Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова»

(БГТУ им. В.Г. Шухова)

Кафедра программного обеспечения вычислительной техники и автоматизированных систем

Лабораторная работа №1.2

По дисциплине: «Дискретная математика»

Тема: «Нормальные формы Кантора»

Выполнил: студент группы ВТ-231

Борченко Александр Сергеевич

Проверили:

Островский Алексей Мячиславович

Рязанов Юрий Дмитриевич

Белгород 2024

Цель работы: изучить способы получения различных нормальных форм Кантора множества, заданного произвольным теоретико-множественным выражением.

Задания:

1. Представить множество, заданное исходным выражением (см.табл. 1), в нормальной форме Кантора.

2. Получить совершенную нормальную форму Кантора множества, заданного исходным выражением.

3. Получить сокращенную нормальную форму Кантора множества, заданного исходным выражением.

4. Получить тупиковые нормальные формы Кантора множества, заданного исходным выражением. Выбрать минимальную нормальную форму Кантора.

Вариант №2

Исходное выражение: $D \cap (D - C) \cup A - B - C \,\Delta\, (B - A)$

1. Представить множество, заданное исходным выражением в нормальной форме Кантора. Избавлюсь от операций разности и симметрической разности, раскрою групповые дополнения с помощью закона де Моргана, попутно раскрывая скобки при помощи закона дистрибутивности и упрощая выражение с применением свойств коммутативности, идемпотентности, поглощения и т.п:

1) $(D - C) = D \cap \overline{C}$;
2) $(B - A) = B \cap \overline{A}$;
3) $D \cap \overline{C} \cup A - B - C = D \cap \overline{C} \cup A \cap \overline{B} \cap \overline{C}$;
4) $(D \cap \overline{C} \cup A \cap \overline{B} \cap \overline{C}) \,\Delta\, (B \cap \overline{A}) = (D \cap \overline{C} \cup A \cap \overline{B} \cap \overline{C}) \cap \overline{(B \cap \overline{A})} \cup (B \cap \overline{A}) \cap \overline{(D \cap \overline{C} \cup A \cap \overline{B} \cap \overline{C})}$;

5) $(D \cap \overline{C} \cup A \cap \overline{B} \cap \overline{C}) \cap (\overline{B} \cap A) \cup (B \cap \overline{A}) \cap (\overline{D} \cap C \cup \overline{A} \cap B \cap C) = \overline{B}\overline{C}D \cup AD\overline{C} \cup \overline{A}B\overline{C} \cup (((\overline{D} \cup C) \cap (\overline{A} \cup B \cup C)) \cap B \cap \overline{A}) =$

$\mathbf{\overline{B}\overline{C}D \cup AD\overline{C} \cup A\overline{B}\overline{C} \cup \overline{A}B\overline{D} \cup \overline{A}BC\overline{D} \cup \overline{A}BC.}$

НФК: $\mathbf{\overline{B}\overline{C}D \cup AD\overline{C} \cup A\overline{B}\overline{C} \cup \overline{A}B\overline{D} \cup \overline{A}BC\overline{D} \cup \overline{A}BC.}$

2. Получить совершенную нормальную форму Кантора множества, заданного исходным выражением;

$$D \cap (D - C) \cup A - B - C \,\Delta\, (B - A)$$

1) Разложение Шеннона:

$D \cap (D - C) \cup A - B - C \,\Delta\, (B - A) =$

$\bar{A}\cap\bar{B}\cap\bar{C}\cap\bar{D}\cap ((\emptyset\cap(\emptyset-\emptyset)\cup \emptyset-\emptyset-\emptyset \,\Delta\, (\emptyset-\emptyset)) \cup$

$\bar{A}\cap\bar{B}\cap\bar{C}\cap D\cap ((U\cap(U-\emptyset)\cup \emptyset-\emptyset-\emptyset \,\Delta\, (\emptyset-\emptyset)) \cup$

$\bar{A}\cap\bar{B}\cap C\cap\bar{D}\cap ((\emptyset\cap(\emptyset-U)\cup \emptyset-\emptyset-U \,\Delta\, (\emptyset-\emptyset)) \cup$

$\bar{A}\cap B\cap\bar{C}\cap\bar{D}\cap ((\emptyset\cap(\emptyset-\emptyset)\cup \emptyset-U-\emptyset \,\Delta\, (U-\emptyset)) \cup$

