北京林业大学 2009 --2010 学年第 一 学期考试试卷 A

课程名称： 数理统计 B　　课程所在学院： 理学院

考试班级________ 学号________ 姓名________ 成绩________

试卷说明：

11. 本次考试为 闭 卷考试。本试卷共计 4 页，共 九 大部分，请勿漏答；
12. 考试时间为 120 分钟，请掌握好答题时间；
13. 答题之前，请将试卷和答题纸上的考试班级、学号、姓名填写清楚；
14. 本试卷 全部 答案写在试卷上；
15. 答题完毕，请将试卷和答题纸正面向外对叠交回，不得带出考场；
16. 考试中心提示：请你遵守考场纪律，诚信考试、公平竞争！

一、填空（每空 2 分，共 10 分）

1. 设 A、B、C 为三个事件，则至少有两个事件发生可以表示为 $\underline{AB+BC+AC}$

2. 掷两颗均匀的骰子，则点数之和为 7 的概率为 $\underline{1/6}$

3. 设 $P(A)=0.4$，$P(B)=0.3$，$P(A\cup B)=0.6$，则 $P(A\overline{B})=\underline{0.3}$

4. $X\sim P(2)$，则 $EX^2=\underline{6}$

5. 已知 $X\sim N(5,3^2)$，令 $Y=3X-2$，则 $Y\sim$ $\underline{N（13，81）}$

二、（10 分）分别说明 A、B 满足什么条件时，下面式子成立。

（1）$P(A|B)=P(A)$；（2）$P(A\cup B)=P(A)+P(B)$；（3）$P(A-B)=P(A)-P(B)$。

解 （1）A、B 独立；（2）A、B 互不相容；（3）$A\subseteq B$

三（10 分）某商场供应的电冰箱中，甲厂产品占 70%，乙厂产品占 30%，甲厂产品合格率是 95%，乙厂产品合格率是 80%，

（1）求此商场电冰箱的合格率；

（2）每卖出一台合格品为商场盈利 300 元，而每卖出一台不合格品则亏损 500 元，求卖出一台所得的平均利润。

解 （1）p=0.7×0.95+0.3×0.8=0.905；（2）300×0.905+(-500)×0.95=224

四、（6 分）从 1~9 这 9 个数中有放回地取出 4 个，试求取出的 4 个数的乘积能被 10 整除的概率。

解：$p=1-\left[(\frac{5}{9})^4+(\frac{8}{9})^4-(\frac{4}{9})^4\right]$

五、（10 分）设随机变量 X 的密度函数 $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2a}, & -a\le x\le a\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$，其中 $a>0$，且 $P\{X>1\}=\frac{1}{3}$，（1）求 a；（2）设 $Y=2X$，求 Y 的概率密度函数 $f_Y(y)$。

解 （1）$(a-1)/2a=1/3$，$\therefore a=3$；

（2）$X\sim U[-3,3]$，$Y=2X\sim U[-6,6]$，$f_Y(y)=\begin{cases}1/12 & (-6\le y\le 6)\\ 0 & (\text{其它})\end{cases}$

六（10 分）设 $X\sim B(2,0.2)$，定义 $Y=\begin{cases}-1, & X\le 1\\ 1, & X>1\end{cases}$，（1）写出 Y 的分布列；（2）求 $E(Y)$ 和 $D(Y)$。

解：(1)$P(X>1)=P(X=2)=(0.2)^2=0.04$,所以 $Y\sim\begin{pmatrix}-1 & 1\\ 0.96 & 0.04\end{pmatrix}$；

（2）$E(Y)=-0.92, D(Y)=EY^2-(EY)^2=1-(0.92)^2=0.1536$

七 （12 分）设（X，Y）在半径为 1 圆心在原点的圆内服从均匀分布，

(1) 写出联合密度函数 $f(x,y)$；

(2) 求 $f_X(x)$，$f_Y(y)$；

(3) 求 $p\{0<X<Y\}$ 和 $E(X)$。

解 （1）$f(x,y)=\begin{cases}1/\pi & (x,y)\in D\\ 0 & (\text{其它})\end{cases}$，$D$ 是半径为 1、圆心在坐标原点的圆内区域。

