

## Задачи на свойства чисел

**№1.** На доске написано несколько различных натуральных чисел, которые делятся на 3 и оканчиваются на 4.

- а) Может ли сумма составлять 282 ?
- б) Может ли их сумма составлять 390 ?
- в) Какое наибольшее количество чисел могло быть на доске, если их сумма равна 2226?

**Ответ:** а) да; б) нет; в) 9

**№2.** На доске написано несколько различных натуральных чисел, в записи которых могут быть только цифры 1 и 6.

- а) Может ли сумма этих чисел быть равна 173?
- б) Может ли сумма этих чисел быть равна 109?
- в) Какое наименьшее количество чисел может быть на доске, если их сумма равна 1021?

**Ответ:** а) да; б) нет; в) 6

**№3.** На доске написано 30 различных натуральных чисел, десятичная запись каждого из которых оканчивается или на цифру 2, или на цифру 6. Сумма написанных чисел равна 2454.

- а) Может ли на доске быть поровну чисел, оканчивающихся на 2 и на 6?
- б) Может ли ровно одно число на доске оканчиваться на 6?
- в) Какое наименьшее количество чисел, оканчивающихся на 6, может быть записано на доске?

**Ответ:** а) нет; б) нет; в) 11

**№4.** На доске написано 30 различных натуральных чисел, каждое из которых либо четное, либо его десятичная запись заканчивается на цифру 7. Сумма написанных чисел равна 810.

- а) Может ли быть 24 четных числа?
- б) Может ли быть на доске ровно два числа, оканчивающихся на 7?
- в) Какое наименьшее количество чисел с последней цифрой 7 может быть на доске?

**Ответ:** а) да; б) нет; в) 4

**№5.** На доске написано 30 натуральных чисел. Какие-то из них красные, а какие-то зелёные. Красные числа кратны 7, а зелёные числа кратны 5. Все красные числа отличаются друг от друга, как и все зелёные. Но между красными и зелёными могут быть одинаковые.

- а) Может ли сумма всех чисел, записанных на доске, быть меньше 2325, если на доске написаны только кратные 5 числа?
- б) Может ли сумма чисел быть 1467, если только одно число красное?
- в) Найдите наименьшее количество красных чисел, которое может быть при сумме 1467.

**Ответ:** а) да; б) нет; в) 10

**№6.** На доске написано 100 различных натуральных чисел с суммой 5100.

- а) Может ли быть записано число 250?
- б) Можно ли обойтись без числа 11?
- в) Какое наименьшее количество чисел, кратных 11, может быть на доске?

**Ответ:** а) нет; б) нет; в) 6

**№7.** Даны три различных натуральных числа такие, что второе число равно сумме цифр первого, а третье - сумме цифр второго.

- а) Может ли сумма трех чисел быть равной 420?
- б) Может ли сумма трех чисел быть равной 419?
- в) Сколько существует троек чисел, таких что: первое число - трехзначное, а последнее равно 5?

**Ответ:** а) да; б) нет; в) 85

**№8.** Дано трехзначное натуральное число, не кратное 100.

- а) Может ли частное этого числа и суммы его цифр быть равным 13?
- б) Может ли частное этого числа и суммы его цифр быть равным 6?
- в) Какое наибольшее натуральное значение может иметь частное данного числа и суммы его цифр, если первая цифра данного числа равна 6?

**Ответ:** а) да; б) нет; в) 70

**№9.** Дано натуральное число. К этому числу можно либо прибавить утроенную сумму его цифр, либо вычесть утроенную сумму его цифр. После прибавления или вычитания суммы цифр, число должно остаться натуральным.

- а) Можно ли получить из числа 128 число 29?
- б) Можно ли получить из числа 128 число 31?
- в) Какое наименьшее число можно было получить из числа 128?

**Ответ:** а) да; б) нет; в) 2

**№10.** С трёхзначным числом производят следующую операцию: вычитают из него сумму его цифр, а затем получившуюся разность делят на 3.

- а) Могло ли в результате такой операции получиться число 300?
- б) Могло ли в результате такой операции получиться число 151?
- в) Сколько различных чисел может получиться в результате такой операции из чисел от 100 до 600 включительно?

