FİZİK I - Mekanik

Dr. Öğr. Üyesi Emine Gürpınar Güler

egguler@ktun.edu.tr
emine.gurpinar@gmail.com

Ders Kitabı: “**Physics for Scientists and Engineers**” by *R. A. Serway* & J. W. Hewe4

Bölüm 2:

Vektörler

Bu derste;

1.Kartezyen Koordinat Sistemi,

2. Kutupsal Koordinat Sistemi,

3. Skaler ve Vektörel Nicelikler,

4. Yerdeğiştirme ve Vektör,

5. Vektörlerin Cebir Kuralları,

6. Bir Vektörün Dik Bileşenlere Ayrılması,

7. Analitik Yönteme Göre Vektörleri Toplama

ile ilgili konular anlatılacaktır.

Bu dersi tamamladığınızda,

- ✓ Koordinat sistemlerini,
- ✓ Vektörleri ve vektörlerin cebir kurallarını öğrenmiş olacaksınız.

2.1 Koordinat Sistemleri

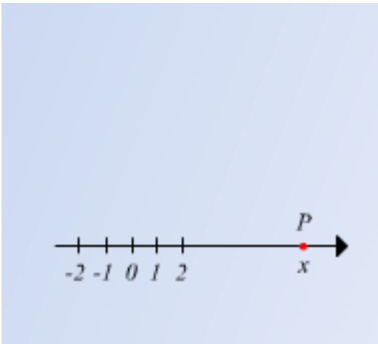
Koordinat Sistemleri uzayda bir noktanın yerini tanımlamak için kullanılan araçlardır. Bu derste,

- Kartezyen Koordinat Sistemi
- Kutupsal Koordinat Sistemi

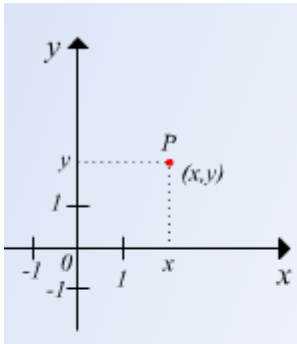
olmak üzere iki koordinat sisteminden bahsedeceğiz.

2.1.1 Kartezyen Koordinat Sistemi

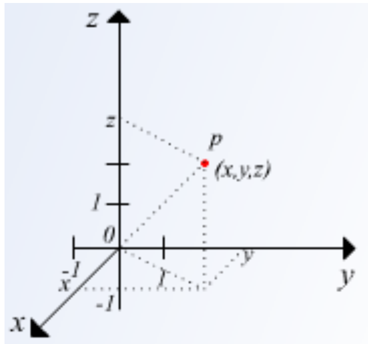
Derslerimizde sıklıkla kullanacağımız uygun bir koordinat sistemi **KARTEZYEN (DİK) KOORDİNAT SİSTEMİ**'dir. Bir doğru üzerinde bir noktanın yeri, bir düzlemde bir noktanın yeri ve bir uzay içinde bir noktanın yeri sırasıyla **BİR BOYUTLU**, **İKİ BOYUTLU** ve **ÜÇ BOYUTLU KARTEZYEN KOORDİNAT SİSTEMİ** ile tanımlanır.



Bir Boyutlu KKS



İki Boyutlu KKS

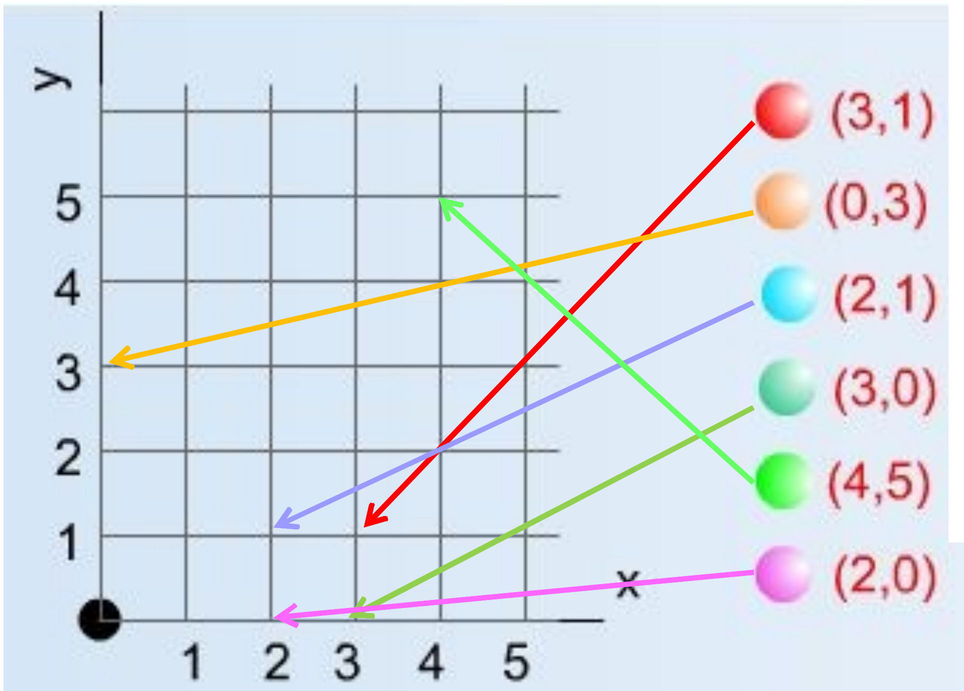


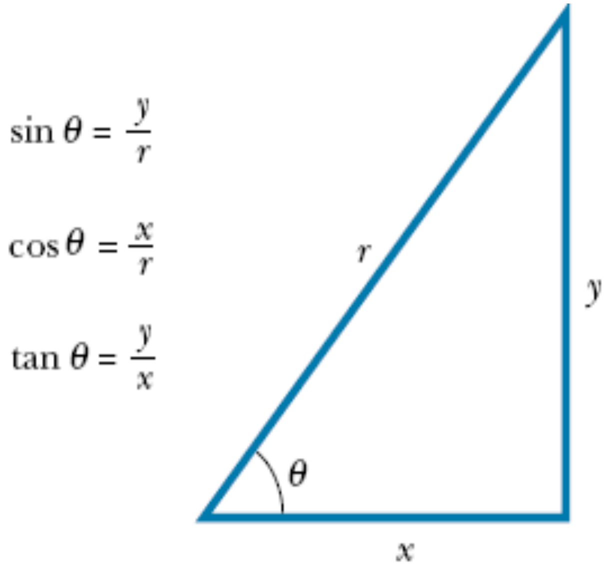
Üç Boyutlu KKS

Kartezyen Koordinat Sistemleri (KKS)

Böyle bir koordinat sistemi, orijin adı verilen ve O ile gösterilen bir başlangıç noktası ile birlikte ölçekli ve x, y, z ile adlandırılmış birbirlerine dik doğrultuları içerir. Bu doğrultular veya eksenler üzerinde O orijinin sağına doğru artan pozitif sayılar ve soluna doğru azalan negatif sayılar bulunur. Ayrıca, metre gibi bir uzunluk birimi eklenir.

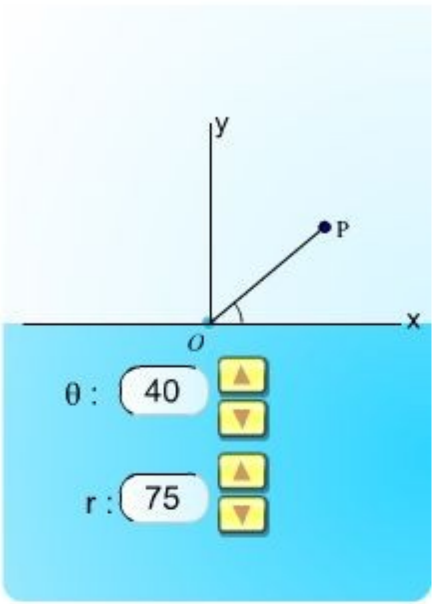
Herhangi bir *P* noktasının yeri bir boyutlu halde bir koordinat (x) ile, iki boyutlu halde iki koordinat (x,y) ile ve üç boyutlu halde üç koordinat (x,y,z) ile tanımlanır.





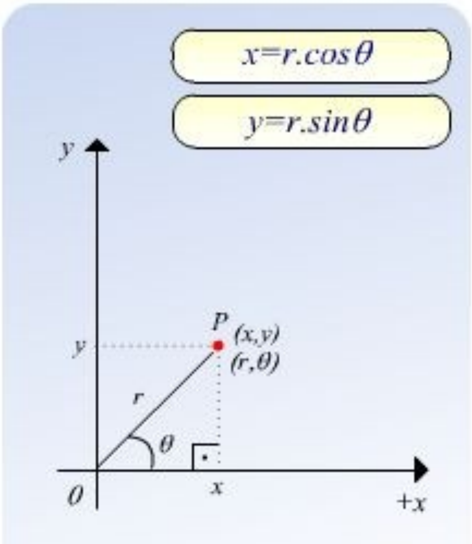
Hatırlatma

2.1.2 Kutupsal Koordinat Sistemi



Düzlemde bir noktanın yeri (r,q) ile gösterilen KUTUPSAL KOORDİNATLARLA da tanımlanabilir. Bu sistemde, bir x referans doğrultusu ve üzerinde bir O orijini alınır. q, +x doğrultusu ile yelkovanın dönme yönünün tersi yönünde pozitif olarak ölçülen açıdır. r ise, q doğrultusunda orijine olan uzaklıktır. Yandaki şekilde, +x doğrultusu ile q açısı yapan doğrultu üzerine O orijininden r kadar uzaklıktaki bir *P* noktası gösterilir.

