МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
Факультет прикладной математики и информатики

Кафедра математического моделирования и анализа данных

ЦУРАНОВ НИКИТА ВАСИЛЬЕВИЧ

СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ С ПОМОЩЬЮ ВЕЙВЛЕТ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ

Курсовой проект
Студента 4 курса 7 группы

Допустить к защите	**Руководитель**
Руководитель работы	*Лобач Виктор Иванович*
______________________	доцент кафедры ММАД
« »__________ 2020	канд. физ.-мат. наук

Минск, 2020

Содержание

Введение

Вейвлет-преобразование представляет собой синтез идей, которые возникли за многие годы из разных областей, таких как математика и обработка сигналов. Вообще говоря, вейвлет-преобразование — это инструмент, который делит данные, функции или операторы на разные частотные компоненты, а затем изучает каждый компонент с разрешением, соответствующим его масштабу[1].

Таким образом, вейвлет-преобразование используется для обеспечения экономного и информативного математическое представление многих объектов, представляющих интерес[2]. В настоящее время многие компьютерные программные пакеты содержат быстрые и эффективные алгоритмы для преобразования вейвлетов. Благодаря такой легкой доступности вейвлеты быстро завоевали популярность среди ученых и инженеров, как в области теоретических исследований, так и в области применения. Прежде всего, вейвлеты широко применяются в таких областях компьютерных наук, как обработка изображений, компьютерное зрение, управление сетями и анализ данных. За последнее десятилетие интеллектуальный анализ данных или базы данных обнаружения знаний стали важной областью как в академия и в промышленности. Интеллектуальный анализ данных - это процесс автоматического извлечения новых полезных и понятных шаблонов из большой коллекции данных.

Теория вейвлетов, естественно, может сыграть важную роль в анализе данных, поскольку она хорошо обоснована и имеет очень практическое применение. У вейвлетов есть много благоприятных свойств, таких как исчезающие моменты, иерархическая структура с разложением по иерархии и многоразрешению, линейная временная и пространственная сложность преобразований, декоррелированные коэффициенты и широкий спектр базовых функций. Эти свойства могут обеспечить значительно более эффективные и эффективные решения многих проблем анализа данных. Во-первых, вейвлеты могут обеспечивать представление данных, которые делают процесс сбора данных более эффективным и точным. Во-вторых, вейвлеты могут быть включены в ядро многих алгоритмов сбора данных.

Хотя стандартные вейвлет-приложения в основном используются для данных, которые имеют временную / пространственную локализацию (например, временные ряды, данные потоков и данные изображений), вейвлеты также успешно применяются в различных областях при извлечении данных. На практике широкое разнообразие методов, связанных с вейвлетами, было применено для решения целого ряда проблем интеллектуального анализа данных.

В этой работе представляются необходимые математические основы для понимания и использования вейвлетов, а также краткий обзор исследований вейвлет-приложений

1 Вейвлеты Хаара и их свойства

Рассмотрим основные характеристики вейвлетов Хаара.

Материнская функция[3] задается следующим образом:

$$\psi(x) = \begin{cases} 1, & x \in [0, 0.5) \\ -1, & x \in [0.5, 1) \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

Масштабирующая функция определяется как:

$$\phi(x) = \begin{cases} 1, & x \in [0, 1) \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

Система базисных вейвлетов получается путем растяжения и смещения материнского вейвлета:

$$\psi_{a,b}(x) = 2^{\frac{a}{2}}\psi(2^a t - b); a \in N_0, b = 0...2^a - 1$$

Свойства вейвлетов[4]:

- $\psi(x)$ абсолютно интегрируемая и принадлежит L^2:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(x)| dx < \infty \text{ и } \int_{-\infty}^{\infty} |\psi(x)|^2 dx < \infty$$

- Среднее равно нулю, а норма равна единице:

$$\langle f, g \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)g(x)dx \text{ — скалярное произведение в } L^2$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(x)dx = 0 \text{ и } \int_{-\infty}^{\infty} \psi(x)^2 dx = 1$$

- Вейвлеты Хаара так же является ортонормированными:

$$\langle \psi_{a,b}(x), \psi_{i,j}(x) \rangle = \begin{cases} 1, & a, b = i, j \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

2 Преобразование Фурье и вейвлет-преобразование

Преобразование Фурье[5] функции вещественной переменной задается формулой:

$$\hat{f}(w) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-ixw} dx$$

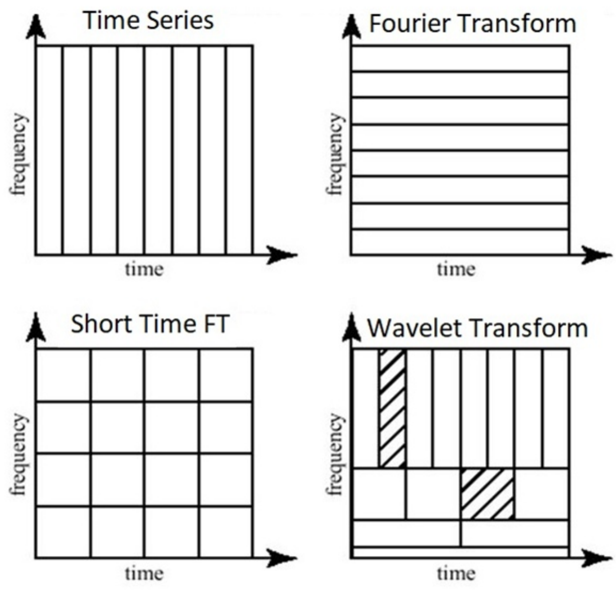
Формула обращения:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{f}(w) e^{ixw} dw$$

В контексте анализа временных рядов, которые можно рассматривать как сигналы, преобразование Фурье позволяет перевести сигнал из временного представления в частотное.

Но у преобразования Фурье есть недостаток. Т.к. мы получаем только частотный спектр, то результат преобразования для суммы двух синусоид и синусоиды, переходящей в другую, (с теми же частотами и на таком же временном промежутке) будет неотличим (преобразование Фурье используется только для периодичных функций).

Если нам нужно больше, чем просто анализ спектра частот, то существует оконное преобразование Фурье, а также вейвлет-анализ.



Вейвлет-преобразование $W(a, b) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\psi_{a,b}(x)dx$ отличается от преобразования Фурье выбором анализирующей функции. Но для разложения в ряд Фурье мы накладывали условие ортогональности, и благодаря этому мы раскладывали функцию по заданному базису. С вейвлетами, в общем случае, мы так сделать не можем, но мы можем посмотреть насколько заданная функция похожа на наш вейвлет в заданный момент времени. Момент времени задается через растяжение и смещение анализирующей функции, а схожесть определяется величиной коэффициента.

Вейвлет Хаара обладает ортогональностью, а значит мы можем провести разложение по вейвлет-базису. С этим мы подходим к задаче анализа.

