MATEMATİK - 2

Konya Teknik Üniversitesi
Mühendislik ve Doğa Bilimleri Fakültesi
Mühendislik Temel Bilimleri Bölümü

Prof. Dr. Abdullah Selçuk KURBANLI

2021

SERİLER

3.1. Temel Tanımlar

Tanım 3.1.1. *Herhangi bir* (a_n) *dizisinin terimlerinin toplamına seri veya sonsuz toplam adı verilir. Bir seride terimlerin sayısı sonlu ise seriye sonlu seri, sonsuz ise seriye sonsuz seri denir. Bir sonsuz seri*

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n + \cdots$$

şeklinde gösterilir. Burada a_n *terimine serinin n. terimi veya genel terimi adı verilir. Bu terim serinin terimlerinin oluşum kuralını belirler.*

Örnek 3.1.1. Aşağıdaki ifadeler birer seri örneği teşkil eder:

1. $1+\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+\cdots+\frac{1}{3^n}+\cdots$ $=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{3^n}$
2. $a+a.r+a.r^2+\cdots+a.r^{n-1}+\cdots$ $=\sum_{n=1}^{\infty}a.r^{n-1}$
3. $\frac{1}{2}+\frac{3}{4}+\frac{5}{6}+\cdots+\frac{2n-1}{2n}+\cdots$ $=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n-1}{2n}$
4. $1+2^2+3^2+\cdots+n^2+\cdots$ $=\sum_{n=1}^{\infty}n^2$
5. $3+6+9+12+15+18+21+24+27+30$ (sonlu seri) $=\sum_{n=1}^{10}3n$

$a_n=\frac{1}{3^n}$

$a_n=a.r$

3.2. Serilerde Yakınsaklık ve Iraksaklık:

Tanım 3.2.1. $\sum_{n=1}^{\infty}a_n=a_1+a_2+\cdots+a_n+\cdots$ serisi verilmiş olsun.

$S_1=a_1$

$S_2=S_1+a_2=a_1+a_2$

$S_3=S_2+a_3=a_1+a_2+a_3$

…

$S_n = S_{n-1} + a_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n$

$\ldots$

toplamlarına serinin *kısmi toplamları* denir. S_n *kısmi toplamı,* serinin ilk n teriminin *toplamına eşittir.* Bu *toplamların oluşturduğu*

$$(S_n) = (S_1, S_2, \ldots, S_n, \ldots)$$

dizisine $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ serisinin *kısmi* toplamlar dizisi denir. (S_n) *kısmi* toplamlar dizisinin *yakınsak olması,* (a_n) dizisinin *doğurduğu* sonsuz serinin de *yakınsak olması anlamına* gelir. *Yani*

$$\lim_{n\to\infty} S_n = S$$

ise genel terimi a_n olan seriye *yakınsak* seri ve bu limit *değerine* de serinin *toplamı* denir.

$$\sum_{k=1}^{\infty} a_k = \sum_{k=1}^{\infty} a_n .$$

$$\boxed{S = \lim_{n\to\infty} S_n} = \lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} a_k = \sum_{n=1}^{\infty} a_n$$

yazılabilir. Limit mevcut değil ise seri ıraksak seri adını alır.

Uyarı 3.2.1. *Sonsuz tane sayının toplamı sonlu bir sayıya eşit olabilir mi? Sorusuna cevap olarak aşağıdaki örnekleri inceleyiniz:*

$$\frac{1}{3} = 0,\overline{3} = 0{,}333\ldots = \frac{3}{10} + \frac{3}{10^2} + \frac{3}{10^3} + \cdots + \frac{3}{10^n} + \cdots = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{10^n},$$

$$\frac{7}{9} = 0,\overline{7} = 0{,}777\ldots = \frac{7}{10} + \frac{7}{10^2} + \frac{7}{10^3} + \cdots + \frac{7}{10^n} + \cdots = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{7}{10^n},$$

$a_n = \frac{1}{3^{n-1}}$

Örnek 3.2.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^{n-1}}$ serisinin karakterini belirleyiniz.

