0, & 其它\end{cases}$

五、(6分）设随机变量 X_1、X_2 的密度函数分别为：

$$f_1(x_1)=\begin{cases}2e^{-2x_1} & x_1>0\\ 0 & x_1\le 0\end{cases}$$ 和 $$f_2(x_2)=\begin{cases}\dfrac{1}{4} & 0<x_2<4\\ 0 & 其它\end{cases}$$

(1)求 $E(2X_1-3X_2)$。(2) 设 X_1、X_2 相互独立，写出 X_1 和 X_2 的联合密度函数。

解 （1）-5；（2）$f(x_1,x_2)=\begin{cases}\dfrac{1}{2}e^{-2x_1}, x_1>0,0<x_2<4\\ 0, \quad 其它\end{cases}$

六、（8 分）设总体 $X\sim N(40,5^2)$.

(1) $Y=2X+1$，求 X,Y 的协方差和相关系数。

(2)抽取容量为 36 的样本，用标准正态分布函数 $\Phi(x)$ 表示 $P\{35\le \bar{X}\le 45\}$。

解：（1）$\because X\sim N(40,5^2),\therefore EX=40,DX=25\therefore EY=E(2X+1)=2\times 40+1=81,$ ....1 分

$$DY=D(2X+1)=4DX=100$$ ....2 分

$$E(XY)=E\left[X(2X+1)\right]=2EX^2+EX=2[DX+(EX)^2]+EX=2[25+1600]+40=3290$$ ......3 分

$$\therefore \operatorname{cov}(X,Y)=E(XY)-EX\cdot EY=3290-40\times 81=50$$ ....4 分

$$\rho_{XY}=\frac{\operatorname{cov}(X,Y)}{\sqrt{DX}\cdot\sqrt{DY}}=\frac{50}{5\times 10}=1$$ ....5 分

（2）$\overline{X}\sim N(40,\frac{25}{36})$ ....6 分

$$P\{35\le \bar{X}\le 45\}=\Phi(\frac{45-36}{\sqrt{25/36}})-\Phi(\frac{35-36}{\sqrt{25/36}})$$ ....7 分

$$=\Phi(6)-\Phi(-6)=2\Phi(6)-1$$ ....8 分

七、（5 分）一大批产品中优质品占一半，每次抽取一件，看后放回再抽，用中心极限定理求 100 次抽取中取到优质品的次数不超过 45 的概率？$\Phi(1)=0.84$.

解： 设 X :取到优质品的次数，显然 $X\sim B(100,0.5)$ ....1 分

$$\left[\overline{X}-z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\overline{X}+z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$$，长度为 $z_{\alpha/2}\frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$ ....2 分

根据题意有：$z_{0.025}\times\frac{2\sigma}{\sqrt{n}}=1.96\times\frac{2}{\sqrt{n}}\le 1.2$

所以 $\sqrt{n}\ge\frac{2\times1.96}{1.2}$，即 $n\ge\frac{4\times1.96^2}{1.2^2}=\frac{49^2}{15^2}=10.67$

所以样本容量 n 至少为 11 ....8 分

十、(12 分) 农业试验站为了研究某种新化肥对农作物的效果进行试验，得到农作物产量（千克）如下：

施肥	34	35	30	32	33	34	
未施肥	29	27	32	31	28	32	31

设两种情况下农作物产量均服从正态分布. 在显著性水平 0.05 下，

(1) 检验这两个正态总体的方差是否相等。

$$F(0.975,5,6)=0.143, F(0.025,5,6)=5.99，F(0.975,6,5)=0.167, F(0.025,6,5)=6.98$$

(2) 检验该种新化肥对农作物产量的效力是否显著？$t(0.05,11)=2.2$。

解：$n_1=6$，$n_2=7$，$\overline{x}_1=33$，$\overline{x}_2=30$，$s_1=1.789$，$s_2=2$（或 $s_1^2=3.2$，$s_2^2=4$ ）..........4 分

（1）检验 $H_0:\sigma_1^2=\sigma_2^2$ ，$H_1:\sigma_1^2\ne\sigma_2^2$ ....5 分

$n_1=10$，$n_2=8$，$F=\frac{s_1^2}{s_2^2}=\frac{3.2}{4}=0.8$（或 $F=\frac{s_2^2}{s_1^2}=\frac{4}{3.2}=1.25$），..........7 分

因为 $0.143=F_{0.925}(5,6)<F<F_{0.025}(5,6)=5.99$

所以，接受 H_0，即认为两个总体的方差相等(无显著差异)。..............8 分

（2）检验问题：$H_0:\mu_1=\mu_2$ $H_1:\mu_1\ne\mu_2$ ....9 分

$$T=\frac{\overline{x}_1-\overline{x}_2}{\sqrt{\frac{(n_1-1)s_1^2+(n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}}\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}}=2.828$$ ....11 分

$t_\alpha(n_1+n_2-2)=t_{0.05}(11)=2.2$，因为 $|T|>2.2$，故拒绝 H_0，即认为该种新化肥对农作物产量的

效力显著。……………………………………12 分