3 Задачи анализа и синтеза

3.1 Задача анализа

Задана анализа состоит в получении коэффициентов разложения. Для работы будем использовать вейвлеты Хаара. Формулы для непрерывного преобразования:

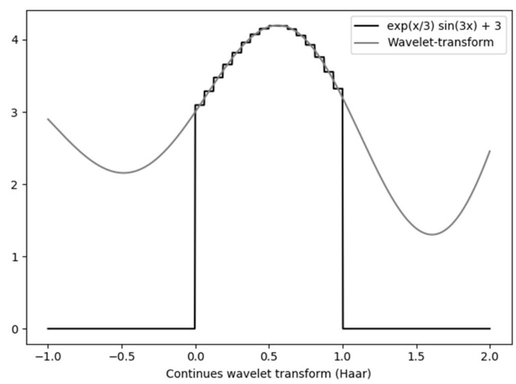
$$c_{a,b} = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\psi_{a,b}(t)dt;\ s = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\phi(t)dt$$

$a \in N_0, b = 0...2^a - 1, a = 0...M$, где М — количество уровней разложения

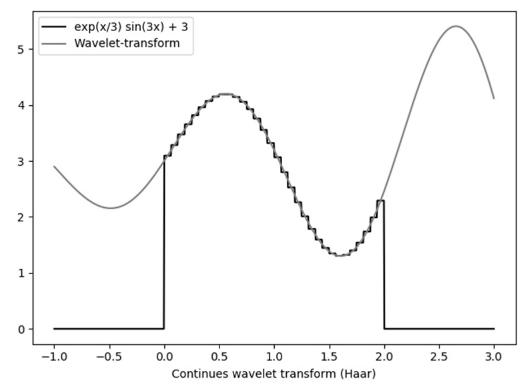
Данные формулы работают для разложения функции на промежутке [0, 1). Для разложения на ином промежутке можно расширить базис:

- Введение в базис дополнительных членов (полученных большим смещением). Таким образом можем получить промежуток $[0, n)$, где $n \in N$
- Сдвиг материнского вейвлета $\psi'(t) = \psi(t - C)$ даст промежуток $[C, C + 1)$
- Растяжение материнского вейвлета $\psi'(t) = \psi(tC)$ дает промежуток $[0, C)$

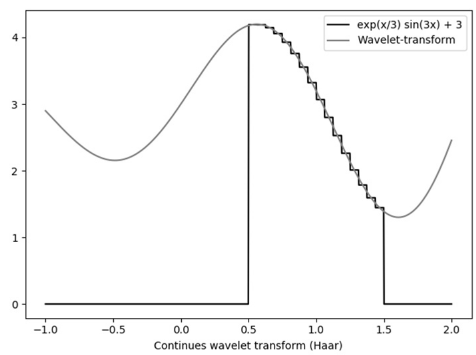
Восстановление непрерывной функции на отрезке [0, 1] с 4 уровнями



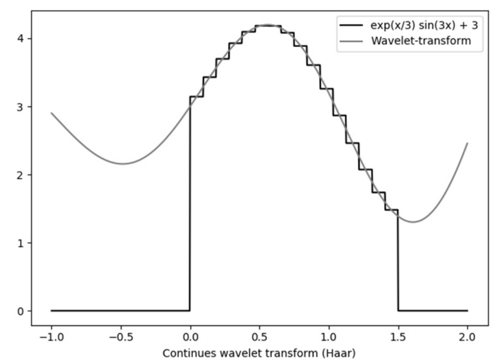
Восстановление функции на отрезке [0, 2] полученное расширением базиса



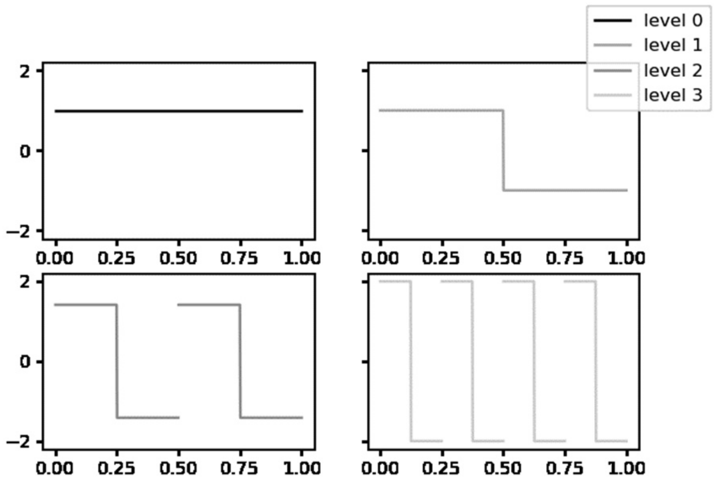
Восстановление функции на отрезке [0.5, 1.5] через смещение материнского вейвлета и масштабирующей функции



Восстановление функции на отрезке [0, 1.5] через растяжение материнского вейвлета и масштабирующей функции



А сам базис Хаара на отрезке [0, 1] выглядит так:



Но на практике мы обычно имеем дело с дискретными сигналами. Рассмотрим дискретное вейвлет-преобразование.

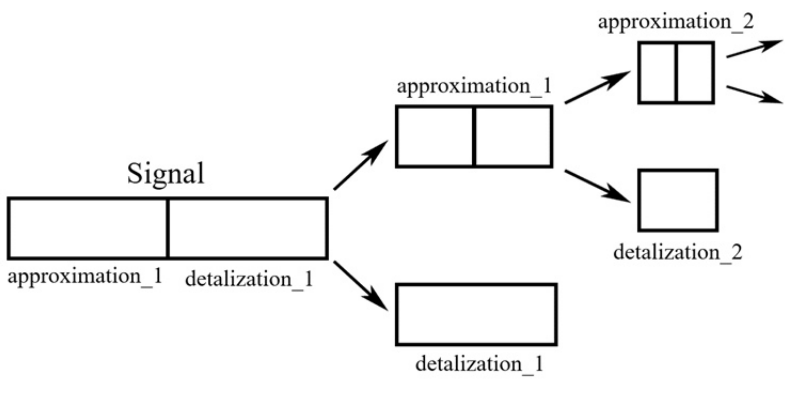
Обычно размер данных о сигнале равен степени двойки для упрощения вычислений, тогда пусть сигнал задается как значения $X_n = x_0, ..., x_n$, где $n = 2^k - 1$. Рассмотрим x_i:

$$x_i = \frac{1}{2}x_i + \frac{1}{2}x_i - \frac{1}{2}x_{i-1} + \frac{1}{2}x_{i-1} = \frac{x_i + x_{i-1}}{2} + \frac{x_i - x_{i-1}}{2}$$

Где $\frac{x_i+x_{i-1}}{2}$ — аппроксимация сигнала, а $\frac{x_i-x_{i-1}}{2}$ — а детализация.

Такое разложение сигнала можно использовать рекуррентно:

$$X = A^0, A^{k+1} = \left[\frac{A_{2i}^k + A_{2i+1}^k}{2}\right], D^{k+1} = \left[\frac{A_{2i}^k - A_{2i+1}^k}{2}\right]; i < n_{k+1}, n_{k+1} = \frac{n_k}{2}$$



Этот метод позволяет получить разложение без потери точности и без вычисления самих вейвлетов, а за счет рекурсии работает асимптотически за $O(n \log(n))$. Также позволяет упростить сам сигнал, оставляя просто аппроксимацию.

