

KARNOUGH HARİTALARI:

Lojik ifadelerin sadeleştirilmesinde Boolean Matematiği ve Karnaugh Haritaları kullanılır.

KARNOUGH HARİTALARININ KURALLARI:

- 1- Karnaugh Haritaları giriş değişkeni sayısına bağlı olarak standart sayıda kutudan oluşur. n =giriş değişkeni sayısı olmak üzere 2^n formülüyle kutu sayısı belirlenir. 2,4,8,16... olmak üzere 2'ye katlanarak devam eder.
- 2- Karnaugh Haritalarında hedef en çok "1" i gruplamaktır. Kutuların içindeki "1" ler dikkate alınır. Boş olan kutu "0" demektir, dikkate alınmaz.
- 3- Gruplamalardaki kutu sayısı 1,2,4,8,16.... şeklinde olmalıdır.
- 4- Her bir grup çıkış ifadesinde giriş değişkenleri çarpım (AND) şeklinde ifade edilir. Birden fazla gruba sahip Karnaugh Haritasının çıkış ifadesinde gruplar toplama (OR) işlemine tabi tutulur.
- 5- Karnaugh Haritasında tüm kutular "1" ise çıkış "1", tüm kutular "0" ise çıkış "0" dır dır.

İKİ DEĞİŞKENLİ KARNOUGH HARİTALARI:

İki değişkenli Karnaugh Haritasında kutu sayısı $2^n = 2^2 = 4$ tür.

Q \ B	A	
	0	1
0	$\bar{A} \cdot \bar{B}$	$\bar{A} \cdot B$
1	$A \cdot \bar{B}$	$A \cdot B$

Q \ B	A	
	0	1
0	$\bar{A} \cdot \bar{B}$	$\bar{A} \cdot B$
1	$A \cdot \bar{B}$	$A \cdot B$

Q \ B	A	
	0	1
0	$\bar{A} \cdot \bar{B}$	$\bar{A} \cdot B$
1	$A \cdot \bar{B}$	$A \cdot B$

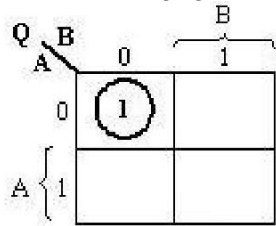
Örnek:

Q \ B	A	
	0	1
0	1	
1		1

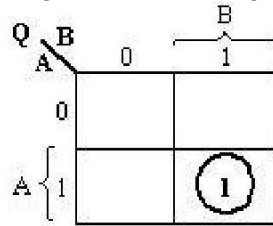
Q \ B	A	
	0	1
0	1	
1		1

$$Q = \bar{A} \cdot \bar{B} + A \cdot B$$

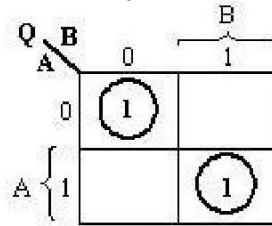
Örnekler: Aşağıdaki Karnaugh Haritalarının çıkış ifadelerini yazınız.



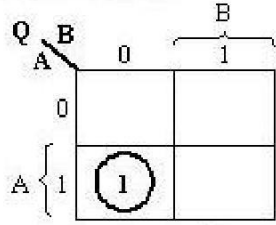
$$Q = \bar{A} \cdot \bar{B}$$



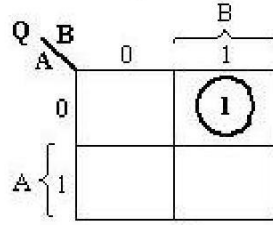
$$Q = A \cdot B$$



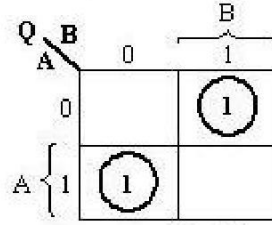
$$Q = \bar{A} \cdot \bar{B} + A \cdot B$$



