POTANSİYEL ENERJİ VE ENERJİNİN KORUNUMU



- 1. Potansiyel Enerji
- 2. Korunumlu ve Korunumsuz Kuvvetler
- 3. Mekanik Enerji ve Korunumu

Bir önceki bölümde cismin hareketi ile ilgili olan kinetik enerji kavramını incelemiştik. Bu bölümde ise birbirine kuvvet uygulayan nesnelerin oluşturduğu bir sistemin düzenlenişi ile ilgili olan ve potansiyel enerji denilen enerjiyi inceleyeceğiz. Potansiyel enerji, iş yapabilen veya kinetik enerjiye dönüştürülebilen sistemin depoladığı enerji olarak düşünülebilir.

Potansiyel enerji kavramı, sadece korunumlu kuvvetler olarak bilinen kuvvetlerin özel bir türü ile ilgili olarak kullanılır. Yalıtılmış bir sisteme sadece korunumlu kuvvetler etkidiğinde, sistemin kazandığı (ya da kaybettiği) kinetik enerji sistemin bileşenlerinin birbirine göre konumlarının değişmesiyle, potansiyel enerji de eşit bir miktarda bir kayıpla (veya kazançla) dengelenir. Enerjinin bu iki biçimin dengelenişi mekanik enerjinin korunumu olarak bilinir.

Enerji evrende mekanik, elektromanyetik, kimyasal ve nükleer enerjiler gibi değişik biçimlerde bulunur. Ayrıca enerjinin bir biçimi diğerine dönüşebilir. Örneğin bir elektrik motoru, bir pile bağlandığı zaman, pildeki kimyasal enerji, motorda elektrik enerjisine ve motorun bazı cihazları döndürmesi sonucu da mekanik enerjiye dönüşür.

Enerji bir biçimden diğerine değiştiğinde, toplam mevcut miktar değişmez. Enerjinin korunumu, enerji biçim olarak değişebilmekle birlikte, bir cisim veya sistem enerji kaybederse, aynı miktardaki enerjinin başka bir cisimde veya cismin çevresinde görüneceğini ifade eder.

Birçok problemi "Enerji'nin Korunumu" teoreminden çözeceğiz.

Burada vektörel nicelikler yerine iş, kinetik enerji ve potansiyel enerji gibi skalar nicelikler kullanacağımız için işlemler daha kolay yapılabilecektir.

1. Potansiyel Enerji:

Potansiyel enerji (U) denilen bu enerji bir cisimler sisteminin enerjisidir. Birbirine kuvvet uygulayan, iki veya daha çok cisimden oluşan bir sistemin düzenlenişi değişirse, sistemin potansiyel enerjisi de değişir.

Kütle-Çekim Potansiyel Enerjisi

Bir cisim yere doğru düşerken, yer, cisim üzerine, cismin hareketiyle aynı yönde bir mg kütle çekimi kuvveti uygular. Kütle çekim kuvveti cisim üzerinde iş yapar ve bu yüzden cismin kinetik enerjisi artar. Cisim yerden herhangi bir yükseklikte iken, cisim-dünya sistemi potansiyel enerjiye sahiptir. Cismin yere düşmesi süresince, sahip olduğu potansiyel enerji kinetik enerjiye dönüşür.

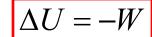
Bir cisim üzerine etkiyen mg kütle-çekim kuvvetinin büyüklüğüyle, cismin y yüksekliğinin çarpımına Kütle-Çekim (Yerçekimi) Potansiyel Enerjisi adı verilir. Bu enerjinin simgesi U_a olup U_a ≡mgy dir.

- ightharpoonup Kütlesi m olan bir cisim v_0 ilk hızıyla A noktasından yukarı doğru fırlatılıyor.
- Cisim ve yer bir sistemdir.
- → Yerçekimi kuvvetinin etkisiyle cisim yavaşlayarak yükselecek ve B noktasında tamamen duracaktır.
- Sonra da, aşağı doğru hareket ederek orijinal v₀ hızıyla A noktasına ulaşacaktır.

Cisim A noktasından B noktasına giderken F_g kuvvetinin yaptığı iş W_1 = - mgh' dir. Bunun anlamı, F_g kuvveti cismin kinetik enerjisini yerçekimi potansiyel enerjisine (U) dönüşmüştür.