2.1.2.1 Kartezyen Koordinat Sistemi ile Kutupsal Koordinat Sistemi Arasındaki İlişki



İki boyutlu kartezyen koordinat sistemi ile kutupsal koordinat sistemi arasındaki ilişkiyi anlamak üzere, düzlemdeki bir *P* noktası için (x,y) kartezyen koordinat çiftini ve (r,q) kutupsal koordinat çiftini göz önüne alalım.

Şekildeki dik üçgende q açısının trigonometrik fonksiyonları tanımlarından,

$$x = r.\cos\theta \qquad \textbf{(2.1)}$$

$$y = r.\sin\theta \qquad \textbf{(2.2)}$$

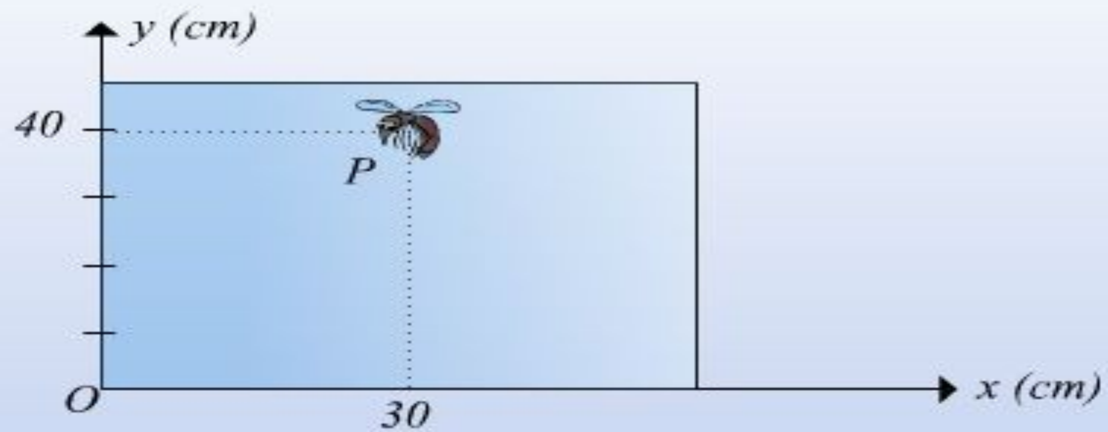
bağıntıları elde edilir.

Bu bağıntılar, (r,q) kutupsal koordinatlarına sahip bir *P* noktasının (x,y) kartezyen koordinatlarını bulmamızı sağlar. Ters dönüşüm bağıntıları kolayca türetilebilir:

$$\tan\theta = \frac{y}{x} \qquad \theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) \qquad r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Örnek:

▷ Şekilde gösterilen dikdörtgen şeklindeki bir masanın üzerinde bulunan sineğin yerinin kartezyen koordinatları cm cinsinden (30,40) olarak veriliyor. P noktasındaki sineğin masanın köşesinden olan r uzaklığını ve x ile gösterilen kenar ile OP doğru parçasının yaptığı θ açısını bulunuz.



▷ Bir önceki örnekteki sinek, (60 cm, 30°) kutupsal koordinatları ile verilen bir R noktasında bulunursa, sineğin konumunun kartezyen koordinatlarını bulunuz.

2.2 Fiziksel Nicelikler

Fizik derslerimizde karşılaşacağımız fiziksel nicelikleri iki gruba ayırabiliriz.

1. SKALER NİCELİKLER
2. VEKTÖREL NİCELİKLER

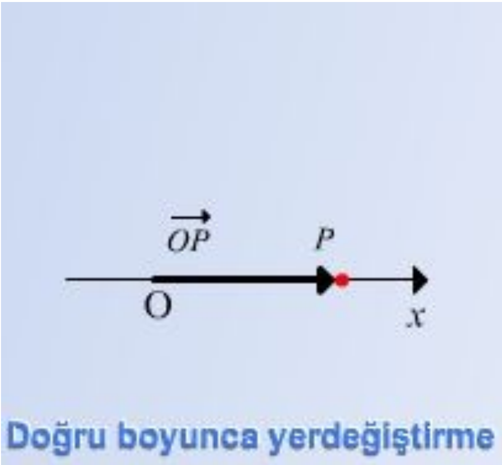
2.2.1 Skaler ve Vektörel Nicelikler

SKALER NİCELİK, bir sayı ve bir birim ile tam olarak tanımlanabilen niceliktir. Bir ekmeğin kütlesi 450 gram, bir motorun gücü 7500 Watt gibi tanımlamalar fizik bakımından eksiksiz tanımlamalardır. Onun için, kütle, sıcaklık, uzunluk, güç, iş, enerji gibi nicelikler skaler niceliklerdir. Skaler niceliklerin cebirsel işlemleri reel sayılara ait cebir kurallarına göre yapılır.

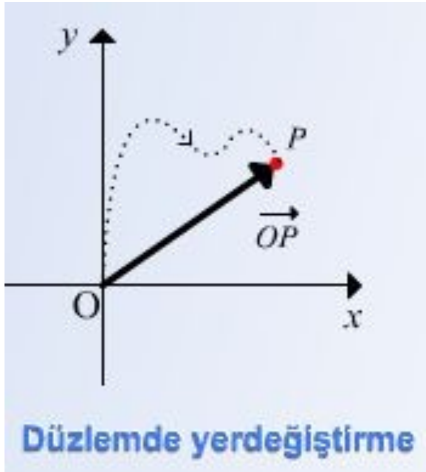
VEKTÖREL NİCELİK, bir sayı ve bir birim ile birlikte bir yönlü doğrultu ile tam olarak tanımlanabilen niceliktir. Rüzgârın hızı, kuzeyden güneye doğru 40 m/s şeklinde bir tanımlama eksiksizdir. Onun için, hız bir vektörel niceliktir. Ayrıca, yerdeğiştirme, ivme, kuvvet, momentum, elektrik alan, magnetik alan vektörel niceliklerdendir.

2.3 Yerdeğiştirme ve Vektör

Bir vektörel nicelik olan yerdeğiştirmeyi inceleyelim. Bir cisim, aşağıdaki şekillerde gösterildiği gibi, doğru boyunca, düzlemde veya uzayda bir O başlangıç noktasından harekete başlayıp herhangi bir yol izleyerek *P* noktasına gelirse, cismin O'ya göre yer değiştirdiğini söyleriz ve buna **YERDEĞİŞTİRME** deriz.



Doğru boyunca yerdeğiştirme



Düzlemde yerdeğiştirme

Uzayda yerdeğiştirme

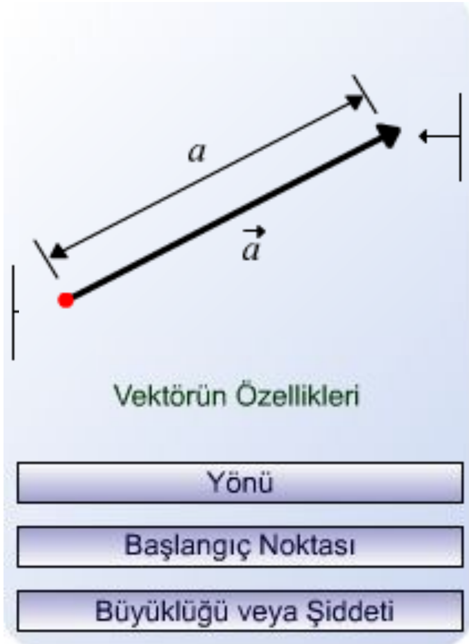
Bu yerdeğiştirme niceliği, O noktası ile P noktası arasındaki mesafeyi (örneğin 2 cm gibi) ve aynı zamanda O'dan P'ye doğru olan yönü de içerir. Bundan dolayı, yerdeğiştirme vektörel bir niceliktir, O'dan P'ye çizilen bir ok işareti ile gösterilir ve şeklinde yazılabilir.

2.3.1 Bir Vektörün Özellikleri

Genel olarak, matematikte herhangi bir vektör $\vec{a}$ veya $\vec{A}$ gibi küçük veya büyük harf üzerinde bir ok ile veya koyu basılmış ***a*** veya ***A*** harfi ile gösterilir. Bir $\vec{a}$ vektörünün sayı ve birimle ifade edilen kısmına vektörün BÜYÜKLÜĞÜ veya ŞİDDETİ adı verilir. $\vec{a}$ vektörünün büyüklüğü $|\vec{a}|$ sembolü veya sadece a ile gösterilir.

2.4 Vektörlerin Cebir Kuralları

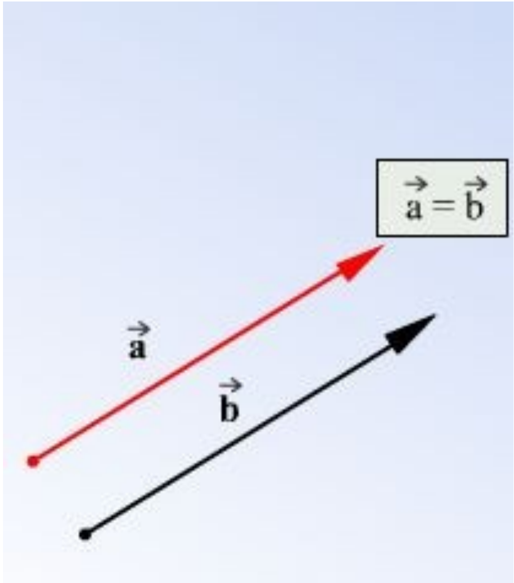
- İki Vektörün Eşitliği,
- İki Vektörün Toplamı,
- Bir Vektörün Negatifi,
- vektörlerin Çıkarılması,
- Bir Vektörü Skalerle Çarpma,
- Bir Vektörün Birim Vektörü



Bir $\vec{a}$ vektörü bir ok işareti ile temsil edilir. $\vec{a}$ vektörünün büyüklüğü ok işaretinin boyu ile orantılıdır. $\vec{a}$ vektörünün yönlü doğrultusunu ok başı işaret eder.

