练习题 3

一、单项选择题

1.设随机变量 x 取-1,0,2 的概率分别为：0.1,0.3,0.6，F(x)为 X 的分布函数，则 F(0)=（）

A.0.1　　B.0.3　　C.0.4　　D.0.6

2.设(X，Y)为二维随机变量，则与 Cov(X，Y)=0 不等价的是（ ）

A.X 与 Y 相互独立　B. $D(X-Y)=D(X)+D(Y)$　C.$E(XY)=E(X)E(Y)$ D. $D(X+Y)=D(X)+D(Y)$

3.设 X 为随机变量，$E(x)$=0.1，D(X)=0.01，则由切比雪夫不等式可得（ ）

A. $P\{|X-0.1|\geqslant 1\}\leqslant 0.01$　B. $P\{|X-0.1|\geqslant 1\}\geqslant 0.99$　C. $P\{|X-0.1|<1\}\leqslant 0.99$　D. $P\{|X-0.1|<1\}\leqslant 0.01$

4.设总体 X 的方差为σ^2，x_1，x_2，…，x_n为样本，$\bar{x}$为样本均值，则参数σ^2的无偏估计为（ ）

A. $\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}x_i^2$　B. $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i^2$　C. $\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2$　D. $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})2$

5.设 x_1，x_2，…，x_n 为来自正态总体 $N(\mu,1)$的样本，$\bar{x}$ 为样本均值，s^2 为样本方差.检验假设 H_0：$\mu=\mu_0$,H_1：$\mu\neq\mu_0$，则采用的检验统计量应为（ ）

A. $\frac{\bar{x}-\mu}{s/\sqrt{n}}$　B. $\frac{\bar{x}-\mu_0}{s/\sqrt{n}}$　C. $\sqrt{n}(\bar{x}-\mu)$　D. $\sqrt{n}(\bar{x}-\mu_0)$

6.设 X,Y 为两个相互独立的随机变量，且 D(X)=2,D(Y)=3,则 $\boldsymbol{D(2X-Y)}$ =_________.

（A）7，　（B）11，　（C）1，　（D）5

7.已知随机变量 X 和 Y 相互独立且 $X\sim N(\mu_1,\sigma_1^2)$，$Y\sim N(\mu_2,\sigma_2^2)$，则 $X-Y$ 所服从的分布为________________。

（A）$N(\mu_1-\mu_2,\sigma_1^2\sigma_2^2)$，　（B）$N(\mu_1-\mu_2,\sigma_1^2-\sigma_2^2)$，

（C）$N(\mu_1-\mu_2,\sigma_1^2+\sigma_2^2)$，　（D）$N(\mu_1+\mu_2,\sigma_1^2-\sigma_2^2)$

8.设 X,Y 为二维随机变量，则(　　)

（A）若 X 与 Y 独立，X 与 Y 必定不相关，　（B）若 X 与 Y 不独立，X 与 Y 必定不相关，

（C）若 X 与 Y 独立，X 与 Y 必定相关，　（D）若 X 与 Y 不独立，X 与 Y 必定相关.

9.设 X_1,X_2,X_3 是来自正态总体 $N(0,\sigma^2)$ 的样本，已知统计量 $c(2X_1^2-X_2^2+X_3^2)$ 是方差 σ^2 的无偏估计量，则常数 c 等于（）

（A）$\frac{1}{4}$，　（B）$\frac{1}{2}$，　（C）2，　（D）4

二、填空题

1.设随机事件 A 与 B 相互独立，$P(A)$=0.3，$P(B)$=0.4，则 $P(A\text{-}B)$=_______.

2.设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}2x, 0\le x\le 1,\\ 0,\text{其他},\end{cases}$ 则P$\left\{X>\dfrac{1}{2}\right\}$ =_______.

3.已知随机变量 $X\sim N(4,9)$， $P\{X>c\}=P\{X\leqslant c\}$，则常数 c=_______.

4.设随机变量 X 与 Y 相互独立，且 $X\sim N(0,1)$，$Y\sim N(-1,1)$，记 $Z=X-Y$，则 $Z\sim$_______.

5.设随机变量 X 服从参数为 2 的指数分布，则 $E(X^2)$=_______.

6.设 X，Y 为随机变量，且 $E(X)=E(Y)=1$，$D(X)=D(Y)=5$， $\rho_{XY}=0.8$，则 $E(XY)$=_______.

7.某假设检验的拒绝域为 W，当原假设 H_0 成立时，样本值($x_1,x_2,\cdots,x_n$)落入 W 的概率为 0.1，

则该检验犯第一类错误的概率为_______.

8. 已知 $X\sim B(n,p)$，且 E(X)=1.2，D(X)=0.48，则 n=________, p=_________, P(X=1)=________.

