

北京林业大学 20 11--20 12 学年第 二 学期考试试卷(A)

课程名称: 高等数学 A

课程所在学院: 理学院

考试班级

学号

姓名

成绩

试卷说明:

1. 本次考试为闭卷考试。本试卷共计 4 页, 共 十一 部分, 请勿漏答;
2. 考试时间为 120 分钟, 请掌握好答题时间;
3. 答题之前, 请将试卷和答题纸上的考试班级、学号、姓名填写清楚;
4. 本试卷答案全部写在试卷上;
5. 答题完毕, 请将试卷和答题纸正面向上平摊交回, 不得带出考场;
6. 考试中心提示: 请你遵守考场纪律, 诚信考试、公平竞争!

一、填空题: (每题 3 分, 共 36 分)

1. 向量 $\vec{a} = (-1, -\sqrt{2}, 1)$ 的方向余弦为 _____.
2. 过三点 $A(1, 0, 0), B(0, 2, 0), C(0, 0, 3)$ 的平面方程为 _____.
3. 函数 $z = xy$ 在点 $(1, 2)$ 处沿从点 $(1, 2)$ 到点 $(2, 2 + \sqrt{3})$ 的方向的方向导数为 _____.
4. $\lim_{(x,y) \rightarrow (2,0)} \frac{\sqrt{xy+1}-1}{xy} =$ _____.
5. 已知 $z = e^{xy}$, 则 $dz =$ _____.
6. 曲面 $x^2 + y^2 + z^2 - 3x = 0$ 在点 $(1, 1, 1)$ 处的切平面方程为 _____.
7. 交换积分次序 $\int_0^1 dy \int_y^1 f(x, y) dx =$ _____.
8. 已知 D 由 $x^2 + y^2 = 1$ 所围城的平面闭区域, 则 $\iint_D \frac{y \ln(x^2 + y^2 + 1)}{x^2 + y^2 + 1} d\sigma =$ _____.
9. 设 L 为单位圆周 $x^2 + y^2 = 1$, 则对弧长的曲线积分 $\oint_L e^{x^2+y^2} ds =$ _____.
10. 已知 Σ 是球面 $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$, 则 $\iint_{\Sigma} dS =$ _____.
11. 设函数 $f(x)$ 是周期为 2π 的周期函数, 它在 $[-\pi, \pi]$ 上的表达式为 $f(x) = \begin{cases} -1, & -\pi \leq x < 0 \\ 1, & 0 \leq x < \pi \end{cases}$, 若 $f(x)$ 的傅里叶级数为 $\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$, 则 $a_3 =$ _____.
12. 若级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (2u_n + 1)$ 收敛, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n =$ _____.

二、已知 $z = z(x, y)$ 是由方程 $e^z - 2z + xy = 2$ 所确定的隐函数, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$. (6 分)

三、已知函数 $z = f(x + y, xy)$ 具有二阶连续偏导数, 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$. (6 分)

四、求旋转抛物面 $z = x^2 + y^2$ 到平面 $x + y + z = 1$ 的最短距离. (6 分)

五、设 D 是由圆周 $x^2 + y^2 = 1$ 及坐标轴所围成的在第一象限内的闭区域, 求二重积分 $I = \iint_D \ln(1 + x^2 + y^2) d\sigma$. (6 分)

六、求旋转抛物面 $z = x^2 + y^2$ 被球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 2$ 所截部分的面积. (6 分)

七、计算 $\oint_L (x-2y+1)dx + (3x+4y-2)dy$, 其中 L 是以 $(0,0), (3,0), (3,2)$ 为顶点的三角形正向边界. (6 分)

八、计算曲面积分 $\iint_{\Sigma} xy^2 dy dz + yz^2 dz dx + x^2 z dx dy$, 其中 Σ 是由 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 与 $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ 所围曲面的外侧. (6 分)

九、判断级数 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin \frac{1}{n}}{n^2}$ 的敛散性. (6 分)

十、求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n}$ 的收敛半径和收敛区间, 并求其和函数. (10 分)

十一、(6 分) 已知 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 是两个正项级数, 若 $\frac{a_n}{a_{n+1}} \geq \frac{b_n}{b_{n+1}} (n=1, 2, \dots)$, 试讨论这两个级数收敛性之间的关系, 并证明你的结论.