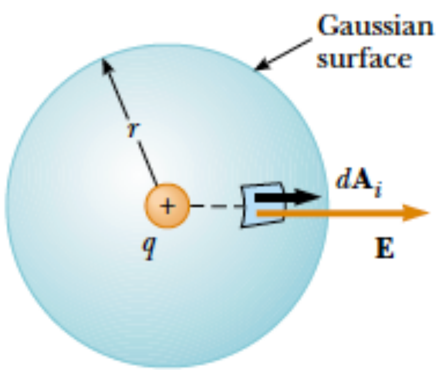
ELEKTRİK VE MANYETİZMA

2-Gauss Yasası



Bu bölümde kapalı bir yüzeyden (çoğu kez gauss yüzeyi denir) geçen net elektrik akısıyla, yüzey tarafından sarılan yük arasındaki genel bağıntı anlatılacaktır. Gauss yasası olarak bilinen bu bağıntının elektrik alanların incelenmesinde büyük önemi vardır.

r yarıçaplı bir kürenin merkezinde bulunan artı bir nokta yük gözönüne alınsın. Bu küre yüzeyinde her yerde elektrik alanının büyüklüğü $E=k_e q/r^2$ dir. Alan çizgileri, yarıçap doğrultusunda dışa doğrudur ve bu nedenle yüzeye her noktada diktirler. Yani, E, her yüzey noktasında o noktayı saran ΔA_i yüzölçümlü yüzey öğesini temsil eden ΔA_i vektörüne paraleldir. $\mathbf{E}\cdot\Delta\mathbf{A}_i = E\,\Delta A_i$

Gauss yüzeyinden geçen net akı

$$\Phi_E = \oint \mathbf{E}\cdot d\mathbf{A} = \oint E\,dA = E\oint dA$$

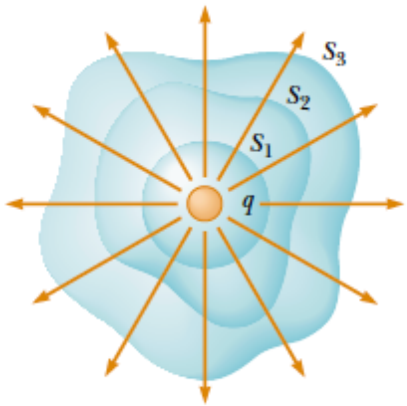
E, simetri nedeniyle yuzey uzerinde sabit ve $E=k_e q/r^2$ verildiginden integralin disina alinir. Yuzey kuresel oldugundan $\oint dA = A = 4\pi r^2$

Gauss yuzeyinden gecen net aki $\Phi_E = \frac{k_e q}{r^2}(4\pi r^2) = 4\pi k_e q$

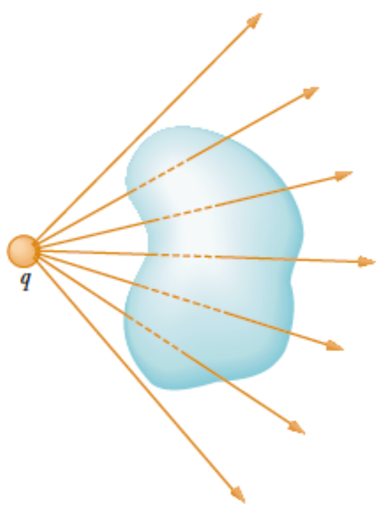
$k_e = 1/(4\pi\epsilon_0)$ olduğu için bu

$$\Phi_E = \frac{q}{\epsilon_0}$$

2-Gauss Yasası



Şekildeki gibi bir q yükünü saran çeşitli kapalı yüzeyler gözönüne alalım. S_1 yüzeyi küresel, S_2 ve S_3 yüzeyi küresel değildir. S_1 yüzeyinden geçen akı q/ϵ_0 değerindedir. Elektrik akısı o yüzeyden geçen elektrik alan çizgilerinin sayısıyla orantılıdır. S_1 küresel yüzeyinden geçen elektrik alan çizgilerinin sayısı, S_2 ve S_3 küresel olmayan yüzeylerden geçen elektrik alan çizgilerinin sayısına eşittir. Bu nedenle, herhangi bir kapalı bir yüzeyden geçen net akının yüzeyin biçiminden bağımsız olduğu sonucu çıkarılır. Bir q nokta yükünü saran herhangi bir kapalı yüzeyden geçen net akı q/ϵ_0 dir.



Şekildeki gibi, rastgele biçimli kapalı bir yüzey dışında bulunan bir nokta yükü göz önüne alalım.

