

Математическая модель

| Данные о запускаемой ракете.

Детали

29

Масса

26.995 т

Кол-во мест

1

Стоимость

14,832

Высота

11.6 м

Ширина

4.1 м

Длина

4.1 м

| 1. Уравнения движения

Для описания движения ракеты можно использовать уравнения Ньютона второго закона:

$$F = m \cdot a$$

где:

- F — результирующая сила, действующая на ракету,
- m — масса ракеты,
- a — ускорение ракеты.

| 2. Силы, действующие на ракету

Основные силы, действующие на ракету во время полета:

- Сила тяжести: $F_g = m \cdot g$, где g — ускорение свободного падения.
- Сила тяги: $F_t = \dot{m} \cdot v_e$, где \dot{m} — расход топлива, а v_e — скорость истечения газов.
- Аэродинамическая сила: $F_d = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot C_d \cdot A$, где:
 - ρ — плотность воздуха,
 - v — скорость ракеты,
 - C_d — коэффициент сопротивления,
 - A — площадь поперечного сечения.

| 3. Уравнение движения ракеты

Учитывая все силы, уравнение движения ракеты можно записать как:

$$m \cdot a = F_t - F_g - F_d$$

| 4. Изменение массы

Масса ракеты со временем изменяется из-за сжигания топлива. Это можно описать следующим образом:

$$m(t) = m_0 - \dot{m} \cdot t$$

где m_0 — начальная масса ракеты.

| 5. Уравнение состояния

Для описания процесса сгорания топлива можно использовать уравнение состояния для газов, если необходимо учитывать изменения температуры и давления.

| 6. Управление полетом

Для управления полетом ракеты можно использовать системы управления, которые могут включать в себя PID-регуляторы или другие алгоритмы.

| Пример модели

В простейшем случае можно использовать однородное движение ракеты (без учета аэродинамики и изменения массы):

$$v(t) = v_0 + a \cdot t$$

где v_0 — начальная скорость.

Эта модель может быть значительно усложнена в зависимости от требований к точности и сложности анализа.

| Уравнение движения ракеты.

Если пренебрегать силой сопротивления воздуха, то, зная массу ракеты ($m = 26.995 \text{ т}$), мы можем найти силу тяги:

$$F_g = 26995 \text{ кг} \cdot 9.81 \text{ м/с}^2 \approx 264,563.95 \text{ Н}$$

$$F_T \geq 264,563.95 \text{ Н}$$

Экваториальный радиус Земли — большая полуось эллипсоида Красовского, равная 6 378 245 м.

Средний радиус Земли — 6 371 302 м.

Возьмём среднее значение радиуса земли: $R = 6\,371\,302 \text{ м}$.

Текущая наилучшая оценка массы Земли составляет $M = 5,9722 \times 10^{24} \text{ кг}$ с относительной погрешностью 10^{-4} .

Чтобы найти площадь поперечного сечения ракеты, если ее длина и ширина равны 4.1 м, можно использовать формулу для площади прямоугольника:

В данном случае:

$$A = 4.1\text{м} \times 4.1\text{м} = 16.81\text{м}^2$$

Подставив значения нашей ракеты в финальное уравнение движения можно получить следующее равенство:

$$m(t) \cdot a(t) = 264,563.95\text{Н} - (6,674\ 30(15) \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^{-2} \cdot 5,9722 \cdot 10^{24} \text{ кг} \cdot 26995\text{кг} / (6\ 371\ 302 \text{ м} + h)^2) - (0,5 \cdot C_a \cdot p(h) \cdot v^2 \cdot 16.81\text{м}^2$$

| Формулы зависимости

Для начала возьмём производную от пути по времени, это будет зависимость скорости от времени:

Равномерно ускоренное движение (например, свободное падение):

$$S(t) = s_0 + v_0 \cdot t + a \cdot t^2 / 2$$

Где:

$S(t)$ - зависимость пройденного пути от времени

s_0 — начальное положение

V_0 - начальная скорость

T - время

a - ускорение

$$S(t)' = V(t) = v_0 + a \cdot t$$

$V(t)$ - зависимость скорости от времени.