Cisim B noktasından A noktasına giderken F_g kuvvetinin yaptığı iş W_2 = mgh' dir. Bunun anlamı da, F_g kuvveti cismin yerçekimi potansiyel enerjisini kinetik enerjiye dönüştürmüştür.

Sistemin potansiyel enerjisindeki değişim şu ifadeyle verilir:



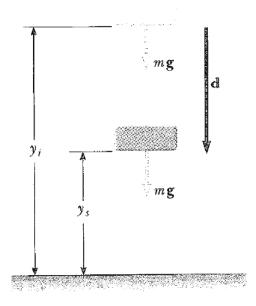
tarafından yapılan

iş negatiftir.

Yer çekimi kuvveti

tarafından yapılan

iş pozitiftir.



Şekil 8.1 Tuğla bir y_i yüksekliğinden bir y_s yüksekliğine düşerken kütle-çekim kuvvetinin tuğla üzerinde yaptığı iş, mgy_i – mgy_i a eşit olur.

Şimdi, kütle-çekim kuvvetinin bir cisim üzerinde yaptığı işi, cisim-Dünya sisteminin kütle-çekim potansiyel enerjisine doğrudan bağlayalım. Bunun için, Şekil 8.1 de görüldüğü gibi yerden başlangıçta bir y_i yükseklikteki m kütleli bir tuğlayı ele alalım. Hava direncini ihmal edersek, tuğla düşerken üzerine etkiyen tek kuvvet mg kütle-çekim kuvvetidir. Tuğla aşağı doğru d kadar yerdeğiştirmeye uğradığında, kütle çekim kuvvetinin yaptığı W_g işi

$$W_g = (mg) \cdot d = (-mgj) \cdot (y_s - y_i)j = mgy_i - mgy_s$$

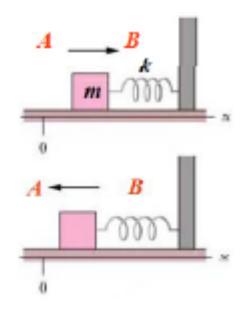
olur. Burada $\mathbf{j} \cdot \mathbf{j} = 1$ (7.4 Eşitliği) gerçeğini kullandık. Bir cisim, $\mathbf{d} = (x_s - x_i)\mathbf{i} + (y_s - y_i)\mathbf{j}$ olacak şekilde hem yatay, hem de düşey bir yerdeğiştirme yaparsa, bu durumda kütle çekim kuvvetinin yaptığı iş, $-mg\mathbf{j} \cdot (x_s - x_i)\mathbf{i} = 0$ olduğundan yine $mgy_i - mgy_s$ olur. O halde, kütle-çekim kuvvetinin yaptığı iş, sadece y deki değişime bağlı olup, yatay x konumundaki herhangi bir değişime bağlı değildir.

Şimdi mgy niceliğinin sistemin $U_{\!g}$ kütle-çekim potansiyel enerjisi olduğunu ve buna göre

$$W_g = U_i - U_s = -(U_s - U_i) = -\Delta U_g$$
 (8.2)

Yay (Esneklik) potansiyel enerjisi:

- ▶ Kütlesi *m* olan blok, yay sabiti *k* olan bir yaya bağlıdır.
- Yay ve kütle bir sistemdir.
- Herhangi bir anda A noktasından geçerken ki hızı v_o olan blok, yay kuvvetinin etkisiyle yavaşlayacak ve yayı x kadar sıkıştırarak B noktasında tamamen duracaktır.
- Sonrada, yay kuvvetinin etkisiyle ters yönde harekete başlayacak ve A noktasından v_o hızıyla geçecektir



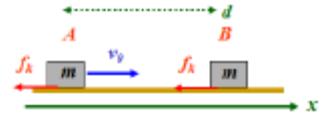
Blok A noktasından B noktasına hareket ederken yay kuvveti F_{vav} tarafından yapılan iş $W_1 = -kx^2/2$ 'dir. Bunun anlamı, yay kuvveti F_{vav} cismin kinetik enerjisini potansiyel enerjiye (U) dönüştürmüştür.