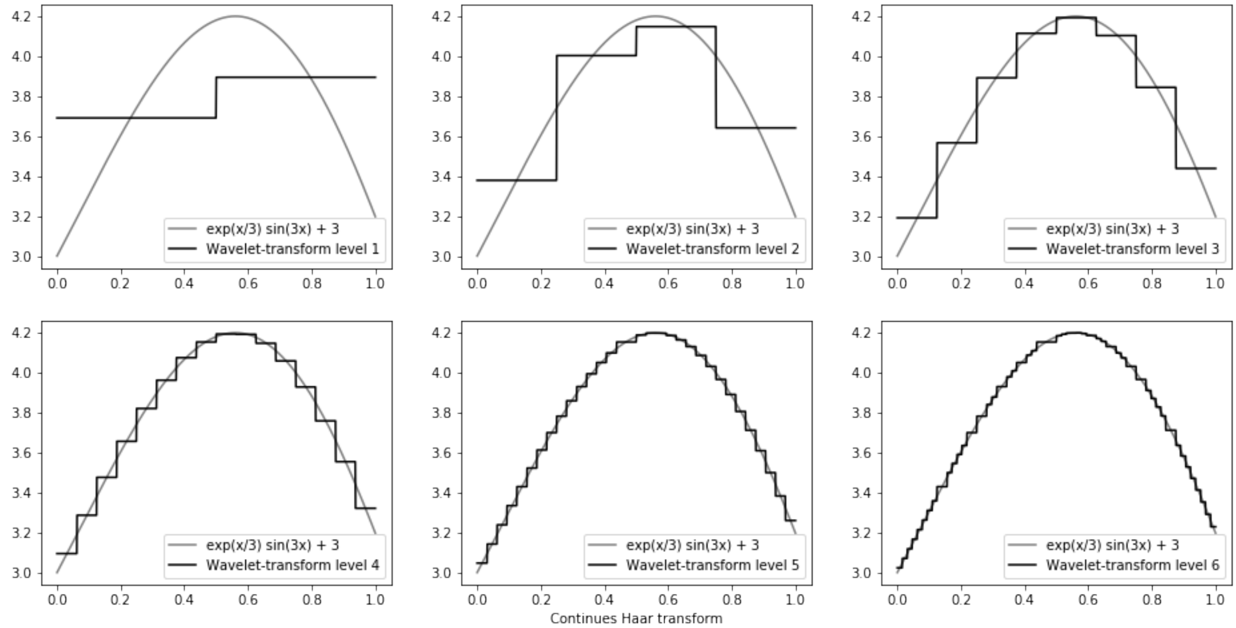
3.2 Задача синтеза

Задача синтеза состоит в восстановлении сигнала по полученным коэффициентам.

По тем формулам для вейвлета Хаара, что мы определили в 3.1 получаем:

- Для непрерывного: $x(t) = s\phi(t) + \sum_{a=0}^{M}\sum_{b=0}^{2^a} c_{a,b}\phi_{a,b}(t)$ — по аналогии с рядами Фурье
- Для дискретного: $A^{k-1} = \left[A_i^k + D_i^k, A_i^k - D_i^k\right], i < n_k$

Рассмотрим восстановление сигналов различных уровней:



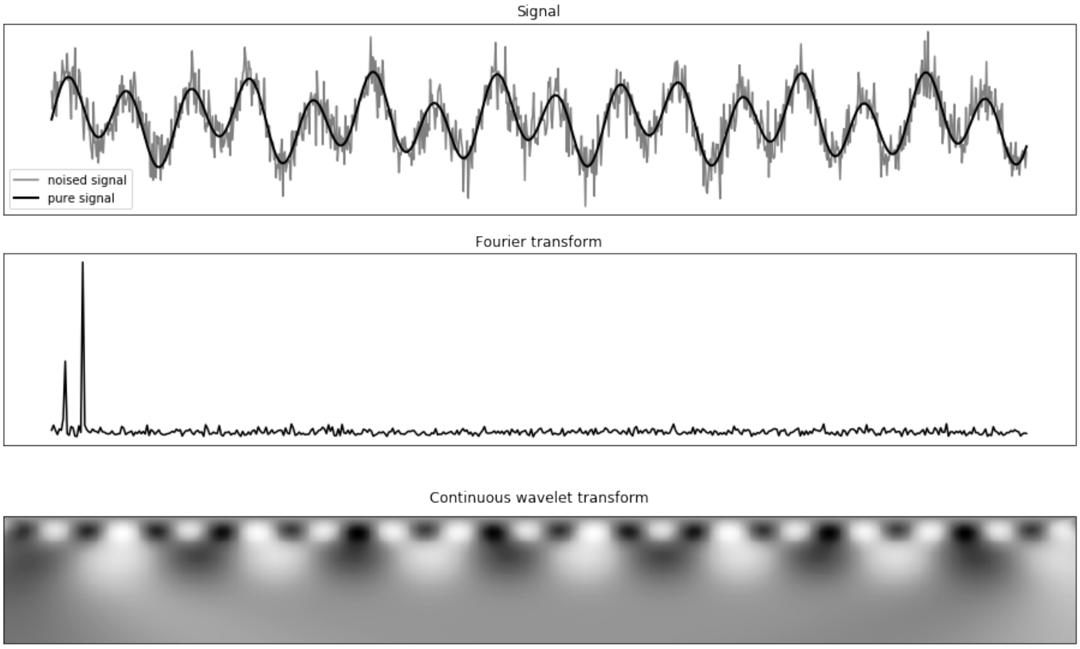
4 Компьютерные эксперименты

4.1 Преимущество временных рядов перед преобразованием Фурье

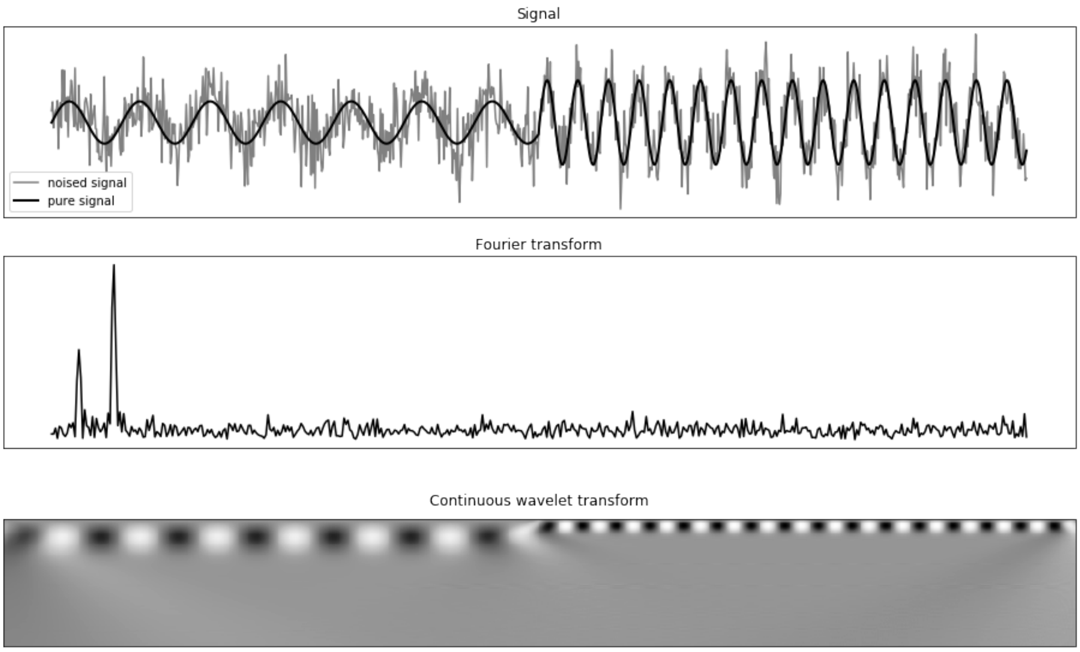
Преобразование Фурье можно использовать либо только для периодических сигналов, либо для определения частот.

