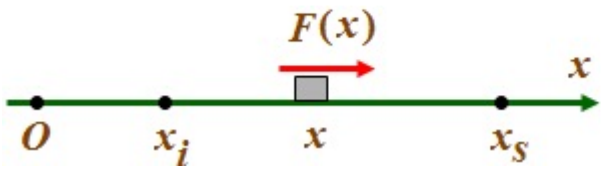
3 Elektriksel Potansiyel

1. Elektriksel Potansiyel ve Potansiyel Farkı
2. Düzgün Bir Elektrik Alandaki Potansiyel Farkları
3. Elektriksel Potansiyel ve Noktasal Yüklerin Oluşturduğu Potansiyel Enerji
4. Elektrostatik Dengedeki İletkenler
5. Sürekli Yük Dağılımının Oluşturduğu Elektriksel Potansiyel
6. Yüklü Bir İletkenin Potansiyeli

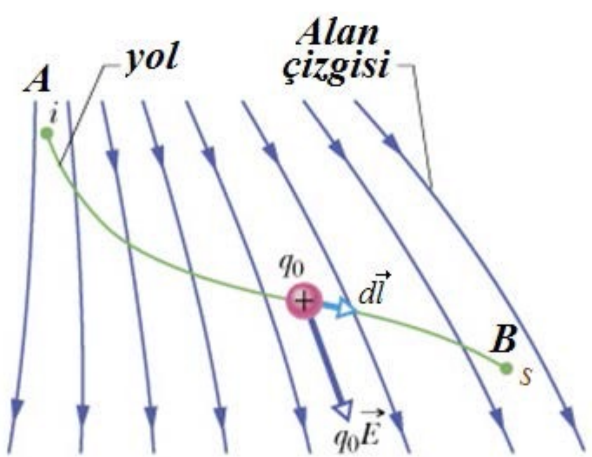
Elektrik yüklü bir çubuk çevresindeki elektrik alan, vektörel bir büyüklük olan alan vektörü **E** ile olduğu gibi, skaler büyüklük olan elektriksel potansiyel V ile de belirlenir.

3.1 Elektriksel Potansiyel ve Potansiyel Farkı

$$\Delta U = -\int_{x_i}^{x_s} F(x)dx$$



$$\boxed{\Delta U = -q_0 \int_i^s \vec{E} \cdot d\vec{s}}$$



Korunumlu bir kuvvetin yaptığı iş, cismin potansiyel enerjisindeki değişimin negatif işaretlisidir. Korunumlu bir kuvvetin etkisiyle cisim x_i noktasından x_s noktasına hareket etmişse,

$$\Delta U = U_s - U_i = -W = -\int_{x_i}^{x_s} F(x)dx$$

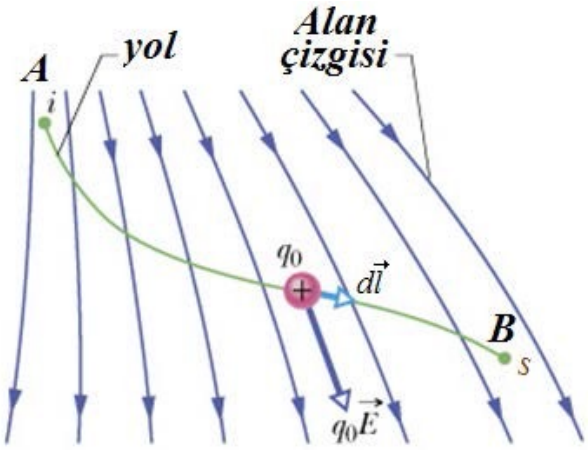
yazılır. q_0 nokta yükü, bilinen bir elektrik alanı $(\vec{E})$ içinde, $\vec{F} = q_0\vec{E}$ elektrik kuvvetinin etkisiyle A noktasından B noktasına gitsin. Yükün potansiyel enerjisindeki değişim,

$$\Delta U = -\int_i^s \vec{F} \cdot d\vec{l} = -q_0 \int_i^s \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

olacaktır. Bu değişim q_0 yüküne bağlıdır.