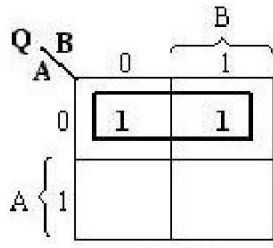
$$Q = A \cdot \bar{B}$$



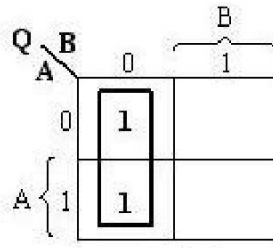
$$Q = \bar{A} \cdot B$$



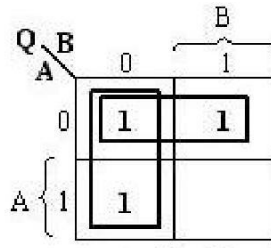
$$Q = A \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot B$$



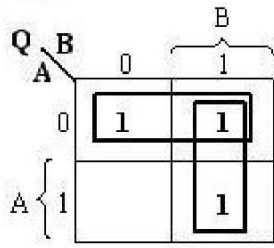
$$Q = \bar{A}$$



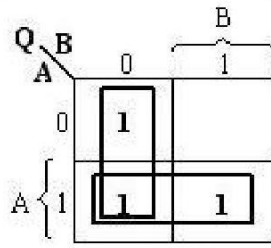
$$Q = \bar{B}$$



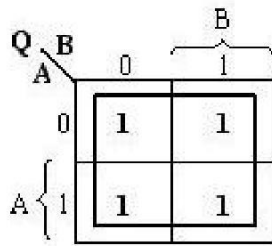
$$Q = \bar{A} + \bar{B}$$



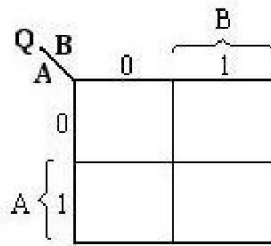
$$Q = \bar{A} + B$$



$$Q = A + \bar{B}$$



$$Q = 1$$



$$Q = 0$$

NOT: Bir grupta birden fazla "1" varsa her biri için değişmeyen aynı kalan giriş değişkenlerine çıkış ifadesinde yer veriyoruz.

Ör: Grupta iki adet

bir varsa: A girişi "1"lerden biri için "0" diğeri için "1" durumunda ise çıkış ifadesinde yer almaz. Ancak ikisi içinde "1" veya "0" ise çıkışta yer veriyoruz.

ÜÇ DEĞİŞKENLİ KARNAUGH HARİTALARI:

Üç değişkenli Karnaugh Haritasında kutu sayısı $2^n = 2^3 = 8$ tür.

Q \ BC	A			
	00	01	11	10
0	$\overline{A}.\overline{B}.\overline{C}$	$\overline{A}.\overline{B}.C$	$\overline{A}.B.\overline{C}$	$\overline{A}.B.C$
1	$A.\overline{B}.\overline{C}$	$A.\overline{B}.C$	$A.B.\overline{C}$	$A.B.C$

Q \ BC	A			
	00	01	11	10
0	0	1	3	2
1	4	5	7	6

Q \ BC	A			
	00	01	11	10
0	$\overline{A}.\overline{B}.\overline{C}$	$\overline{A}.\overline{B}.C$	$\overline{A}.B.\overline{C}$	$\overline{A}.B.C$
1	$A.\overline{B}.\overline{C}$	$A.\overline{B}.C$	$A.B.\overline{C}$	$A.B.C$

Q \ BC	A			
	00	01	11	10
0	$\overline{A}.\overline{B}.\overline{C}$	$\overline{A}.\overline{B}.C$	$\overline{A}.B.\overline{C}$	$\overline{A}.B.C$
1	$A.\overline{B}.\overline{C}$	$A.\overline{B}.C$	$A.B.\overline{C}$	$A.B.C$

Q \ BC	A			
	00	01	11	10
0	$\overline{A}.\overline{B}.\overline{C}$	$\overline{A}.\overline{B}.C$	$\overline{A}.B.\overline{C}$	$\overline{A}.B.C$
1	$A.\overline{B}.\overline{C}$	$A.\overline{B}.C$	$A.B.\overline{C}$	$A.B.C$

$\underbrace{\hspace{10em}}_B$

Q \ BC	A			
	00	01	11	10
0	$\overline{A}.\overline{B}.\overline{C}$	$\overline{A}.\overline{B}.C$	$\overline{A}.B.\overline{C}$	$\overline{A}.B.C$
1	$A.\overline{B}.\overline{C}$	$A.\overline{B}.C$	$A.B.\overline{C}$	$A.B.C$