Blok B noktasından A noktasına hareket ederken ise, yay kuvveti F_{vav} tarafından yapılan iş $W_2 = kx^2/2$ ' dir. Bunun anlamı da, yay kuvveti F_{vav} cismin potansiyel enerjisini kinetik enerjiye dönüştürmüştür.

Sistemin potansiyel enerjideki değişimi yine $\Delta U = -W$ ifadesine sahiptir.

2. Korunumlu ve Korunumsuz Kuvvetler

Cismin sadece kinetik ve potansiyel enerjileri arasında bir dönüşüme neden oldukları için, yerçekimi kuvveti ve yay kuvveti "korunumlu" kuvvetlerdir.

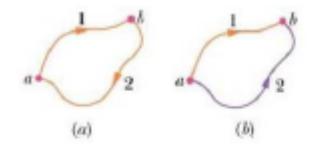


Buna karşın, sürtünme kuvveti "**korunumlu olmayan**" bir kuvvettir. Sürtünmeli bir yüzey üzerinde A noktasından v_0 ilk hızıyla harekete başlayan bir blok düşünelim. Blok ile zemin arasındaki kinetik sürtünme katsayısı μ_k olsun. Blok, kinetik sürtünme kuvveti f_k etkisiyle d kadar yol aldıktan sonra B noktasında duracaktır.

A ve B noktaları arasında sürtünme kuvvetinin yaptığı iş $W_f = -\mu_k mgd$ olacaktır. Sürtünme kuvveti, bloğun tüm kinetik enerjisini "**ısı enerjisi**" ne dönüştürmüştür. Bu enerji tekrar kinetik enerjiye dönüştürülemez ve bu nedenle **sürtünme kuvveti korunumlu bir kuvvet değildir.**

Korunumlu Kuvvetlerin Özellikleri:

1. Kapalı bir yol boyunca, korunumlu bir kuvvetin bir cisim üzerinde yaptığı net iş sıfırdır (Şekil-a).



$$W_{net} = 0$$

Yerden yukarı doğru fırlatılan taş ve kütle-yay sistemi buna birer örnektir.

$$W_{net} = W_{ab,1} + W_{ba,2} = 0$$

2. a'dan b'ye giden bir cismin üzerine etki eden korunumlu bir kuvvetin yaptığı iş gidilen yoldan bağımsızdır. (Şekil-b)

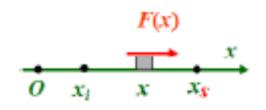
Şekil a' dan : $W_{net} = W_{ab,1} + W_{ba,2} = 0 \rightarrow W_{ab,1} = -W_{ba,2}$

Şekil b' den : $W_{ab,2} = -W_{ba,2}$

$$W_{ab,1} = W_{ab,2}$$

Potansiyel Enerjinin bulunması:

Bir cisme etkiyen korunumlu kuvveti biliyorsak, x_i ve x_s gibi iki nokta arasında cismin potansiyel enerjisindeki değişimi (ΔU) hesaplayabiliriz.



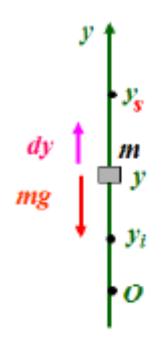
Korunumlu bir F kuvvetinin etkisindeki bir cisim x–ekseni boyunca x_i noktasından x_s noktasına hareket ediyor olsun. F kuvveti tarafından cisim

üzerinde yapılan iş $W = \int\limits_{x_i}^{x_s} F(x) dx \quad \text{eşitliği ile verilir.}$ Böylece, potansiyel enerjideki değişim $\Delta U = -W = -\int\limits_{x_s}^{x_s} F(x) dx \quad bulunur.$

Yerçekimi Potansiyel Enerjisi :

Düşey doğrultuda (y-ekseni boyunca) yukarı doğru y_i noktasından y_s noktasına hareket eden m kütleli bir cisim düşünelim.