Рассмотрим 2 примера:

Сумма двух синусоид:



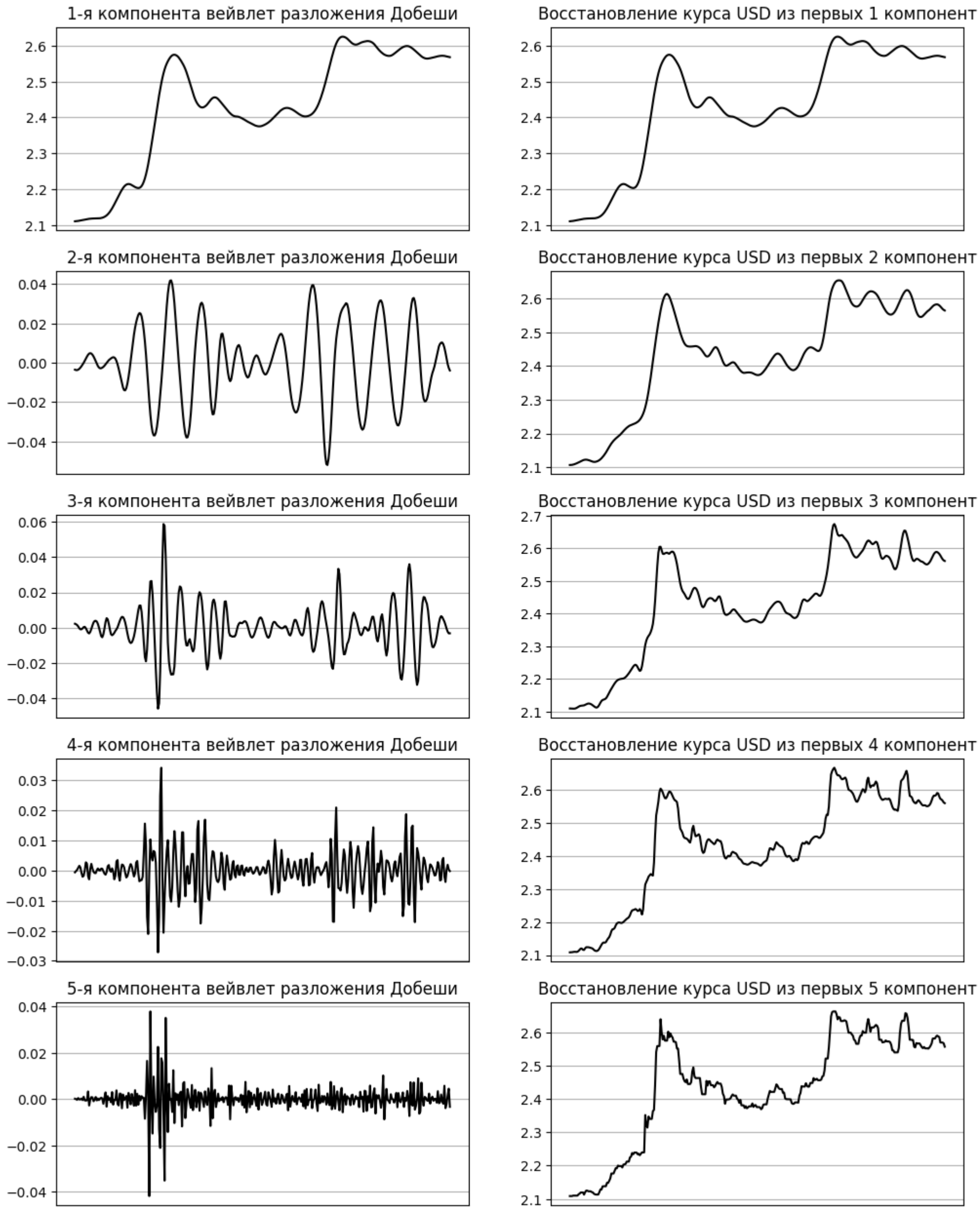
Конкатенация двух синусоид:



Как мы можем увидеть, отличия в преобразовании Фурье вызваны только различными шумами и величиной пиков, различия же вейвлет коэффициентов видны даже визуально. Но все же существует оконное преобразование Фурье позволяющее частично избавиться от этого недостатка.

4.2 Сглаживание и сжатие временных рядов

При предсказывании временных рядов нам хочется искать закономерности, а не пытаться предсказать шум. Вейвлет преобразование позволяет сгладить данные и при этом уменьшить размерность.

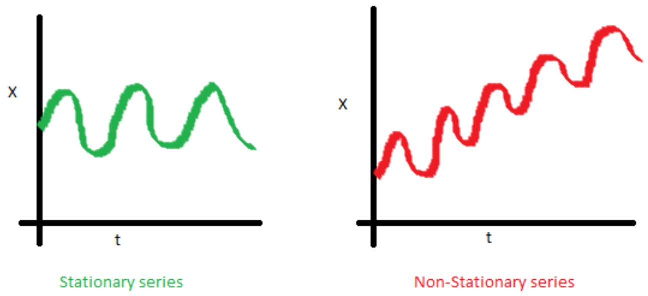


Но снизить размер данных можно не только выбросив высокие частоты. Преобразование Хаара лучше поддается кодировке, что позволяет еще больше уменьшить размер.

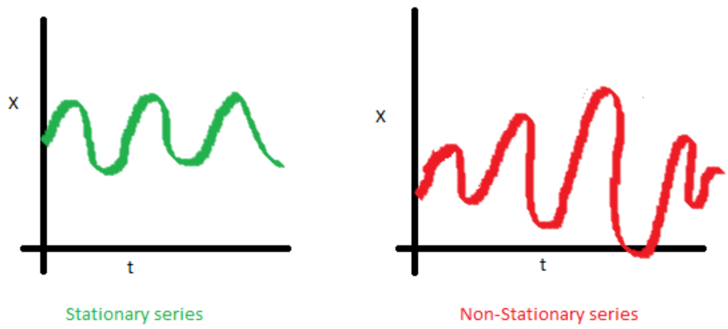
4.3 Исследование стационарности временных рядов

Стационарность — свойство процесса не менять свои характеристики со временем.

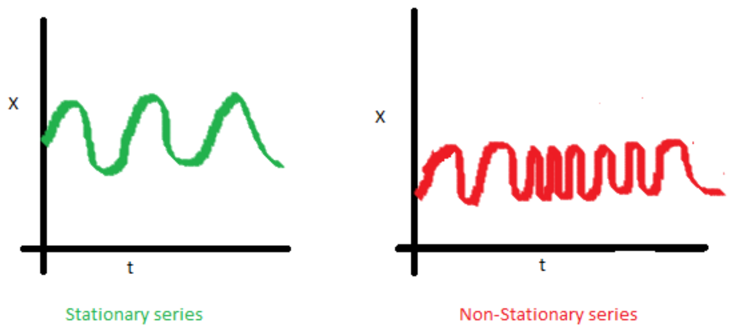
- Временной ряд справа не является стационарным, т.к. растет мат. ожидание, т.е. существует тренд.



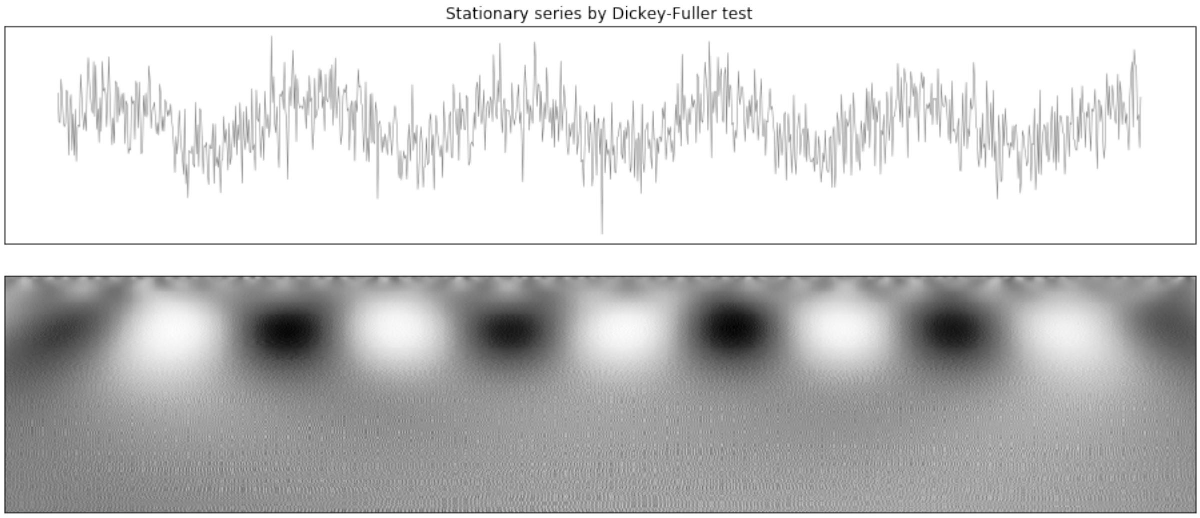
- В этом случае у ряда растет дисперсия.