$\underbrace{\hspace{10em}}_B$

Q \ BC	A			
	00	01	11	10
0	$\overline{A}.\overline{B}.\overline{C}$	$\overline{A}.\overline{B}.C$	$\overline{A}.B.\overline{C}$	$\overline{A}.B.C$
1	$A.\overline{B}.\overline{C}$	$A.\overline{B}.C$	$A.B.\overline{C}$	$A.B.C$

$\underbrace{\hspace{10em}}_C$

Q \ BC	A			
	00	01	11	10
0	$\overline{A}.\overline{B}.\overline{C}$	$\overline{A}.\overline{B}.C$	$\overline{A}.B.\overline{C}$	$\overline{A}.B.C$
1	$A.\overline{B}.\overline{C}$	$A.\overline{B}.C$	$A.B.\overline{C}$	$A.B.C$

$\underbrace{\hspace{10em}}_C$

Örnekler:

Q \ BC	A			
	00	01	11	10
0				1
1	1	1	1	1

Q \ BC	A			
	00	01	11	10
0				1
1	1	1	1	1

$\underbrace{\hspace{10em}}_B$

$Q = A + B.\overline{C}$

$Q_2 = B.\overline{C}$

$Q_1 = A$

Örnek 5.20

Q \ BC	A			
	00	01	11	10
0		1		1
1	1		1	

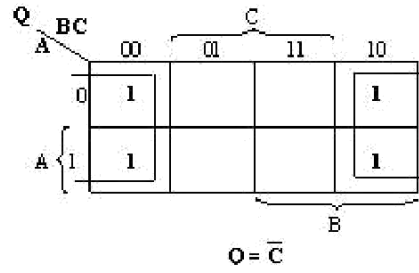
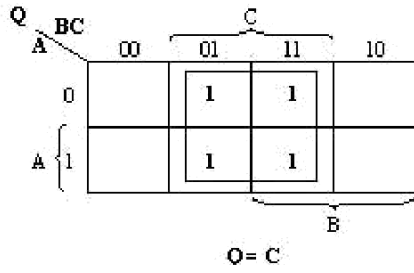
Q \ BC	A			
	00	01	11	10
0	1			1
1	1		1	

$\underbrace{\hspace{10em}}_B$

$Q_2 = A.\overline{C}$

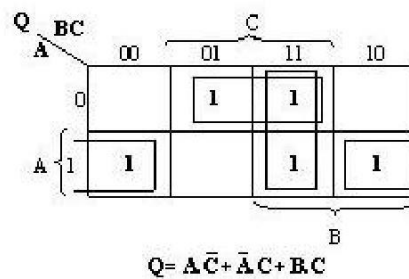
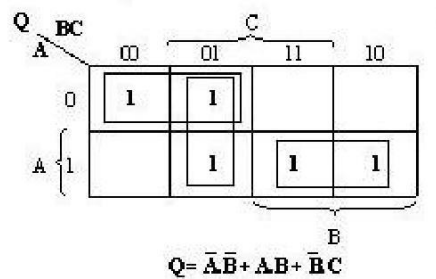
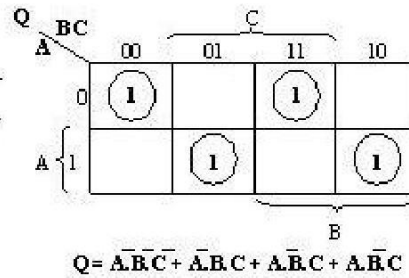
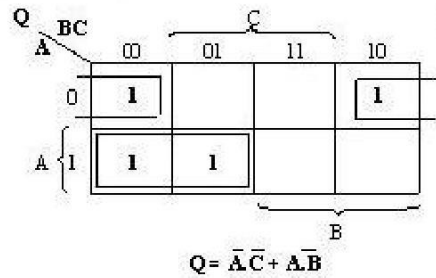
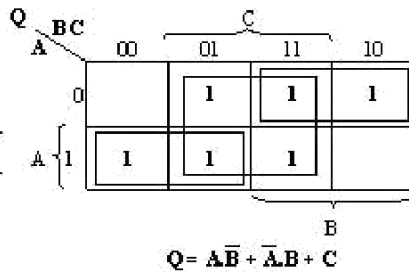
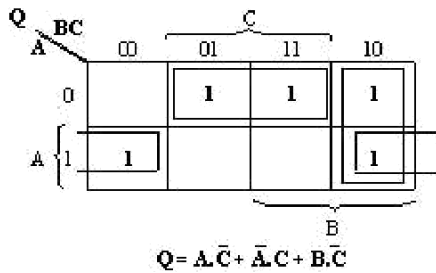
$Q_3 = A.B.C$

$Q_1 = \overline{B}.\overline{C}$



Yukardaki örnekte A bölgesi grup içindeki "1" lirin sadece ilkinini kapsıyor, B bölgesi de aynı şekilde sadece ikisini kapsıyor ama C bölgesi bütün hepsini kapsadığı için çıkış ifadesinde C yer alır.