Çözüm. Serinin ilk n terim toplamı

D

$S_n = a \cdot$

$$S_n = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{3^{n-1}} = \frac{1-\frac{1}{3^n}}{1-\frac{1}{3}} = \boxed{\frac{3}{2} - \frac{3}{2.3^n}} \text{ dir.}$$

$\lim_{n\to\infty} S_n = \frac{3}{2}$ olup verilen seri yakınsaktır. Bu durumda

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^{n-1}} = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{3^{n-1}} + \cdots = \frac{3}{2} \text{ dir.}$$

Örnek 3.2.2. $\sum_{n=1}^{\infty} n^2$ serisinin karakterini belirleyiniz.

Çözüm. Serinin ilk n terim toplamı

$$S_n = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

dir. $\lim_{n\to\infty} S_n \to \infty$ olup verilen seri ıraksaktır.

$a_n = n^2$

$\lim_{n\to\infty} a_n = \begin{cases} 1, & n\text{-çift} \\ -1, & n\text{-tek} \end{cases} \neq 0.$

Örnek 3.2.3. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n$ serisinin karakterini belirleyiniz.

Çözüm. Serinin ilk *n* terim toplamı

$$S_n = -1 + 1 - 1 + \cdots = \begin{cases} -1, & n \text{ tek} \\ 0, & n \text{ çift} \end{cases}$$

olduğundan (S_n) kısmi toplamlar dizisinin limiti mevcut değildir. Dolayısıyla verilen seri ıraksaktır. $a_n \to 0$.

Örnek 3.2.4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+3)(2n+5)}$ serisinin karakterini belirleyiniz.

$\frac{1}{(2k+3)(2k+5}$

Çözüm. Serinin ilk *n* terim toplamı

$$S_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{(2k+3)(2k+5)} = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{2k+3} - \frac{1}{2k+5}\right)$$
$$= \frac{1}{2}\left[\left(\frac{1}{5} - \cancel{\frac{1}{7}}\right) + \left(\cancel{\frac{1}{7}} - \cancel{\frac{1}{9}}\right) + \ldots + \left(\cancel{\frac{1}{2n+3}} - \frac{1}{2n+5}\right)\right]$$
$$= \frac{1}{2}\left[\frac{1}{5} - \frac{1}{2n+5}\right] \to 0$$

dir. $\lim_{n\to\infty} S_n = \frac{1}{10}$ olup verilen seri yakınsaktır.

Bu durumda $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+3)(2n+5)} = \frac{1}{10}$ dur.

Örnek 3.2.5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{25n^2-5n-6}$ serisinin karakterini belirleyiniz.

$a_n =$

Çözüm. Serinin ilk *n* terim toplamı

$$S_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{25k^2-5k-6} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{(5k-3)(5k+2)}$$

$$= \frac{1}{5}\sum_{k=1}^{n} \left(\frac{1}{5k-3} - \frac{1}{5k+2}\right) = \frac{1}{5}\left[\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{7}\right) + \ldots + \left(\frac{1}{5n-3} - \frac{1}{5n+2}\right)\right]$$

$$= \frac{1}{5}\left[\frac{1}{2} - \frac{1}{5n+2}\right]$$

dir. $\lim_{n\to\infty} S_n = \frac{1}{10}$ olup verilen seri yakınsaktır. Bu durumda

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+3)(2n+5)} = \frac{1}{10} \text{ dur.}$$

Örnek 3.2.5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{25n^2-5n-6}$ serisinin karakterini belirleyiniz.

Çözüm. Serinin ilk *n* terim toplamı

$$S_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{25k^2 - 5k - 6} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{(5k-3)(5k+2)}$$

$$= \frac{1}{5} \sum_{k=1}^{n} \left(\frac{1}{5k-3} - \frac{1}{5k+2} \right) = \frac{1}{5} \left[\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{7} \right) + \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{12} \right) + \ldots + \left(\frac{1}{5n-3} - \frac{1}{5n+2} \right) \right]$$

$$= \frac{1}{5} \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{5n+2} \right]$$

dir. $\lim_{n\to\infty} S_n = \frac{1}{10}$ olup verilen seri yakınsaktır.

Bu durumda $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{25n^2-5n-6} = \frac{1}{10}$ dur.

$a_n = \frac{1}{2^{k+5}}$ $\qquad$ $n \to \infty$, $a_n \to 0$

Örnek 3.2.6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^{n+5}}$ serisinin karakterini belirleyiniz.

