

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

**«Белгородский государственный технологический университет им.
В.Г. Шухова»**

(БГТУ им. В.Г. Шухова)

Кафедра программного обеспечения вычислительной техники и
автоматизированных систем

Индивидуальное домашнее задание №1

По дисциплине: «Алгебра»

Вариант №3

Выполнил: студент группы ВТ-231

Борченко Александр Сергеевич

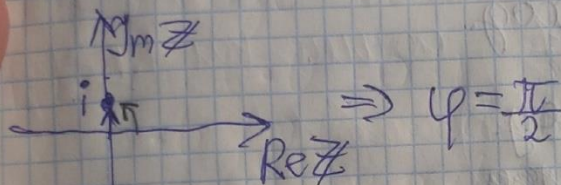
Проверил:

Хлопов Андрей Михайлович

Белгород 2023

Узг 1. Баруант 3.

1) $\sqrt[n]{i}$. Трубцы $a \pm bi \Rightarrow$
 $\sqrt[n]{a+bi}$. То оорунуе: $\sqrt[n]{Z} = \sqrt[n]{|Z|} \cdot \left(\cos\left(\frac{\varphi+2\pi k}{n}\right) + i \cdot \sin\left(\frac{\varphi+2\pi k}{n}\right) \right)$. нге $\varphi = \arg Z$, $k=0, \dots, n-1$.



$$|Z| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{0^2 + 1^2} = 1$$

$$\sqrt[n]{i} = \sqrt[n]{1} \cdot \left(\cos\left(\frac{\frac{\pi}{2} + 2\pi k}{n}\right) + i \cdot \sin\left(\frac{\frac{\pi}{2} + 2\pi k}{n}\right) \right)$$

$$1) k=0; Z_0 = 1 \cdot \left(\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + i \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \right) =$$

$$= 1 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + i \cdot \frac{1}{2} \right) = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$$

$$2) k=1; Z_1 = 1 \cdot \left(\cos\left(\frac{\frac{\pi}{2} + 2\pi}{3}\right) + i \cdot \sin\left(\frac{\frac{\pi}{2} + 2\pi}{3}\right) \right) =$$

$$= 1 \cdot \left(\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) + i \cdot \sin\left(\frac{5\pi}{6}\right) \right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$$

$$3) k=2; Z_2 = 1 \cdot \left(\cos\left(\frac{\frac{\pi}{2} + 4\pi}{3}\right) + i \cdot \sin\left(\frac{\frac{\pi}{2} + 4\pi}{3}\right) \right) =$$

$$= 1 \cdot \left(\cos\left(\frac{9\pi}{6}\right) + i \cdot \sin\left(\frac{9\pi}{6}\right) \right) = -1i$$

Ответ: $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$; $-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$; $-1i$

√2) Множество N с $a \cdot b = \text{HOD}(a, b)$
Чтобы множество было полуруппой —
нужно чтобы выполнялась ассоциативность:
 $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$.

Пусть $a=2 \cdot b=4 \cdot c=6$ (эти числа $\in N$). Тогда:
 $(a \cdot b) \cdot c \neq 2$ (т.к. $\text{HOD}(2, 4)=2$) $\cdot 6 = 12$
 $a \cdot (b \cdot c) = 2 \cdot 6 = 12$

$$(a \cdot b) \cdot c = 8 \cdot 6 = 48$$

$$a \cdot (b \cdot c) = 2 \cdot 24 = 48$$

$48 = 48 \Rightarrow$ ассоциативность выполняется \Rightarrow

множество является полуруппой.

Ответ: является полуруппой.

√3) Пусть $Z_n = 6$, тогда $Z_n = \{\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}\}$

В Z_6 определим операции сложения и умноже-
ния: $\bar{a} + \bar{b} = \overline{a+b}$; $\bar{a} \cdot \bar{b} = \overline{a \cdot b}$

1) $\bar{3} + \bar{5} = \bar{8}$, т.к. $3+5=8 \in \bar{2}$ ($8 \equiv 2 \pmod{6}$)

2) $\bar{2} \cdot \bar{5} = \bar{10}$, т.к. $2 \cdot 5 = 10 \in \bar{4}$

Является кольцом вычетов.