2.4.1 İki Vektörün Eşitliği

$\vec{a}$ ve $\vec{b}$ vektörlerinin büyüklükleri eşit $(a = b)$ ve yönleri aynı ise, $\vec{a}$ ve $\vec{b}$ vektörleri **EŞİT**'tir denir ve $\vec{a} = \vec{b}$ şeklinde yazılır.



2.4.2 İki Vektörün Toplamı

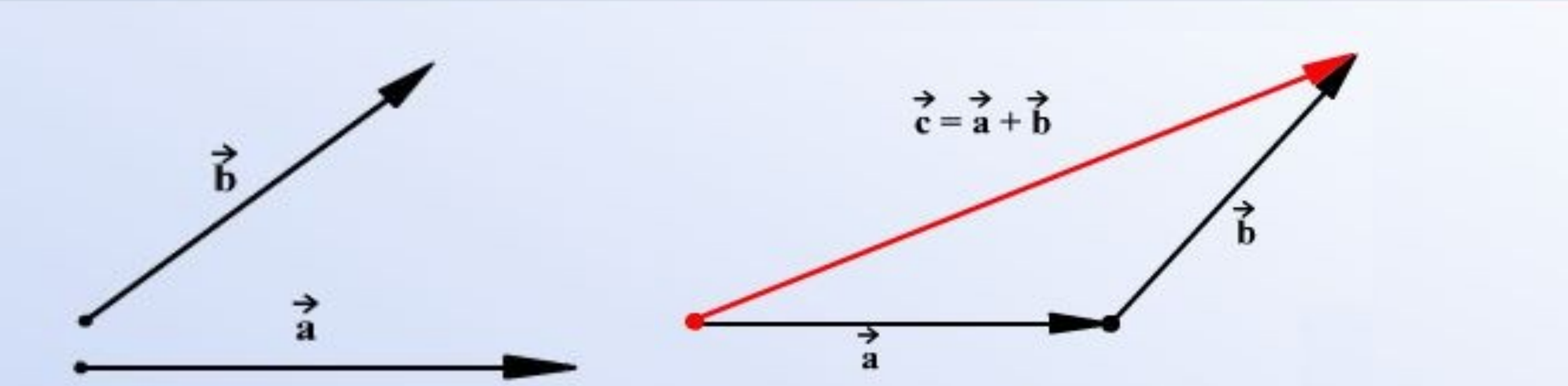
$\vec{a}$ vektörü ile $\vec{b}$ vektörünü toplama işlemi $\vec{a} + \vec{b}$ şeklinde yazılır ve sonuç olan vektör bir $\vec{c}$ vektörüdür, $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$.

$\vec{c}$ vektörüne **TOPLAM** veya **BİLEŞKE VEKTÖR** adı verilir. Fizikte, örneğin, hız vektörü ile hız vektörü toplanır.

İki vektör geometrik olarak **üçgen** ve **paralelkenar** yöntemlerine göre toplanabilir.

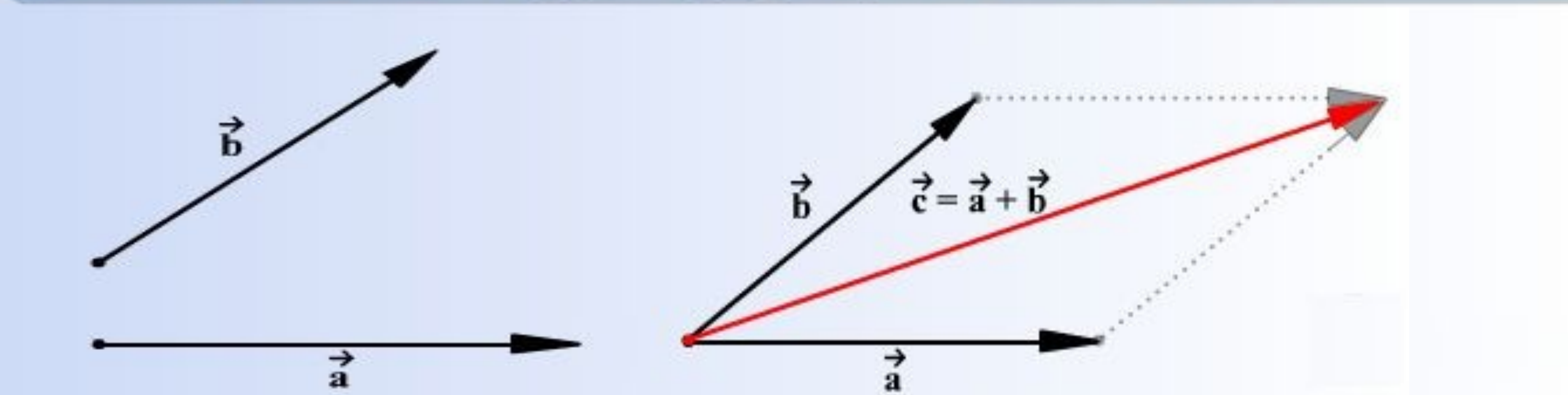
ÜÇGEN YÖNTEMİ

Verilen $\vec{a}$ ve $\vec{b}$ vektörleri toplamak için $\vec{a}$ vektörü alınır, ucuna $\vec{b}$ vektörü yerleştirilir, açık olan $\vec{a}$'nın başlangıcı ile $\vec{b}$'nin ucu birleştirilir ve böylece $\vec{c}$ vektörü bulunur

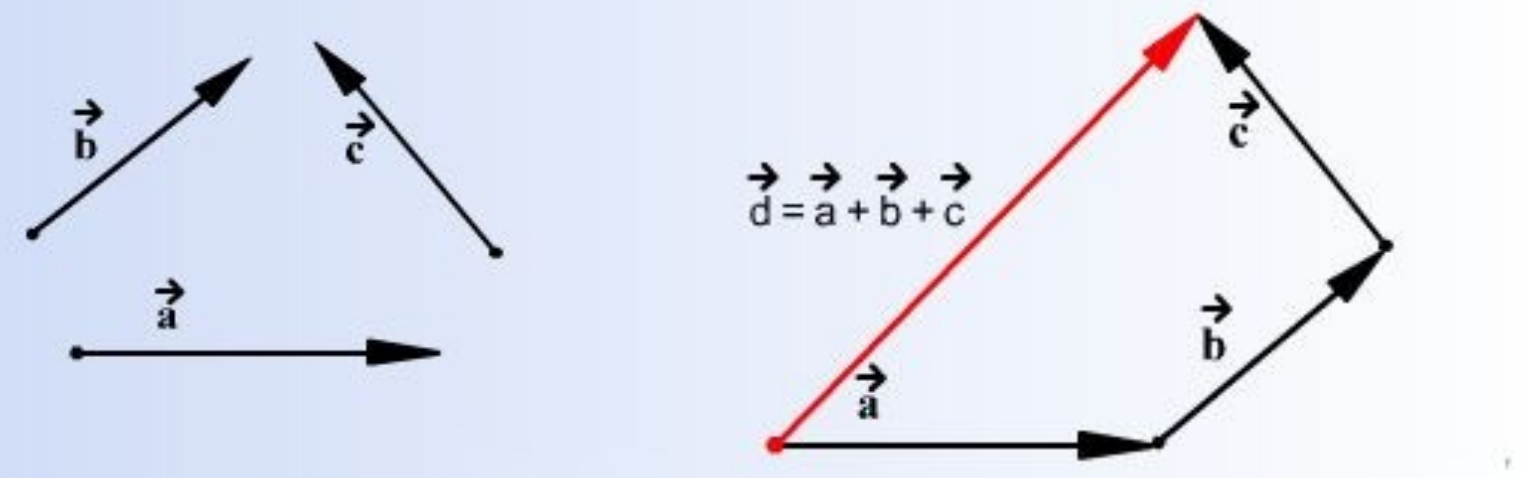


PARALELKENAR YÖNTEMİ

Verilen $\vec{a}$ ve $\vec{b}$ vektörlerinden $\vec{a}$ alınır, $\vec{b}$ $\vec{a}$'nın başlangıcı ile çakışacak şekilde yerleştirilir, şekil paralelkenara tamamlanarak köşegen ile çakışan toplam $\vec{c}$ vektörü elde edilir.



İkiden fazla vektörü toplamak için üçgen yöntemi peşpeşe uygulanır veya çokgen oluşturularak bileşke vektör bulunur. Verilen $\vec{a}$, $\vec{b}$ ve $\vec{c}$ vektörlerinin toplamı aşağıdaki gibi gösterilir.



