Boolean Algebra

متل ما بتقدر بالجبر العادي انك تبني تعبير يكون ابسط كمان

بنستخدم الجبر البولياني مشان نبني معادلات بسيطة لتكون اكثر سهولة.

قواعد الجبر البولياني بتشبه قواعد الجبر العادي ولكن في بعض الحالات بيكون الجبر البولياني ابسط لأنو المتغيرات بتحمل قيمتين محتملين فقط ال0 أو ال1

بيعتمد الجبر البولياني على مجموعة من الaxioms التي نفترض انها صحيحة

ال**axioms** هي البديهيات غير قابلة للإثبات بمعنى انه لا يمكن اثبات التعريف وهي من البديهيات نثبت جميع نظريات الجبر البولياني.

جدول يبين ما نقصد به:

Axiom		Dual			Name
A1	B = 0 if B ≠ 1	**A1`**	B = 1 if B ≠ 0		**Binary Field**
A2	**0` = 1**	**A2`**	**1` = 0**		**NOT**
A3	**0 AND 0 = 0**	**A3`**	**1 + 1 = 1**		**AND/OR**
A4	**1 AND 1 = 1**	**A4`**	**0 + 0 = 0**		**AND/OR**
A5	**0 AND 1 = 1 AND 0 = 0**	**A5`**	**1 + 0 = 0 + 1 = 1**		**AND/OR**

الجدول هاد بينص على بديهيات الجبر البولياني تحدد هذه البديهيات الخمسة الDual تبعهم وال NoT, AND & OR

شرح الجدول:

ال `A1, A1اذا كنا نعمل على حقل منطقي فيو 0 او 1

ال `A2, A2بتحدد عملية NoT

من A5 .. A3 بتحدد AND وال `A5..`A3بتحدد الOR

Theoremes of one variable

	Theorem		Dual	Name
T6	$B \bullet C = C \bullet B$	T6′	$B + C = C + B$	Commutativity
T7	$(B \bullet C) \bullet D = B \bullet (C \bullet D)$	T7′	$(B + C) + D = B + (C + D)$	Associativity
T8	$(B \bullet C) + B \bullet D = B \bullet (C + D)$	T8′	$(B + C) \bullet (B + D) = B + (C \bullet D)$	Distributivity
T9	$B \bullet (B + C) = B$	T9′	$B + (B \bullet C) = B$	Covering
T10	$(B \bullet C) + (B \bullet \overline{C}) = B$	T10′	$(B + C) \bullet (B + \overline{C}) = B$	Combining
T11	$(B \bullet C) + (\overline{B} \bullet D) + (C \bullet D)$ $= B \bullet C + \overline{B} \bullet D$	T11′	$(B + C) \bullet (\overline{B} + D) \bullet (C + D)$ $= (B + C) \bullet (\overline{B} + D)$	Consensus
T12	$\overline{B_0 \bullet B_1 \bullet B_2 ...}$ $= (\overline{B_0} + \overline{B_1} + \overline{B_2} ...)$	T12′	$\overline{B_0 + B_1 + B_2 ...}$ $= (\overline{B_0} \bullet \overline{B_1} \bullet \overline{B_2})$	De Morgan's Theorem

الجدول هاد بيوصف نظريات لتبسيط المعادلات التي تتضمن أكثر من متغير واحد

شرح للجدول؛

الT7, T6 متل الجبر العادي إلي هو Commutativity and associativity

التبادل ما بيأثر على ترتيب المدخلات لوظيفة AND او OR على قيمة المخرجات

الT8 نظرية التوزيع(النشر) هي نفسها موجودة بالجبر العادي بس ال `T8لا

من خلال الT8 يتم توزيع الAND على OR في `T8العكس ،في الجبر التقليدي بنقدر نوزع الضرب على الجمع بس ما بنقدر نعمل العكس.