ile verilir. İntegral q_0 yükünün A dan B'ye gittiği yol boyunca alınır ve adına *yol integrali* veya *çizgi integrali* denir. Bu iki terim eşanlamlıdır. $q_0\mathbf{E}$ kuvveti korunumlu olduğundan, **bu çizgisel integral A ve B noktaları arasında alınan yola bağlı değildir.**

3.1 Elektriksel Potansiyel ve Potansiyel Farkı



A ve B noktaları arasındaki elektrik potansiyel fark (ΔV), bu noktalar arasında taşınan birim yük başına potansiyel enerji değişimi olarak tarif edilir:

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q_0} = -\frac{W}{q_0} \rightarrow \Delta V = V_s - V_i = -\int_i^s \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

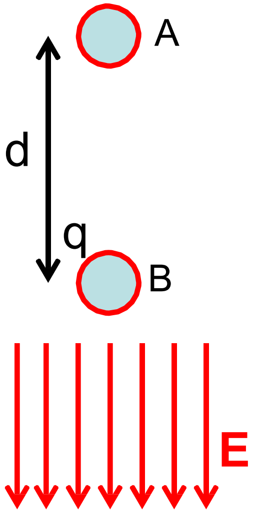
Noktalardan birisinin potansiyeli biliniyorsa, diğer noktanın elektrik potansiyeli bulunabilir. Genellikle, yükten çok uzaktaki bir noktanın potansiyeli sıfır alınır ($V_i = V_\infty = 0$). Bu durumda, herhangi bir P noktasının potansiyeli,

$$V_P = -\int_\infty^P \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

ifadesiyle verilir. SI sistemindeki birimi J/C (volt)' dir.

3.2 Düzgün Bir Elektrik Alandaki Potansiyel Farkları

Aralarında d uzaklığı olan A ve B noktaları arasındaki potansiyel farkını hesaplayalım.



$$V_B - V_A = \Delta V = -\int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = -\int_A^B (E \cos 0°)\, ds = -\int_A^B E\, ds$$

$$\Delta V = -E \int_A^B ds = -Ed$$

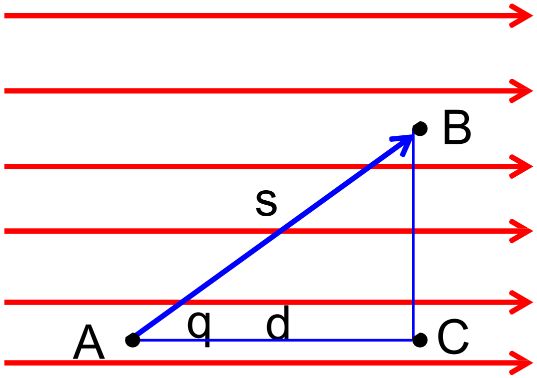
Buradaki eksi işareti, B noktasının A noktasından daha düşük potansiyelde olmasından kaynaklanır, yani $V_B<V_A$'dır. O halde şekilden de görüleceği gibi, elektrik alan çizgileri daima elektriksel potansiyelin azalan doğrultusunu gösterir.

Potansiyel enerjideki değişme: $\Delta U = q_0\, \Delta V = -q_0 E d$

Bu sonuçtan görülüyorki, q_0 artı ise, ΔU eksidir. Yani, bir artı yük elektrik alan doğrultusunda hareket ederse, elektriksel potansiyel enerji kaybeder. Eksi yük için bu terstir.

Yüklü parçacık kazandığı kinetik enerjiye eşit miktarda potansiyel enerji kaybeder.

3.2 Düzgün Bir Elektrik Alandaki Potansiyel Farkları



$$\Delta V = -\int_A^B \mathbf{E}\cdot d\mathbf{s} = -\mathbf{E}\cdot\int_A^B d\mathbf{s} = -\mathbf{E}\cdot\mathbf{s}$$