Analitik Yönteme göre vektörleri bileşenlere ayırarak toplama işlemi bu dersin sonunda tartışılacaktır. Vektörleri toplama işlemine ait iki temel özellik:

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$$

Değişme özelliği

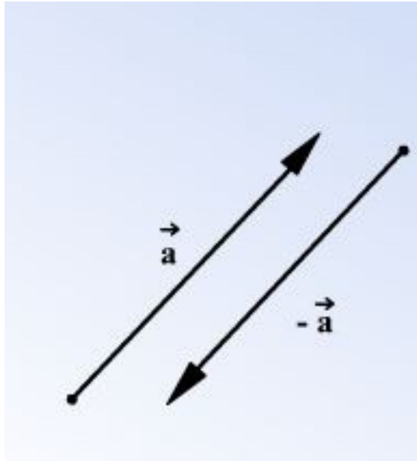
$$\vec{a} + (\vec{b} + \vec{c}) = (\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c}$$

Birleşme özelliği

2.4.3 Bir Vektörün Negatifi

Verilen bir $\vec{a}$ vektörünün negatifi olan vektör, $-\vec{a}$ seklinde yazılır, büyüklüğü a olan ve yönü $\vec{a}$ 'ya zıt olan bir vektördür.

Diğer bir tanımlama ile $\boxed{\vec{a}+(-\vec{a})=0}$ dir.

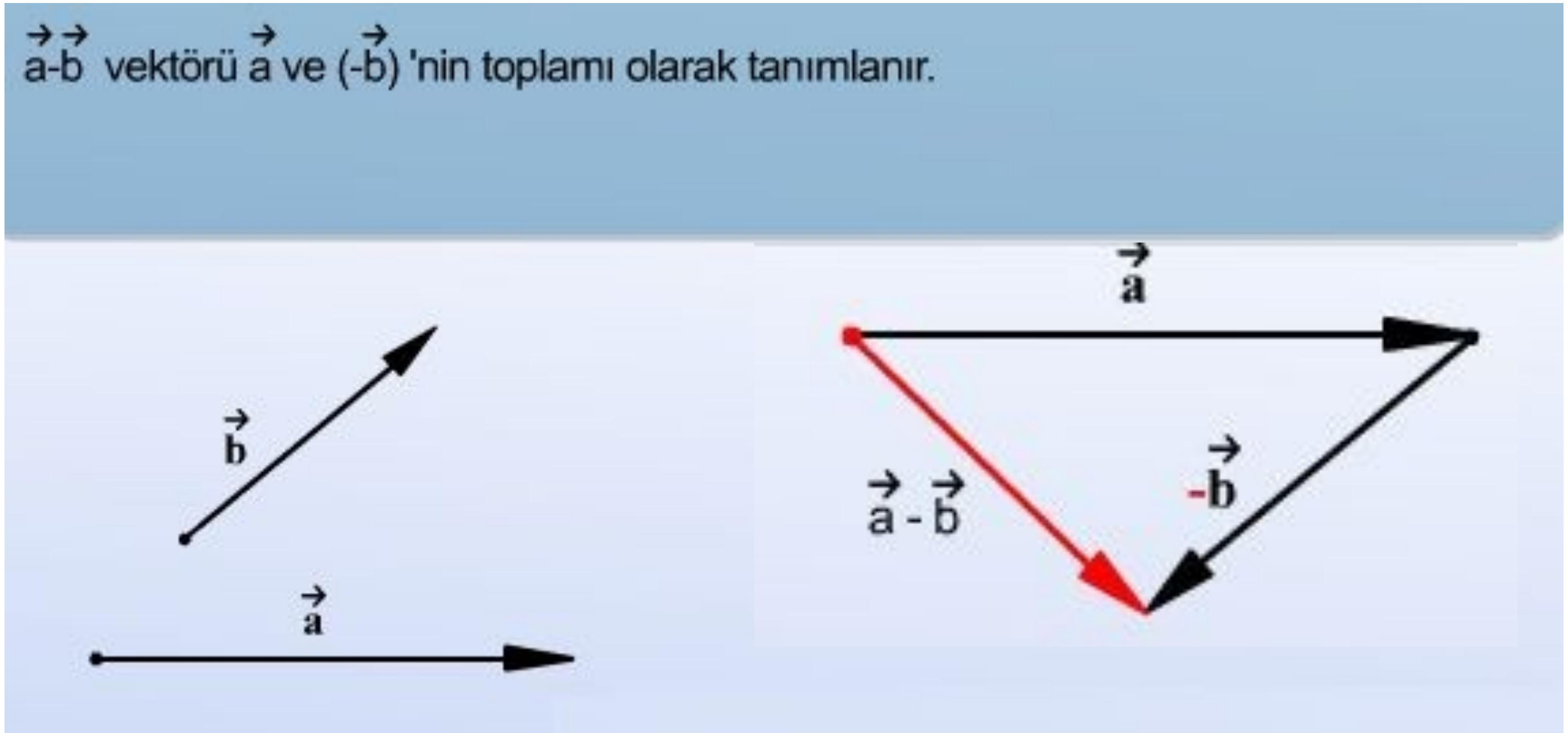


2.4.4 Vektörlerin Çıkarılması

Verilen bir $\vec{a}$ vektöründen verilen bir $\vec{b}$ vektörünü çıkarma işlemi $\vec{a}-\vec{b}$ şeklinde yazılır ve $\vec{a}-\vec{b}$ vektörü $\vec{a}$ ve $(-\vec{b})$'nin toplamı olarak tanımlanır:

$$\boxed{\vec{a}-\vec{b}=\vec{a}+(-\vec{b})}$$

O halde, $\vec{a}-\vec{b}$ vektörü üçgen yöntemine göre, aşağıdaki animasyonda gösterildiği gibi, bulunabilir.

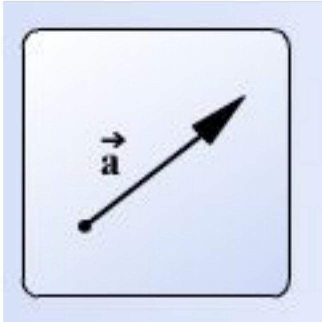


2.4.5 Bir Vektörü Skalerle Çarpma

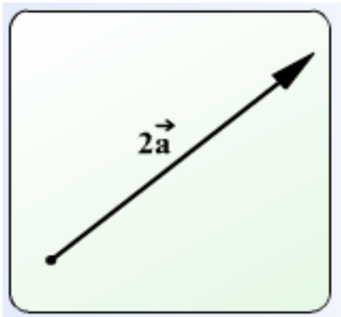
Bir $\vec{a}$ vektörünü bir k skaleri ile çarpma işlemi k$\vec{a}$ şeklinde gösterilir ve yeni bir vektör elde edilir.

- k pozitif ise, k$\vec{a}$ vektörü $\vec{a}$ vektörü yönünde ve ka büyüklüğüne sahiptir.
- k negatif ise, k$\vec{a}$ vektörü $\vec{a}$'nın zıt yönünde ve ka büyüklüğüne sahiptir.

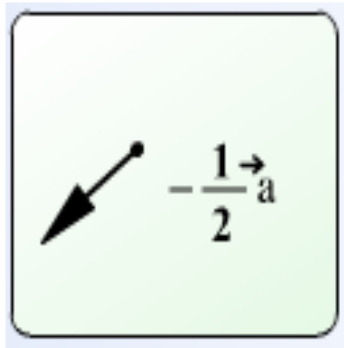
a vektörünün

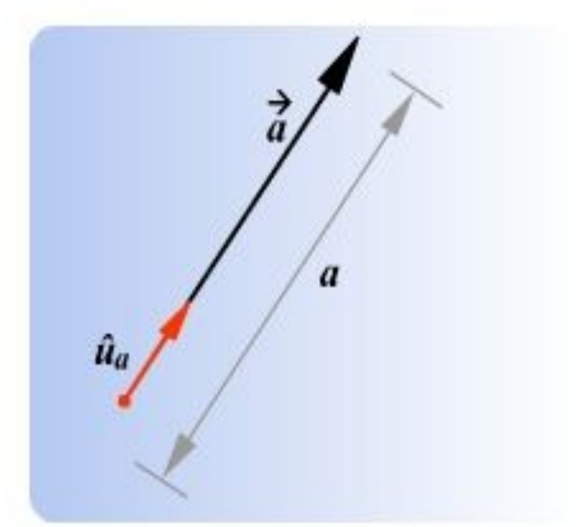


2 ile çarpılmış hali



-1/2 ile çarpılmış hali





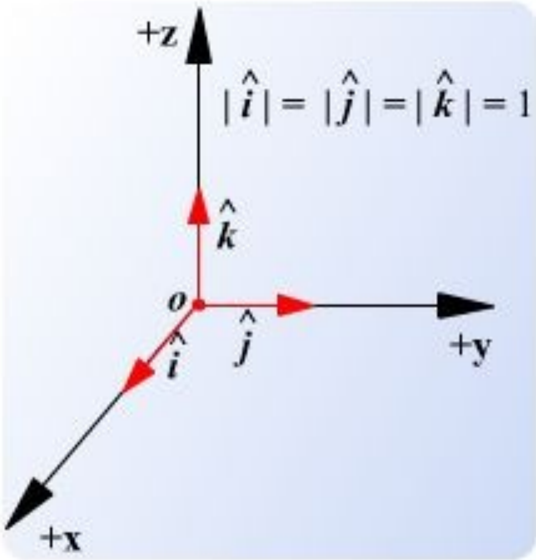
Birim vektör, $\vec{a}$ vektörü yönünde ve büyüklüğü bir birim olan vektördür.