**Ответ:** а) да; б) нет; в) 51

**№11.** Дано трёхзначное число  $A$ , сумма цифр которого равна  $S$ .

- а) Может ли выполняться равенство  $A \cdot S = 1105$ ?
- б) Может ли выполняться равенство  $A \cdot S = 1106$ ?
- в) Какое наименьшее значение может принимать выражение  $A \cdot S$ , если оно больше 1503?

**Ответ:** а) да; б) нет; в) 1507

**№12.** Пять различных натуральных чисел таковы, что никакие два не имеют общего делителя, большего 1.

- а) Может ли сумма всех пяти чисел быть равна 26?
- б) Может ли сумма всех пяти чисел быть равна 23?
- в) Какое наименьшее значение может принимать сумма всех пяти чисел?

**Ответ:** а) да; б) нет; в) 18

**№13.** На доске написано  $n$  единиц, между некоторыми из которых поставили знаки  $+$  и посчитали сумму. Например, если изначально было написано  $n = 12$  единиц, то могла получиться, например, такая сумма:

$$1 + 11 + 11 + 111 + 11 + 1 + 1 = 147$$

- а) Могла ли сумма равняться 150, если  $n = 60$ ?
- б) Могла ли сумма равняться 150, если  $n = 80$ ?
- в) Чему могло равняться  $n$ , если полученная сумма чисел равна 150?

**Ответ:** а) да; б) нет; в) 150, 141, 132, 123, 114, 105, 96, 87, 78, 69, 60, 51, 42, 33, 24, 15.

**№14.** По кругу расставлено  $N$  различных натуральных чисел, каждое из которых не превосходит 425. Сумма любых четырёх идущих подряд чисел делится на 4, а сумма любых трёх идущих подряд чисел нечётна.

- а) Может ли  $N$  быть равным 280?
- б) Может ли  $N$  быть равным 149?
- в) Найдите наибольшее значение  $N$ .

**Ответ:** а) нет; б) нет; в) 212

**№15.** На доске написано  $N$  различных натуральных чисел, каждое из которых не превосходит 99. Для любых двух написанных на доске чисел  $a$  и  $b$ , таких, что  $a < b$ , ни одно из написанных чисел не делится на  $b - a$ , и ни одно из написанных чисел не является делителем числа  $b - a$ .

- а) Могли ли на доске быть написаны какие-то два числа из чисел 18, 19 и 20?
- б) Среди написанных на доске чисел есть 17. Может ли  $N$  быть равно 25?
- в) Найдите наибольшее значение  $N$ .

**Ответ:** а) нет; б) нет; в) 33

**№16.** Каждое из четырёх подряд идущих натуральных чисел разделили на их первые цифры и результаты сложили в сумму  $S$ .

- а) Может ли быть  $S = 41\frac{11}{24}$ ?
- б) Может ли быть  $S = 569\frac{29}{72}$ ?
- в) Найдите наибольшее целое  $S$ , если все четыре числа лежат в отрезке от 400 до 999 включительно.

**Ответ:** а) да; б) нет; в) 478

**№17.** На доске было написано несколько различных натуральных чисел. Эти числа разбили на три группы, в каждой из которых оказалось хотя бы одно число. К каждому числу из первой группы приписали справа цифру 6, к каждому числу из второй группы приписали справа цифру 9, а числа третьей группы оставили без изменений.

- а) Могла ли сумма всех этих чисел увеличиться в 9 раз?
- б) Могла ли сумма всех этих чисел увеличиться в 19 раз?
- в) В какое наибольшее число раз могла увеличиться сумма всех этих чисел?

**Ответ:** а) да; б) нет; в) 11,6

**№18.** На доске написаны числа  $1, 2, 3, \dots, 30$ . За один ход разрешается стереть произвольные три числа, сумма которых меньше 35 и отлична от каждой из сумм троек чисел, стёртых на предыдущих ходах.

- а) Приведите пример последовательных 5 ходов.
- б) Можно ли сделать 10 ходов?
- в) Какое наибольшее число ходов можно сделать?

**Ответ:** а) - ; б) нет; в) 6

