

Математическая статистика

Лабораторная работа 2

В партии из 3000 изделий проверено 12 изделий. Среди них оказалось 3 бракованных изделия.

1. Найти доверительную вероятность того, что доля брака во всей партии отличается от доли в выборке не более чем на 2%.
2. Найти доверительный интервал, в котором с вероятностью 0,95 заключена доля брака во всей партии.
3. Определить объем выборки, необходимый для того, чтобы с вероятностью 0,95 доля брака во всей партии отличалась от доли в выборке не более чем на 2%.

Лабораторную работу выполнить в MS Excel.

Порядок выполнения.

1. В качестве точечной оценки доли брака p во всей партии возьмем относительную частоту $w=m/n=3/12=0,25$.

Т.к. $N=3000$ велико по сравнению с $n=12$, то

$$\sigma_w = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n}} = \sqrt{\frac{0,25 \cdot (1-0,25)}{12}} = 0,125.$$

Найдем доверительную вероятность того, что доля брака во всей партии отличается от доли в выборке не более чем на 2%.

Для этого потребуем, чтобы $P(|w-p| \leq \delta) = 2\Phi(\delta/\sigma_w)$

Имеем $\delta=0,02$ и

$$P(|0,25 - p| \leq 0,02) = 2\Phi\left(\frac{0,02}{0,125}\right) = 2\Phi(0,16) = 2 \cdot 0,0636 = 0,1272$$

где $\Phi(0,16)=0,0636$ найдено по таблице 2 значений функции Лапласа приложения.

Значение функции Лапласа в среде Excel можно найти с помощью встроенной функции НОРМСТРАСП(х)–0,5.

2. Доверительный интервал для p при больших N имеет вид

$$(w - t \cdot \sqrt{w(1-w)/n}, \quad w + t \cdot \sqrt{w(1-w)/n}).$$

Имеем $\gamma = 0,95$ и $2\Phi(t)=0,95$. Следовательно, $\Phi(t)=0,475$ и по таблице 2 приложения $t=1,96$.

Итак, $N=3000$, $w=0,25$; $t=1,96$; $n=12$. Следовательно, искомый доверительный интервал равен

$$(0,25-1,96 \cdot \sqrt{0,25 \cdot 0,75 / 12}; 0,25+1,96 \cdot \sqrt{0,25 \cdot 0,75 / 12})=(0,005; 0,495)$$

3. Чтобы найти необходимый объем выборки, воспользуемся формулой

$$n_w = \frac{t^2 w(1-w)}{\delta^2}.$$

Т.к. $2\Phi(t)=\gamma$, то $2\Phi(t)=0,95$; $\Phi(t)=0,475$ и $t=1,96$. Следовательно,

$$n = \frac{1,96^2 \cdot 0,25 \cdot 0,75}{(0,02)^2} = 1800,75 \approx 1801.$$