Cisme etki eden yerçekimi kuvveti nedeniyle cisim-yer sisteminin potansiyel enerjisinde değişim olacaktır. Az önce bulduğumuz sonucu kullanarak, cismin potansiyel enerjisindeki değişimi hesaplayacağız.



$$\Delta U = -\int\limits_{y_i}^{y_f} F(y) dy = -\int\limits_{y_i}^{y_s} \left(-mg\right) dy = mg \int\limits_{y_i}^{y_s} dy = mg \left[y\right]_{y_i}^{y_s} = mg \left(y_s - y_i\right) = mg \Delta y$$

Cismin bulunduğu son noktayı genelleştirirsek $U(y)-U_i=mg(y-y_i)$ bulunur.

Genellikle, hareketin başladığı konum $v_i = 0$ ve bu noktadaki potansiyel $U_i = 0$ olarak seçilir. Bu durumda U(v) = mgv

Yaydaki Potansiyel Enerji :

Bir kütle-yay sisteminde, blok x_i noktasından x_s noktasına hareket etsin. Yay kuvveti bir iş (W) yapacaktır ve kütle-yay sisteminin potansiyel enerjisinde bir değişim meydana gelecektir.

$$W = \int_{x_i}^{x_g} F(x) dx = \int_{x_i}^{x_g} -kx dx = -\left(\frac{1}{2}kx_s^2 - \frac{1}{2}kx_i^2\right)$$

$$\Delta U = -W \rightarrow U(x_s) - U_i = \frac{1}{2}kx_s^2 - \frac{1}{2}kx_i^2$$

Genellikle hareketin başladığı konum x_i=0 ve bu noktadaki potansiyel U_i=0 olarak seçilir. Denge noktasından herhangi bir uzaklığında, yaydaki potansiyel enerji:

$$U = \frac{1}{2} k x^2$$
 olarak bulunur.

3. Mekanik Enerjinin Korunumu:

Bir sistemin *mekanik enerjisi*, o sistemin kinetik ve potansiyel enerjilerinin toplamı olarak tarif edilir

(Mekanik enerji =
$$E_{mek}$$
 = $K + U$)

Sistemin çevresinden izole olduğunu, dış kuvvetlerin olmadığını ve sistemdeki kuvvetlerin ise korunumlu olduğunu kabul ediyoruz. Sistemdeki iç kuvvetin yaptığı iş sistemin kinetik enerjisinde bir değişim meydana getirecektir. $\Delta K = W$ (1)

Bu, aynı zamanda sistemin potansiyel enerjisinde de bir değişim meydana getirecektir $\Delta U = -W$ (2)

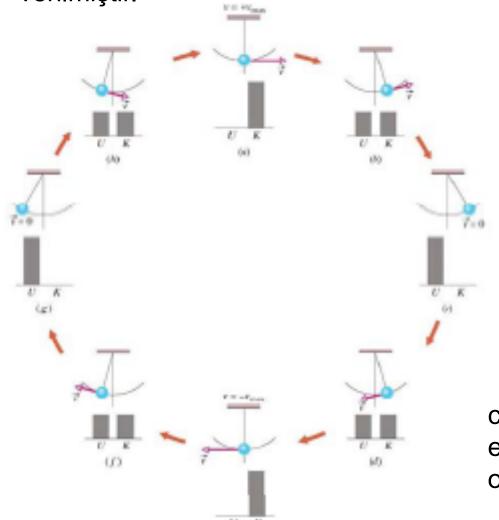
Bu iki eşitlik birleştirilirse, $\Delta K = -\Delta U \rightarrow K_s - K_i = -(U_s - U_i)$ $K_i + U_i = K_s + U_s$ sonucuna ulaşılır.

Bu, "mekanik enerjinin korunumu" yasasıdır ve şu şekilde özetlenebilir

$$\Delta E_{mek} = \Delta K + \Delta U = 0$$

Korunumlu ve korunumsuz kuvvetlerin olduğu izole bir sistemde bu yasa $\Delta E_{mek} = W_{korunumsuz}$ formundadır. Burada $W_{korunumsuz}$, sistemdeki tüm korunumsuz kuvvetler tarafından yapılan iştir.

Şekilde *m* kütleli bir cisim ve asılı olduğu ipten oluşan basit sarkaç verilmiştir.



Cisim-yer sisteminin mekanik enerjisi sabittir. Sarkaç salındıkça, sistemin kinetik ve potansiyel enerjileri arasında sürekli bir dönüşüm olacaktır.