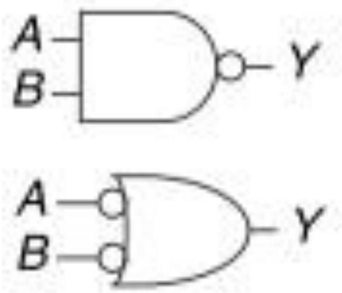
من الT11 .. T9 بتسمح لنا انو نتخلص من المتغيرات الزائدة عند الحاجة

ال T12 نظرية De Morgan نظرية قوية بعالم التصميم الرقمي بتوضح النظرية ان مكمل حاصل ضرب جميع التيرم يساوي مجموع مكمل التيرم والعكس صحيح

وفقاً لنظرية مورغان بوابة الNAND تعادل ال OR Gate ذات المدخلات المقلوبة

وكمان الNOR بتعادل بوابة الAND ذات المدخلات المقلوبة

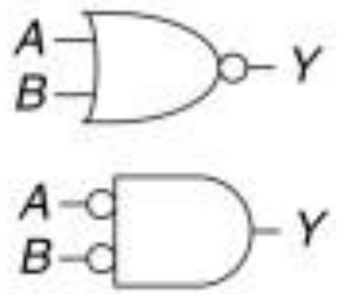
NAND



$$Y = \overline{AB} = \overline{A} + \overline{B}$$

A	B	Y
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

NOR



$$Y = \overline{A + B} = \overline{A}\,\overline{B}$$

A	B	Y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

الفقاعة الصغيرة هي اسمها bubble هي الي بتأدي الى انها تقلب القيمة متل ممكن تقلب الAND وال OR

المثال في الصورة ،تتكون بوابة NAND من بوابة AND وفقاعة إلي هي أصلا NoT

اذا كانت الفقاعة بالادخال بتكون بتعكس القيمة نفسها واذا كانت بالاخراج بتعكس الإخراج

قواعد أساسية لدفع الفقاعات:

1.ال Pushing bubbles backword:دفع الفقاعات من المخرج أو الى الامام يعني تغيير البوابة من AND الى OR والعكس صحيح

2. يؤدي دفع الفقاعة من المخرج إلى المدخلات ،الفقاعة توضع على مدخلات البوابة

3. دفع الفقاعات على بوابات الادخال ،توضع الفقاعة على المخرج

The truth behind it all:

قد يتساءل القارئ الفضولي عن كيفية إثبات النظريات، يمكن إثباتها عكس البديهيات الموضوع سهل كيف تثبتها؟ انك تحط القيم المحتملة ،و يمكنك اثباتها عن طريق جدول الحقيقة truth table

From logic to gates:

الرسم التخطيطي **schematic** هو الdiagram رسم تخطيطي للدائرات الرقمية يوضح العناصر والأسلاك التي تربطها ببعضها البعض

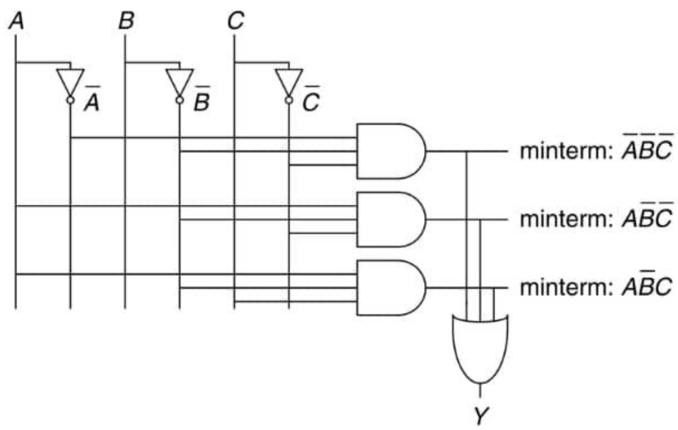


Figure 2.23 **Schematic of** $Y = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C$

هذا الرسم التخطيطي يوضح:

Y = A`B`C`+AB`C`+AB`C

ومن خلال رسم المخططات بطريقة متسقة نجعلها اسهل للقراءة وتصحيح الاخطاء:

- الادخالات موجودة في الاعلى أو على اليمين
- المخرجات موجودة في الأسفل او على اليسار
- تدفق البوابات من اليسار إلى اليمين
- الاسلاك المستقيمة افصل في الاستخدام من الأسلاك ذات الزوايا المتعددة
- يتم توصيل الاسلاك دائماً عند التقاطع على شكل T
- تشير النقطة التي تتقاطع فيها الاسلاك الى وجود اتصال بين الاسلاك
- الاسلاك المتقاطعة بدون نقاط لا تؤدي الى اي اتصال

يسمى هذا النمط بالمصفوفة المنطقية القابلة للبرمجة "Programmable Logic Array "PLA

لانه يتم ترتيبها بطريقة منظمة.

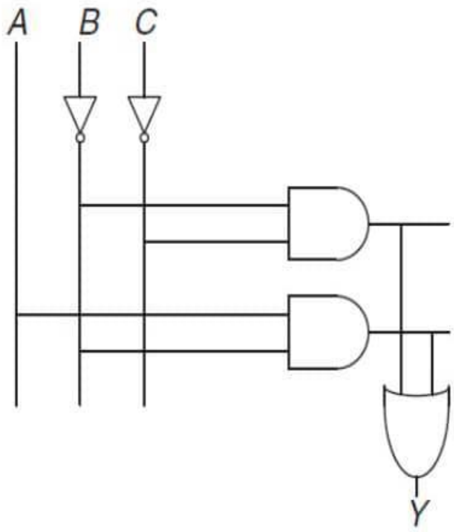


Figure 2.25 Schematic of $Y = \overline{B}\,\overline{C} + A\overline{B}$

الصورة هي بتظهر تنفيذ معادلة مبسطة

يمكننا تقليل عدد البوابات بشكل أكبر ولو عن طريق عاكس واحد من خلال الاستفادة من البوابات المعكوسة **inverting gates**

لاحظ أن BC عبارة عن AND بمدخلات مقلوبة من العاكس الموجود في C

ليش نظريات مورجان مهمة؟ لان نظريته تقول إن الAND مع مدخلان مقلوبة تعادل NOR

واعتمادا على تقنية التنفيذ قد يكون من الارخص استخدام اقل عدد من البوابات او استخدام انواع معينة من الابواب

مثل: يتم تفضيل البوابات المعكوسة على العادية يعني NOR, NAND احسن من OR , AND في CMOS Implementations

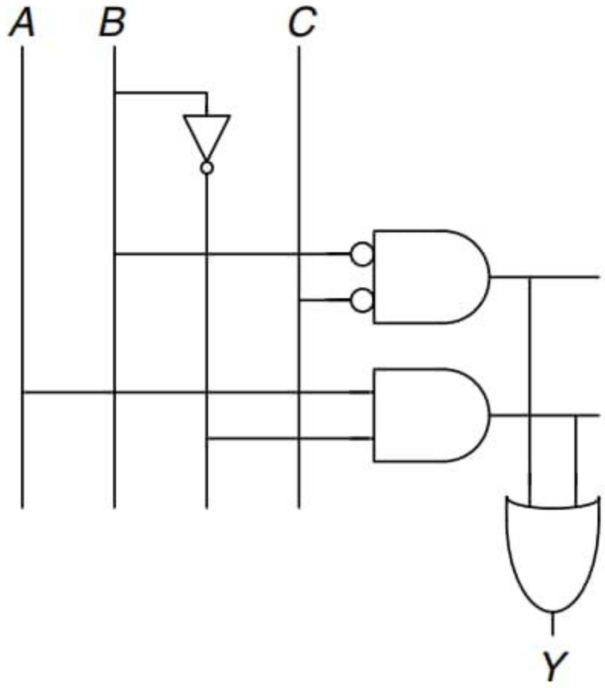


Figure 2.26 Schematic using fewer gates