Çözüm. Serinin ilk n terim toplamı

$$S_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{2^{k+5}} = \frac{1}{2^6} + \frac{1}{2^7} + \ldots + \frac{1}{2^{n+5}}$$

$$= \frac{1}{2^6}\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \ldots + \frac{1}{2^{n-1}}\right) = \frac{1}{2^6} \cdot \frac{1 - \frac{1}{2^n}}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{1}{2^5}\left(1 - \frac{1}{2^n}\right) \to 0$$

dir. $\lim_{n\to\infty} S_n = \frac{1}{32}$ olup verilen seri yakınsaktır. Bu durumda $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^{n+5}} = \frac{1}{32}$ dir.

$a_n = \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$ $\quad n \to \infty \quad a_n \to 0$

Örnek 3.2.7. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$ serisinin karakterini belirleyiniz.

$\frac{A}{k}$

Çözüm. Serinin ilk *n* terim toplamı

$$S_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)(k+2)} = \sum_{k=1}^{n} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}\right)\frac{1}{k+2}$$

$$= \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+2)} - \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{(k+1)(k+2)}$$

$$= \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+2}\right) - \sum_{k=1}^{n} \left(\frac{1}{k+1} - \frac{1}{k+2}\right)$$

$$= \frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2}\right) - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{n+2}\right)$$

$$= \frac{1}{4} - \underbrace{\frac{1}{2(n+1)}}_{\to 0} + \underbrace{\frac{1}{2(n+2)}}_{\to 0}$$

dir. $\lim_{n\to\infty} S_n = \frac{1}{4}$ olup verilen seri yakınsaktır. Bu durumda $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{4}$ tür.

$n \to \infty$

$a_n \to 0$

Örnek 3.2.8. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}}$ serisinin karakterini belirleyiniz.

Çözüm. Serinin ilk *n* terim toplamı

$$S_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{k}+\sqrt{k+1}} = \sum_{k=1}^{n} \left(\frac{1}{\sqrt{k}+\sqrt{k+1}} \cdot \frac{\sqrt{k}-\sqrt{k+1}}{\sqrt{k}-\sqrt{k+1}} \right)$$

$$= \sum_{k=1}^{n} (\sqrt{k+1}-\sqrt{k}) = [(\cancel{\sqrt{2}}-\sqrt{1})+(\cancel{\sqrt{3}}-\cancel{\sqrt{2}})+\ldots+(\sqrt{n+1}-\cancel{\sqrt{n}})]$$

$$= \sqrt{n+1}-1$$

dir. $\lim_{n\to\infty} S_n \to \infty$ olup verilen seri ıraksaktır.

Tanım 3.2.2. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ *ve* $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ *serileri verilmiş olsun.* $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n+b_n)$, $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n-b_n)$ *ve* $k \in \mathbb{R}$ *olmak üzere* $\sum_{n=1}^{\infty} k a_n$ *serilerine sırası ile* $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ *ve* $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ *serilerinin toplamı, farkı ve* $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ *serisinin k sayısı ile çarpımı denir.*

Teorem 3.2.1. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$*ve* $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ *serilerinin her ikisi de yakınsak ve k herhangi bir sabit ise* $\sum_{n=1}^{\infty} k a_n$ *ve* $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n \mp b_n)$ *serileri de yakınsaktır.*

Teorem 3.2.2. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ *serisi ıraksak ve ise* $\sum_{n=1}^{\infty} k a_n$ *serisi de ıraksaktır.* $k \neq 0$

Teorem 3.2.3. *Bir serinin sonlu sayıda teriminin atılması veya seriye sonlu sayıda terimin eklenmesi serinin karakterini (yakınsaklığını ya da ıraksaklığını) değiştirmez.*

Teorem 3.2.4. *Yalnızca sonlu sayıdaki terimleri farklı diğer bütün terimleri aynı olan iki seri aynı karakterdedir. (Ya her ikisi de yakınsak ya da her ikisi de ıraksaktır.)*

Tanım 3.2.3. *a ve r reel sayılar ve olmak üzere* $a_n = ar^{n-1}$ *genel terimi ile tanımlanan*

$= \sum_{n=1}^{\infty} a, \; a \neq 0$

$$\sum_{n=1}^{\infty} ar^{n-1} = a + a.r + a.r^2 + \cdots + a.r^{n-1} + \cdots$$

serisine geometrik seri denir. Yani geometrik bir dizinin doğurduğu seriye geometrik seri adı verilir.

∞ ?