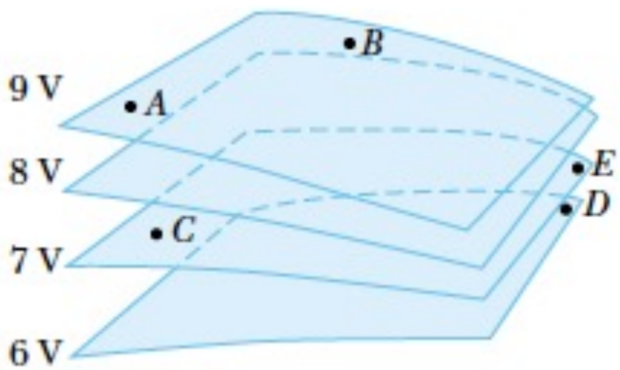
$$\Delta U = q_0\,\Delta V = -q_0\,\mathbf{E}\cdot\mathbf{s}$$

Buradan kolayca görüleceği gibi, V_B-V_A=V_C-V_A'dır.

Duzgun bir elektrik alana dik olan duzlem uzerindeki butun noktalarin ayni potansiyelde Oldugu sonucunu cikartabiliriz. V_B-V_A potansiyel farki V_C-V_A potansiyel farkina esittir.

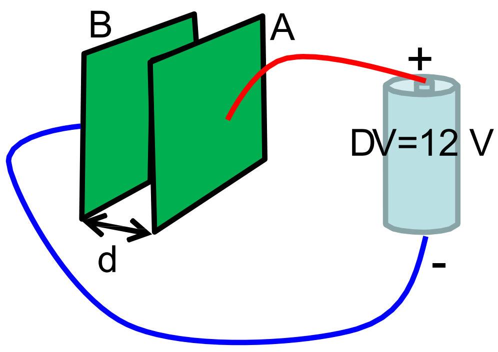
Aynı potansiyele sahip olan noktaların sürekli dağılımının oluşturduğu herhangi bir yüzeye eş potansiyel yüzey denir.

Şekil 25.3'teki noktalar, bir elektrik alanına ait bir takım eşpotansiyelli yüzeyler üzerindedir. Bir pozitif yüklü parçacık, *A*'dan *B*'ye; *B*'den *C*'ye; *C*'den *D*'ye; *D*'den *E*'ye hareket ettiğinde elektrik alan tarafından yapılan işi (büyükten küçüğe) sıralayınız.



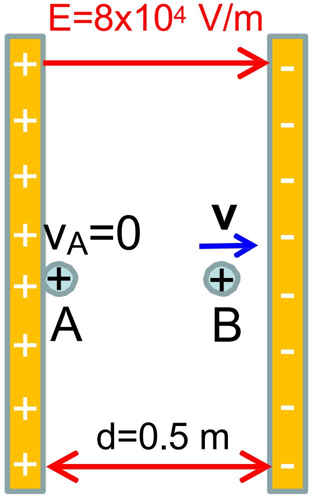
3.2 Düzgün Bir Elektrik Alandaki Potansiyel Farkları

Örnek 3.1 Zıt Yüklü İki Paralel Levha Arasındaki Elektrik Alanı Hesabı



$$E = \frac{|V_B - V_A|}{d} = \frac{12\ \text{V}}{0.30 \times 10^{-2}\ \text{m}} = \boxed{4.0 \times 10^{3}\ \text{V/m}}$$

Örnek 3.2 Bir Protonun Düzgün Bir Elektrik Alan İçindeki Hareketinin İncelenmesi



(A) $\Delta V = -Ed = -(8.0 \times 10^4\ \text{V/m})(0.50\ \text{m}) = \boxed{-4.0 \times 10^4\ \text{V}}$

(B) $\Delta U = q_0\ \Delta V = e\ \Delta V$

$$= (1.6 \times 10^{-19}\ \text{C})(-4.0 \times 10^4\ \text{V})$$

$$= \boxed{-6.4 \times 10^{-15}\ \text{J}}$$

Protonun B notasındaki hızı nedir?

