Индивидуальное домашнее задание №1 по дисциплине „Алгебра"

Курс 1. Семестр 1

Вариант №11

№1

$$\sqrt[3]{27} = 3$$

№2

Чтобы какая-либо подполугруппа существовала она должна быть замкнутой и должны выполняться свойства группы (коммутативность, ассоциативность, наличие противоположного элемента), при проведении операции над двумя элементами будет получен третий

элемент подполугруппы, а если она пересекается с другой подполугруппой, то и эх третий элемент, полученный с помощью проведения операции над другими двумя элементами, будет пересекаться с аналогичным элементом другой подполугруппы.

№3

$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14 \cdot 15 \cdot 16 \cdot 17$ в кольце Z_{18}

$17! = 355687428096000$

№4

$4 + 3 \cdot (7 + 2 \cdot 3 \cdot 4)^{-2}$ в кольце Z_{11}

$$(7 + 2 \cdot 3 \cdot 4)^{-2} = \frac{1}{(7 + 2 \cdot 3 \cdot 4)^2} =$$

$$= \frac{1}{(7 + 24)^2} = \frac{1}{625} = 0,0016$$

$$N5$$

$$z = \frac{z_1 - z_2}{z_3} + z_4 \quad z_n = ?$$

$$z_1 = 3 + 2i$$
$$z_2 = -1 + i$$
$$z_3 = -5 + 2i$$
$$z_4 = 2 - \sqrt{3}i$$

$$n = 7$$

$$z = \frac{3 + 2i + 1 - i}{-5 + 2i} + 2 - \sqrt{3}i =$$

$$= \frac{(4 + i)(-5 - 2i)}{(-5 + 2i)(-5 - 2i)} + 2 - \sqrt{3}i =$$

$$= \frac{-20 - 8i - 5i + 2}{25 + 10i - 10i + 4} + 2 - \sqrt{3}i =$$

$$= \frac{-18 - 13i}{29} + 2 - \sqrt{3}i =$$

$$= -\frac{18}{29} - \frac{13i}{29} + 2 - \sqrt{3}i =$$

$$= -\frac{18}{29} + 2 - \left(\frac{13}{29} + \sqrt{3}\right)i =$$

$$= \frac{40}{29} - \left(\frac{13}{29} + \sqrt{3}\right)i$$

$$z^7 = \left(\sqrt{\left(\frac{40}{29}\right)^2 + \left(\frac{13}{29} + \sqrt{3}\right)^2}\right)^7 (\cos 7\varphi + i\sin 7\varphi)$$

$$y = arctg\, \frac{-\frac{13}{29} \mp \sqrt{3}}{\frac{40}{29}} = arctg\left(\frac{\mp 13 \mp 29\sqrt{3}}{40}\right)$$

$$z^7 = \left(-\sqrt{\left(\frac{40}{29}\right)^2 + \left(\frac{13}{29} + \sqrt{3}\right)^2}\right)^7 \cdot$$

$$\cdot \left(\cos\left(arctg\frac{-13\mp29\sqrt{3}}{40}\right)\cdot 7 + i\cdot\sin\left(arctg\frac{-13\mp}{40}\right.\right.$$

$$\left.\left. -\mp29\sqrt{3}\right)\cdot 7\right)$$

№6

$$x^5 + x^4 - 7x^3 + 12x^2 + 6x - 2 \qquad + -C$$

$$C = -5$$

	1	1	-7	12	6	-2
-5	1	-4	13	-53	271	-1357

остат.

$$x^5 + x^4 - 7x^3 + 12x^2 + 6x - 2 / x + 5 =$$
$$= (x^4 - 4x^3 + 13x^2 - 53x + 271)(x+5) -$$
$$-1357$$

№7

$$z = \frac{z_1 - z_2}{z_3} + z_4$$

$$z_1 = 3 + 2i \qquad z_2 = -1 + i$$
$$z_3 = -5 + 2i \qquad z_4 = 2 - \sqrt{3}i$$