2.4.6 Bir Vektörün Birim Vektörü

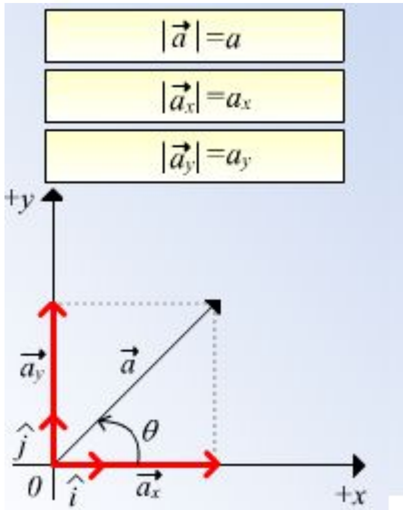
Bir $\vec{a}$ vektörünün birim vektörü $\hat{u}_a$, $\vec{a}$ vektörü yönünde ve büyüklüğü bir birim olan bir vektördür:

$$\hat{u}_a = \frac{\vec{a}}{a} \qquad \textbf{(2.9)}$$

$$\left|\hat{u}_a\right| = 1$$



Kartezyen koordinat sistemlerinde pozitif yönlü doğrultuların birim vektörleri $\hat{i}$, $\hat{j}$, $\hat{k}$ ile gösterilir.



Birim vektör tanımından, $\vec{a}$ vektörü birim vektörü cinsinden

$$\boxed{\vec{a} = a\hat{u}_a}$$

şeklinde yazılır.

Kartezyen koordinat sistemlerinde pozitif yönlü doğrultuların birim vektörleri $\hat{i}$, $\hat{j}$, $\hat{k}$ ile gösterilir.

2.5 Bir Vektörü Dik Bileşenlerine Ayırma

Yandaki animasyonda gösterildiği gibi, iki boyutlu kartezyen koordinat sisteminde +x doğrultusu ile θ açısı yapan bir $\vec{a}$ vektörünü göz önüne alalım. $\vec{a}$ vektörünün x ve y doğrultuları üzerindeki izdüşümleri olan, $\vec{a}_x$ ve $\vec{a}_y$ ile gösterilen vektörlere $\vec{a}$'nın **DİK VEKTÖR BİLEŞENLERİ** adı verilir ve

$$\boxed{\vec{a} = \vec{a}_x + \vec{a}_y \qquad \textbf{(2.10)}}$$

yazılır.

Diğer taraftan, animasyondaki dik üçgende θ açısının kosinüsü ve sinüsü tanımlarından,

$$a_x = a.\cos\theta \qquad \textbf{(2.11)}$$

$$a_y = a \; \sin\theta \qquad \textbf{(2.12)}$$

bağıntılarını yazabiliriz. Burada a_x ve a_y skalerlerine $\vec{a}$ vektörünün **SKALER BİLEŞENLERİ** adı verilir.

Ayrıca, yine animasyondaki şekilden veya (2.11) ve (2.12) denklemlerinden

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} \qquad \textbf{(2.13)}$$

$$\tan\theta = \frac{a_y}{a_x} \text{ veya } \theta = \tan^{-1}\left(\frac{a_y}{a_x}\right) \qquad \textbf{(2.14)}$$

bağıntıları bulunur.

Sonuç olarak, (2.11) ve (2.12) bağıntıları $\vec{a}$ vektörünün a büyüklüğü ve θ yön bilgisi cinsinden a_x ve a_y skaler bileşenlerini verirken, (2.13) ve (2.14) bağıntıları ise, a_x ve a_y skaler bileşenleri cinsinden $\vec{a}$ vektörünün a büyüklüğünü ve θ yön bilgisini verir.

(2.9) denklemi ile verilen birim vektörün tanımına göre,

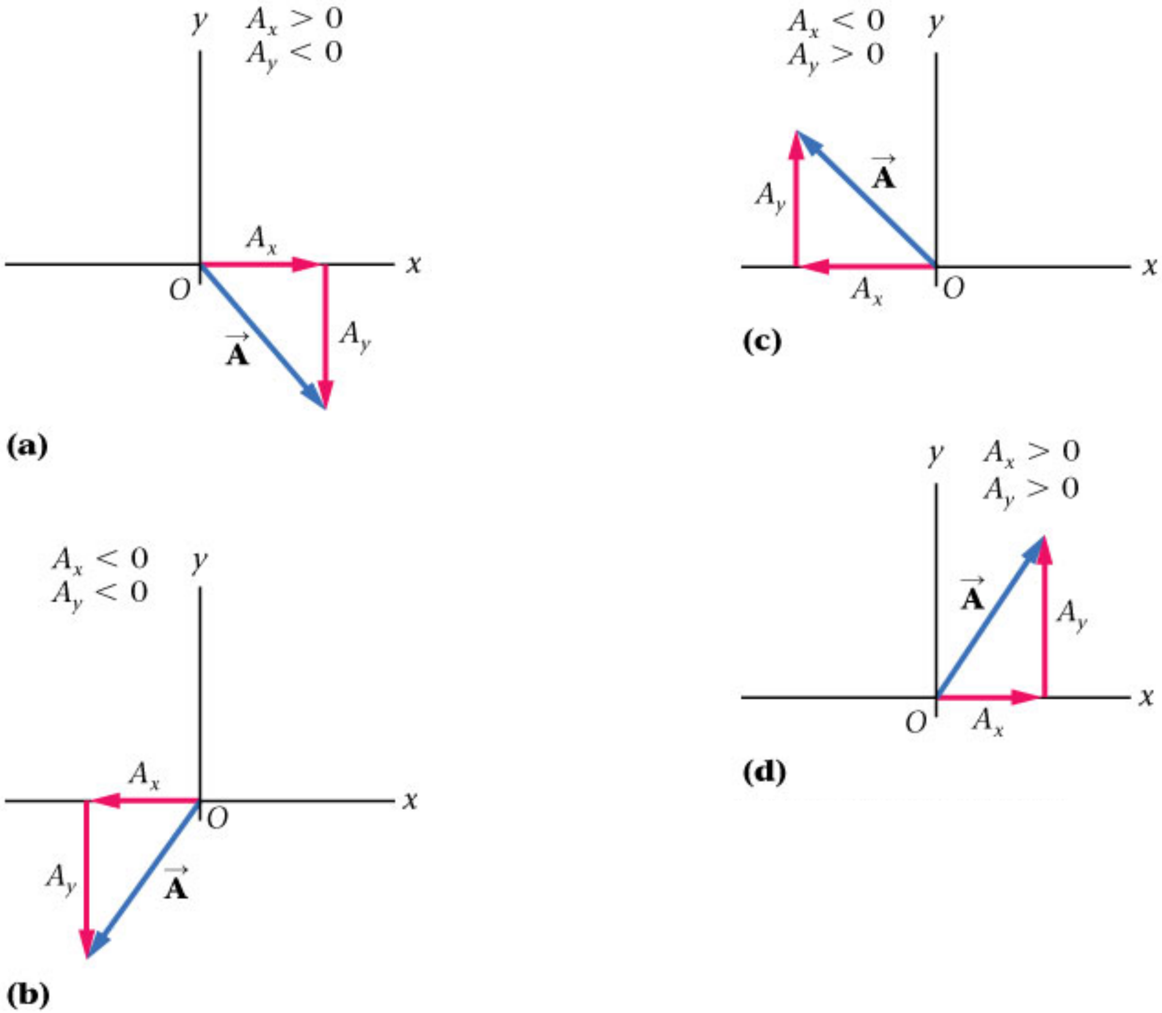
$$\vec{a}_x = a_x\hat{i} \quad \text{ve} \quad \vec{a}_y = a_y\hat{j}$$

yazılır. Bunları (2.10) denkleminde yerlerine koyarak

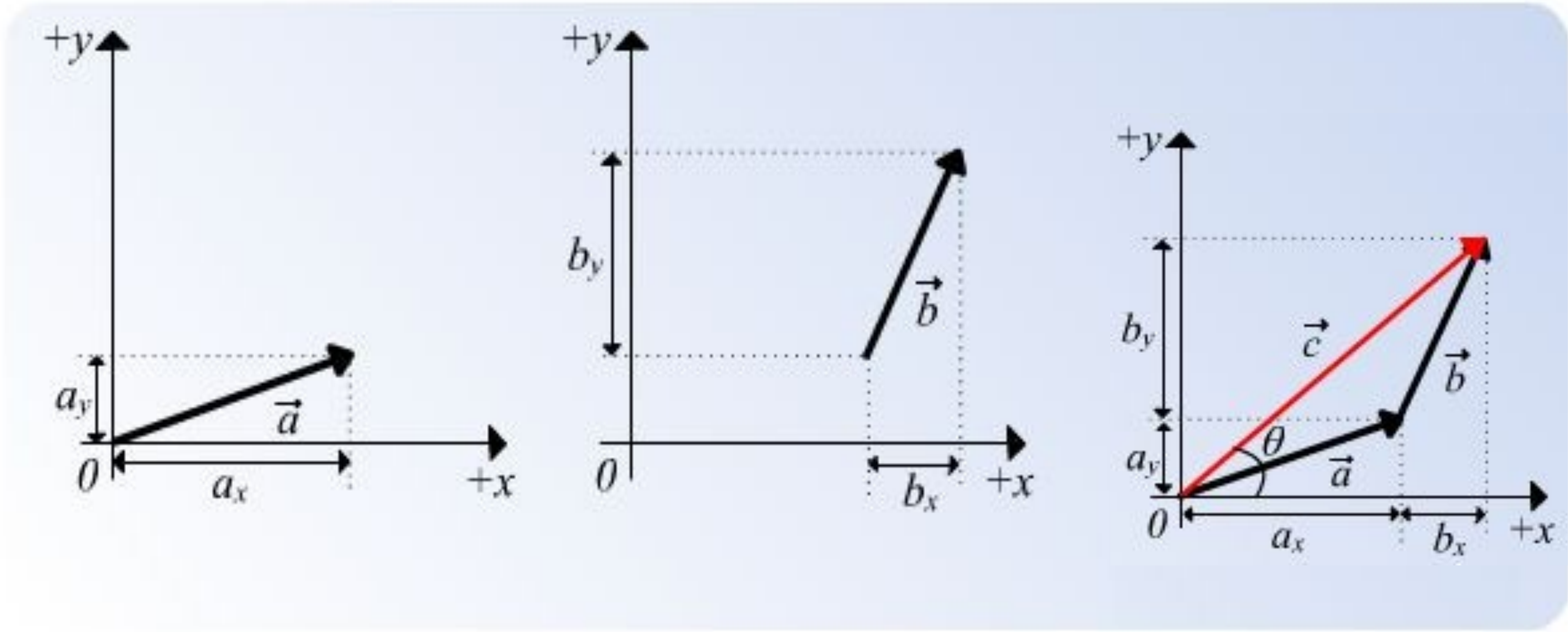
$$\boxed{\vec{a} = a_x\hat{i} + a_y\hat{j} \qquad \textbf{(2.15)}}$$

elde edilir. Bu, bir $\vec{a}$ vektörünün iki boyutlu kartezyen koordinat sisteminde birim vektörler cinsinden gösterimidir.