$$\Delta K + \Delta U = 0$$

$$(\tfrac{1}{2}mv^2 - 0) + e\ \Delta V = 0$$

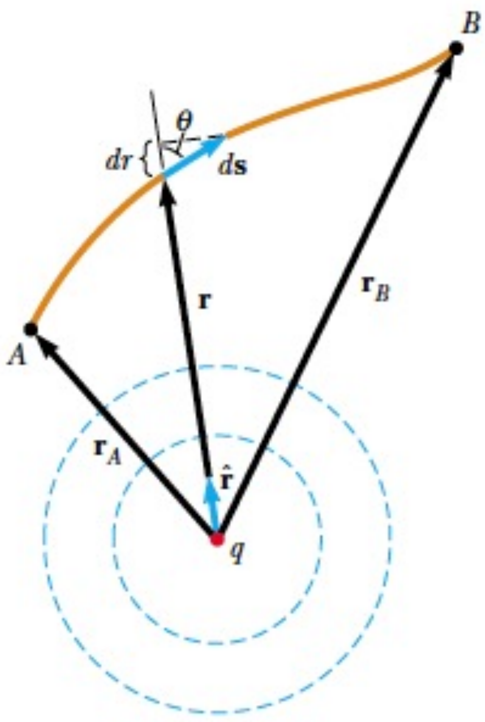
$$v = \sqrt{\frac{-(2e\,\Delta V)}{m}}$$

$$= \sqrt{\frac{-2(1.6 \times 10^{-19}\ \text{C})(-4.0 \times 10^4\ \text{V})}{1.67 \times 10^{-27}\ \text{kg}}}$$

$$= \boxed{2.8 \times 10^6\ \text{m/s}}$$

3.3 Elektriksel Potansiyel ve Noktasal Yüklerin Oluşturduğu Potansiyel Enerji

Yalıtılmış bir q noktasal yükü ele alalım. Bu yuk disari dogru isinsal olarak bir elektriksel alan meydana getirir. Yükten r kadar uzaklıkdaki noktanın elekriksel potansiyelini bulmaya çalışalım.



$$V_B - V_A = -\int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$$

Burada A ve B keyfi noktalardir.

$$\mathbf{E} = k_e q \hat{\mathbf{r}} / r^2$$

Burada $\hat{r}$, yukten alanin hesaplanacagi noktaya yonelen birim vektordur.

$$\mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = k_e \frac{q}{r^2} \hat{\mathbf{r}} \cdot d\mathbf{s} \qquad \hat{\mathbf{r}} \cdot d\mathbf{s} = ds \cos\theta,$$

$$\mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = (k_e q / r^2)\, dr;$$

$$V_B - V_A = -k_e q \int_{r_A}^{r_B} \frac{dr}{r^2} = \frac{k_e q}{r} \Big]_{r_A}^{r_B}$$

$$V_B - V_A = k_e q \left[\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right]$$

Bir nokta yükün r kadar uzaklıkda oluşturduğu potansiyel:

$$r_A = \infty \quad V = 0 \qquad V = k_e \frac{q}{r}$$

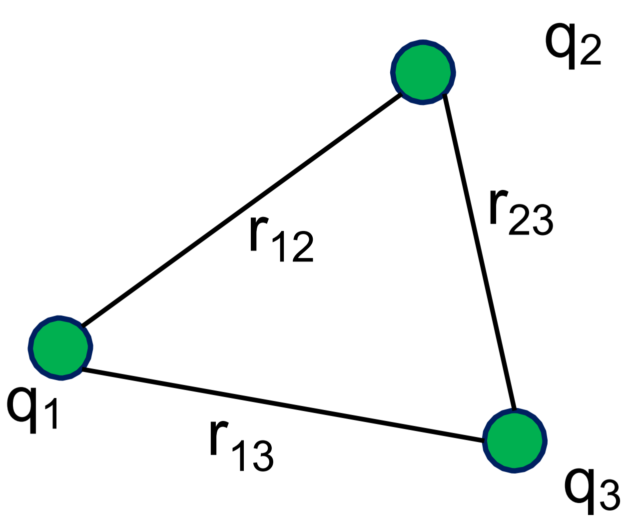
3.3 Elektriksel Potansiyel ve Noktasal Yüklerin Oluşturduğu Potansiyel Enerji

Birden çok nokta yük var ise elektriksel potansiyel:

$$V = k_e \sum_i \frac{q_i}{r_i}$$

İki yüklü parçacık sisteminin potansiyel enerjisini bulalım. Bir P noktasında q_1 yükü nedeniyle oluşan potansiyel V_1 olsun. q_2 yükünü sonsuzdan bu P noktasına getirmek için yapılan iş q_2V_1 olur. İki yükün potansiyel enerjisi şu şekilde hesaplanır.