Bu örnekte ise A bölgesi grup içindeki "1" lirin sadece ilkinini kapsıyor, B bölgesi de aynı şekilde sadece ikisini kapsıyor ama \bar{C} bölgesi bütün hepsini kapsadığı için çıkış ifadesinde \bar{C} yer alır.



DÖRT DEĞİŞKENLİ KARNAUGH HARİTALARI:

Dört değişkenli Karnaugh Haritasında kutu sayısı $2^n = 2^4 = 16$ dır.

Q	CD	00	01	11	10
A B	00	$\bar{A}.\bar{B}.\bar{C}.\bar{D}$	$\bar{A}.\bar{B}.\bar{C}.D$	$\bar{A}.\bar{B}.C.\bar{D}$	$\bar{A}.\bar{B}.C.D$
	01	$\bar{A}.B.\bar{C}.\bar{D}$	$\bar{A}.B.\bar{C}.D$	$\bar{A}.B.C.\bar{D}$	$\bar{A}.B.C.D$
	11	$A.\bar{B}.\bar{C}.\bar{D}$	$A.\bar{B}.\bar{C}.D$	$A.\bar{B}.C.\bar{D}$	$A.\bar{B}.C.D$
	10	$A.B.\bar{C}.\bar{D}$	$A.B.\bar{C}.D$	$A.B.C.\bar{D}$	$A.B.C.D$

Q	CD	00	01	11	10
A B	00	0	1	3	2
	01	4	5	7	6
	11	12	13	15	14
	10	8	9	11	10

Q A B		CD			
		00	01	11	10
A	00	$\overline{A}BCD$	$\overline{A}BC\overline{D}$	$\overline{A}B\overline{C}D$	$\overline{A}B\overline{C}\overline{D}$
	01	$\overline{A}BCD$	$\overline{A}BC\overline{D}$	$\overline{A}B\overline{C}D$	$\overline{A}B\overline{C}\overline{D}$
	11	$A\overline{B}C\overline{D}$	$A\overline{B}C\overline{D}$	$A\overline{B}C\overline{D}$	$A\overline{B}C\overline{D}$
	10	$A\overline{B}C\overline{D}$	$A\overline{B}C\overline{D}$	$A\overline{B}C\overline{D}$	$A\overline{B}C\overline{D}$

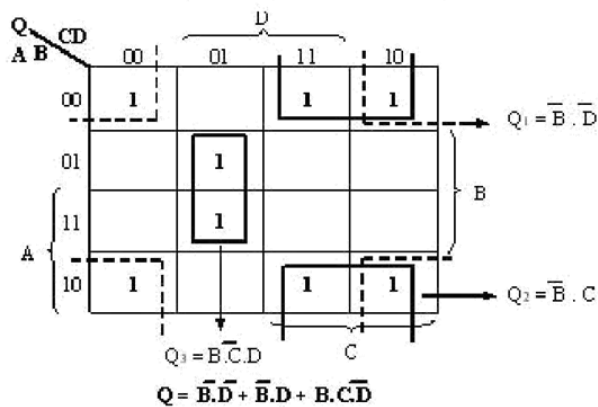
Q A B		C D			
		00	01	11	10
B	00	$\overline{A} \overline{B} C D$	$\overline{A} \overline{B} C \overline{D}$	$\overline{A} \overline{B} \overline{C} D$	$\overline{A} \overline{B} \overline{C} \overline{D}$
	01	$\overline{A} \overline{B} C D$	$\overline{A} \overline{B} C \overline{D}$	$\overline{A} \overline{B} \overline{C} D$	$\overline{A} \overline{B} \overline{C} \overline{D}$
	11	$\overline{A} \overline{B} C D$	$\overline{A} \overline{B} C \overline{D}$	$\overline{A} \overline{B} \overline{C} D$	$\overline{A} \overline{B} \overline{C} \overline{D}$
	10	$\overline{A} \overline{B} C D$	$\overline{A} \overline{B} C \overline{D}$	$\overline{A} \overline{B} \overline{C} D$	$\overline{A} \overline{B} \overline{C} \overline{D}$