0

Geometrik dizinin ilk *n* teriminin toplamının

$$\boxed{S_n = a + a.r + a.r^2 + \cdots + a.r^{n-1} = a\frac{1-r^n}{1-r}}$$

$r \neq 1$

formülü ile hesaplandığını biliyoruz.

Teorem 3.2.5. $\sum_{n=1}^{\infty} ar^{n-1}$ *geometrik serisinde;*

$S_n = n$

(1) $|r| < 1$ *ise seri yakınsak ve toplamı* $\frac{a}{1-r}$ *dir.*

(2) $|r| \geq 1$ *ise seri ıraksaktır.*

Örnek 3.2.9. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7}{10^n}$ serisinin karakterini belirleyiniz.

Çözüm. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7}{10^n} = \frac{7}{10} + \frac{7}{10^2} + \frac{7}{10^3} + \cdots + \frac{7}{10^n} + \cdots$ geometrik serisinde $\boxed{a_n = \frac{7}{10} \cdot \frac{1}{10^{n-1}}}$ olduğundan $a = 0{,}7$ ve $r = 0{,}1$ dir. $|r| < 1$ olduğundan Teorem 3.2.5 e göre verilen seri yakınsaktır. Ayrıca $\lim_{n\to\infty} S_n = \frac{a}{1-r} = \frac{0{,}7}{1-0{,}1} = \frac{7}{9}$ dur.

$\sum_{n=0}^{\infty} a \cdot$

Örnek 3.2.10. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{3^{n-1}}$ serisinin karakterini belirleyiniz.

Çözüm. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{3^{n-1}} = 2 + \frac{2}{3} + \frac{2}{3^2} + \cdots + \frac{2}{3^{n-1}} + \cdots$ geometrik serisinde $a_n = 2 \cdot \frac{1}{3^{n-1}}$ olduğundan $a = 2$ ve $r = \frac{1}{3}$ tür. $|r| < 1$ olduğundan Teorem 3.2.5 e göre verilen seri yakınsaktır. Ayrıca $\lim_{n\to\infty} S_n = \frac{a}{1-r} = \frac{2}{1-\frac{1}{3}} = 3$ tür.

Örnek 3.2.11. $\sum_{n=1}^{\infty} 5^n$ serisinin karakterini belirleyiniz.

Çözüm. $\sum_{n=1}^{\infty} 5^n = 5 + 5^2 + 5^3 + \cdots + 5^n + \cdots$ geometrik serisinde $a_n = 5.5^{n-1}$ olduğundan $a = 5$ ve $r = 5$ tir. $|r| > 1$ olduğundan Teorem 3.2.5 e göre verilen seri ıraksaktır.

Örnek 3.2.12. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{e^n}$ serisinin karakterini belirleyiniz.

Çözüm. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{e^n} = \frac{1}{e} + \frac{1}{e^2} + \cdots + \frac{1}{e^n} + \cdots$ geometrik serisinde $a_n = \frac{1}{e} \cdot \left(\frac{1}{e}\right)^{n-1}$ olduğundan $a = \frac{1}{e}$ ve $r = \frac{1}{e}$ dir. $|r| < 1$ olduğundan Teorem 3.2.5 e göre verilen seri yakınsaktır. Ayrıca $\lim_{n\to\infty} S_n = \frac{a}{1-r} = \frac{\frac{1}{e}}{1-\frac{1}{e}} = \frac{1}{e-1}$ dir.

Teorem 3.2.6. (Cauchy Yakınsaklık Kriteri) *$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ serisinin yakınsak olması için gerek ve yeter şart her sayısına karşılık $n(\varepsilon) < m < n$ olduğunda $\left|\sum_{k=m+1}^{n} a_k\right| < \varepsilon$ olacak şekilde bir $n(\varepsilon) \in \mathbb{N}$ doğal sayısının var olması*dır.