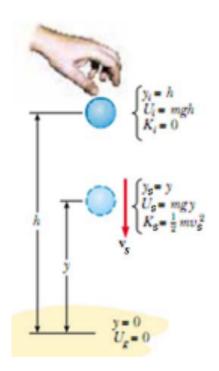
Cisim en alt noktadayken potansiyel enerjiyi "sıfır" seçersek, bu noktalarda kinetik enerji maksimum olacaktır (a ve e durumu).

c ve g durumlarında ise potansiyel enerji maksimum, kinetik enerji sıfır olacaktır.

Örnek 1: Serbest Düşen Top

Yerden *h* kadar yükseklikten *m* kütleli bir cisim serbest bırakılıyor.

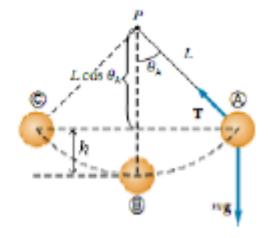
- a) Hava direncini ihmal ederek, yerden bir y yükseklikte iken topun süratini bulunuz.
- b) Top ilk h yüksekliğinden bırakıldıgı anda bir V_i ilk süratine sahipse, topun y-deki süratini hesaplayınız.



Örnek 2: Sarkaç

Şekilde L uzunluğundaki bir ipin ucuna bağlı m kütlesinden oluşan bir basit sarkaç verilmiştir. Cisim θ_A açısal konumundan serbest bırakılmıştır ve dönme ekseninin geçtiği P noktası sürtünmesizdir.

- a) Cisim en alt noktadan (B noktası) geçerken hızı nedir?
- b) Cisim en alt noktada iken ipteki gerileme kuvveti nedir?



3. Korunumsuz kuvvetlerin yaptigi is:

Uygulanan Bir Kuvvetin Yaptığı İş

Bir kitaba bir kuvvet uygulayarak herhangi bir yüksekliğe kaldırdığınızda, uyguladığınız kuvvet kitaba $W_{\rm uy}$ işini yapar. Bu esnada kütle çekim kuvveti de kitap üzerinde W_g işini yapar. Kitabı bir parçacık olarak ele alırsak, kitap üzerinde yapılan net iş, 7.15 Eşitliğiyle verilen iş-kinetik enerji teoremiyle tanımlandığı gibi, kinetik enerjisindeki değişime bağlıdır:

$$W_{\rm uv} + W_g = \Delta K \tag{8.12}$$

Kütle-çekim kuvveti korunumlu olduğu için, bunun yaptığı işi, potansiyel enerji değişimi cinsinden ifade etmek için 8.2 Eşitliğini kullanabiliriz, yani $W_g = -\Delta U \, \mathrm{dur}$. Bu 8.12 eşitliğinde yerleştirilirse,

$$W_{\rm uv} = \Delta K + \Delta U \tag{8.13}$$

yazılabilir. Bu eşitliğin sağ tarafının, kitap-Dünya sisteminin mekanik enerjisindeki değişimi temsil ettiğine dikkat ediniz. Bu sonuç, uyguladığınız kuvvetin, sisteme, kitabın kinetik enerjisi ve kitap-Dünya sisteminin kütle çekim potansiyel enerjisi olarak enerji aktarıldığını gösterir. O halde, bir cisim bir sistemin bir parçası ise, uygulanan kuvvetin sisteme enerji verip, alabileceği sonucunu çıkarırız.

Kinetik Sürtünmeyi İçeren Durumlar

Kinetik sürtünme, korunumlu olmayan bir kuvvet örneğidir. Sürtünmeli yatay bir yüzey üzerinde herhangi bir başlangıç hızı ile giden bir kitap verilirse, kitaba etkiyen kinetik sürtünme kuvveti, kitabın hareketine karşı koyar ve kitap yavaşlayarak sonunda durur. Kinetik sürtünme kuvveti, kinetik eneriyi, kitap ve sürtünen yüzeyde iç enerjiye dönüştürerek, kitabın kinetik enerjisini azaltır. Kitabın kinetik enerjisinin sadece bir kısmı iç enerjiye dönüştürülür. Geri kalanı, yüzeyde iç enerji olarak görünür. (Bir jimnastik salonunda koşarken düştüğümüzde, sadece diziniz üzerindeki deri değil aynı zamanda döşeme de ısınır!)