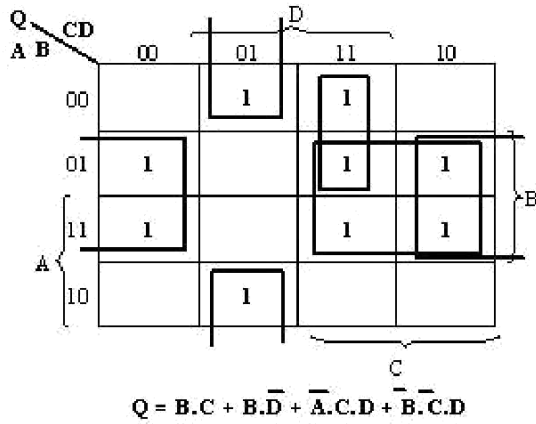
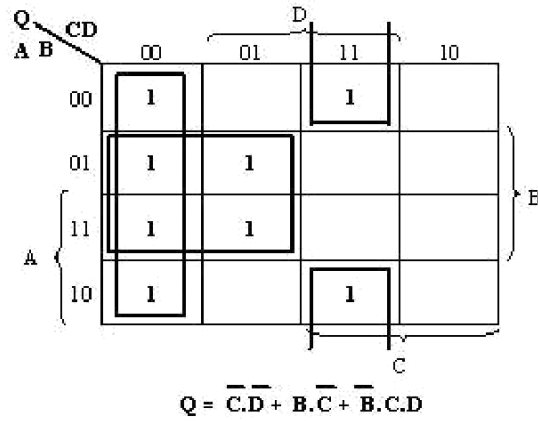
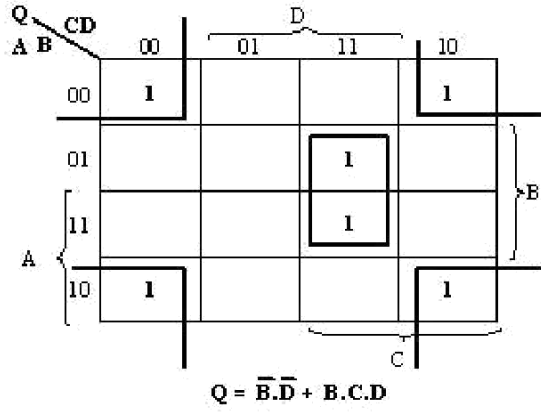
Q A B		C D			
		00	01	11	10
\bar{B}	00	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}$	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}D$	$\bar{A}\bar{B}C\bar{D}$	$\bar{A}\bar{B}CD$
	01	$\bar{A}\bar{B}C\bar{D}$	$\bar{A}\bar{B}CD$	$\bar{A}B\bar{C}\bar{D}$	$\bar{A}B\bar{C}D$
	11	$\bar{A}B\bar{C}\bar{D}$	$\bar{A}B\bar{C}D$	$\bar{A}BC\bar{D}$	$\bar{A}BCD$
	10	$\bar{A}B\bar{C}D$	$\bar{A}BC\bar{D}$	$\bar{A}BCD$	$\bar{A}B\bar{C}\bar{D}$

Q \ BC		C			
		00	01	11	10
A B	00	$\overline{A} \overline{B} \overline{C} \overline{D}$	$\overline{A} \overline{B} C \overline{D}$	$\overline{A} \overline{B} \overline{C} D$	$\overline{A} \overline{B} C D$
	01	$\overline{A} B \overline{C} \overline{D}$	$\overline{A} B C \overline{D}$	$\overline{A} B \overline{C} D$	$\overline{A} B C D$
	11	$A \overline{B} \overline{C} \overline{D}$	$A \overline{B} C \overline{D}$	$A \overline{B} \overline{C} D$	$A \overline{B} C D$
	10	$A B \overline{C} \overline{D}$	$A B C \overline{D}$	$A B \overline{C} D$	$A B C D$