• Vektör bileşeninin işareti:



2.6 Analitik Yönteme Göre Vektörleri Toplama



İki boyutlu kartezyen koordinat sisteminde verilen

$$\vec{a} = a_x\,\hat{\imath} + a_y\,\hat{\jmath} \qquad \vec{b} = b_x\,\hat{\imath} + b_y\,\hat{\jmath}$$

vektörlerinin toplamı veya bileşke vektörü $\vec{c}$ olsun.

O halde,

$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b} \qquad \text{veya}$$

$$c_x \hat{i} + c_y \hat{j} = (a_x + b_x)\hat{i} + (a_y + b_y)\hat{j}$$

elde edilir.

Buradan, bileşke vektör $\vec{c}$ 'nin skaler bileşenleri

$$c_x = a_x + b_x$$
$$c_y = a_y + b_y$$

bulunur.

Böylece, $\vec{c}$ bileşke vektörünün büyüklüğü

$$c = \sqrt{c_x^2 + c_y^2} = \sqrt{(a_x + b_x)^2 + (a_y + b_y)^2} \qquad \mathbf{(2.16)}$$

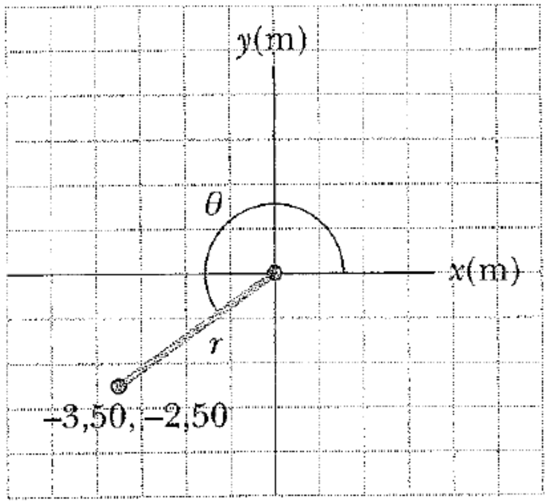
ve +x ekseni ile yaptığı θ açısının tanjantı

$$\tan\theta = \frac{c_y}{c_x} = \frac{a_y + b_y}{a_x + b_x} \qquad \mathbf{(2.17)}$$

olarak bulunur.

ÖRNEK 3.1 Kutupsal Koordinatlar

Bir noktanın *xy* düzlemindeki kartezyen koorinatları Şekil 3.3 deki gibi $(x, y) = (-3{,}50; -2{,}50)$ m dir. Bu noktanın kutupsal koordinatlarını bulunuz.



Şekil 3.3 Kartezyen koordinatlar verildiğinde kutupsal koordinatların bulunması

Çözüm

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(-3{,}5)^2 + (-2{,}5)^2} = 4{,}30 \text{ m}$$

$$\tan\theta = \frac{y}{x} = \frac{-2{,}5 \text{ m}}{-3{,}5 \text{ m}} = 0{,}714$$

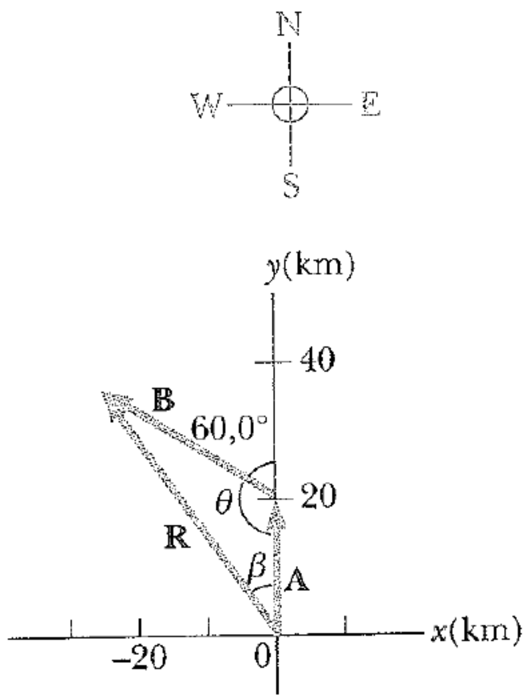
$$\theta = 216°$$

θ nın koordinat sisteminin üçüncü çeyreğinde olduğunu bulmak için, *x* ve *y* nin işaretlerini kullanmanız gerektiğine dikkat ediniz. Yani, $\theta = 216°$ 'dir. 35,5° değildir.

ÖRNEK 3.2 Bir Tatil Gezisi

Bir otomobil, Şekil 3.12'deki gibi kuzeye doğru 20,0 km ve sonra 60.0° kuzey-batı yönünde 35,0 km yol almaktadır. Otomobilin bileşke yer değiştirmesinin büyüklük ve yönünü bulunuz.

Çözüm Bu örnekte, iki vektörün bileşkesini bulmak için iki yol gösteriyoruz. Problem, Şekil 3.12 de görüldüğü gibi, grafik kağıdı ve bir iletki kullanılarak geometrik olarak çözülebilir. (Gerçekte, hesaplamayı başarabileceğinizi bilseniz bile sonucu kontrol etmek için vektörleri çizmelisiniz.) Bileşke **R** yerdeğiştirmesi, ayrı ayrı iki **A** ve **B** yer değiştirmesinin toplamıdır.



Şekil 3.12 **R** = **A** + **B** bileşke yerdeğiştirmeyi bulmak için grafik metod

Problemi cebirsel olarak çözmek için, **R**'nin büyüklüğünü bulmak da trigonometrideki kosinüs teoremi kullanılabilir (Ek B. 4). $\theta = 180° - 60° = 120°$ ve $R^2 = A^2 + B^2 - 2AB\cos\theta$ olduğundan,

$$R = \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB\cos\theta}$$

$$= \sqrt{(20{,}0\text{ km})^2 + (35{,}0\text{ km})^2 - 2(20{,}0\text{ km})(35{,}0\text{ km})\cos 120°}$$

$$= 48{,}2\text{ km}$$

R nin kuzey yönünden itibaren ölçülen yönü, trigonometrideki sinüs teoreminden aşağıdaki şekilde elde edilebilir (Ek B.4):

$$\frac{\sin\beta}{B} = \frac{\sin\theta}{R}$$

$$\sin\beta = \frac{B}{R}\sin\theta = \frac{35{,}0\text{ km}}{48{,}2\text{ km}}\sin 120° = 0{,}629$$

veya

$$\beta = 38{,}9°$$

Böylece, otomobilin bileşke yerdeğiştirmesi, 38,9° kuzey batı yönünde 48,2 km'dir. Bu sonuç grafik olarak bulduğumuzla uyuşur.

ÖRNEK 3.3 İki Vektörün Toplamı

xy düzleminde yeralan ve

$$\mathbf{A} = (2{,}0\mathbf{i} + 2{,}0\mathbf{j})\ \text{m} \qquad \text{ve} \qquad \mathbf{B} = (2{,}0\mathbf{i} - 4{,}0\mathbf{j})\ \text{m}$$

ile verilen, **A** ve **B** vektörlerinin toplamını bulunuz.

Çözüm **A** yı $\mathbf{A} = A_x\mathbf{i} + A_y\mathbf{j}$ genel ifadesi ile karşılaştırırsak $A_x = 2{,}0$ m ve $A_y = 2{,}0$ m olduğunu görürüz. Aynı şekilde $B_x = 2{,}0$ m ve $B_y = -4{,}0$ m dır. 3.14 Eşitliğini kullanarak bileşke **R** vektörünü

$$\mathbf{R} = \mathbf{A} + \mathbf{B} = (2{,}0 + 2{,}0)\mathbf{i}\ \text{m} + (2{,}0 - 4{,}0)\mathbf{j}$$

$$\text{m} = (4{,}0\ \mathbf{i} - 2{,}0\mathbf{j})\text{m}$$

elde ederiz. Veya

$$R_x = 4{,}0\ \text{m} \qquad R_y = -2{,}0\text{m}$$

olur. **R** 'nin büyüklüğü 3.16 Eşitliğine göre

$$R = \sqrt{R_x^{\ 2} + R_y^{\ 2}} = \sqrt{(4{,}0\ \ m)^2 + (-2{,}0m\ )^2} = \sqrt{20}\ \text{m}$$

$$= \ 4{,}5\ \text{m}$$

olur. 3.17 Eşitliğinden **R** nin yönünü bulabiliriz:

$$\tan\ \theta = \frac{R_y}{R_x} = \frac{-2{,}0\ \ m}{4{,}0\ \ m} = -0{,}50$$

Hesap makinanız $\theta = \tan^{-1}(0{,}50)$ için cevap olarak $-27°$ verir. Şayet $27°$ yi x-ekseninden saat yönünde almış gibi yorumlarsak bu cevap doğrudur. Bizim standart kabulümüz $+x$ ekseninden saat yönünün tersinde ölçülen açıyı almaktır. Bu vektör için açı $\theta = \ 333°$ dir.

