221220044

Tanım: f: [a,b] → R, x → f(x) fonksiyonu (a,b) aralığında türevli olmak üzere, x değişkeninin değişme miktarı Δx ise f '(x). Δx ifadesine f(x) fonksiyonunun diferansiyeli denir ve d(f(x)) ile gösterilir.

Kural 1

n ≠ -1 ise, $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$ (c ∈ R, c sabit)

Kural 2

a) $\int f'(x)\,dx = f(x) + c$

b) $\int [f(x)]^n . f'(x) dx = \frac{[f(x)]^{n+1}}{n+1} + c$

Kural 3

a) $\int \frac{dx}{x} = \ln|x| + c$

b) $\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln|f(x)| + c$

Kural 4

a) $\int e^x dx = e^x + c$

b) $\int e^{f(x)} . f'(x) dx = e^{f(x)} + c$

c) $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c$

d) $\int a^{f(x)} . f'(x) dx = \frac{a^{f(x)}}{\ln a} + c$

Kural 5

A) 1) $\int \sin x dx = -\cos x + c$

2) $\int \sin(ax+b) dx = -\frac{1}{a}\cos(ax+b) + c$

B) 1) $\int \cos x dx = \sin x + c$

2) $\int \cos(ax+b) = \frac{1}{a}\sin(ax+b) + c$

C) 1) $\int (1+\tan^2 x) dx = \int \frac{dx}{\cos^2 x}$

$= \int \sec^2 x dx = \tan x + c$

2) $\int (1+\tan^2 ax) dx = \frac{1}{a}\tan ax + c$

D) 1) $\int (1+\cot^2 x) dx = \int \frac{dx}{\sin^2 x}$

$= \int (\operatorname{cosec}^2 x) dx = -\cot x + c$

2) $\int (1+\cot^2 ax) dx = -\frac{1}{a}\cot ax + c$

TERS TRİGONOMETRİK FONKSİYONLARIN İNTEGRALİ

a) $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \operatorname{Arcsin} x + c$

$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = -\operatorname{Arccos} x + c$

b) $\int \frac{du}{\sqrt{a^2-u^2}} dx = \operatorname{Arcsin}\frac{u}{a} + c$

$\int \frac{du}{\sqrt{a^2-u^2}} dx = -\operatorname{Arccos}\frac{u}{a} + c$

c) $\int \frac{1}{1+x^2} dx = \operatorname{Arctan} x + c$

$\int \frac{1}{1+x^2} dx = -\operatorname{Arccot} x + c$

d) $\int \frac{du}{a^2+u^2} = \frac{1}{a}\operatorname{Arctan}\frac{u}{a} + c$

$\int \frac{du}{a^2+u^2} = -\frac{1}{a}\operatorname{Arccot}\frac{u}{a} + c$

Hiperbolik Fonksiyonlar

$$\int \sinh u \, du = \cosh u + c$$

$$\int \cosh u \, du = \sinh u + c$$

$$\int \operatorname{sech}^2 u \, du = \tanh u + c$$

$$\int \operatorname{csch}^2 u \, du = -\coth u + c$$

$$\int \operatorname{sech} u \tanh u \, du = -\operatorname{sech} u + c$$

$$\int \operatorname{csch} u \coth u \, du = -\operatorname{csch} u + c$$

$$\int \frac{du}{\sqrt{a^2+u^2}} = \sinh^{-1}\left(\frac{u}{a}\right) + c, \quad a>0$$

$$\int \frac{du}{\sqrt{u^2-a^2}} = \cosh^{-1}\left(\frac{u}{a}\right) + c, \quad u>a>0$$

$$\int \frac{du}{a^2-u^2} = \begin{cases} \frac{1}{a}\tanh^{-1}\left(\frac{u}{a}\right) + c, & u^2<a^2 \\ \frac{1}{a}\coth^{-1}\left(\frac{u}{a}\right) + c, & u^2>a^2 \end{cases}$$

$$\int \frac{du}{u\sqrt{a^2-u^2}} = -\frac{1}{a}\operatorname{sech}^{-1}\left(\frac{u}{a}\right) + c, \quad 0<u<a$$

$$\int \frac{du}{u\sqrt{a^2+u^2}} = -\frac{1}{a}\operatorname{csch}^{-1}\left(\frac{u}{a}\right) + c, \quad u\neq 0$$

DEĞİŞKEN DEĞİŞTİRME (DÖNÜŞÜM) YÖNTEMİ

a) $\int f(x) \, . \, dx$ integralinde $x = g(t)$ diyelim. $x = g(t)$ ise, $dx = g'(t)$ dt dir.

$\int f(x)\, dx = \int f(g(t)) \, . \, g'(t)\, dt$ yazılırsa, integral t türünden ifade edilmiş olur.

KISMİ İNTEGRAL

f, g bir [a, b] aralığında türevli iki fonksiyon olsun.

$$(f.g)' = f'.g + g'.f$$

$$f.g' = (f.g)' - f'.g$$

$$\int f(x).\, g'(x)\, dx = f(x)\, .\, g(x) - \int g(x)\, .\, f'(x)\, dx$$

$f(x) = u$, $g(x) = V$ dersek

$$\boxed{\int u\,dv = u.v - \int v\,du} \; *$$