- На последнем графике видно, что данные сжимаются друг к другу, т.е. есть непостоянство ковариаций.

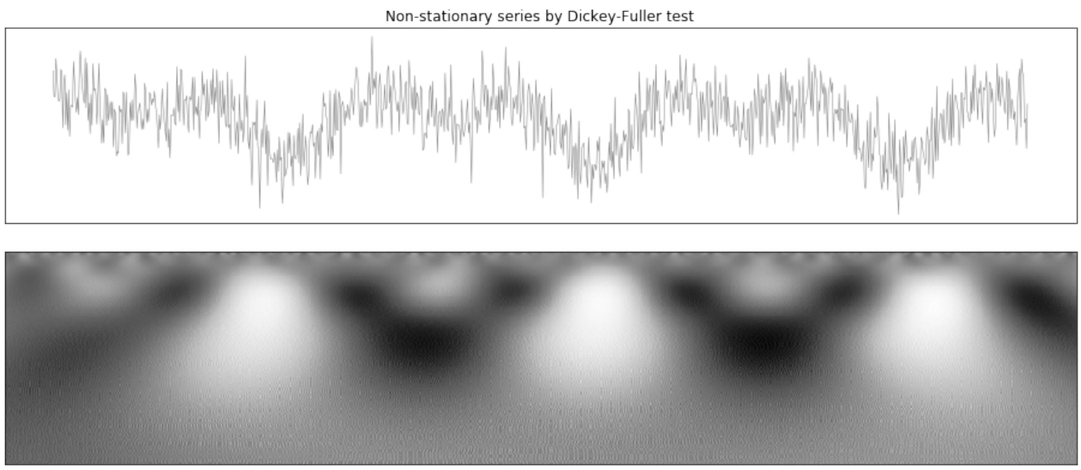


Коэффициенты непрерывного преобразования можно использовать для определения стационарности. Для сравнения будем использовать статистический тест Дики-Фуллера.



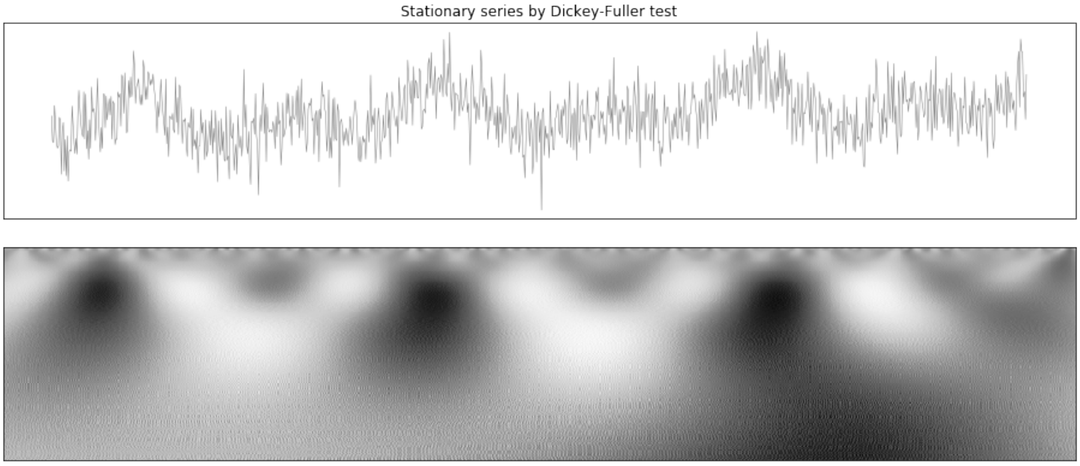
adf: -3.481848853184378
p-value: 0.008465675598229853
Critical values: '1%': -3.436, '5%': -2.864, '10%': -2.568

Для данного ряда выражена периодичность, причем эта же периодичность прослеживается и в коэффициентах.



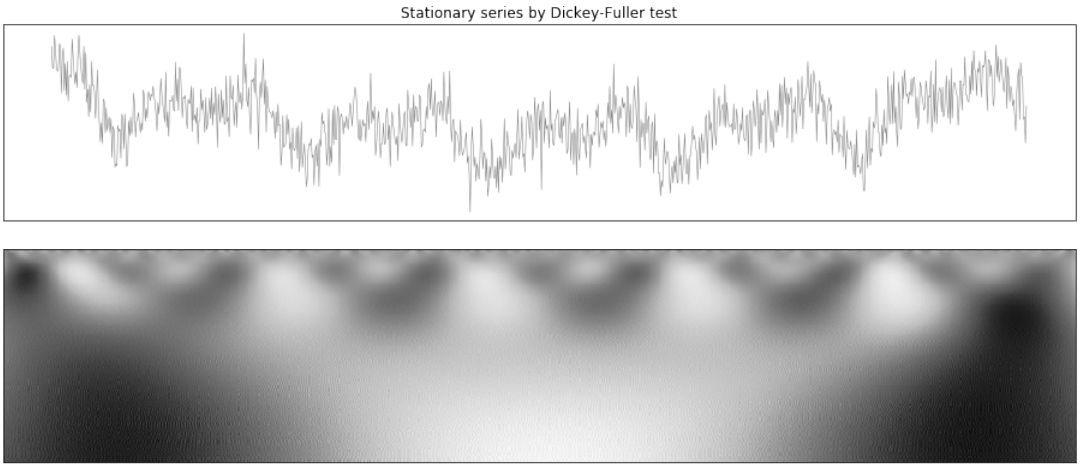
adf: -2.903023162949968
p-value: 0.0449975725101061
Critical values: '1%': -3.436, '5%': -2.864, '10%': -2.568

Тут периодичность не так ярко выражена, но все еще хорошо видна в коэффициентах, при этом Тест говорит, что ряд не стационарен.



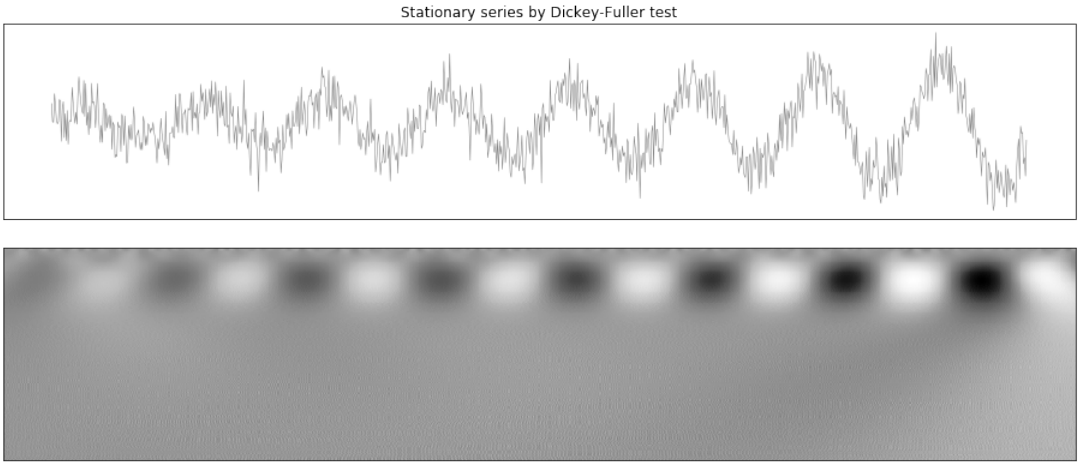
adf: -3.276199205944301
p-value: 0.015976475379125093
Critical values: '1%': -3.436, '5%': -2.864, '10%': -2.568

Данный ряд выглядит вполне стационарным, о чем нам говорит и статистический тест, но на вейвлет-коэффициентах можно увидеть наличие тренда.



adf: -3.5973135357984862
p-value: 0.005812595366803051
Critical values: '1%': -3.436, '5%': -2.864, '10%': -2.568

По этим коэффициентам можно определить наличие параболического тренда



adf: -5.770885118947002
p-value: 5.39587787602044e-07
Critical values: '1%': -3.436, '5%': -2.864, '10%': -2.568

Хоть тест говорит, что ряд стационарен, но мы наблюдаем увеличение дисперсии

4.4 Вейвлет-преобразования во временной области

Проведем сравнение обычного статистического анализа на наборе данных о травматизме в 2015 году.