$A\cap\bar{B}\cap\bar{C}\cap\bar{D}\cap ((\emptyset\cap(\emptyset-\emptyset)\cup U-\emptyset-\emptyset \,\Delta\, (\emptyset-U)) \cup$

$\bar{A}\cap B\cap C\cap\bar{D}\cap ((\emptyset\cap(\emptyset-U)\cup \emptyset-U-U \,\Delta\, (U-\emptyset)) \cup$

$\bar{A}\cap B\cap\bar{C}\cap D\cap ((U\cap(U-\emptyset)\cup \emptyset-U-\emptyset \,\Delta\, (U-\emptyset)) \cup$

$\bar{A}\cap\bar{B}\cap C\cap D\cap ((U\cap(U-U)\cup \emptyset-\emptyset-U \,\Delta\, (\emptyset-\emptyset)) \cup$

$A\cap B\cap C\cap\bar{D}\cap ((\emptyset\cap(\emptyset-U)\cup U-U-U \,\Delta\, (U-U)) \cup$

$A\cap B\cap\bar{C}\cap D\cap ((U\cap(U-\emptyset)\cup U-U-\emptyset \,\Delta\, (U-U)) \cup$

$A\cap\bar{B}\cap C\cap D\cap ((U\cap(U-U)\cup U-\emptyset-U \,\Delta\, (\emptyset-U)) \cup$

$\bar{A}\cap B\cap C\cap D\cap ((U\cap(U-U)\cup \emptyset-U-U \,\Delta\, (U-\emptyset)) \cup$

$A\cap\bar{B}\cap\bar{C}\cap D\cap ((U\cap(U-\emptyset)\cup U-\emptyset-\emptyset \,\Delta\, (\emptyset-U)) \cup$

$A\cap\bar{B}\cap C\cap\bar{D}\cap ((\emptyset\cap(\emptyset-U)\cup U-\emptyset-U \,\Delta\, (\emptyset-U)) \cup$

$A\cap B\cap\bar{C}\cap\bar{D}\cap ((\emptyset\cap(\emptyset-\emptyset)\cup U-U-\emptyset \,\Delta\, (U-U)) \cup$

$A\cap B\cap C\cap D\cap ((U\cap(U-U)\cup U-U-U \,\Delta\, (U-U)) =$

$\bar{A}\cap\bar{B}\cap\bar{C}\cap\bar{D}\cap\emptyset \cup$

$\boldsymbol{\bar{A}\cap\bar{B}\cap\bar{C}\cap D\cap U} \cup$

$\bar{A}\cap\bar{B}\cap C\cap\bar{D}\cap\emptyset \cup$

$\boldsymbol{\bar{A}\cap B\cap\bar{C}\cap\bar{D}\cap U} \cup$

$\boldsymbol{A\cap\bar{B}\cap\bar{C}\cap\bar{D}\cap U} \cup$

$\boldsymbol{\bar{A}\cap B\cap C\cap\bar{D}\cap U} \cup$

$\boldsymbol{\bar{A}\cap B\cap\bar{C}\cap D\cap U} \cup$

$\bar{A}\cap\bar{B}\cap C\cap D\cap\emptyset \cup$

$$\mathrm{A} \cap \mathrm{B} \cap \mathrm{C} \cap \overline{\mathrm{D}} \cap \varnothing \cup$$

$$\mathrm{A} \cap \mathrm{B} \cap \overline{\mathrm{C}} \cap \mathrm{D} \cap \varnothing \cup$$

$$\mathrm{A} \cap \overline{\mathrm{B}} \cap C \cap \mathrm{D} \cap \varnothing \cup$$

$$\overline{\mathbf{A}} \cap \boldsymbol{B} \cap \boldsymbol{C} \cap \mathbf{D} \cap \mathbf{U} \cup$$

$$\mathbf{A} \cap \overline{\mathbf{B}} \cap \overline{\mathbf{C}} \cap \mathbf{D} \cap \mathbf{U} \cup$$

$$\mathrm{A} \cap \overline{\mathrm{B}} \cap C \cap \overline{\mathrm{D}} \cap \varnothing \cup$$

$$\mathrm{A} \cap B \cap \overline{\mathrm{C}} \cap \overline{\mathrm{D}} \cap \varnothing \cup$$

$$\mathrm{A} \cap B \cap \mathrm{C} \cap \mathrm{D} \cap \varnothing$$

Совершенная НФК: $\mathrm{A}\overline{\mathrm{B}}\overline{\mathrm{C}}\mathrm{D} \cup \overline{\mathrm{A}}\overline{\mathrm{B}}\overline{\mathrm{C}}\mathrm{D} \cup \overline{\mathrm{A}}B\overline{\mathrm{C}}\mathrm{D} \cup A\overline{\mathrm{B}}\overline{\mathrm{C}}\overline{D} \cup \overline{\mathrm{A}}\mathrm{BC}\overline{D} \cup \overline{\mathrm{A}}B\overline{\mathrm{C}}\overline{D} \cup \overline{\mathrm{A}}\mathrm{BC}D$.

