ELEKTRİK VE MANYETİZMA

2-Gauss Yasası

1. Elektrik Akısı
2. Gauss Yasası
3. Gauss Yasasının Yüklü Yalıtkanlara Uygulanması
4. Elektrostatik Dengedeki İletkenler

Önceki Bölümde bir yük dağılımının elektrik alanının Coulomb yasasından nasıl hesaplandığının öğrendik. Bu bölümde elektrik alanlarının başka bir hesap yolu olan Gauss yasası öğreneceğiz.

Gauss yasası, Coulomb yasasının bir sonucudur ve yüksek simetrili yük dağılımlarının elektrik alan hesabında çok kullanılışlıdır. E elektrik alanı içinde bulunan kapalı yüzeylerle ilgileneceğiz. Çünkü Gauss yasası sadece kapalı yüzeyler için geçerlidir.

2-Gauss Yasası

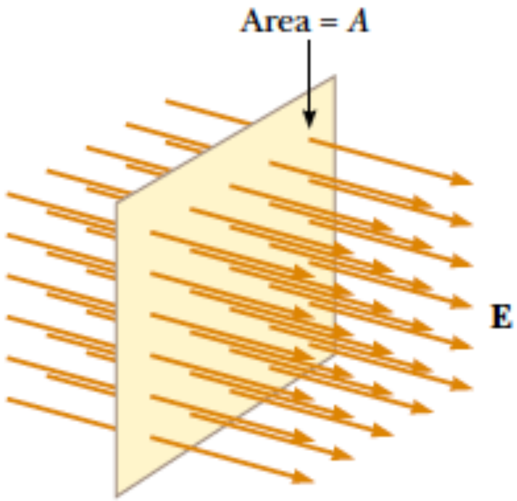
Akı Φ sembölü ile gösterilir ve bütün vektör alanlarının ortak özelliğidir. Bu bölümde sadece elektrik alan **E**'nin oluşturduğu Φ_E elektirksel alanını inceleyeceğiz.

Şekilde olduğu gibi doğrultu ve büyüklükçe düzgün olan bir elektrik alan olsun. Elektrik alan çizgileri alana dik A yüzölçümlü bir dikdörtgen yüzeyden geçmektedir. Önceki bölümden biliyoruz ki, birim yüzölçümden geçen alan çizgilerinin sayısı elektrik alanın büyüklüğü ile orantılıdır. Bu nedenle A yüzölçümünden geçen alan çizgilerinin sayısı EA ile orantılıdır. E ile yüzölçümün çarpımına Φ elektrik akısı denir:

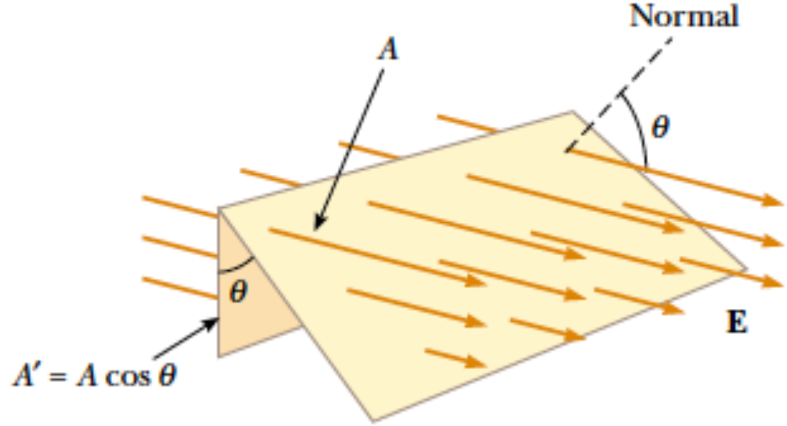
$$\Phi_E = EA$$

Birimi : $N.m^2/C$

Elektrik akısı, bir yüzeyden geçen elektrik alan çizgileri sayısı ile orantılıdır.



2-Gauss Yasası



Gözönüne alınan alan dik değilse, yüzeyden geçen akı Φ_E=EA eşitliğiyle verilenden az olmalıdır. Düzgün elektrik alanıyla θ açısı yapan A yüzölçümlü yüzeyin normali yukardaki şekile bakarak anlaşılabilir. Bu yüzölçümden geçen alan çizgilerinin sayısı, alana dik A' izdüşüm yüzölçümünden geçenlerinkine eşittir.Bu yüzölçüm arasında arasında $A' = A\cos\theta$. bağıntısı vardır.

