北京林业大学 2007--2008 学年第一学期考试试卷

试卷名称：数理统计 II (B 卷)　　　课程所在院系：理学院

考试班级：__________ 学号：__________ 姓名：__________ 成绩：__________

试卷说明：

1. 本次考试为闭卷考试。本试卷共 4 页，共七大部分，请勿漏答；
2. 考试时间为 120 分钟，请掌握好答题时间；
3. 答题之前，请将试卷上的考试班级、学号、姓名填写清楚；
4. 所有试题答案写在试卷上；
5. 答题完毕，请将试卷交回，不得带出考场；
6. 考试中心提示：请你遵守考场纪律，参与公平竞争！

答题中可能用到的数据如下：

$\Phi(0.5)=0.6915$，$\Phi(2.33)=0.99$，$z_{0.025}=1.96$，$t_{0.025}(4)=2.7764$，$\chi^2_{0.025}(4)=11.143$，$\chi^2_{0.975}(4)=0.484$。

一. 填空（每空 2 分，共 32 分）

1. 设 A、B、C 为三个随机事件，则事件"A、B、C 至少有一个不发生"可表示为 $\overline{ABC}$（或 $\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}$）。

2. 连续投掷三次硬币，则至少有一次出现正面的概率等于 7/8（或者 0.875）。

3. 已知 $X\sim N(1,\ 4)$，则 $P\{0<X<2\}=$ 0.383

4. 已知 $P(A)=0.4, P(B)=0.2$, 且 A,B 相互独立，则 $P(A\cup B)=$ 0.52。

5. 已知 X 服从区间 $[a,b]$ 上的均匀分布，又 $EX=2$，$DY=3$，则 $a=$ -1，$b=$ 5。

? 6. 已知 $\overline{X}$ 表示从某个总体 X 中抽取出来的容量为 8 的简单随机样本的样本平均，且 $E\overline{X}=4$，$D\overline{X}=6$，则 $EX=$ 4，$DX=$ 48。

7. 连续型随机变量 X 的概率密度函数为：$f(x)=\begin{cases}A\sin x, & 0\le x\le\dfrac{\pi}{2}\\ 0, & 其它\end{cases}$，则 $A=$ 1，

$P(\frac{\pi}{4}<X<\pi)=\frac{\sqrt{2}}{2}$ 或 0.7071。

8. 已知 $X\sim N(-2,5)$，常数 k 满足 $P\{X>k\}=P\{X\le k\}$，则 $k=$ -2。

9. 已知随机变量 X 和 Y 相互独立且 $X\sim N(1,2)$，$Y\sim N(-1,3)$，则 $-2X+Y$ 所服从的分布为 $N(-3,11)$。

10. 已知 X 服从参数为 1（其中 $\lambda>0$）的泊松分布，且 $EX^2=$ 2。

11．已知$D\xi=25$， $D\eta=36$，且ξ和η的相关系数$\rho_{\xi\eta}=0.4$，则$D(\xi-\eta)=$ __37__ 。

12．设(X,Y)的分布律为：

Y \ X	1	2	3
1	1/6	1/9	1/18
2	1/3	m	n

若X和Y相互独立，则$m=$ __2/9__ ，$n=$ __1/9__ 。

二、（10分）已知离散型随机变量X的概率分布为：

X	-1	0	1
P	$\dfrac{3}{2m}$	$\dfrac{1}{3m}$	$\dfrac{1}{2m}$

（1） 求常数m的值；

（2） 求X的分布函数$F(x)$；

（3） 计算X的数学期望EX和方差DX。

解：（1）由分布律性质知：$\dfrac{3}{2m}+\dfrac{1}{3m}+\dfrac{1}{2m}=1$，解得$m=7/3$ ……………… 3分

（2） $F(x)=\begin{cases}0, & x<-1\\ 9/14, & -1\le x<0\\ 11/14, & 0\le x<1\\ 1, & x\ge 1\end{cases}$ ……………… 6分

（3） X的分布律为：

X	-1	0	1
P	9/14	2/14	3/14

所以 $EX=-1\times 9/14+0\times 2/14+1\times 3/14=-3/7$ ……………… 8分

又因为：$EX^2=(-1)^2\times 9/14+0^2\times 2/14+1^2\times 3/14=6/7$ ……………… 9分

所以：$DX=EX^2+(EX)^2=33/49$ ……………… 10分

三．（10分）甲乙两个车间生产同一种电池，甲车间生产的电池占全厂的45%，乙车间生产的电池占全厂55%；甲、乙两车间的次品率分别为4%、5%．（1）求全厂电池的次品率，（2）现在从待出厂电池中检查出1个次品，求它是甲车间生产的概率。