Q A B		CD			
		00	01	11	10
Q A B	00	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}$	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}D$	$\bar{A}\bar{B}C\bar{D}$	$\bar{A}\bar{B}CD$
	01	$\bar{A}\bar{B}C\bar{D}$	$\bar{A}\bar{B}CD$	$\bar{A}B\bar{C}\bar{D}$	$\bar{A}B\bar{C}D$
	11	$\bar{A}B\bar{C}\bar{D}$	$\bar{A}B\bar{C}D$	$A\bar{B}\bar{C}\bar{D}$	$A\bar{B}\bar{C}D$
	10	$\bar{A}B\bar{C}D$	$\bar{A}BC\bar{D}$	$A\bar{B}C\bar{D}$	$AB\bar{C}\bar{D}$

Q	CD			
A B				
	1		1	1
		1		
		1		
	1		1	1





KARNAUGH HARİTALARI ile ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER:

1-) Oktal kodu için sırasıyla 0,1,1,1,1,0,1,0 çıkışlarını veren lojik devreyi en sade şekliyle düzenleyiniz.

Çözüm: Oktal kodunda taban 8 olduğundan en büyük sayı $(7)_{10} = (111)_2$ olacaktır. Üç basamaklı olduğundan giriş sayısı üçtür (A, B, C)

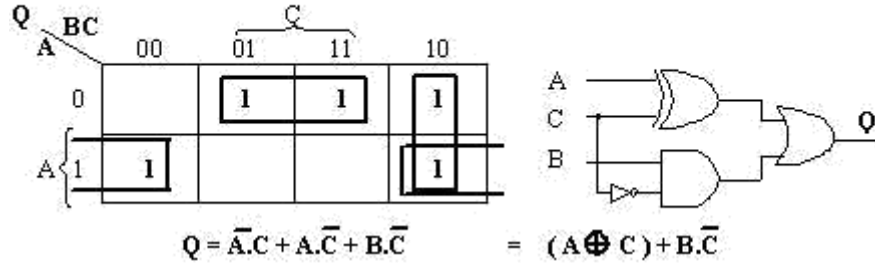
Önce verilen çıkışlara göre doğruluk tablosu düzenlenir.

Çıkışta "1" olan satırlar dikkate alınır. Bu satırlardaki girişlere bakılır ve Karnaugh Haritasına yerleştirilir.

Karnaugh Haritasının çıkışı yazılarak lojik diyagramı çizilir.

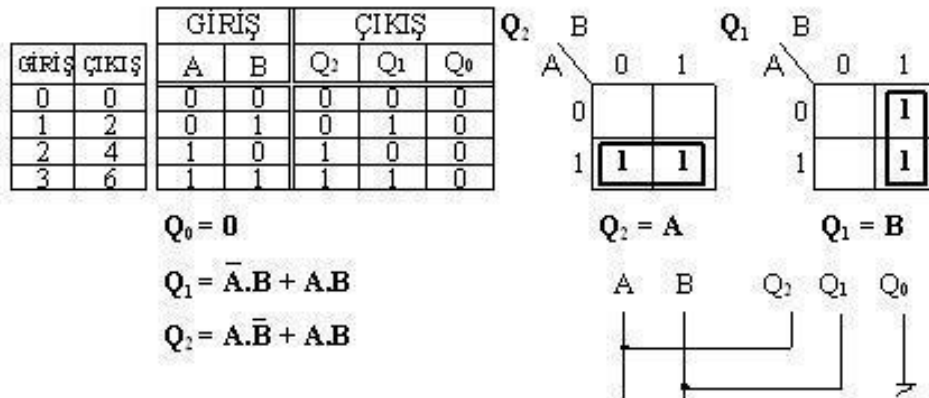
k 5.91

GİRİŞ			ÇIKIŞ
A	B	C	Q
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0



2-) iki bitlik binary sayının iki katını veren devreyi düzenleyiniz.

Çözüm: iki bitlik en büyük sayı $(3)_{10}=(11)_2$ dir. Bunun iki katı olan $(6)_{10}=(110)_2$ 3 basamaklı olduğuna göre devre 2 girişli 3 çıkışlı olacaktır. Her çıkış için ayrı ayrı ifade yazılarak her biri için Karnaugh Haritası düzenlenir.



Q₀ çıkışında bütün satırlar "0" olduğundan direkt şaseye bağlanır.