$$U = k_e \frac{q_1 q_2}{r_{12}}$$



şeklinde ifade edebiliriz.[2] Yükler aynı işaretli ise U'nun pozitif olacağına dikkat ediniz. Bu, aynı işaretli yüklerin birbirlerini ittiği gerçeği ile uyuşur. O halde iki yükten birini diğerinin yanına getirmek için sistem üzerinde pozitif bir iş yapılmalıdır. Bunun tersine, yükler zıt işaretli ise, kuvvet çekicidir ve U negatif olur. Bu da farklı işaretli yükleri birbirine yaklaştırmak için çekici kuvvetlere karşı negatif iş yapmak gerektiği anlamına gelir.

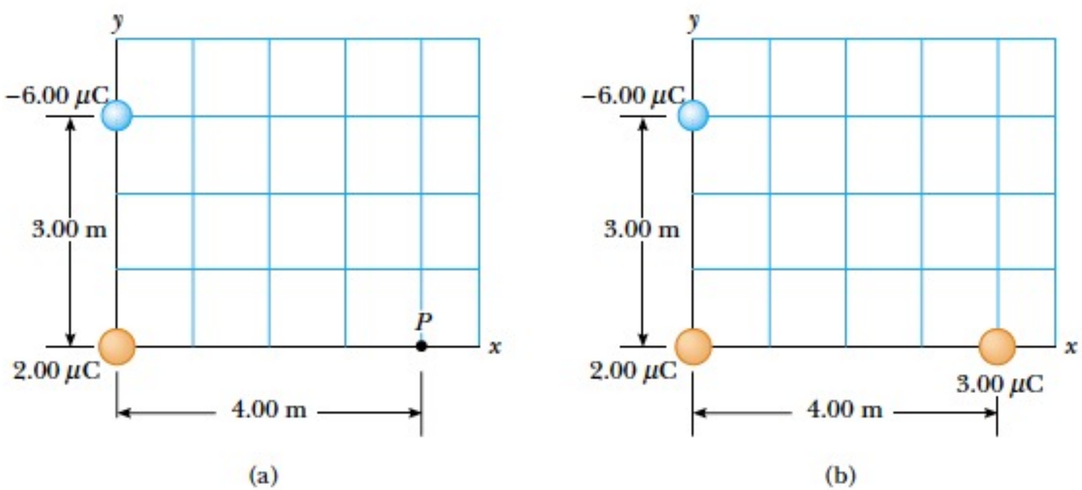
$$U = k_e \left(\frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{q_2 q_3}{r_{23}} \right)$$

ÖRNEK 25.3 İki Nokta Yükün Elektriksel Potansiyeli

Şekil 25.11a'da görüldüğü gibi, $q_1 = 2{,}00\ \mu C$'luk yük orijinde, $q_2 = -6{,}00\ \mu C$'luk yük (0; 3,00) m'dedir. (a) Bu yüklerin (4,00; 0) m koordinatındaki P noktasında oluşturduğu toplam elektriksel potansiyeli bulunuz.

(b) Sonsuzdan P noktasına getirilen $3{,}00\ \mu C$'luk yükün potansiyel enerjisindeki değişmeyi bulunuz (Şekil 25.11b).

Alıştırma Şekil 25.11b'de gösterilen sisteminin toplam potansiyel enerjisini bulunuz?



3.4 Elektrik Alan Değerinin Elektriksel Potansiyelden Elde Edilmesi

Aralarında ds uzaklığı olan iki nokta arasındaki dV potansiyel farkı:

$$dV = -\mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$$

Elektrik alan sadece x yönünden bileşene sahipse:

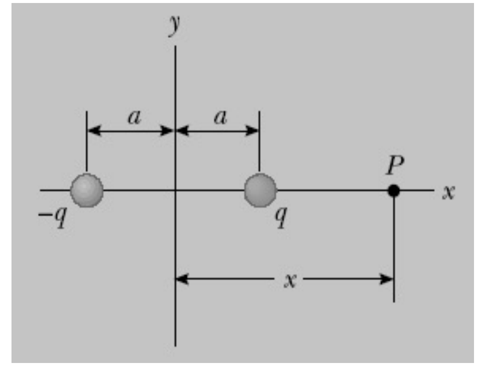
$$\mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = E_x \, dx \qquad \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = E_r \, dr$$

$$dV = -E_x \, dx, \qquad E_x = -\frac{dV}{dx} \qquad dV = -E_r \, dr$$

$$E_r = -\frac{dV}{dr} \qquad E_r = k_e q / r^2$$

Elektrik alana dik doğrultudaki herhangi bir yer değiştirmede elektriksel potansiyel değişmemektedir. O halde, eşpotansiyel yüzeyler **E** elektrik alanına diktir.

Bir elektrik dipol, Şekil 25.13'teki gibi, birbirinden $2a$ uzaklığıyla ayrılmış bulunan eşit ve zıt işaretli iki yükten oluşur. Dipol, x ekseni boyunca uzanmakta ve dipolün merkezi eksenlerin kesim noktasındadır. (a) P noktasındaki elektriksel potansiyeli hesaplayınız.



$$V = k_e \sum \frac{q_i}{r_i} = k_e\left(\frac{q}{x-a} - \frac{q}{x+a}\right) = \boxed{\frac{2k_e qa}{x^2 - a^2}}$$

(b) Dipolden çok uzak bir noktada V ve E_x'i hesaplayınız.

$$x \gg a$$

$$\boxed{V \approx \frac{2k_e qa}{x^2}} \qquad E_x = -\frac{dV}{dx} = \boxed{\frac{4k_e qa}{x^3}} \qquad (x \gg a)$$

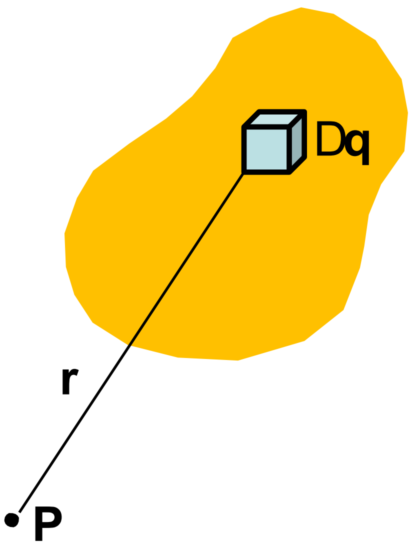
(c) P noktası, iki yük arasında herhangi bir yerde bulunuyorsa, E_x ve V'yi hesaplayınız.

$$V = k_e \sum \frac{q_i}{r_i} = k_e\left(\frac{q}{a-x} - \frac{q}{a+x}\right) = \boxed{\frac{2k_e qx}{a^2 - x^2}}$$

$$E_x = -\frac{dV}{dx} = -\frac{d}{dx}\left(\frac{2k_e qx}{a^2 - x^2}\right) = \boxed{-2k_e q\left(\frac{a^2 + x^2}{(a^2 - x^2)^2}\right)}$$

$$x = 0, \quad V = 0, \quad E_x = -2k_e q/a^2.$$

3.5 Sürekli Yük Dağılımının Oluşturduğu Elektriksel Potansiyel

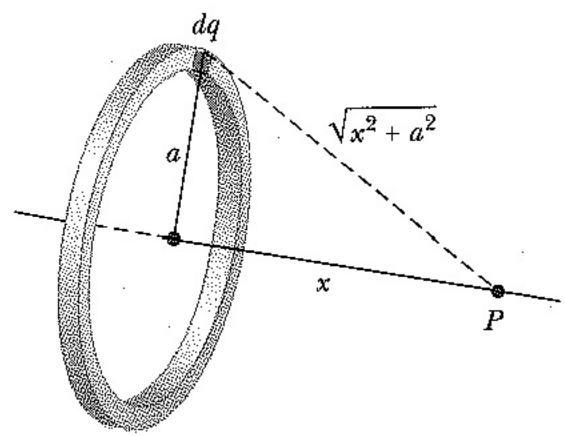


$$dV = k_e \frac{dq}{r}$$

$$V = k_e \int \frac{dq}{r}$$

3.5 Sürekli Yük Dağılımının Oluşturduğu Elektriksel Potansiyel

(a) Toplam yükü Q ve yarıçapı a olan düzgün yüklenmiş bir halkanın merkezinden geçen çapına dik eksen üzerindeki bir P noktasındaki elektriksel potansiyeli bulunuz.