（2）边缘分布密度 $f_X(x)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dy=\begin{cases}\int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}}\frac{1}{\pi}dy=\frac{2}{\pi}\sqrt{1-x^2} & (-1<x<1)\\ 0 & (x\le -1\text{或}x\ge 1)\end{cases}$

$$f_Y(y)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dx=\begin{cases}\int_{-\sqrt{1-y^2}}^{\sqrt{1-y^2}}\frac{1}{\pi}dx=\frac{2}{\pi}\sqrt{1-y^2} & (-1<y<1)\\ 0 & (y\le -1\text{或}y\ge 1)\end{cases}。$$

（3） $P\{0<X<Y\}=1/8$； $E(X)=\int_{-\infty}^{+\infty}xf_X(x)dx=\int_{-1}^{1}x\cdot\frac{2}{\pi}\sqrt{1-x^2}dx=0$

八（12 分）设 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 是来自均匀总体 $U(0,\theta)$ 的一个样本，给出 θ 的矩估计和极大似然估计。

解：由于 $EX=\frac{\theta}{2}$， $\theta=2EX$，所以的矩法估计量为 $\hat{\theta}=2\times\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i=2\bar{x}$；

$U(0,\theta)$ 的分布密度为 $f(x;\theta)=\begin{cases}1/\theta & (0\le x\le\theta)\\ 0 & (\text{其它})\end{cases}$，样本似然函数为

$$L(\theta)=\prod_{i=1}^{n}f(x_i;\theta)=\begin{cases}1/\theta^n & (0\le x_1,x_2,\cdots,x_n\le\theta)\\ 0 & (\text{其它})\end{cases}$$

因为 $\theta\ge\max_{1\le i\le n}\{x_i\}$，有 $\frac{1}{\theta^n}\le\frac{1}{(\max_{1\le i\le n}\{x_i\})^n}$，所以 $L(\theta)$ 在 $\theta=\max\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}$ 处取极大值。

参数 θ 的极大似然估计为 $\hat{\theta}=\max\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}$.

九（20 分）设有甲、乙两块 10 年生人工马尾松林，用重复抽样方式分别独立地从两块林地中抽出若干林木，测得胸径数据如下：（假定胸径服从正态分布）

甲：4.5, 8.0, 5.0, 2.0, 3.5, 5.5, 5.0, 7.5, 5.5, 7.5

乙：3.0, 5.0, 2.0, 4.0, 5.0, 5.0, 3.0 , 3.0

（1）分别给出甲地胸径总体均值和方差的置信度为 0.95 的置信区间；

（2）在显著性水平 0.05 下，分别检验两块林地胸径的方差和均值是否相等？

附表： $T_{0.025}(9)=2.27,\chi^2_{0.975}(9)=2.7,\chi^2_{0.025}(9)=19.02$

$F_{0.975}(9,7)=0.23,F_{0.025}(9,7)=4.82,T_{0.025}(16)=2.12$

解：(1) 甲地： $\bar{x}_1=5.4$， $s_1^2=3.544$， $\because\frac{\bar{x}-\mu}{s_1/\sqrt{n_1}}\sim t(n_1\text{-}1)\therefore\mu$ 的置信区间为 $[4.04,6.75]$；

$$\because\frac{(n_1-1)s_1^2}{\sigma^2}\sim\chi^2(n_1\text{-}1)\therefore\sigma^2\text{ 的置信区间为 }[1.675,11.8]$$

（2）检验 $H_0:\sigma_1^2=\sigma_2^2$ ， $H_1:\sigma_1^2\ne\sigma_2^2$

$n_1 = 10$，$n_2 = 8$，$s_1^2 = 3.544$，$s_2^2 = 1.357$，$\dfrac{s_1^2}{s_2^2} = \dfrac{3.544}{1.357} = 2.612 \ >1$，

$F_{\alpha/2}(n_1 - 1, n_2 - 1) = F_{0.025}(9, 7) = 4.82$，因 $2.612 = F < 4.82$，所以，接受 H_0，即认为甲、乙两块林地林木胸径总体的方差相等（无显著差异）。

检验：$H_0 : \mu_1 = \mu_2$　　$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$

$n_1 = 10$，$n_2 = 8$，$\bar{x}_1 = 5.4$，$\bar{x}_2 = 3.75$，$(n_1 - 1)s_1^2 = 31.9$，$(n_2 - 1)s_2^2 = 9.5$，

$$T = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\dfrac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}\sqrt{\dfrac{1}{n_1} + \dfrac{1}{n_2}}} = 2.162，$$

$t_{\frac{\alpha}{2}}(n_1 + n_2 - 2) = t_{0.025}(16) = 2.12$，因为 $|T| > 2.12$，故拒绝 H_0，即认为两块林地胸径均值有显著差异。