Uyarı 3.2.2. *Yukarıdaki teorem şu şekilde de ifade edilebilir:* $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ *serisinin yakınsak olması için gerek ve yeter şart kısmi toplamlar dizisinin bir Cauchy dizisi olmasıdır.*

Sonuç 3.2.1. (Yakınsaklık İçin Gerekli Şart) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ *serisi yakınsak ise* $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ *dır.*

Uyarı 3.2.3. *Yukarıdaki şart yakınsaklık için gerekli ancak yeterli değildir. Yani her yakınsak serinin genel teriminin* $n \to \infty$ *için limitinin sıfır olmasına karşın genel teriminin limiti sıfır olan her seri yakınsak değildir.*

Örneğin harmonik seri olarak adlandırılan $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ *serisi için* $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ *olmasına rağmen bu seri ıraksaktır. (Bk. Örnek 3.3.1.1)*

Sonuç 3.2.2. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ *serisi için* $\lim_{n\to\infty} a_n \neq 0$ *ise bu seri ıraksaktır.*

Örnek 3.2.13. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n-1}{2n+2}$ serisinin karakterini belirleyiniz.

Çözüm. $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = \lim\limits_{n\to\infty} \left(\frac{3n-1}{2n+2}\right) = \frac{3}{2}$ olup $\lim\limits_{n\to\infty} a_n \neq 0$ olduğundan verilen seri ıraksaktır.

Örnek 3.2.14. Genel terimi

$$a_n = \frac{1}{n} \cdot \left(\sqrt{n^2+n+1} + \sqrt{n^2-n-1}\right)$$

olan serinin karakterini belirleyiniz.

Çözüm.

$$\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \cdot \left(\sqrt{n^2+n+1} + \sqrt{n^2-n-1}\right)$$

$$= \lim_{n\to\infty} \left(\frac{\sqrt{n^2\left(1+\frac{1}{n}+\frac{1}{n^2}\right)} + \sqrt{n^2\left(1-\frac{1}{n}-\frac{1}{n^2}\right)}}{n} \right)$$

$$= \lim_{n\to\infty} \left(\sqrt{1+\frac{1}{n}+\frac{1}{n^2}} + \sqrt{1-\frac{1}{n}-\frac{1}{n^2}} \right) = 2$$

olup $\lim\limits_{n\to\infty} a_n \neq 0$ olduğundan verilen seri ıraksaktır.

$S = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{k=1}^{n} a_k + \sum_{k=n+1}^{\infty} a_k = S_n + R_n$

$S = \lim_{n\to\infty} S_n + \lim_{n\to\infty} R_n \Rightarrow S = S + \lim_{n\to\infty} R_n$

Örnek 3.2.15. $\sum_{n=1}^{\infty} e^{\frac{1}{n}}$ serisinin karakterini belirleyiniz.

Çözüm. $\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} e^{\frac{1}{n}} = 1$ olup $\lim_{n\to\infty} a_n \neq 0$ olduğundan verilen seri ıraksaktır.

Örnek 3.2.16. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^n$ serisinin karakterini belirleyiniz.

Çözüm. $\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^n = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{\left(\frac{n+1}{n}\right)^n} = \frac{1}{e}$ olup $\lim_{n\to\infty} a_n \neq 0$ olduğundan verilen seri ıraksaktır.

$\left(1+\frac{1}{n}\right)^n \to e$

Tanım 3.2.4. $R_n = \sum_{k=n+1}^{\infty} a_k = a_{n+1} + a_{n+2} + \cdots$ *toplamına* $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ *serisinin kalan kısmı denir.*

Teorem 3.2.7. *Yakınsak bir seride kalan kısmın limiti sıfırdır.*

Tanım: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$ seriye harmonik seri denir.

Teorem: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$ harmonik seride ① $p>1$ ise yak… ② $p\leq 1$ ise ıra…

Örnek 3.2.17. 1000 metrelik bir yol; önce $\frac{1000}{2}$ metre, sonra $\frac{1000}{2^2}$ metre, daha sonra $\frac{1000}{2^3}$ metre, … , $\frac{1000}{2^n}$ metre, … yol alınarak bitirilebilir mi?

Çözüm. Alınan yol

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1000}{2^n} = \frac{1000}{2} + \frac{1000}{2^2} + \ldots + \frac{1000}{2^n} + \ldots$$

metredir. Bu serinin toplamı

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1000}{2^n} = 1000 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = 1000$$

olduğundan yol sonlu adımda bitirilemez.

KAYNAKLAR:

1. **Prof. Dr. İbrahim YALÇINKAYA,** Analiz III Diziler ve Seriler, Dizgi Ofset, 2017.

2. **G. B. Thomas ve Ark.,** Thomas Calculus I, Çeviri: R. Korkmaz, Beta Yayıncılık, İstanbul, 2009.