$$n=7 \qquad m=5$$

$$z^n=? \qquad x^m+z=0$$

$$z = \frac{3+2i-(-1+i)}{-5+2i} +$$

$$+ 2-\sqrt{3}i = \frac{3+2i+1-i}{-5+2i} +$$

$$+ 2-\sqrt{3}i = \frac{4+i}{-5+2i} + 2-\sqrt{3}i =$$

$$= \frac{(4+i)(-5-2i)}{(-5+2i)(-5-2i)} + 2-\sqrt{3}i =$$

$$= \frac{-20-8i-5i+2}{25+4} + 2-\sqrt{3}i =$$

$$= \frac{-13i-18}{29} + 2-\sqrt{3}i =$$

$$= -\frac{18}{29} - \frac{13i}{29} + 2-\sqrt{3}i =$$

$$= -\frac{18}{29} - \frac{13i}{29} + \frac{58}{29} - \frac{29\sqrt{3}i}{29} =$$

$$= \frac{40}{29} - i$$

$$= \frac{40}{29} + i\left(-\frac{13}{29} - \sqrt{3}\right)$$

$$z^7 = |z|^7 \cdot (\cos n\varphi + i\sin n\varphi)$$

$$|z| = \sqrt{\left(\frac{40}{29}\right)^2 + \left(-\frac{13}{29} - \sqrt{3}\right)^2}$$

$$\varphi = arctg \left(- \frac{13 + 29\sqrt{3}}{40} \right)$$

$$z^{2\pi}$$

$$z^{7} = \sqrt{\left(\frac{40}{29}\right)^2 + \left(-\frac{13}{29} - \sqrt{3}\right)^2}^{7}$$

$$\cdot \left(\cos\left(7 \cdot arctg\left(-\frac{13 + 29\sqrt{3}}{40}\right)\right) \right.$$

$$\left. + i \sin\left(7 \cdot arctg\left(-\frac{13 + 29\sqrt{3}}{40}\right)\right) \right)$$

$$x^5 + \frac{40}{29} + i\left(-\frac{13}{29} - \sqrt{3}\right) = 0$$

$$x^5 = -\frac{40}{29} - i\left(-\frac{13}{29} - \sqrt{3}\right)$$

$$x_1 = \sqrt[5]{\sqrt{\left(\frac{40}{29}\right)^2 + \left(-\frac{13}{29} - \sqrt{3}\right)^2}} \cdot$$

$$\cdot \left(\cos\left(\frac{arctg\left(-\frac{13 + 29\sqrt{3}}{40}\right)}{5} \right) + \right.$$

$$\left. + i \sin\left(\frac{arctg\left(-\frac{13 + 29\sqrt{3}}{40}\right)}{5} \right) \right)$$

$$x_2 = \sqrt[5]{\sqrt{\left(\frac{40}{29}\right)^2 + \left(-\frac{13}{29} - \sqrt{3}\right)^2}} \cdot$$

$$\cdot \left(\cos\left(\frac{arctg\left(-\frac{13 + 29\sqrt{3}}{40}\right) + 2\pi}{5} \right) + \right.$$

$$\left. + i \cdot \sin\left(\frac{arctg\left(-\frac{13 + 29\sqrt{3}}{40}\right) + 2\pi}{5} \right) \right)$$

$$x_3 = \sqrt[5]{\sqrt{\left(\frac{40}{29}\right)^2 + \left(-\frac{13}{29} - \sqrt{3}\right)^2}} \cdot$$

$$\cdot \left(\cos\left(\frac{arctg\left(-\frac{13 + 29\sqrt{3}}{40}\right) + 4\pi}{5} \right) + \right.$$

$$\left. + i \cdot \sin\left(\frac{arct\left(-\frac{13 + 29\sqrt{3}}{40}\right) + 4\pi}{5} \right) \right)$$

$$x_4 = \sqrt[5]{\sqrt{\left(\frac{40}{29}\right)^2 + \left(-\frac{13}{29} - \sqrt{3}\right)^2}} \cdot$$

$$\cdot \left(\cos\left(\frac{arctg\left(-\frac{13 + 29\sqrt{3}}{40}\right) + 6\pi}{5} \right) + \right.$$

$$\left. + i \cdot \sin\left(\frac{arctg\left(-\frac{13 + 29\sqrt{3}}{40}\right) + 6\pi}{5} \right) \right)$$

$$x_5 = \sqrt[5]{\sqrt{\left(\frac{40}{29}\right)^2 + \left(-\frac{13}{29} - \sqrt{3}\right)^2}} \cdot$$

$$\cdot \left(\cos\left(\frac{arctg\left(-\frac{13 + 29\sqrt{3}}{40}\right) + 8\pi}{5} \right) + \right.$$

$$\left. + i \cdot \sin\left(\frac{arctg\left(-\frac{13 + 29\sqrt{3}}{40}\right) + 8\pi}{5} \right) \right)$$