Kitap bir d uzaklığı kadar hareket ederken, iş yapan tek kuvvet kinetik sürtünme kuvvetidir. Bu kuvvet, kitabın kinetik enerjisinde bir azalmaya neden olur. Bu azalma, Bölüm 7'de hesaplandı (7.17a Eşitliği) ve burada tekrar yazılırsa

$$\Delta K_{\text{sürtünme}} = -f_k d$$
 (8.14)

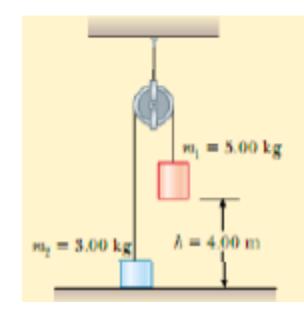
olur. Kitap sürtünmeli bir eğik düzlemde hareket ederse, kitap-Dünya sisteminin kütle-çekim potansiyel enerjisinde de bir değişme olur ve $-f_k d$ kinetik sürtünme kuvvetinden dolayı sistemin mekanik enerjisindeki değişim miktarı olmuş olur. Bu durumlarda

$$\Delta E = \Delta K + \Delta U = -f_b d \tag{8.15}$$

dir. Burada, $E_i + \Delta E = E_s$ dir.

Örnek 4:

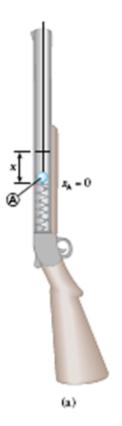
İki blok hafif bir iple, ağırlıksız ve sürtünmesiz bir makara üzerinden şekildeki gibi birbirine bağlanmıştır. Sistem durgun halden serbest bırakılıyor. 5.00 kg' lık blok yere çarptığında, 3.00 kg' lık bloğun hızı ne olur?



Örnek 3: Yaylı Oyuncak Tüfek

Yaylı bir oyuncak tüfeğin yay sabiti bilinmemektedir. Yay 12 cm sıkıştırılıp düşey yönde ateşlendiğinde, 35 gr' lık bilye atıldığı noktadan 20 m yukarıya yükseliyor. Tüm sürtünmeleri göz ardı ederek,

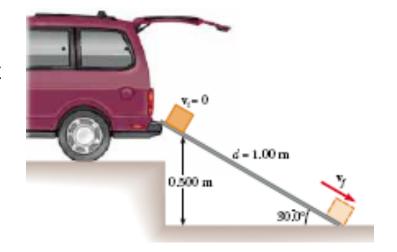
- a) Tüfeğin yay sabitini bulunuz.
- b) Bilye tüfeği hangi hızla terk eder?
- c) Bilye atıldığı noktadan 10 m yukarıdayken hızı nedir?



Örnek 6:

Uzunluğu 1 m olan 30°' lik eğik düzlemin en üst noktasından, kütlesi 3 kg olan bir kutu durgun halden aşağıya doğru kaymaya başlıyor. Kutuya 5 N' luk sabit bir sürtünme kuvveti etkimektedir.

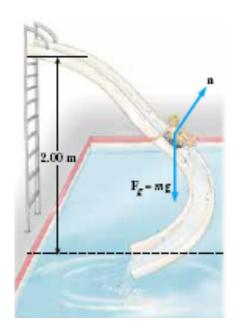
- a) Eğik düzlemin tabanında kutunun hızı ne olur?
- b) Kutunun ivmesi nedir?



Örnek 7:

Kütlesi 20 kg olan bir çocuk, 2 m yüksekliğinde düzgün olmayan bir kaydırağın tepesinden ilk hızsız kaymaya başlıyor.

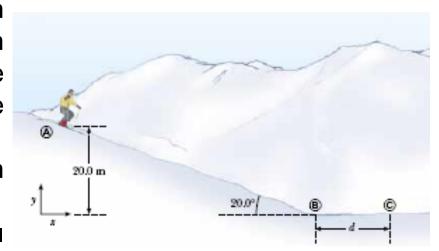
- a) Sürtünme olmadığını varsayarak, kaydırağın en alt noktasında çocuğun hızı nedir?
- b) Sürtünme olması durumunda, çocuğun en alt noktadaki hızı 3 m/s olduğuna göre sistemin mekanik enerjisindeki kayıp ne kadardır?