Bu çizimden görüldüğü üzere, yüzeye giren elektrik alan çizgileri başka bir noktada yüzeyden çıkmaktadır. Yüzeye giren ve çıkan elektrik alan çizgilerinin sayıları eşittir. Bundan dolayı, **yük sarmayan kapalı bir yüzeyden geçen net elektrik akısının sıfır** olduğu sonucu çıkarılır.

2-Gauss Yasası

Bir q nokta yükünü saran herhangi bir kapalı yüzeyden geçen net akı q/ϵ_0'dır.

Yük sarmayan kapalı bir yüzeyden geçen net akı sıfırdır.

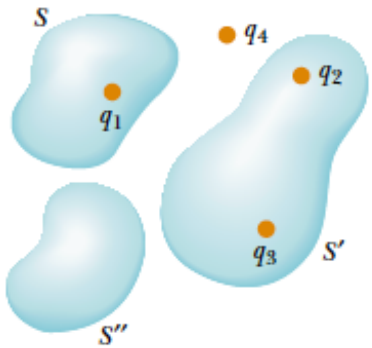
$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \oint (\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \cdots) \cdot d\mathbf{A}$$

$$\Phi_E = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \frac{q_{\text{in}}}{\epsilon_0}$$

Gauss Yasası

Gauss yasası yüksek simetrili yük dağılımının elektrik alanını hesaplamada kullanışlıdır.

2-Gauss Yasası



Şekilde yükler sistemini ele alalım. S yüzeyi sadece q_1 yükünü sarmaktadır. Bu nedenle S den geçen net akı q_1/ϵ_0 dır. S nin dışındaki q_2, q_3 ve q_4 yüklerinin S den geçirdiği akı, S ye bir noktada giren elektrik alan çizgisinin başka bir noktada S den çıkması nedeniyle sıfırdır. S' yüzeyi q_2 ve q_3 yükünü sardığından S' yüzeyinden geçen net akı $(q_2+q_3)/\epsilon_0$ dir. Son olarak içinde yük bulunmadığından S'' yüzeyinden geçen net akı sıfırdır. Yani S'' ye bir noktada giren bütün alan çizgileri başka bir noktada yüzeyden ayrılıyor.

Yukarıda belirtilenin bir genellemesi olan **Gauss yasasına** göre, *herhangi* bir kapalı yüzeyden geçen net akı;

$$\Phi_E = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \frac{q_{iç}}{\epsilon_0} \qquad \textbf{(24.6)}$$

dir. Burada $q_{iç}$, yüzey içindeki net yükü, **E** de yüzeyin herhangi bir noktasındaki elektrik alanını göstermektir.

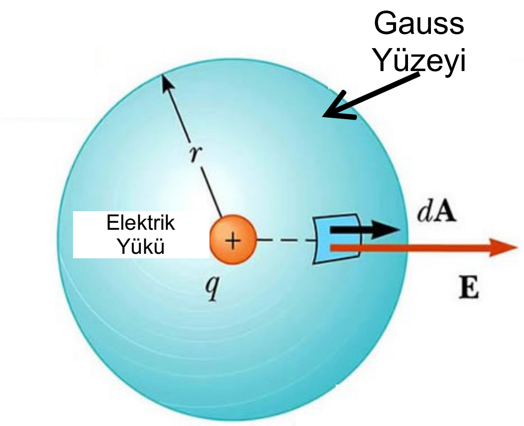
2-Gauss Yasası

Örnek:

Küresel bir gauss yüzeyi bir q nokta yükünü sarmaktadır. Yüzeyden geçen toplam akıya, (a) yükün üç katına çıkarılması, (b) kürenin yarıçapının iki katına çıkarılması, (c) yüzeyin küb şekline dönüştürülmesi ve (d) yükün içeride başka bir konuma götürülmesi durumunda ne olduğunu anlatınız.