После статистического анализа мы можем сказать, что:

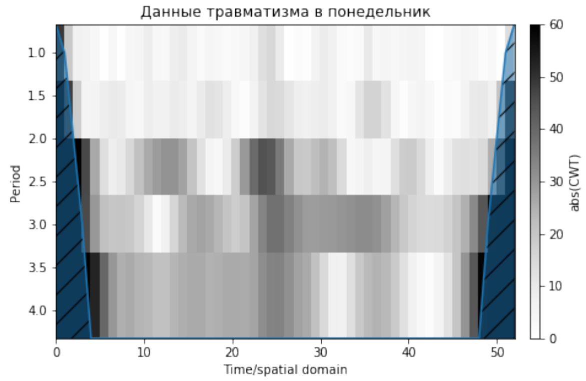
Всего было:

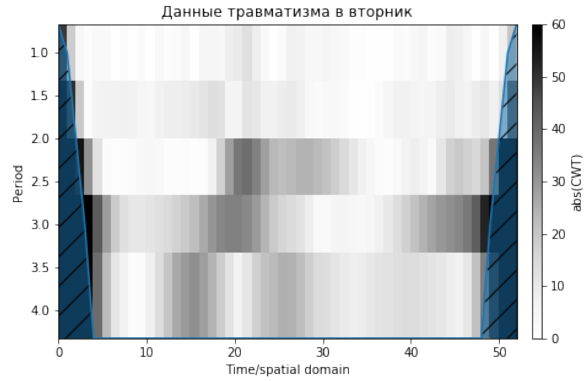
- В понедельник : 49868 случаев
- В вторник : 46629 случаев
- В среду : 46727 случаев
- В четверг : 46798 случаев
- В пятницу : 45269 случаев
- В субботу : 49408 случаев
- В воскресенье : 50140 случаев

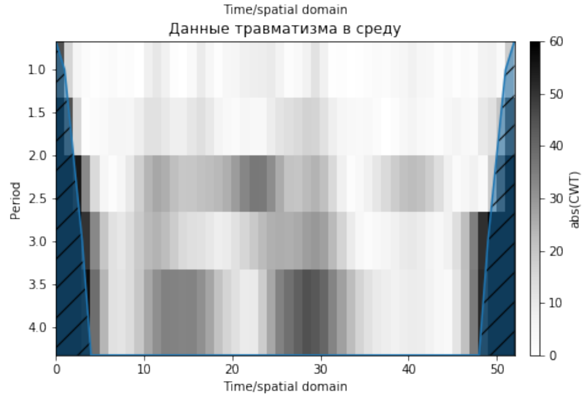
В среднем было:

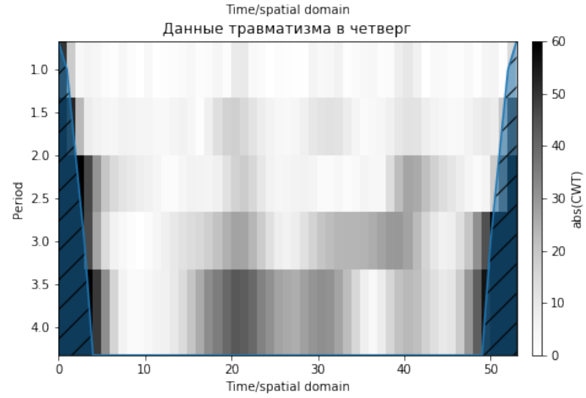
- В понедельник : 959 случаев
- В вторник : 897 случаев
- В среду : 899 случаев
- В четверг : 883 случаев
- В пятницу : 871 случаев
- В субботу : 950 случаев
- В воскресенье : 964 случаев

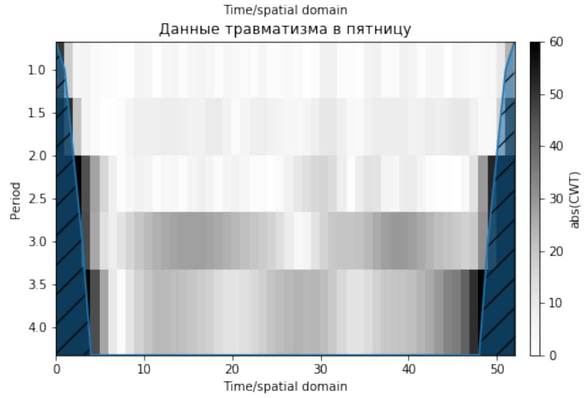
Проведем разложение на этих данных:

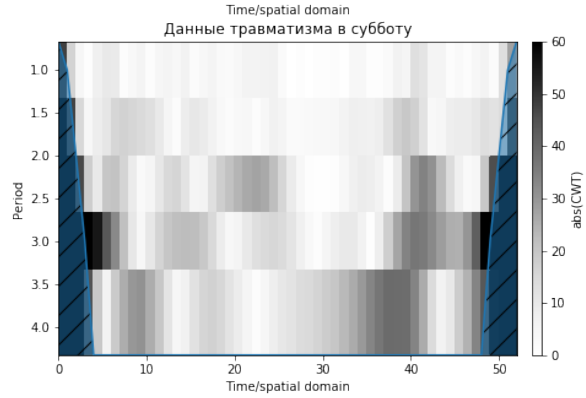


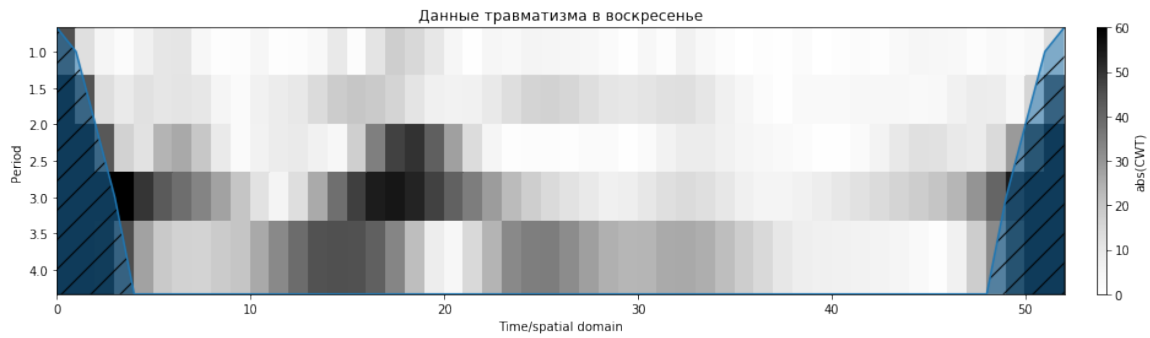












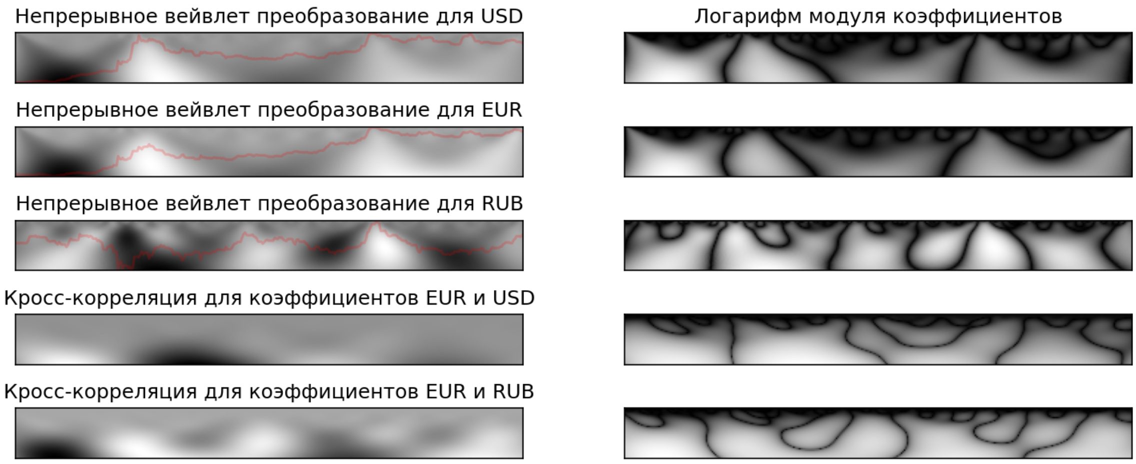
Статистические данные позволяют узнать общую информацию.

Черные пятна на спектрограмме соответствуют всплескам. По коэффициентам можно сказать, что, например, в воскресенье большинство случаев соответствуют апрелю-маю, а в четверг — середине года. Также по данным мы можем увидеть, что внутри года закономерности не наблюдается.

4.5 Взаимный кросс-вейвлет спектр рядов

Проведя непрерывное вейвлет преобразование используя материнский вейвлет "Мексиканская шляпа"для курсов валют можем заметить:

- Схожесть поведения USD и EUR и отличие их от RUB
- Разницу трендов в разное время (интенсивность низкочастотных компонент)
- Разделение областей роста и падения, видно что USD и EUR стабильнее
- Так же можно увидеть, что, к примеру, в августе-сентябре можно заметить падение белорусского рубля относительно всех валют



Кросс-корреляция показывает наибольше значения на тех временах и маштабах, где оба ряда ведут себя подобным друг другу образом.

Заключение

В курсовой работе получены следующие основные результаты:

- Изучены свойства вейвлетов, в частности вейвлетов Хаара
- Приведены математические основы для работы с вейвлетами
- Проведены компьютерные эксперименты по работе с дискретными и непрерывными вейвлетами, а в частности:
  - Проведено сравнение с преобразованием Фурье
  - Рассмотрено сглаживание и сжатие временных рядов
  - Проведено исследование стационарности
  - Анализ коэффициентов разложения

Список литературы

[1] I. Daubechies. Ten Lectures on Wavelets / I. Daubechies // Capital City Press, Montpelier, Vermont - 1992

[2] F. Abramovich,. Wavelet analysis and its statistical applications / F. Abramovich, T. Bailey, and T. Sapatinas // JRSSD, (48):1–30 - 2000

[3] Wavelet transform — Wikipedia [Электронный ресурс]. — Режим доступа: https://en.wikipedia.org/wiki/Wavelet-transform, свободный.

[4] Haar wavelet – Wikipedia [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://en.wikipedia.org/wiki/Haar-wavelet, свободный.

[5] Fourier transform — Wikipedia [Электронный ресурс]. — Режим доступа: https://en.wikipedia.org/wiki/Fourier-transform

[6] Pedro A. Morettin. A wavelet analysis for time series / Pedro A. Morettin , Chang Chiann // Journal of Nonparametric Statistics - 2007

[7] Charles K. Chui. An Introduction to Wavelets / Charles K. Chui // Texas AM University, College Station, Texas - 2001

[8] Tao Li. A Survey on Wavelet Applications in Data Mining / Tao Li, Qi Li, Shenghuo Zhu, Mitsunori Ogihara // ACM SIGKDD Explorations Newsletter - 2002