解：用A表示"甲厂产品"，用B表示"次品率"，则

$$P(A)=\frac{45}{100},P(\overline{A})=\frac{55}{100}，P(B\mid A)=\frac{4}{100}，P(B\mid\overline{A})=\frac{5}{100}$$

(1) $P(B)=P(A)P(B|A)+P(\overline{A})P(B|\overline{A})$ $=\frac{45}{100}\times\frac{4}{100}+\frac{55}{100}\times\frac{5}{100}=0.0455$

------5 分

$(P(A|B)=\frac{P(AB)}{P(B)}=\frac{P(A)P(B|A)}{P(A)P(B|A)+P(\overline{A})P(B|\overline{A})}=36/91=0.396$ ....10 分

四.（8 分）已知 X 和 Y 都是连续型随机变量，设 X 的概率密度函数 $f_X(x)=\frac{1}{\pi(x^2+1)}$，

且 $Y=X-1$，求 Y 的概率密度函数 $f_Y(y)$。

解：法 1：

$$F_Y(y)=P\{Y\le y\}\cdots\cdots\cdots 1分$$
$$=P\{X-1\le y\}$$
$$=P\{X\le y+1\}\cdots\cdots\cdots 3分$$
$$=F_X(y+1)\cdots\cdots\cdots 5分$$

两边对 y 求导，得：

$$f_Y(y)=f_X(y+1)\times(y+1)'=\frac{1}{\pi[(y+1)^2+1]}=\frac{1}{\pi(y^2+2y+2)}\quad\text{------8 分}$$

法 2： $X=Y+1$， ....2 分

所以

$$f_Y(y)=f_X(y+1).(y+1)'\cdots\cdots\cdots 5分$$
$$=\frac{1}{\pi[(y+1)^2+1]}=\frac{1}{\pi(y^2+2y+2)}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots 8分$$

五.（10 分）设二维连续型随机变量 (X,Y) 的分布函数为：

$$F(x,\ y)=A\left(B+\arctan\frac{x}{2}\right)\left(C+\arctan\frac{y}{3}\right),$$

（1） 求常数 A、B、C；

（2） 求 X 和 Y 各自的边缘分布函数 $F_X(x),F_Y(y)$，并且判断 X 和 Y 是否相互独立。

解：(1) 由分布函数的性质，得

$$1=F(+\infty,\ +\infty)=A\left(B+\frac{\pi}{2}\right)\left(C+\frac{\pi}{2}\right)\text{..........................1 分}$$

$$0=F(x,\ -\infty)=A\left(B+\arctan\frac{x}{2}\right)\left(C-\frac{\pi}{2}\right)\text{..........................2 分}$$

$$0=F(-\infty,\ y)=A\left(B-\frac{\pi}{2}\right)\left(C+\arctan\frac{y}{3}\right)\text{..........................3 分}$$

由以上三式可得， $A=\frac{1}{\pi^2}$， $B=\frac{\pi}{2}$， $C=\frac{\pi}{2}$ ....4 分

（2）X 的边缘分布函数为

$F_X(x)=F(x,\ \infty)\ =\lim\limits_{y\to+\infty}\frac{1}{\pi^2}\left(\frac{\pi}{2}+\arctan\frac{x}{2}\right)\left(\frac{\pi}{2}+\arctan\frac{y}{3}\right)\ =\frac{1}{\pi}\left(\frac{\pi}{2}+\arctan\frac{x}{2}\right)$

……………………………………6 分

Y 的边缘分布函数为

$F_Y(y)=F(\infty,\ y)\ =\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{\pi^2}\left(\frac{\pi}{2}+\arctan\frac{x}{2}\right)\left(\frac{\pi}{2}+\arctan\frac{y}{3}\right)\ =\frac{1}{\pi}\left(\frac{\pi}{2}+\arctan\frac{y}{3}\right)$

……………………………………8 分

显然：$F(x,\ y)=A\ \left(B+\arctan\frac{x}{2}\right)\left(C+\arctan\frac{y}{3}\right)=F_X(x)\times F_Y(y)$..