2-Gauss Yasası

Tek bir yük olası en basit yük dağılımı olduğundan Gauss yasası ile elektrik alanının nasıl bulunacağını göstermek için bilinen durumu ele alıyoruz.



$$\mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = E\, dA$$

$$\Phi_E = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \oint E\, dA = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\oint E\, dA = E \oint dA = E(4\pi r^2) = \frac{q}{\epsilon_0}$$

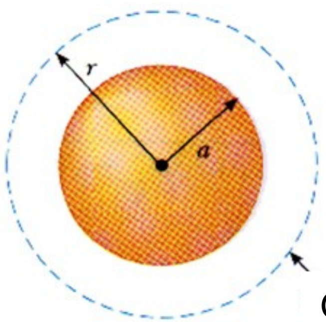
$$4\pi r^2$$

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \boxed{k_e \frac{q}{r^2}}$$

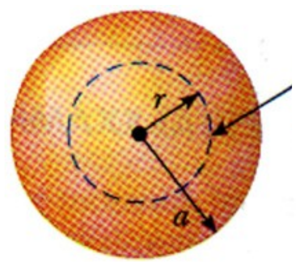
2-Gauss Yasası

Örnek: Küresel Simetrili Bir Yük Dağılımı:

a yarıçaplı yalıtkan dolu bir kürenin düzgün yük yoğunluğu ρ ve toplam artı yükü Q’dur.



Gauss Küresi



$$\rho = Q/\tfrac{4}{3}\pi a^3$$

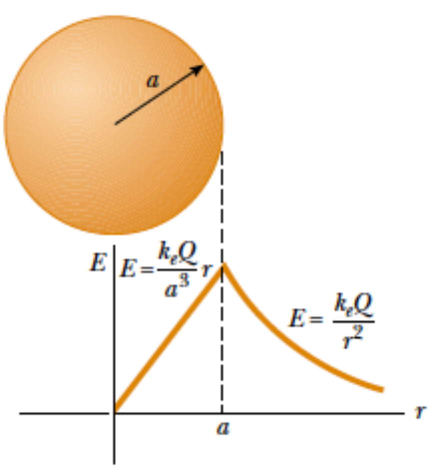
$$q_{\text{in}} = \rho V' = \rho\left(\tfrac{4}{3}\pi r^3\right)$$

$$\oint E\, dA = E \oint dA = E\,(4\pi r^2) = \frac{q_{\text{in}}}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{q_{\text{in}}}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{\rho\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{\rho}{3\epsilon_0}\, r$$

$$E = k_e \frac{Q}{r^2} \qquad (\text{for } r > a)$$

$$E = \frac{Qr}{4\pi\epsilon_0 a^3} = k_e \frac{Q}{a^3}\, r \qquad (\text{for } r < a)$$

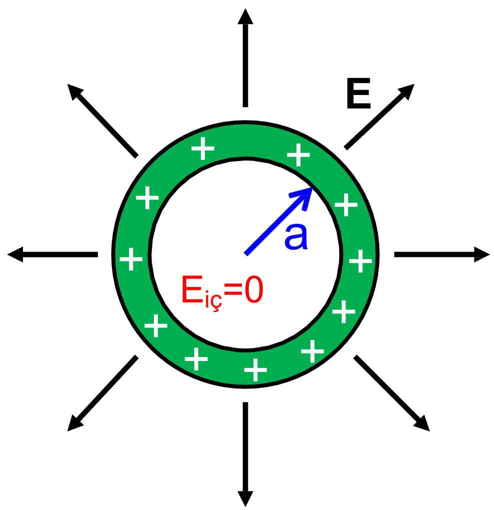


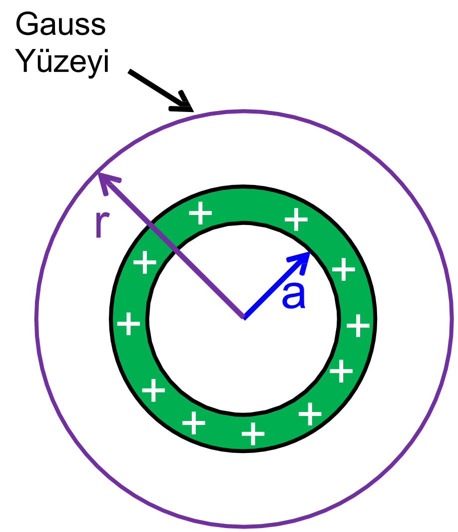
Şekil 24.12 Düzgün yüklü yalıtkan bir küre için E nin r ye göre grafiği. Küre içinde ($r < a$) elektrik alanı, r ile değişir. Küre dışında ($r > a$) ise $r = 0$ daki bir Q nokta yükünküyle aynıdır.

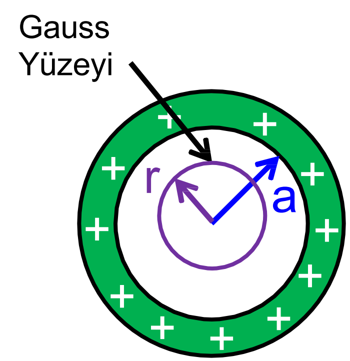
2-Gauss Yasası

ÖRNEK 24.6 İnce Küresel Bir Tabakanın Elektrik Ala

a yarıçaplı, ince küresel bir tabakanın yüzeyinde düzgün olarak dağılmış toplam Q yükü bulunmaktadır (Şek. 24.13a). Tabakanın içinde ve dışındaki noktalarda elektrik alanını bulunuz.







