最优化方法第一次实验

目录

二分法求一元函数极小值

优化问题

$$\min_{[a,b]} \phi(\alpha),\ \phi(\alpha)\text{ 为连续可微函数, } \alpha^*\text{ 为最优解}$$

二分法：进行以下迭代

- 第 k 步 $\alpha^* \in [a_k, b_k]$
- 取 $u_k = \frac{a_k+b_k}{2}$
- 若 $\phi\prime(u_k)$ 与 $\phi\prime(a_k)$ 异号, 则 $\alpha^* \in [a_k, u_k] := [a_{k+1}, b_{k+1}]$
- 若 $\phi\prime(u_k)$ 与 $\phi\prime(b_k)$ 异号, 则 $\alpha^* \in [u_k, b_k] := [a_{k+1}, b_{k+1}]$
- 得极小值的新区间 $[a_{k+1}, b_{k+1}]$

三分法求一元函数极小值

优化问题

$$\min_{[a,b]} \phi(\alpha),\ \ \phi(\alpha) \text{为单峰函数},\ \alpha^* \text{为最优解}$$

三分法：进行以下迭代

- 第 k 步 $\alpha^* \in [a_k, b_k]$
- 取 u_k, v_k 满足 $a_k < u_k < v_k < b_k$
- 若 $\phi(u_k) < \phi(v_k)$，则 $\alpha^* \in [a_k, v_k] := [a_{k+1}, b_{k+1}]$
- 若 $\phi(u_k) > \phi(v_k)$，则 $\alpha^* \in [u_k, b_k] := [a_{k+1}, b_{k+1}]$
- 得极小值的新区间 $[a_{k+1}, b_{k+1}]$

0.618 法求一元函数极小值

优化问题

$$\min_{[a,b]} \phi(\alpha),\ \phi(\alpha)\text{为单峰函数},\ \alpha^*\text{为最优解}$$

0.618 法：记 $\lambda = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$, 取

$$u_k = a_k + (1-\lambda)(b_k - a_k)$$
$$v_k = a_k + \lambda(b_k - a_k)$$

0.618 法：进行以下迭代

- 第 k 步 $\alpha^* \in [a_k, b_k]$ 以及 u_k, v_k
- 若 $\phi(u_k) < \phi(v_k)$, 则 $\alpha^* \in [a_k, v_k] := [a_{k+1}, b_{k+1}]$, $v_{k+1} = u_k$, 新取 u_{k+1}
- 若 $\phi(u_k) > \phi(v_k)$, 则 $\alpha^* \in [u_k, b_k] := [a_{k+1}, b_{k+1}]$, $u_{k+1} = v_k$, 新取 v_{k+1}
- 得极小值的新区间 $[a_{k+1}, b_{k+1}]$

实验题目

考虑 $[0,3]$ 上的函数 $\phi(\alpha)=3\alpha^4-16\alpha^3+30\alpha^2-24\alpha+8$

1. 画出函数图像
2. 用二分法求该函数极小值
3. 用三分法求该函数极小值
4. 用黄金分割法求该函数极小值
5. 探索 Matlab 内置命令求该函数极小值

要求

1. 明确输入变量和输出变量
2. 迭代法需要初始化和终止条件（容许精度，迭代次数等）
3. 展示算法的极小化过程，可用表格或图像展示
4. 讨论结果和各参数的关系，可用表格或图像展示
5. 比较各算法的效率
   - 迭代相同的次数, 比较计算时间和误差
   - 达到同样的误差, 需要的计算时间和迭代次数

结果提交

- 自行设计实验报告
- 格式要求：PDF 格式，包括封面，目录，页码等
- 内容要求：代码，结果，图表，讨论等
- 按时提交至学习通