$$V = k_e \int \frac{dq}{r} = k_e \int \frac{dq}{\sqrt{x^2 + a^2}}$$

$$V = \frac{k_e}{\sqrt{x^2 + a^2}} \int dq = \boxed{\frac{k_e Q}{\sqrt{x^2 + a^2}}}$$

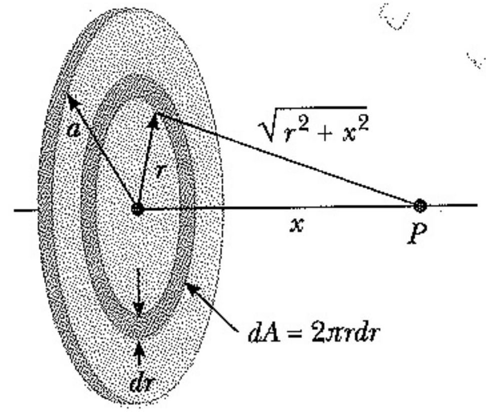
Alıştırma Düzgün yüklenmiş bir halkanın merkezindeki elektriksel potansiyel ne kadardır? Merkezdeki V'nin değeri hakkında, merkezdeki alanın değeri size ne söyler?

(b) P noktasındaki elektrik alanın büyüklüğü için bir ifade bulunuz.

$$E_x = -\frac{dV}{dx} \qquad E_x = \boxed{\frac{k_e Q x}{(x^2 + a^2)^{3/2}}}$$

ÖRNEK 25.6 Düzgün Yüklenmiş Bir Diskin Potansiy

Yüzeyindeki yük yoğunluğu σ, yarıçapı a olan düzgün yüklenmiş bir diskin merkezinden dik geçen eksen boyunca (a) Elektriksel potansiyeli ve (b) Elektrik alanın büyüklüğünü bulunuz.



$$dq = \sigma\, dA = \sigma\, 2\pi r\, dr \qquad dA = 2\pi r\, dr$$

$$dV = \frac{k_e dq}{\sqrt{r^2 + x^2}} = \frac{k_e \sigma 2\pi r\, dr}{\sqrt{r^2 + x^2}}$$

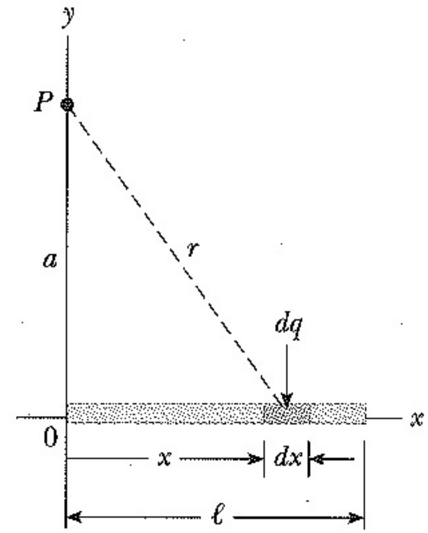
$$E_x = -\frac{dV}{dx} = 2\pi k_e \sigma \left(1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}}\right)$$

$$V = \pi k_e \sigma \int_0^a \frac{2r\, dr}{\sqrt{r^2 + x^2}} = \pi k_e \sigma \int_0^a (r^2 + x^2)^{-1/2}\, 2r\, dr$$

$$V = 2\pi k_e \sigma [(x^2 + a^2)^{1/2} - x]$$

ÖRNEK 25.7 Sonlu Çizgisel Yükün Elektriksel Pot

ℓ uzunluklu bir çubuk, x ekseni boyunca yerleştiriliyor. Çubuktaki toplam yük Q dür ve birim uzunluk başına düzgün dağılmış yük yoğunluğu $\lambda = Q/\ell$'dir. y ekseni boyunca, orjinden a uzaklıktaki bir P noktasında elektriksel potansiyeli bulunuz (Şekil 25.17).