A ve A' den akı aynı olduğundan A dan geçen akı için $\Phi_E = EA' = EA\cos\theta$ sonucu çıkarılır.

Bu sonuçtan, belli yüzölçümlü yüzeyden geçen akının, yüzeyin alana dik olması (yüzey normalinin elektrik alana paralel olması) durumunda EA en büyük değerini aldığı, yüzeyin alana parallel olması (yüzey normalinin elektrik alanına dik olması θ=90) durumunda sıfır olduğu görülür.

2-Gauss Yasası

ÖRNEK 24.1 **Bir Küreden Geçen Akı**

Merkezinde +1,00 μC luk bir yük bulunduran 1,00 m yarıçaplı bir küreden geçen elektrik akısı ne kadardır?

Çözüm Bu yükten 1,00 m uzaktaki elektrik alanının büyüklüğü Eşitlik 23.4 ile verilir:

$$E = k_e \frac{q}{r^2} = (8{,}99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \frac{1{,}00 \times 10^{-6} \text{ C}}{(1{,}00 \text{ m})^2}$$

$$= 8{,}99 \times 10^3 \text{ N/C}$$

Alan yarıçapsal (radyal) olarak dışarıya yönelik olup bu nedenle her yerde küre yüzeyine diktir. Böylece küreden (yüzey alanı $A = 4\pi r^2 = 12{,}6 \text{ m}^2$) geçen akı:

$$\Phi_E = EA = (8{,}99 \times 10^3 \text{ N/C})\ (12{,}6 \text{ m}^2)$$

$$= 1{,}13 \times 10^5 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}$$

Alıştırma Kürenin yarıçapı 0,5 m olsaydı (a) elektrik alanı ve (b) küreden geçen akı ne olurdu?

Cevap (a) $3{,}60 \times 10^4$ N/C; (b) $1{,}13 \times 10^5 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}$

2-Gauss Yasası

Elektrik alanın düzgün olduğunu varsaydık. Daha genel durumlarda elektrik alanı yüzey üzerinde değişebilir. Bu durumda:

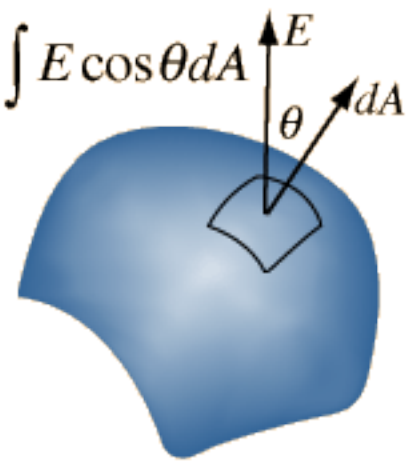
$$\Phi_E = EA' = EA\cos\theta$$

tanımı küçük bir yüzey öğesi için doğru olur.Genel bir yüzeyin çok sayıda ΔA yüzölçümlü küçük yüzey öğelerine bölündüğünü düşünelim. Bu yüzey öğeleri yeterince küçük ise elektrik alanın öğeler üzerindeki değişimi önemsenmeyebilir. Bu durumda şekildeki gibi bir yüzeyde i.nci yüzey öğesinin yüzölçümünü göstermek için doğrultusu yüzeye dik alınan bir $\Delta\mathbf{A}_i$ vektörünü tanımlamak uygun olur. Bu yüzeyden geçen elektrik akısı:

$$\Delta\Phi_E = E_i\,\Delta A_i\cos\theta_i = \mathbf{E}_i\cdot\Delta\mathbf{A}_i$$

olur. Burada skaler çarpımın tanımını kullandık. Yüzeyden geçen toplam akı ise bütün öğelerin toplanması ile bulunur.