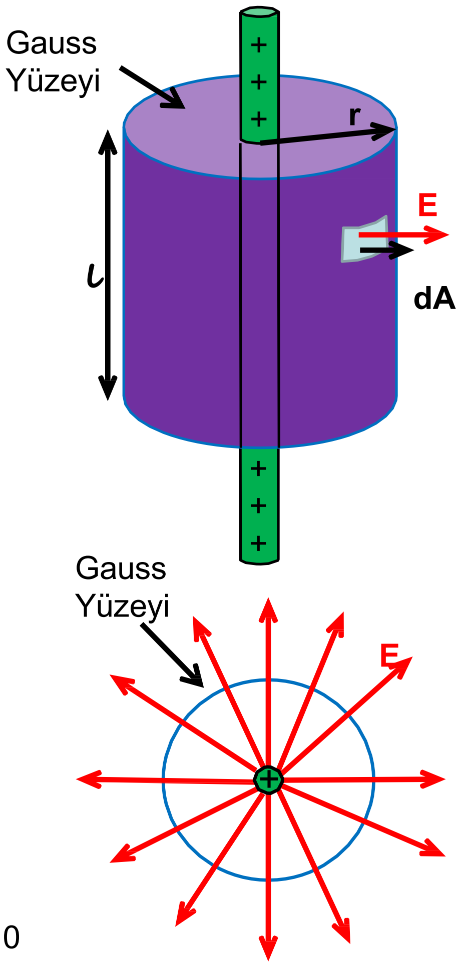
$$E = k_e \frac{Q}{r^2}$$ **r > a**

$$E = 0$$ **r < a**

2-Gauss Yasası

ÖRNEK 24.7 **Silindirik Simetrili Bir Yük Dağılımı**

λ sabit doğrusal yük yoğunluklu, sonsuz uzunlukta, doğrusal artı bir yükten r uzaklığında elektrik alanını bulunuz



$$\Phi_E = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = E \oint dA = EA = \frac{q_{in}}{\epsilon_0} = \frac{\lambda \ell}{\epsilon_0}$$

$$A = 2\pi r \ell$$

$$E(2\pi r \ell) = \frac{\lambda \ell}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0 r} = \boxed{2k_e \frac{\lambda}{r}}$$

2.4 Elektrostatik Dengedeki İletkenler

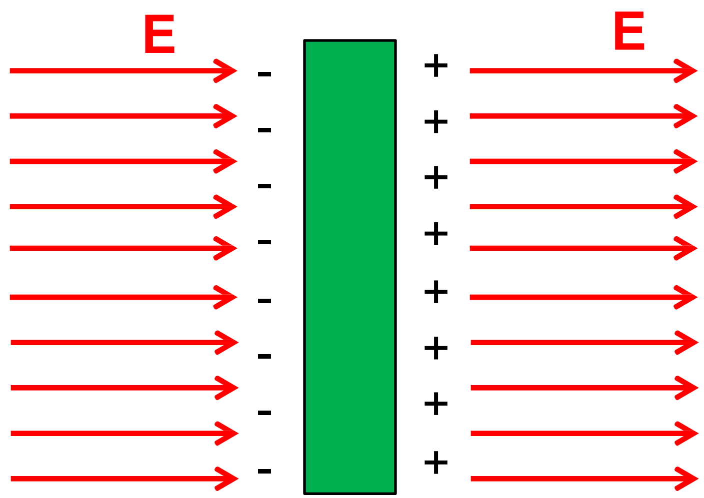
İyi bir elektriksel iletkende atomlara bağlı olmayan ve madde içinde özgürce dolaşabilen yükler bulunur. İletken içinde net bir yük hareketi olmadığında iletken **elektrostatik dengede**dir. Elektrostatik dengedeki bir iletkenin şu özellikleri vardır:

*İletken içinde her yerde elektrik alanı sıfırdır.

* Yalıtılmış bir iletkende bir yük varsa bu yük, iletkenin yüzeyinde bulunur.

*Yüklü bir iletkenin hemen dışındaki elektrik alanı iletkenin yüzeyine dik olup σ/ϵ_0 büyüklüğündedir.