Ответ: является кольцом вычетов.

√4)

«Свойства поля»

1. $\alpha \cdot 0 = 0 \cdot \alpha = 0$
2. $\alpha \cdot b \neq 0$
3. $\alpha + b \neq 0$, где $\alpha \neq b$
4. Если $\alpha \cdot b = \alpha \cdot c$ и $\alpha \neq 0$, то $b = c$.

Представлю множество комплексных чисел ~~как~~ в виде $a \pm bi$

1. $\alpha \cdot 0$ и $0 \cdot \alpha = 0$ (1 свойство выполняется)
2. $\alpha \cdot b \neq 0$ (2 свойство выполняется)
3. $\alpha + b \neq 0$ при $\alpha \neq b$ (3 свойство выполняется)
4. $\frac{1}{a} = a^{-1}$ и $\frac{1}{b} = b^{-1}$ (4 свойство выполняется)

Ответ: множество является полем.

N5.

$$Z = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_3} + Z_4 \quad ; \quad Z^n = ? , \text{ где } n=3$$

$$Z_1 = 5 - 3i; Z_2 = 2 + 4i; Z_3 = 6 - 4i; Z_4 = -\frac{49}{26} + \left(\frac{15}{26} + \sqrt{3}\right)i$$

$$Z = \frac{5 - 3i - 2 - 4i}{6 - 4i} - \frac{49}{26} + \left(\frac{15}{26} + \sqrt{3}\right)i = \frac{3 - 7i}{6 - 4i} - \frac{49}{26} + \frac{15}{26}i + \sqrt{3}i$$

$$\textcircled{1} \quad \frac{3 - 7i}{6 - 4i} \cdot \frac{6 + 4i}{6 + 4i} = \frac{18 + 12i - 42i + 28}{36 + 16} = \frac{46 - 30i}{52} =$$

$$= \frac{23}{26} - \frac{15}{26}i$$

$$\frac{23}{26} - \frac{45}{26}i - \frac{49}{26} + \frac{45}{26}i + \sqrt{3}i = -\frac{26}{26} + \sqrt{3}i = -1 + \sqrt{3}i$$

$$Z^3 = (-1 + \sqrt{3}i)^3$$

$$Z = |Z| \cdot (\cos \varphi + i \cdot \sin \varphi)$$

$$|Z| = \sqrt{(-1)^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{4} = 2$$

$$Z = 2 \cdot \left(\cos \left(\frac{2\pi}{3} \right) + i \cdot \sin \left(\frac{2\pi}{3} \right) \right)$$

$$Z^3 = 2^3 \cdot \left(\cos \left(3 \cdot \frac{2\pi}{3} \right) + i \cdot \sin \left(3 \cdot \frac{2\pi}{3} \right) \right) =$$

$$= 8 \cdot (\cos(2\pi) + i \cdot \sin(2\pi)) = 8 \cdot (1 + i \cdot 0) = 8$$

Ordet: 8.

W6

$$f(x) = x^4 - 8x^3 + 24x^2 - 50x + 90$$

$$g(x) = x - c, \text{ wge } c = 2$$

$$\begin{array}{r} x^4 - 8x^3 + 24x^2 - 50x + 90 \quad | x-2 \\ \underline{x^4 - 2x^3} \quad | x^3 - 6x^2 + 12x - 26 \end{array}$$

$$\underline{-6x^3 + 24x^2 - 50x + 90}$$

$$\underline{-6x^3 + 12x^2}$$

$$\underline{-12x^2 - 50x + 90}$$

$$\underline{12x^2 - 24x}$$

$$\underline{-26x + 90}$$

$$\underline{-26x + 52}$$

$$f(x) = (x-2)^{38} (x^3 - 6x^2 + 12x - 26) + 38 \leftarrow \text{Ordet}$$