$$\Phi = \int E\cos\theta\,dA$$

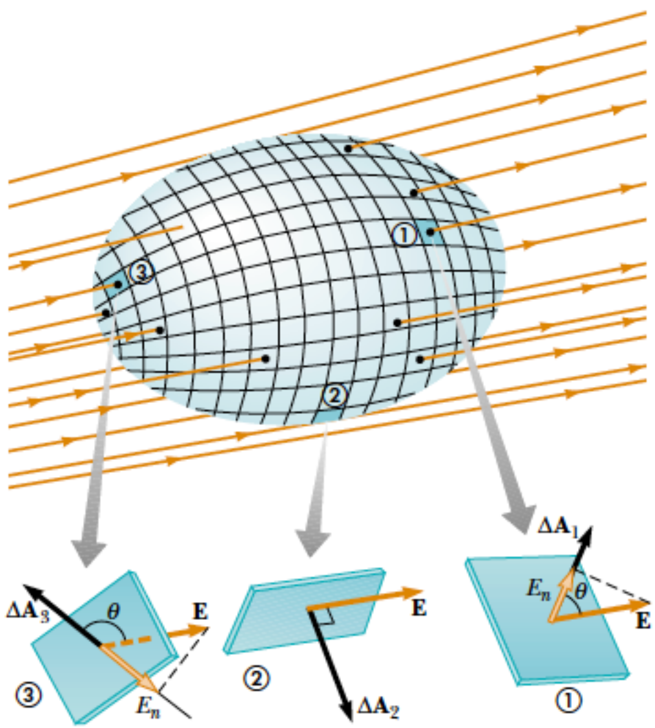


$$\Phi_E = \lim_{\Delta A_i\to 0}\sum \mathbf{E}_i\cdot\Delta\mathbf{A}_i = \int_{\text{surface}} \mathbf{E}\cdot d\mathbf{A}$$

Buradaki integral yüzey üzerinden alınması gereken yüzey integralidir. Genelde kapalı yüzeyden geçen akı hesabıyla ilgilenilir. Kapalı yüzey: uzayı iç ve dış bölgelere ayıran yüzey olarak tanımlanır. Bu yüzeyi geçmeden diğerine hareket edilemez. Örneğin küre yüzeyi.

2-Gauss Yasası

Aşağıdaki şekildeki gibi kapalı bir yüzeyi göz önüne alalım. Farklı yüzey öğelerinin ΔA_ivektörleri çeşitli doğrultularda yönelmişlerdir.Her noktada bu vektörler yüzeye dik olup dışa doğru yönelmişlerdir. 1 ile gösterilen yüzey öğesinde E dışa doğrudur, $\theta < 90°$ Yüzeyden geçen $\Delta\Phi_E = \mathbf{E} \cdot \Delta\mathbf{A}_1$ artıdır. 2. yüzeyde E alan çizgileri ΔA_i vektörüne diktir ve akı sıfırdır. 3 gibi yüzey öğelerinde alan çizgileri yüzeyi dışardan içe doğru geçerler $180° > \theta > 90°$ $\cos\,\theta$ eksi olduğundan akı eksidir.



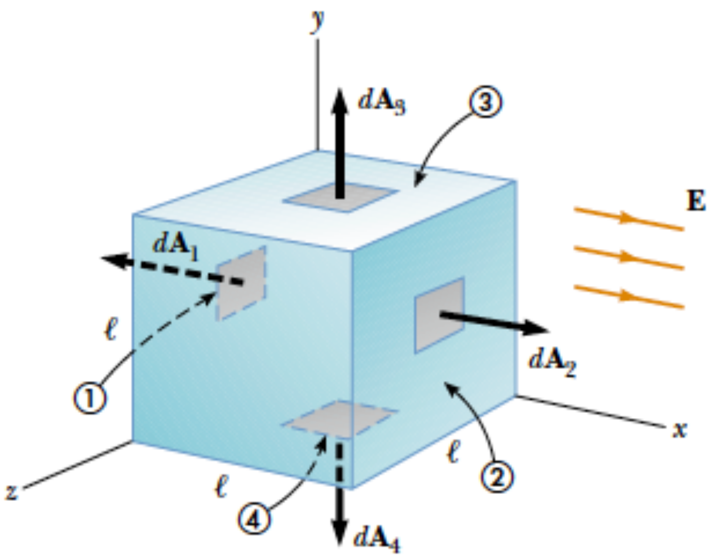
Yüzeyden geçen net akı yüzeyden ayrılan alan çizgilerinin net sayısı ile orantılıdır. Yani, net sayı yüzeyden ayrılanların yüzeye girenlerden çıkarılması anlamına geliyor. Akı: Yüzeye girenlerden çok çıkan varsa akı artıdır.

Yüzenden çıkandan çok giren varsa eksidir.

$$\Phi_E = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \oint E_n \, dA$$

2-Gauss Yasası

Örnek 2.2 Bir küpten Geçen Akı



$$\Phi_E = \int_1 \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} + \int_2 \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A}$$

$$\int_1 \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \int_1 E(\cos 180°)\, dA$$
$$= -E \int_1 dA = -EA = -E\ell^2$$

$$\int_2 \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \int_2 E(\cos 0°)\, dA$$
$$= E \int_2 dA = +EA = E\ell^2$$

$$\Phi_E = -E\ell^2 + E\ell^2 + 0 + 0 + 0 + 0 = 0$$