9.已知 X 服从均匀分布 U[2,4]，则 P(X<3)=________, E(3X)=_________, D(3-2X)=____________.

10.设随机变量 X 服从参数为 λ =3 的泊松分布，则 P(X=0)= ______________.

11．已知 X 和 Y 都是连续型随机变量，设 X 的密度函数 $f_x(x)=\dfrac{1}{\sqrt{\pi}}e^{-x^2}$，且 $Y=4X+2$, 则 Y 的密度函数 $f_Y(y)$ =______________________.

12.随机变量 X 的期望 E(X)= μ , 方差 D(X)= σ^2 , 则由切比雪夫不等式可得 $P(|X-\mu|\ge 4\sigma)\le$_____.

13. 总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$ ，样本 $X_1,X_2,\cdots,X_n$， $\overline{X}$,S^2 分别是样本均值与样本方差，则 $\dfrac{(n-1)S^2}{\sigma^2}$ ~___________.

三．计算题

1. 设连续型随机变量 X 的分布函数为 $F(x)=\begin{cases}0, & x<0,\\ \dfrac{x}{8} & 0\le x\le 8,\\ 1, & x\ge 8.\end{cases}$

求：（1）X 的概率密度函数 $f(x)$；（2） $E(X),D(X)$；（3） $P\left\{|X-E(X)|\le\dfrac{D(X)}{8}\right\}$。

2. 设随机变量 X～$N(0，1)$，记 $Y=2X$，求：(1)P{|X|<1}；(2)Y 的概率密度.(附:$\Phi(1)=0.8413$)

3.设二维随机变量(X，Y)的分布律为

X \ Y	0	1	2
0	0.1	0.1	0.2
1	0.2	0.1	0.3

求 $E(X+Y)$.

4.设二维随机变量(X,Y)的概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases}6x^2y, 0\leqslant x\leqslant 1, 0\leqslant y\leqslant 1,\\ 0, \quad 其他\end{cases}$

求：(1)(X,Y)关于 X 的边缘概率密度 f_X(x)；(2) $P\{X>Y\}$.

5. 设随机变量 X 的密度函数为 $\varphi(x)=\begin{cases}cx, & 0<x<1\\ 0, & 其他\end{cases}$ ，

试求（1）常数 c；（2）概率 $P(-1<X<1)$；（3）数学期望 $E(X)$ 和方差 $D(X)$；

（4）现对 X 进行160次独立重复观测，以 V 表示观测值不大于0.5的次数，用中心极限定理求 $P(V<50)$ 的近似值。（查表：$\Phi(\frac{10}{\sqrt{30}})=0.97$）

.

6.设离散型随机向量 (X,Y) 的联合分布律为 ：

X \ Y	-1	0	1
-1	1/9	2/9	2/9
0	0	1/9	2/9
1	0	0	1/9

（1）求 X 和 Y 的各自边缘分布律；

（2）计算 X 和 Y 的协方差 $\mathrm{cov}(X,Y)$、相关系数 ρ_{XY}；

（3）判断 X 和 Y 是否独立，是否相关。

7.设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 为总体 X 的一个样本，X 的密度函数 $f(x)=\begin{cases}\theta e^{-\theta x}, & x>0 \\ 0, & x\le 0\end{cases}$，$\theta>0$。求参数 θ 的矩估计量和最大似然估计量。

8. 设总体 X 的概率密度 $f(x;\theta)=\begin{cases}(\theta+1)x^{\theta}, 0<x<1, \\ 0, \quad \text{其他},\end{cases}$ 其中未知参数 $\theta>-1$, $x_1, x_2, \ldots, x_n$ 是来自该总体的一个样本，求：参数 θ 的矩估计和极大似然估计.

9. 某项指标 X～N(μ，2)，将随机调查的 11 个地区的该项指标 $x_1, x_2, \cdots, x_{11}$ 作为样本，算得样本方差 S^2=3.问可否认为该项指标的方差仍为 2?(显著水平 α =0.05)

(附： $\chi^2_{0.025}(10)=20.5, \chi^2_{0.975}(10)=3.2$)

10.设批量生产的某种配件内径 X 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，根据随机抽查的 16 只配件测得平均内径 $\bar{x}=3.05$ 毫米，标准差 $s=0.16$ 毫米，

（1）试求这种配件的平均内径 μ 的的置信水平为 0.95 置信区间；

（2）根据样本数据能否推断 $\sigma^2=0.16^2$？ （$\alpha=0.05$）

（查表：$t_{0.025}(15)=2.131$，$\chi^2_{0.975}(15)$=6.262，$\chi^2_{0.025}(15)$=27.488）