2) Применение склеивания в обратном порядке:

$\overline{B}\overline{C}D \cup AD\overline{C} \cup A\overline{B}\overline{C} \cup \overline{A}B\overline{D} \cup \overline{A}BC\overline{D} \cup \overline{A}BC =$

$A\overline{B}\overline{C}D \cup \overline{A}\overline{B}\overline{C}D \cup ABCD \cup A\overline{B}CD \cup A\overline{B}\overline{C}D \cup A\overline{B}\overline{C}\overline{D} \cup \overline{A}BCD \cup \overline{A}B\overline{C}D \cup \overline{A}BC\overline{D} \cup \overline{A}BCD \cup \overline{A}BC\overline{D} = A\overline{B}\overline{C}D \cup \overline{A}\overline{B}\overline{C}D \cup \overline{A}B\overline{C}D \cup A\overline{B}\overline{C}\overline{D} \cup \overline{A}BC\overline{D} \cup \overline{A}B\overline{C}\overline{D} \cup \overline{A}BCD$

Совершенная НФК: $A\overline{B}\overline{C}D \cup \overline{A}\overline{B}\overline{C}D \cup \overline{A}B\overline{C}D \cup A\overline{B}\overline{C}\overline{D} \cup \overline{A}BC\overline{D} \cup \overline{A}B\overline{C}\overline{D} \cup \overline{A}BCD$. (Результат совпал с разложением Шеннона)

3. Получить сокращенную нормальную форму Кантора множества, заданного исходным выражением;

Найдем простые импликанты, используя полученную совершенную НФК.

(Знаки +;^;*;#;%;&;? обозначают какое выражение с каким группируется)

0	1	2	3	4
	0001+% 0100*/ 1000^	0110*? 1001+^ 0101#%/	0111#?	
	-001 010-* 01-0& 100- 0-01	01-1& 011-*		
	01--			

Сокращенная НФК: $\overline{B}\overline{C}D \cup A\overline{B}\overline{C} \cup \overline{A}\overline{C}D \cup \overline{A}B$.

4. Получить тупиковые нормальные формы Кантора множества, заданного исходным выражением. Выбрать минимальную нормальную форму Кантора.

1) Составление матрицы Квайна:

	0001	1000	0100	1001	0110	0101	0111
-001 (x1)	+			+			
100- (x2)		+		+			
01-- (x3)			+		+	+	+
0-01 (x4)	+					+	

Метод Петрика:

Для каждого i-го столбца матрицы, не покрытого ядром Квайна, построю дизъюнкцию всех букв, обозначающих строки матрицы(xi), пересечение которых с i-м столбцом отмечено крестиком.

(X1 V X4) & X3 & X3 & (X3 V X4) & X2 & (X1 V X2) & X3 & X3 =

(X1X3X2 V X3X2X4) & (X1X3 V X1X4 V X2X3 V X2X4) =

(X3X1X2) V (X3X2X4).

<u>Это определяет 2 тупиковые НФК:</u>

1) X3X1X2 = 01-- ∪ -001 ∪ 100- = $\overline{A}B \cup \overline{B}\overline{C}D \cup A\overline{B}\overline{C}$

2) X3X2X4 = 01-- ∪ 100- ∪ 0-01 = $\overline{A}B \cup A\overline{B}\overline{C} \cup \overline{A}\overline{C}D$

Выберу тупиковые НФК, содержащие минимальные количества операций, по отношению ко всем другим тупиковым НФК:

Минимальные НФК: 1) $\overline{A}B \cup \overline{B}\overline{C}D \cup A\overline{B}\overline{C}$

2)$\overline{A}B \cup A\overline{B}\overline{C} \cup \overline{A}\overline{C}D$

Вывод: в ходе выполнения лабораторной работы я изучил способы получения различных нормальных форм Кантора множества, заданного произвольным теоретико-множественным выражением