$$dq = \lambda \cdot dx \qquad r = \sqrt{x^2 + a^2}$$

$$dV = k_e \frac{dq}{r} = k_e \frac{\lambda\, dx}{\sqrt{x^2 + a^2}}$$

$$V = k_e \lambda \int_0^\ell \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = k_e \frac{Q}{\ell} \left(\int_0^\ell \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} \right)$$

$$V = \frac{k_e Q}{\ell} \ln\left(\frac{\ell + \sqrt{\ell^2 + a^2}}{a} \right)$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \ln\left(x + \sqrt{x^2 + a^2}\right)$$

ÖRNEK 25.8 Düzgün Yüklenmiş Bir Kürenin Potan

Düzgün dağılmış pozitif bir yük yoğunluğuna sahip, toplam yükü Q olan R yarıçaplı yalıtkan bir küre veriliyor. (a) Kürenin *dışındaki* bir noktada, yani $r > R$ de elektriksel potansiyeli bulunuz. $r = \infty$ da potansiyeli sıfır olarak alınız.

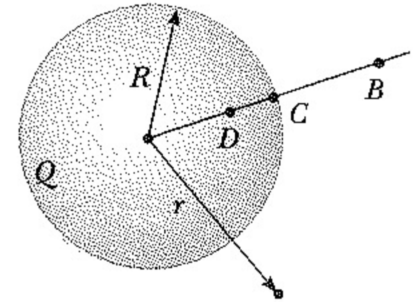
$$E_r = k_e \frac{Q}{r^2} \qquad (r > R \text{ için})$$

$$V_B = -\int_\infty^r E_r\, dr = -k_e Q \int_\infty^r \frac{dr}{r^2}$$

$$\boxed{V_B = k_e \frac{Q}{r}} \qquad (r > R \text{ için})$$

$$V_C = k_e \frac{Q}{R} \qquad (r = R \text{ için})$$

(b) Yüklü kürenin *içindeki* bir noktada elektriksel potansiyeli bulunuz, Yani $r < R$ için.



$$E_r = \frac{k_e Q}{R^3} r \qquad (r < R \text{ için})$$

olarak bulmuştuk.

Bu sonucu ve Eşitlik 25.3'ü kullanarak kürenin içindeki bir D noktasında, $V_D - V_C$ potansiyel farkını hesaplayabiliriz:

$$V_D - V_C = -\int_R^r E_r\, dr = -\frac{k_e Q}{R^3} \int_R^r r\, dr = \frac{k_e Q}{2R^3}(R^2 - r^2)$$

$V_C = k_e Q/R$ değerini bu ifadede yerine koyarak V_D'yi çözdüğümüzde,

$$\boxed{V_D = \frac{k_e Q}{2R}\left(3 - \frac{r^2}{R^2}\right)} \qquad (r < R \text{ için}) \qquad \textbf{(25.25)}$$

elde ederiz. $r = R$ de bu ifade, yüzeydeki potansiyel için bulunan V_C değeri ile tam olarak uyuşur. Bu yük dağılımı için V'nin r'ye göre grafiği Şekil 24.19'daki gibidir.

3.6 Yüklü Bir İletkenin Potansiyeli

Önceki bölümde, denge durumundaki katı bir iletken net bir yük taşıdığı zaman yükün iletkenin daima dış yüzünde toplandığını bulmuştuk. Ayrıca, denge durumundaki bir iletkenin yüzeyinin hemen dışında elektrik alanının yüzeye dik ve iletkenin içinde sıfır olduğunu gösterdik.

Denge durumundaki yüklü bir iletkenin yüzeyi üzerindeki her bir noktanın aynı potansiyelde olduğunu gösterelim.

E $\perp$ **ds**

$$\mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = 0.$$

$$V_B - V_A = -\int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = 0$$

3.6 Yüklü Bir İletkenin Potansiyeli

Denge durumundaki herhangi bir yüklü iletkenin yüzeyi, eşpotansiyel yüzeyidir. Ayrıca, iletkenin içindeki elektrik alan sıfır olduğundan iletkenin içindeki her yerde E_r=-dV/dr bağıntısından potansiyelin sabit ve yüzeydeki değere eşit olduğu sonucuna varılır.