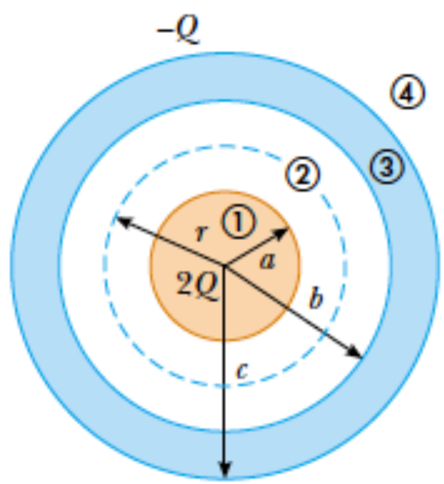
*Düzgün biçimli olmayan bir iletkende, yüzeyin eğrilik yarıçapının en küçük olduğu yerlerde yüzeysel yük yoğunluğu en büyüktür.



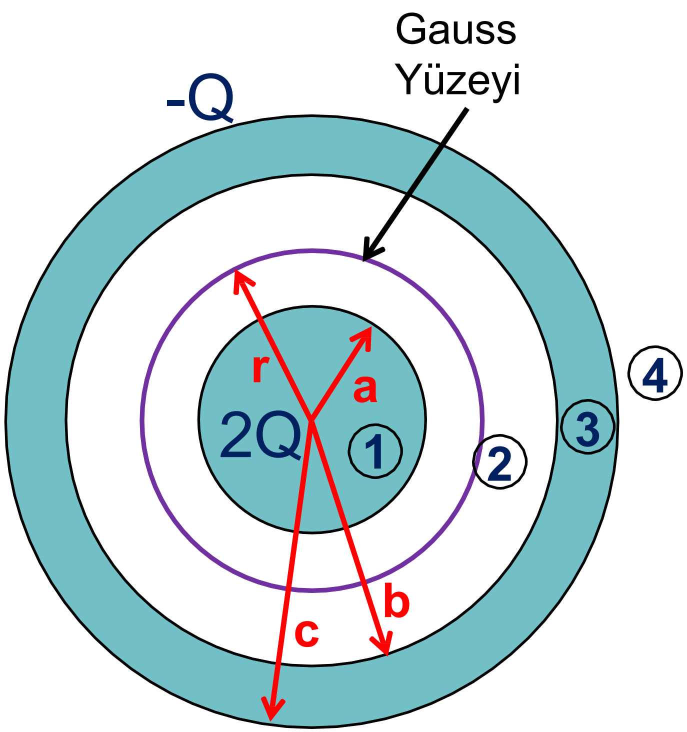
2.4 Elektrostatik Dengedeki İletkenler

ÖRNEK 24.10 Küresel Tabaka İçinde Bir Küre

a yarıçaplı iletken dolu bir kürede net artı $2Q$ yükü bulunuyor. İç yarıçapı b, dış yarıçapı c olan ileken küresel bir tabaka, dolu küreyle aynı merkezlidir ve $-Q$ *net* yükünü taşımaktadır. Gauss yasasını kullanarak, tüm sistem elektrostatik dengede iken ①, ②, ③, ve ④ bölgelerindeki elektrik alanını ve küresel tabakadaki yük dağılımını bulunuz.



2.4 Elektrostatik Dengedeki İletkenler



① $r < a.$ $\quad q_{\text{in}} = 0 \quad E_1 = 0$

Elektrostatik dengede iletken içinde hiç yük bulunmayacağından

② $a < r < b \qquad +2Q$

$$E_2 A = E_2(4\pi r^2) = \frac{q_{\text{in}}}{\epsilon_0} = \frac{2Q}{\epsilon_0}$$

$$E_2 = \frac{2Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \boxed{\frac{2k_e Q}{r^2}} \qquad (\text{for } a < r < b)$$

$Q.$

④ $r > c \quad q_{\text{in}} = 2Q + (-Q) =$

$$E_4 = \boxed{\frac{k_e Q}{r^2}} \qquad (\text{for } r > c)$$

③ Küresel tabaka elektrostatik dengede olan bir iletken olduğundan 3 bölgesindeki elektrik alan sıfır olmalıdır. b<r<c yarıçaplı Gauss yüzeyi için E_3=0'dır. O halde q_3=0'dır. Bu durumda iç kürenin yükü+2Q olduğuna göre küresel tabakanın iç yüzeyindeki yük -2Q olmalıdır. Bu küresel tabakanın toplam yükü –Q olduğuna göre dış yüzey +q yüküne sahip olmalıdır.