练习题 2

一、填空题

1）设 $X_1, X_2, \cdots, X_n, \cdots$ 是独立同分布的随机变量序列,且均值为 μ ,方差为 σ^2 ,那么当 n 充分大时,近似有 $\overline{X}$ ～_______ 或 $\sqrt{n}\dfrac{\overline{X}-\mu}{\sigma}$ ～___________。特别是，当同为正态分布时，对于任意的 n ，都精确有 $\overline{X}$ ～______________ 或 $\sqrt{n}\dfrac{\overline{X}-\mu}{\sigma}$ ～_________.

2）设 $X_1, X_2, \cdots, X_n, \cdots$ 是独立同分布的随机变量序列,且 $EX_i = \mu$ ， $DX_i = \sigma^2$ $(i = 1, 2, \cdots)$ 那么 $\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i^2$ 依概率收敛于_________ .

3）设 X_1, X_2, X_3, X_4 是来自正态总体 $N(0, 2^2)$ 的样本，令 $Y = (X_1 + X_2)^2 + (X_3 - X_4)^2$ ， 则当 $C =$ _____________时 CY ～ $\chi^2(2)$ 。

4）设容量 n = 10 的样本的观察值为（8，7，6，9，8，7，5，9，6），则样本均值=_________，样本方差=_____________

5）设 $X_1, X_2, \cdots X_n$ 为来自正态总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 的一个简单随机样本，则样本均值 $X = \dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$ 服从_____________

二、选择题

1）设 X ～ $N(\mu, \sigma^2)$ 其中 μ 已知， σ^2 未知， X_1, X_2, X_3 样本，则下列选项中不是统计量的是_______

A） $X_1 + X_2 + X_3$　　B） $\max\{X_1, X_2, X_3\}$　　C） $\sum_{i=1}^{3}\dfrac{X_i^2}{\sigma^2}$　　D） $X_1 - \mu$

2）设 X ～ $\beta(1, p)$ ， $X_1, X_2, \cdots, X_n$,是来自 X 的样本，那么下列选项中不正确的是_______

A）当 n 充分大时，近似有 $\overline{X}$ ～ $N\left(p, \dfrac{p(1-p)}{n}\right)$

B） $P\{\overline{X} = k\} = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}, k = 0, 1, 2, \cdots, n$

C） $P\{\overline{X} = \dfrac{k}{n}\} = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}, k = 0, 1, 2, \cdots, n$

3）若 X ～ $t(n)$ 那么 X^2 ～_______

A） $F(1, n)$　　B） $F(n, 1)$　　C） $\chi^2(n)$　　D） $t(n)$

4）设 $X_1,X_2,\cdots X_n$ 为来自正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 简单随机样本，$\overline{X}$ 是样本均值，记

$S_1^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$，$S_2^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$，$S_3^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2$，

$S_4^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2$，则服从自由度为 $n-1$ 的 t 分布的随机变量是________

A) $t=\dfrac{\overline{X}-\mu}{S_1/\sqrt{n-1}}$　B) $t=\dfrac{\overline{X}-\mu}{S_2/\sqrt{n-1}}$　C) $t=\dfrac{\overline{X}-\mu}{S_3/\sqrt{n}}$　D) $t=\dfrac{\overline{X}-\mu}{S_4/\sqrt{n}}$

5）设 $X_1,X_2,\cdots X_n$，X_{n+1}，$\cdots$，X_{n+m} 是来自正态总体 $N(0,\sigma^2)$ 的容量为 n+m 的样本，则统计量 $V=\dfrac{m\sum_{i=1}^{n}X_i^2}{n\sum_{i=n+1}^{n+m}X_i^2}$ 服从的分布是____________

A) $F(m,n)$　B) $F(n-1,m-1)$　C) $F(n,m)$　D) $F(m-1,n-1)$

三、解答题

1）设供电网有 1000 盏电灯，夜晚每盏电灯开灯的概率均为 0.7，并且彼此开闭与否相互独立，试用切比雪夫不等式和中心极限定理分别估算夜晚同时开灯数在 680 到 720 之间的概率。

2）设总体 X 服从正态分布，又设 $\overline{X}$ 与 S^2 分别为样本均值和样本方差，又设 $X_{n+1}\sim N(\mu,\sigma^2)$，且 X_{n+1} 与 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 相互独立，求统计量 $\dfrac{X_{n+1}-\overline{X}}{S}\sqrt{\dfrac{n}{n+1}}$ 的分布。