

Cebirsel Yapı

Bir küme üzerinde bir veya daha fazla ikili işlem tanımlanmış ise bu ikili işlemlerin oluşturduğu kümeye cebirsel yapı denir.

$\langle A, * \rangle$: A kümesi ve $*$ ikili işlemi

$\langle A, *, \Delta \rangle$: A kümesi ve onun üzerinde $*$ ve Δ ikili işlemleri ile don

Grup Kavramı

A bir küme ve $*$ A üzerinde bir ikili işlem olsun.

3 koşul sağlanırsa $\langle A, * \rangle$ bir gruptur.

→ $\langle A, * \rangle$ birleşme özelliği

→ $\langle A, * \rangle$ birim elemanı

→ A nın her elemanı $*$ ikili işlemine göre tersi sahip ise

Örnek $\langle \mathbb{Z}, + \rangle$ bir grup mudur?

① Birleşme özelliği: $a + (b + c) = (a + b) + c$

② Birim elemanı: $a + e = a$ $e + a = a$ $e = 0$ $e = 0$

③ $a + a^{-1} = e \rightarrow a^{-1} = -a$
 $a^{-1} + a = e \rightarrow a^{-1} = -a$

Grup,

Örnek \mathbb{N} üzerinde $*$ ikili işlemi $a * b = a + b$ olarak veriliyor.

$\langle \mathbb{N}, * \rangle$ grup mu?

$$\textcircled{1} \text{ Birleşme Özelliği } (x * y) * z = x * (y * z)$$

$$x+y+z = x+y+z$$

$$\textcircled{2} \text{ Birim eleman } a * e = a \quad e=0$$

$$e * a = a \quad e=0$$

$$\textcircled{3} \left. \begin{array}{l} a * a^{-1} = e \Rightarrow a^{-1} = a^{-1} \\ a^{-1} * a = e \Rightarrow a^{-1} = -a \end{array} \right\} \text{ Tanımdan dolayı olmuyor.}$$

* Gruplar *

Tanım: $G \neq \emptyset$ bir küme ve $*$, G üzerinde bir ikili işlemdir.

Eğer:

- G₀) Kapanlılık ($x, y \in G \Rightarrow x * y \in G$)
- G₁) Birleşme ($(x * y) * z = x * (y * z)$)
- G₂) G kümesi $*$ işlevine göre birim elemana sahip

G₃) G için her eleman $*$ işlevine göre tersi var

ise bu tetrde $(G, *)$ yapıda bir **grup** denir.