ÖRNEK 3.4 Bileşke Yerdeğiştirme

Bir parçacık, $\mathbf{d}_1 = (15\mathbf{i} + 30\mathbf{j} + 12\mathbf{k})$cm, $\mathbf{d}_2 = (23\mathbf{i} - 14\mathbf{j} - 5{,}0\mathbf{k})$cm ve $\mathbf{d}_3 = (-13\mathbf{i} + 15\mathbf{j})$ cm ile verilen ardışık üç yerdeğiştirmeye uğramaktadır. Parçacığın bileşke yerdeğiştirmesinin bileşenlerini ve büyüklüğünü bulunuz.

Çözüm Kâğıt sayfasındaki çizime bakmaktansa problemi şu şekilde görülebilir hale getirelim: Yatay olan masanızın sol köşesinden parmak ucunuzla başlayarak, parmak ucunuzu 15 cm sağ tarafa, sonra masanın geniş kenarına doğru 30 cm, sonra yukarı dik 12 cm, sonra 23 cm sağa, sonra sıranın ön kenarına doğru yatay 14 cm, sonra sıraya doğru dik 5,0 cm, sonra sola doğru 13 cm ve (son olarak!) sıranın arkasına doğru 15 cm hareket ettiriniz. Üç dik eksen boyunca bu hareketin matematik hesabı

$$\mathbf{R} = \mathbf{d}_1 + \mathbf{d}_2 + \mathbf{d}_3$$
$$= (15 + 23 - 13)\mathbf{i}\text{ cm} + (30 - 14 + 15)\mathbf{j}\text{ cm}$$
$$+ (12 - 5{,}0 + 0)\mathbf{k}\text{ cm}$$
$$= (25\mathbf{i} + 31\mathbf{j} + 7{,}0\mathbf{k})\text{ cm}$$

dır. Bileşke yer değiştirme $R_x = 25$ cm, $R_y = 31$ cm ve $R_z = 7{,}0$ cm bileşenlere sahiptir. Büyüklüğü,

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2}$$
$$= \sqrt{(25\text{ cm})^2 + (31\text{ cm})^2 + (-7{,}0\text{ cm})^2} = 40\text{ cm}$$

olur.

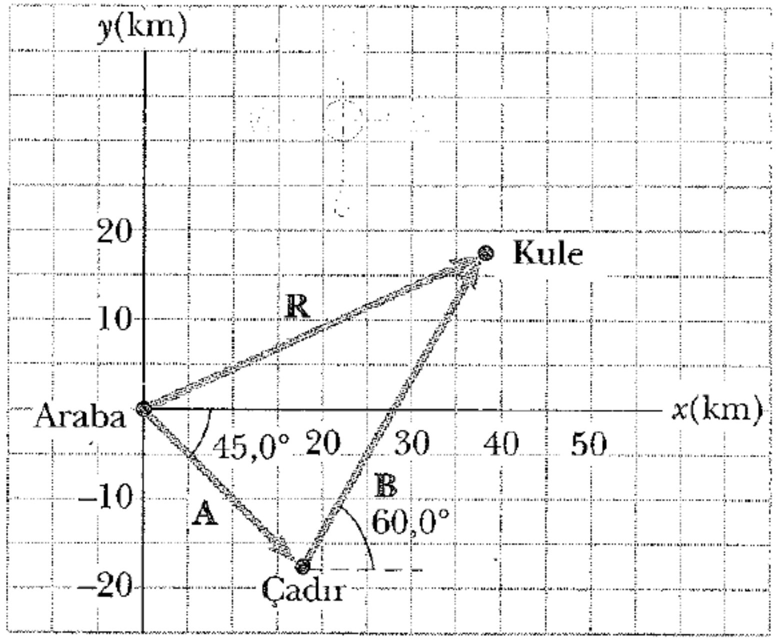
ÖRNEK 3.5 Yürüyüş Yapma

Bir yürüyüşcü, yolculuğuna önce arabasından güney-doğuya doğru 25,0 km yürüyerek başlar. Durur ve gece için çadır kurar. İkinci günde, bir orman memurunun kulesinin bulunduğu noktaya, 60° kuzey-doğu yönünde 40,0 km yürür. (a) Birinci ve ikinci günler için yürüyüşçünün yerdeğiştirmelerinin bileşenlerini bulunuz.

Çözüm Birinci ve ikinci günlerdeki yerdeğiştirme vektörlerini sırasıyla, **A** ve **B** ile gösterir ve arabayı koordinatların orijini olarak seçersek Şekil 3.19 da gösterilen vektörleri elde ederiz. **A** yerdeğiştirmesi 25,0 km lik bir büyüklüğe sahiptir ve 45° güneydoğu yönündedir. 3.8 ve 3.9 Eşitliklerinden **A** nın bileşenleri:

$$A_x = A\cos(-45{,}0°) = (25{,}0 \text{ km})\ (0{,}707) = 17{,}7 \text{ km}$$

$$A_y = A\sin(-45{,}0°) = -(25{,}0 \text{ km})\ (0{,}707) = -17{,}7 \text{ km}$$



Şekil 3.19 Yürüyüşçünün toplam yerdeğiştirmesi **R** = **A** + **B** vektörüdür.

dir. A_y nin eksi değeri, yürüyüşçünün ilk günde eksi y doğrultusunda yürüdüğünü gösterir. A_x ve A_y nin işaretleri Şekil 3.19'dan açıkça görülebilir.

İkinci **B** yerdeğiştirmesi 40,0 km lik bir büyüklüğe sahiptir ve yönü 60° kuzey-doğudur. Onun bileşenleri

$$B_x = B\cos(60{,}0°) = (40{,}0 \text{ km})\ (0{,}500) = \quad 20{,}0 \text{ km}$$

$$B_y = B\sin(60{,}0°) = (40{,}0 \text{ km})\ (0{,}866) = \quad 34{,}6 \text{ km}$$

(b) Yürüyüşçünün toplam yerdeğiştirmesi **R**'nin bileşenlerini bulunuz. **R**'nin ifadesini birim vektörler cinsinden bulunuz.

Çözüm Yürüyüş için bileşke **R** = **A** + **B** yerdeğiştirmesinin bileşenleri 3.15 Eşitliği ile verilmektedir:

$$R_x = A_x + B_x = 17{,}7 \text{ km} + 20{,}0 \text{ km} = \quad 37{,}7 \text{ km}$$

$$R_y = A_y + B_y = -17{,}7 \text{ km} + 34{,}6 \text{ km} = \quad 16{,}9 \text{ km}$$

dir. Birim vektörler cinsinden, toplam yerdeğiştirmeyi

$$\mathbf{R} = (37{,}7\mathbf{i} + 16{,}9\mathbf{j}) \text{ km}$$

şeklinde yazabiliriz.

Alıştırma Toplam yerdeğiştirmenin büyüklüğü ve doğrultusunu bulunuz.

Cevap Arabadan, 24,1° kuzey-doğu yönünde, 41.3 km

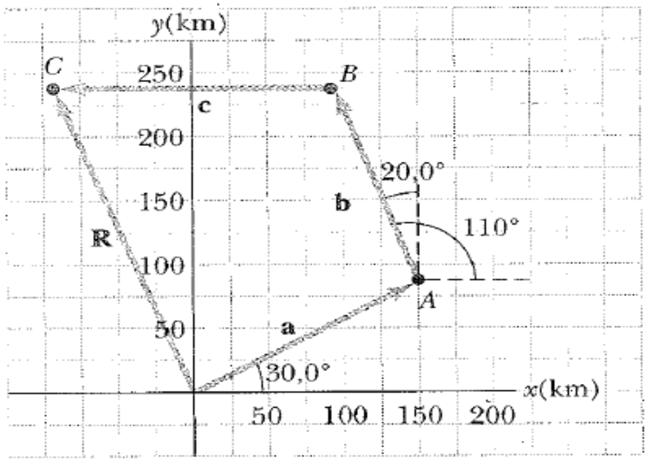
ÖRNEK 3.4 Uzaklara Uçuş

Bir uçak, hava limanından kalkarak Şekil 3.20 de gösterilen yolu almaktadır. Önce, 30,0° kuzey doğu yönünde 175 km uzakta bulunan *A* şehrine uçar. Sonra 20,0° kuzey -batı yönünde 153 km uzaktaki *B* şehrine, son olarak, batıya doğru 195 km uzakdaki *C* şehrine uçar. Başlangıç noktasına göre *C* şehrininin yerini bulunuz.