……………………………………9 分

所以 X 和 Y 相互独立。……………………………………10 分

六.（10 分）某小区里的电影院为小区中的 1000 名居民服务。假定在某个时刻每个居民以 0.5 的概率到该电影院看电影。问电影院应该设多少个座位才能以 99%的概率保证来看电影的观众都有座位？

解：假设准备 x 个座；用ξ表示去看电影的观众人数，

显然ξ 服从 B（1000，0.5），……………………1 分

np=500……………………………………2 分，

np(1-p)=250,……………………………………3 分

因为 n=200，充分大，由中心极限定理可以认为

ξ近似服从 $N(500,250)$．……………………5 分，

根据题意知道：$\therefore P(\xi\le x)\ge 0.99$ ……………………7 分

所以：$\Phi(\frac{x-500}{\sqrt{250}})\ge 0.99$……………………8 分

即$\frac{x-500}{\sqrt{250}}\ge 2.33$ ……………………9 分

解得$x\ge 536.84$．至少准备 537 个座位……………10 分

七.（12 分）已知某批容器的重量（单位：千克）服从正态分布，现独立地抽取 5 件，测得它们的平均重量分别为 21，20，19，22，18。

试求（1）该批容器的重量的平均值μ的置信度为 95%的置信区间。

（2）该批容器的重量的方差σ^2的置信度为 95%的置信区间。

解：$\overline{X}=20,\ s^2=2.5,\ s=1.58,\ \alpha$=0.05, n=5 ……………… 2 分

$(1)\ \mu\in(\overline{X}-t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)\frac{S}{\sqrt{n}},\overline{X}+t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)\frac{S}{\sqrt{n}})$……………4 分

$=(20-2.7764\times\frac{1.58}{\sqrt{5}},20+2.7764\times\frac{1.58}{\sqrt{5}})$……………5 分

$=(18.0371,21.963)$……………………7 分

.

(2) $\sigma^2 \in \left(\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)}, \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)} \right) = \left(\frac{4\times2.5}{11.143}, \frac{4\times2.5}{0.484} \right) = (0.8974, 20.6611)$

------ 9 分　　------11 分　　------12 分

八.（8 分）已知某批矿砂的含碳量（单位：%）服从正态分布，现在从这批矿砂中随机抽取 5 个样品，经测定它们的含碳量分别为：3.25, 3.27, 3.24, 3.26, 3.24，问在显著水平 $\alpha = 0.05$ 下能否认为这批矿砂的平均含碳量为 3.25。

解：计算得样本平均 $\bar{x} = 3.252$，样本标准差 $s = 0.01304$ ....2 分

（1）建立统计假设 $H_0: \mu = \mu_0 = 3.25$；$H_1: \mu \neq 3.25$ ....3 分

（2）建立统计量：$T = \frac{\bar{x} - u}{s/\sqrt{n}}$ ....4 分

（3）在 H_0 成立前提下计算：$|T| = \left| \frac{3.252 - 3.25}{0.01304/\sqrt{5}} \right| = 0.343$ ....5 分

由 $\alpha = 0.05$ 求得 $t_{\frac{\alpha}{2}}(4) = 2.7764$ ....6 分

（4）因为 $|T| < t_{\alpha}(4)$，接受 H_0， ....7 分

即不可以认为这批矿砂的平均含碳量为 3.25. ....8 分

北京林业大学 2009--2010 学年第 二 学期考试试卷

课程名称： 数理统计 B （A 卷）　　课程所在学院： 理学院

考试班级________ 学号________ 姓名________ 成绩________

试卷说明：

7. 本次考试为闭卷考试。本试卷共计 四 页，共 十 大部分，请勿漏答；
8. 考试时间为 120 分钟，请掌握好答题时间；
9. 答题之前，请将试卷和答题纸上的考试班级、学号、姓名填写清楚；
10. 答案写在本试卷上；

一、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

1．在 10 个药丸中有 3 丸已失效，从中任取 4 丸，其中有 2 丸失效的概率为 3/10 。

2．已知 P(A)=0.4, P(B)=0.3，且 A、B 相互独立，则 P(A∪B)= 0.58 。

3．已知 5%的男人和 0.25%的女人是色盲，假设男人女人各占一半。现随机地挑选一人，此人恰是色盲患者的概率为 2.625% 。

4．X 服从参数为 λ（其中 $\lambda > 0$）的泊松(Poisson)分布，且 $E[(X-1)(X-2)] = 1$，则 $\lambda =$ 1 。

5．已知 $X_1, X_2, \cdots X_9$ 是来自总体 X 的简单随机样本，$EX = \mu$。令 $\hat{\theta} = \frac{1}{5}\sum_{i=1}^{4} X_i + C\sum_{i=5}^{9} X_i$，

则当 $C =$ 1/25 时，$\hat{\theta}$ 为总体期望 μ 的无偏估计。