Приложение

```
import pywt
import numpy as np
import pandas as pd
import statsmodels.api as sm
import matplotlib.pyplot as plt

import warnings
warnings.filterwarnings('ignore')

np.random.seed(0)
..............................
X_range = np.arange(1000)

def describe(signal):
    plt.figure(figsize=(16, 10))
    signal_with_noise = signal + np.random.normal(0, 1, len(signal))

    plt.subplot(3, 1, 1)
    plt.plot(signal_with_noise, 'gray', label='noised signal')
    plt.plot(signal, 'black', label='pure signal', linewidth=2)
    plt.xticks(()), plt.yticks(())
    plt.title('Signal')
    plt.legend()

    plt.subplot(3, 1, 2)
    plt.plot(np.abs(np.fft.rfft(signal_with_noise)), 'black')
    plt.title('Fourier transform')
    plt.xticks(()), plt.yticks(())

    ax = plt.subplot(3, 1, 3)
    coef, freqs=pywt.cwt(signal ,np.arange(1, 120),'mexh')
    ax.matshow(coef, cmap='Greys')
    plt.title('Continuous wavelet transform')
    plt.xticks(()), plt.yticks(())
    plt.show()
..............................
describe(np.sin(X_range / 23) + 2 * np.sin(X_range / 10))
..............................
describe(np.append(np.sin(X_range[::2] / 23),
                   2 * np.sin(X_range[::2] / 10)))
..............................
```

```
from scipy import integrate

class wavelet_series:
    def __init__(self, g, levels=8):
        self.levels = levels
        mother_wavelet = lambda x: 0 if x < 0   else
                                   1 if x < 0.5 else
                                  -1 if x < 1   else 0

        self.scaling = lambda x: 1 if 0 <= x < 1 else 0

        self.basis = [[
            (lambda i, j: lambda x:
                2 ** (i / 2) * mother_wavelet(2**i * x - j))(i, j)
        for j in range(2 ** i)] for i in range(levels)]

        self.coef = [[
            integrate.quad(lambda x: g(x) * self.basis[i][j](x), 0, 1)[0]
        for j in range(2 ** i)] for i in range(levels)]

        self.scaling_coef = integrate.quad(
            lambda x: g(x) * self.scaling(x), 0, 1)[0]

    def __call__(self, point):
        value = 0
        for i in range(self.levels):
            for j in range(2 ** i):
                value += self.coef[i][j] * self.basis[i][j](point)
        return value + self.scaling_coef * self.scaling(point)
...............................
g = lambda x: np.exp(x / 3) * np.sin(3 * x) + 3
xs = np.linspace(1e-8, 1 - 1e-8, 1000)

plt.figure(figsize=(16, 8))
for i in range(1, 7):
    f = wavelet_series(g, i)
    plt.subplot(2, 3, i)
    plt.plot(xs, list(map(g, xs)), 'grey', label='exp(x/3) sin(3x) + 3')
    plt.plot(xs, list(map(f, xs)), 'black',
             label='Wavelet-transform level %d' % i)
    plt.legend()

    if i == 5:
        plt.xlabel('Continues Haar transform')
plt.show()
...............................
```

```
def decomposition(signal, wavelet='Haar'):
    wavelet = pywt.Wavelet(wavelet)
    signal_with_noise = signal + np.random.normal(0, 0.2, len(signal))

    plt.figure(figsize=(16, 8))
    plt.subplot(2, 2, 1)
    plt.plot(signal, 'black', label='pure signal')
    plt.plot(signal_with_noise,'gray',
             label='noised signal', linewidth=0.5)
    plt.legend()

    coefs = pywt.wavedec(signal_with_noise, wavelet, level=8)

    plt.subplot(2, 2, 2)
    plt.plot(pywt.waverec(coefs, wavelet), 'black',
             label='Full recovery (8 levels)', linewidth=0.5)
    plt.legend()

    plt.subplot(2, 2, 3)
    plt.plot(pywt.waverec(coefs[:-2], wavelet), 'black',
             label='6 levels recovery', linewidth=0.5)
    plt.legend()

    plt.subplot(2, 2, 4)
    plt.plot(pywt.waverec(coefs[:-5], wavelet), 'black',
             label='3 levels recovery', linewidth=0.5)
    plt.legend()

    plt.show()
..............................
decomposition(g(np.linspace(0, 3, 250)))
..............................
def ShowSeries(series, wavelet='mexh'):
    test = sm.tsa.adfuller(series)

    plt.figure(figsize=(16, 3))
    plt.plot(series, 'Grey', linewidth=0.5)
    plt.xticks(())
    plt.yticks(())
    if test[0] > test[4]['5%']:
        plt.title('Non-stationary series by Dickey-Fuller test')
    else:
        plt.title('Stationary series by Dickey-Fuller test')

    coef, freqs = pywt.cwt(series ,np.arange(1, 200), wavelet)
    plt.matshow(coef, cmap='Greys')
```

```
    plt.xticks(())
    plt.yticks(())
    plt.show()

print('adf: ', test[0])
print('p-value: ', test[1])
print('Critical values: ', test[4])
..............................
noise = np.random.normal(0, 1, 1000)
x_range = np.arange(1000)

ShowSeries(np.sin(x_range / 30) +
           noise)
..............................
ShowSeries(np.sin(x_range / 50) +
           np.sin(x_range / 25 - 5) +
           noise)
..............................
ShowSeries(np.sin(x_range / 50) +
           np.sin(x_range / 25 - 2) +
           x_range / 500 +
           noise * 1.3)
..............................
ShowSeries(np.sin(x_range / 30 + 2) +
           np.sin(x_range / 15) +
           ((x_range - len(x_range) / 2) / 300)**2 +
           noise)
..............................
ShowSeries((np.sin(x_range / 20)) * (x_range + len(x_range))**2 +
           noise * 1e6)
..............................
df = pd.read_csv('nss15.csv')

time = pd.to_datetime(df.treatmentDate, format='%m/%d/%Y')
timeseries = pd.Series(np.ones(len(time)), index=sorted(time),
                       dtype=np.int64)
                  .resample('D').sum()
..............................
from scaleogram import cws

timeseries.index = pd.Series(timeseries.index)
                       .apply(lambda day: day.weekday())

dayweeks = ['понедельник', 'вторник', 'среду', 'четверг',
            'пятницу', 'субботу', 'воскресенье']
```

```
for i in range(7):
    print('В {:12s}: {} случаев'.format(
              dayweeks[i], timeseries[i].sum()))

for i in range(7):
    print('В {:12s}: {} случаев'.format(
              dayweeks[i], round(timeseries[i].mean())))
...............................
plt.figure(figsize=(16, 16), dpi=600)

for i in range(6):
    ax = plt.subplot(3, 2, i + 1)
    cws(timeseries[i], cmap='Greys', ax=ax, clim=[0, 60],
        title='Данные травматизма в %s' % dayweeks[i])
    plt.show()

plt.figure(figsize=(16, 4))
ax = plt.subplot(1, 1, 1)
cws(timeseries[6], cmap='Greys', ax=ax, clim=[0, 60],
    title='Данные травматизма в %s' % dayweeks[i])
plt.show()

...............................

from scipy.signal import fftconvolve

plt.figure(figsize=(12, 5), dpi=150)

coeffs_usd, freq = pywt.cwt(usd_norm, np.arange(1, 35), 'mexh')
plt.subplot(5, 2, 1)
plt.imshow(np.real(coeffs_usd), cmap='gray')
temp = MinMaxScaler().fit_transform(usd.reshape(-1, 1)).reshape(-1)
plt.plot(33 - temp * 33, color='red', alpha=0.2)
plt.title('Непрерывное вейвлет преобразование для USD')
plt.subplot(5, 2, 2)
plt.title('Логарифм модуля коэффициентов')
plt.imshow(np.log2(np.abs(coeffs_usd) + 1), cmap='gray')

coeffs_eur, freq = pywt.cwt(eur_norm, np.arange(1, 35), 'mexh')
plt.subplot(5, 2, 3)
plt.imshow(coeffs_eur, cmap='gray')
temp = MinMaxScaler().fit_transform(eur.reshape(-1, 1)).reshape(-1)
plt.plot(33 - temp * 33, color='red', alpha=0.2)
plt.title('Непрерывное вейвлет преобразование для EUR')
plt.subplot(5, 2, 4)
plt.imshow(np.log2(np.abs(coeffs_eur) + 1), cmap='gray')
```

```
coeffs_rub, freq = pywt.cwt(rub_norm, np.arange(1, 35), 'mexh')
plt.subplot(5, 2, 5)
plt.imshow(coeffs_rub, cmap='gray')
temp = MinMaxScaler().fit_transform(rub.reshape(-1, 1)).reshape(-1)
plt.plot(33 - temp * 33, color='red', alpha=0.2)
plt.title('Непрерывное вейвлет преобразование для RUB')
plt.subplot(5, 2, 6)
plt.imshow(np.log2(np.abs(coeffs_rub) + 1), cmap='gray')

coeffs_eur = (coeffs_eur - coeffs_eur.mean()) / coeffs_eur.std()
coeffs_usd = (coeffs_usd - coeffs_usd.mean()) / coeffs_usd.std()
coeffs_rub = (coeffs_rub - coeffs_rub.mean()) / coeffs_rub.std()

cross_coeffs = []
for i in range(len(coeffs_eur)):
cross_coeffs.append(fftconvolve(coeffs_eur[i], coeffs_usd[i], 'same'))
cross_coeffs = np.array(cross_coeffs)

plt.subplot(5, 2, 7)
plt.imshow(cross_coeffs, cmap='gray')
plt.title('Кросскорреляция- для коэффициентов EUR и USD')
plt.subplot(5, 2, 8)
plt.imshow(np.log2(np.abs(cross_coeffs) + 1), cmap='gray')

cross_coeffs = []
for i in range(len(coeffs_eur)):
cross_coeffs.append(fftconvolve(coeffs_eur[i], coeffs_rub[i], 'same'))
cross_coeffs = np.array(cross_coeffs)

plt.subplot(5, 2, 9)
plt.imshow(cross_coeffs, cmap='gray')
plt.title('Кросскорреляция- для коэффициентов EUR и RUB')
plt.subplot(5, 2, 10)
plt.imshow(np.log2(np.abs(cross_coeffs) + 1), cmap='gray')

for i in range(1, 11):
plt.subplot(5, 2, i)
plt.xticks(())
plt.yticks(())
plt.show()
```

....

```
coeffs_usd = pywt.wavedec(usd, 'db8')
plt.figure(figsize=(12, 16), dpi=100)
res = 0
for j in range(len(coeffs_usd)):
coeffs_usd = pywt.wavedec(usd, 'db8')
for i in range(len(coeffs_usd)):
if i != j:
coeffs_usd[i] *= 0

plt.subplot(len(coeffs_usd), 2, j * 2 + 1)
plt.title(f'{j + я1}- компонента вейвлет разложения Добеши')
plt.plot(pywt.waverec(coeffs_usd, 'db8'), color='black')
plt.xticks(())
plt.grid()

plt.subplot(len(coeffs_usd), 2, j * 2 + 2)
res += pywt.waverec(coeffs_usd, 'db8')
plt.title(f'Восстановление курса USD из первых {j + 1} компонент')
plt.plot(res, label='rub', color='black')
plt.xticks(())
plt.grid()
```