Çözüm Önceki örnekdeki gibi, Şekil 3.20 de gösterilen koordinat sistemini seçmek uygundur. Burada *x* ekseni doğuya ve *y* ekseni kuzeye yöneliktir. Üç tane ardışık yerdeğiştirmeyi **a**, **b** ve **c** vektörleriyle gösterelim. İlk **a** yerdeğiştirmesi 175 km lik bir büyüklüğe ve

$$a_x = a \cos (30{,}0°) = (175 \text{ km}) \ (0{,}866) = 152 \text{ km}$$

$$a_y = a \sin (30{,}0°) = (175 \text{ km}) \ (0{,}500) = 87{,}5 \text{ km}$$



Şekil 3.20 Orijinden harekete başlayan uçak, önce *A* ya sonra *B* ye uçarak *C* noktasına ulaşıyor.

bileşenlerine sahiptir. Büyüklüğü 153 km olan ikinci **b** yerdeğiştirmesinin bileşenleri,

$$b_x = b \cos (110°) = (153 \text{ km}) \ (-0{,}342) = -52{,}3 \text{ km}.$$

$$b_y = b \sin (110°) = (153 \text{ km}) \ (0{,}940) = 144 \text{ km}$$

olur. Son olarak, büyüklüğü 195 km olan üçüncü **c** yerdeğiştirmesi

$$c_x = c \cos (180°) = (195 \text{ km}) \ (-1) = -195 \text{ km}$$

$$c_y = c \sin (180°) = 0$$

bileşenlerine sahiptir.

Buna göre, başlangıç noktasından C şehrine çizilen **R** konum vektörünün bileşenleri

$$R_x = a_x + b_x + c_x = 152 \text{ km} - 52{,}3 \text{ km} - 195 \text{ km}$$

$$= -95.3 \text{ km}$$

$$R_y = a_y + b_y + c_y = 87{,}5 \text{ km} + 144 \text{ km} + 0$$

$$= 232 \text{ km}$$

dir. Birim vektör gösteriminde, $\mathbf{R} = (-95{,}3\mathbf{i} + 232\mathbf{j})$ km dir. Yani C şehrine başlangıç noktasından itibaren önce batıya doğru gidilen 95,3 km'yi takiben, kuzeye doğru 232 km lik bir seyahat ile ulaşılabilir.

Alıştırma **R**'nin büyüklüğünü ve yönünü bulunuz.

Cevap 251 km, 22,3° kuzey-batı.

Bölüm Özeti

- İki boyutlu kartezyen koordinat sisteminde bir noktanın yeri uzunluk birimi cinsinden (x,y) reel sayı çifti ile tanımlanır.
- Kutupsal koordinat sisteminde r uzunluk cinsinden ve θ açı olmak üzere (r,θ) reel sayı çifti bir noktanın yerini tanımlar.
- Bu iki koordinat sisteminde, verilen bir P noktasına ait (x,y) çifti ve (r,θ) çifti arasındaki bağıntılar:

$$x = r\cos\theta \qquad r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$y = r\sin\theta \qquad \tan\theta = \frac{y}{x}$$

- Fiziksel nicelikler iki gruba ayrılırlar:

1. Skaler Nicelikler
2. Vektörel Nicelikler

- Skaler niceliklerle cebirsel işlemler reel sayıların cebir kurallarına göre yapılırlar.
- Vektörlerin cebir kuralları çok farklıdır. İki vektör üçgen, paralelkenar ve analitik toplama yöntemlerine göre toplanır.
- Analitik yönteme göre iki vektörü toplamak için önce her bir vektör dik bileşenlerine ayrılır sonra x bileşenleri ve y bileşenleri ayrı ayrı toplanarak bileşkenin x ve y bileşenleri bulunur:

$\vec{a}$ 'nın bileşenleri a_x ve a_y

$\vec{b}$ 'nin bileşenleri b_x ve b_y

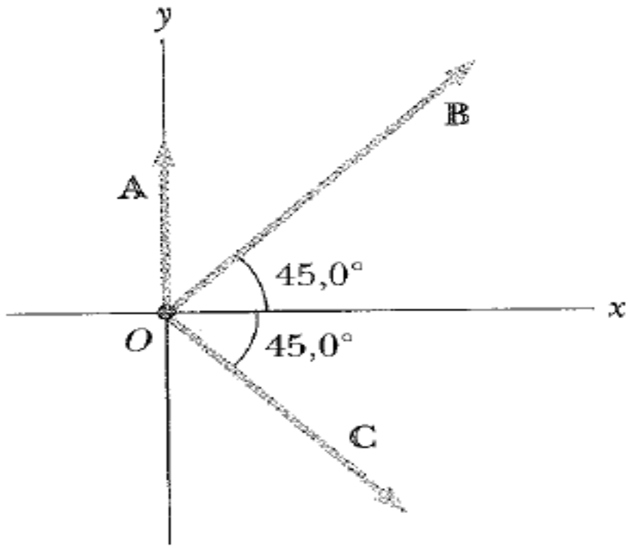
$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ 'nin bileşenleri: $c_x = a_x + b_x$, $c_y = a_y + b_y$

$\vec{c}$ 'nin büyüklüğü: $c = \sqrt{c_x^2 + c_y^2}$

$\vec{c}$ 'nin doğrultusu: $\tan\theta = \dfrac{c_y}{c_x}$

Soru 1

WEB **51.** Üç vektör, Şekil P3.51 de görüldüğü gibi yönelmişlerdir. Burada $|\mathbf{A}| = 20$ birim, $|\mathbf{B}| = 40$ birim ve $|\mathbf{C}| = 30$ birim. (a) Bileşke vektörün x ve y bileşenlerini (birim vektör gösterimiyle), (b) Bileşke vektörün büyüklük ve yönünü bulunuz.



Şekil P3.51

Soru 2

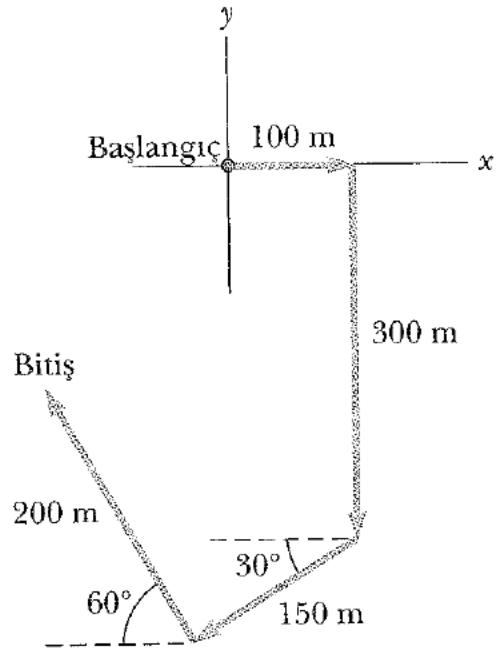
(a) 17 cm büyüklüğünde $\mathbf{E}$ vektörü, $+x$ yönünden saat yönünün tersinde 27° ye yönelmiştir. $\mathbf{E}$ vektörünü birim vektörler cinsinden ifade ediniz. (b) $\mathbf{F}$ vektörü 17 cm büyüklüğünde, $+y$ yönünden saat yönünün tersinde 27° ye yönelmiştir. $\mathbf{F}$ yi birim vektörlerle gösteriniz. (c) 17 cm büyüklüğündeki $\mathbf{G}$ vektörü, $+y$ yönünden saat yönünde 27° ye yönelmiştir. $\mathbf{G}$ yi birim vektörler cinsinden ifade ediniz.

Soru 3

34. $\mathbb{A} = (3\mathbf{i} + 3\mathbf{j})$ m, $\mathbb{B} = (\mathbf{i} - 4\mathbf{j})$ m ve $\mathbb{C} = (-2\mathbf{i} + 5\mathbf{j})$ m yerdeğiştirme vektörlerini gözönüne alınız. (a) Analitik olarak, $\mathbb{D} = \mathbb{A} + \mathbb{B} + \mathbb{C}$ vektörünün büyüklüğünü ve yönünü bulunuz. (b) $\mathbb{E} = -\mathbb{A} - \mathbb{B} + \mathbb{C}$ vektörünün büyüklüğünü ve yönünü bulunuz.

Soru 4

57. Yürüyüşe çıkan bir kişi, Şekil P3.57 de görülen yolu takip etmektedir. Toplam seyahat dört tane doğrusal yoldan ibarettir. Yürüyüşün sonunda, kişinin başlangıç noktasından itibaren ölçülen bileşke yerdeğiştirmesi nedir?



Şekil P3.57

Soru 5

41. Bir parçacık, iki yerdeğiştirmeye uğrar. İlki 150 cm lik bir büyüklüğe sahiptir ve pozitif x ekseniyle 120° 'lik bir açı yapar. *Bileşke* yerdeğiştirme 140 cm lik bir büyüklüğe sahiptir ve x ekseninin pozitifiyle 35° 'lik bir açı yapan yönde yönelmiştir. İkinci yerdeğiştirmenin büyüklüğü ve yönünü bulunuz.

Soru 6

45. $\mathbb{A} = (3\mathbf{i} - 4\mathbf{j} + 4\mathbf{k})$m ve $\mathbb{B} = (2\mathbf{i} + 3\mathbf{j} - 7\mathbf{k})$m yerdeğiştirme vektörleri verildiğine göre, herbirini dik bileşenleri cinsinden de ifade ederek, (a) $\mathbb{C} = \mathbb{A} + \mathbb{B}$ ve (b) $\mathbb{D} = 2\mathbb{A} - \mathbb{B}$ vektörlerinin büyüklüklerini bulunuz. Ayrıca, $\mathbb{C}$ ve $\mathbb{D}$ yi kartezyen bileşenler cinsinden ifade edip büyüklüklüklerini hesaplayınız.

Soru 7

Büyük Bahama adalarından geçerken bir hortumun merkezi 41 km/saat hızla 60° kuzey-batı yönünde hareket ediyor. Üç saat sonra, hortum aniden kuzeye yöneliyor ve hızı 25 km/saat'a düşüyor. Hortumun merkezi adadan geçtikten 4,50 saat sonra Büyük Bahama'dan ne kadar uzaklıktadır?