Örnek 8:

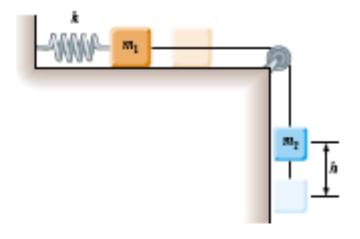
Bir kayakçı 20 m yükseklikteki rampadan ilk hızsız kaymaya başlıyor. Rampanın alt ucundan sonra, düz olan bölgede kayakçı ile zemin arasında sürtünme katsayısı 0,21' dir.

- a) Kayakçı, rampanın alt ucundan duruncaya kadar ne kadar yol alır?
- b) Eğik düzlemin kendisi de aynı sürtünme katsayısına sahip olsaydı, (a) şıkkının cevabı ne olurdu?



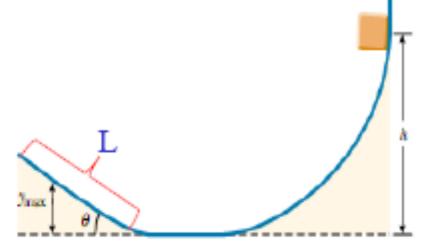
Örnek 9:

İki blok hafif bir iple, sürtünmesiz ve ağırlıksız bir makara üzerinden birbirine bağlıdır. Yatayda bulunan m_1 kütleli blok, yay sabiti k olan bir yaya bağlıdır. Yay uzamasız durumda iken sistem serbest bırakılıyor ve m_2 kütleli blok h kadar düşünce bir an için duruyor. m_1 kütleli blok ile zemin arasındaki sürtünme katsayısı nedir?



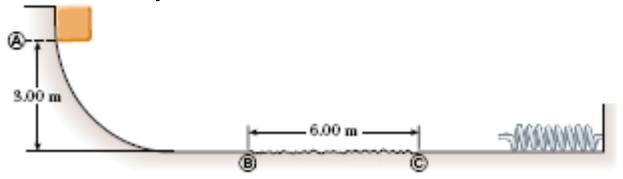
Örnek 10:

Bir blok, h yüksekliğindeki sürtünmesiz bir rampadan ilk hızsız kaymaya başlıyor ve karşıda bulunan ve eğim açısı θ olan bir eğik düzlemi tırmanıyor. Blok ile eğik düzlemin arasındaki kinetik sürtünme katsayısı μ_k olduğuna göre, blok bu düzlemde ne kadar yükselir?



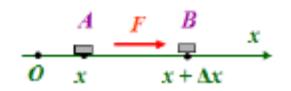
Örnek 11:

Kütlesi 10 kg olan blok ilk hızsız olarak A noktasından bırakılıyor. Uzunluğu 6 m olan sürtünmeli bir bölgeyi (B — C arası) geçtikten sonra, yay sabiti k=2250 N/m olan yaya çarparak yayı 30 cm sıkıştırıyor. B — C arası bölgenin sürtünme katsayısını bulunuz.



Potansiyel Enerjiden Kuvvetin Bulunması:

Bilinmeyen bir F kuvvetinin etkisi altında x-ekseni boyunca hareket eden bir cismin potansiyel enerjisinin konuma bağlılığı U(x) biliniyor olsun.



Cisim koordinatı x olan bir A noktasından koordinatı $x+\Delta x$ olan çok yakındaki bir B noktasına hareket etsin. Kuvvetin cisim üzerinde yaptığı iş

Kuvvetin yaptığı bu iş, sistemin potansiyel enerjisinde bir değişim meydana getirir. $\Delta U = -W$ (2)

Bu iki eşitlik birleştirilirse, $F = -\Delta U / \Delta x$ bulunur.

$$\Delta x \rightarrow 0$$
 durumundaki limit değeri ise $F(x) = -\frac{dU(x)}{dx}$ olur

Örnek 5: İki boyutlu uzayda bir kuvvetle bağlantılı **potansiyel enerji** fonksiyonu, $U(x,y) = 3x^3 y - 7x$ ile veriliyor. Cisme etkiyen kuvveti bulunuz.