MATEMATİK 1

Konya Teknik Üniversitesi
Mühendislik ve Doğa Bilimleri Fakültesi
Mühendislik Temel Bilimleri Bölümü

Prof. Dr. Abdullah Selçuk KURBANLI

2020

Örnek 9.1.3.4. $\int x^2 e^{4x} dx$ integralini hesaplayınız.

$u = x^2$ ve $e^{4x}dx = dv$ olsun. Bu durumda $2xdx = du$ ve $v = \frac{1}{4}e^{4x}$ olur. Bu değerler formülde yerine yazılırsa,

$$\int x^2 e^{4x} dx = x^2 \frac{1}{4} e^{4x} - \int \frac{1}{4} e^{4x} 2x dx = \frac{x^2}{4} e^{4x} - \frac{1}{2} \int x e^{4x} dx$$

elde edilir. $\int x e^{4x} dx$ integralini doğrudan veren bir formül yoktur. Bu integrale tekrar kısmi integrasyon metodu uygulanabilir.

$u = x$ ve $e^{4x}dx = dv$ olsun. Bu durumda $dx = du$ ve $v = \frac{1}{4}e^{4x}$ olur. Bu değerler formülde yerine yazılırsa,

$$\int x e^{4x} dx = x \frac{1}{4} e^{4x} - \int \frac{1}{4} e^{4x} dx = \frac{x}{4} e^{4x} - \frac{1}{16} e^{4x} + c$$

olur. Bulunan değer $\int x^2 e^{4x} dx$ integralinde yerine yazılırsa,

$$\int x^2 e^{4x} dx = \frac{x^2}{4} e^{4x} - \frac{1}{2}\left(\frac{x}{4} e^{4x} - \frac{1}{16} e^{4x}\right) + c$$

elde edilir.

Örnek 9.1.3.5. $\int e^x \cos(x)\, dx$ integralini hesaplayınız.

$u = e^x$ ve $dv = \cos(x)\, dx$ olsun. Bu durumda $du = e^x dx$ ve $v = \sin(x)$ olur. Bu değerler formülde yerine yazılırsa,

$$\int e^x \cos(x)\, dx = e^x sinx - \int sinx\, e^x dx$$

elde edilir. $\int sinx\, e^x dx$ integraline tekrar kısmi integrasyon metodu uygulanabilir.

$u = e^x$ ve $dv = \sin(x)dx$ olsun. Bu durumda $du = e^x dx$ ve $v = -cos(x)$ olur. Bu değerler formülde yerine yazılırsa,

$$\int sinx\, e^x dx = -e^x cosx - \int -cosx e^x dx$$

$$= -e^x cosx + \int e^x\, cosxdx$$

olur. Bulunan değer yerine yazılırsa,

$$\int e^x\, cos(x)\, dx = e^x sinx - (-e^x cosx + \int e^x\, cosxdx)$$

$$= e^x sinx + e^x cosx - \int e^x\, cosxdx$$

elde edilir. Yukarıdaki eşitlikte ilk ve son integral aynı olduğundan,

$$2\int e^x\, cos(x)\, dx = e^x (sinx + cosx) + c$$

ve

$$\int e^x\, cos(x)\, dx = \frac{e^x(sinx+cosx)}{2} + c$$

elde edilir.

Basit Kesirlere Ayırma Metodu

$\int \frac{p(x)}{q(x)} dx$ şeklindeki integrallerin hesabında $\frac{p(x)}{q(x)}$ ifadesi basit kesirlere ayrılarak integral daha basit hale getirilir.

Örnek 9.1.4.1. $\int \frac{dx}{x^2-x}$ integralini hesaplayınız.

$\frac{1}{x^2-x}$ fonksiyonunu basit kesirlere ayıralım:

$$\frac{1}{x^2-x} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-1} = \frac{A(x-1)+Bx}{x(x-1)}$$

şeklinde yazılabilir. Buradan $A = -1$ ve $B = 1$ elde edilir. Yani $\frac{1}{x^2-x}$ fonksiyonunun yerine $-\frac{1}{x} + \frac{1}{x-1}$ ifadesi kullanılabilir. Bu durumda

$$\int \frac{dx}{x^2-x} = \int \left(\frac{-1}{x} + \frac{1}{x-1}\right) dx = \int \frac{-1}{x} dx + \int \frac{1}{x-1} dx$$

$$= -ln|x| + ln|x-1| + c = ln\left|\frac{x-1}{x}\right| + c$$

elde edilir.

Örnek 9.1.4.2. $\int \frac{dx}{x^2-4}$ integralini hesaplayınız.

$\frac{1}{x^2-4}$ fonksiyonunu basit kesirlere ayıralım:

$$\frac{1}{x^2-4} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x-2} = \frac{A(x-2)+B(x+2)}{(x+2)(x-1)}$$

şeklinde yazılabilir. Buradan $A = -\frac{1}{2}$ ve $B = \frac{1}{2}$ elde edilir. Yani $\frac{1}{x^2-4}$ fonksiyonunun yerine $-\frac{1}{x} + \frac{1}{x-1}$ ifadesi kullanılabilir. Bu durumda

$$\int \frac{dx}{x^2-4} = \int \left(\frac{-\frac{1}{2}}{x+2} + \frac{\frac{1}{2}}{x-2} \right) dx = \int \frac{-\frac{1}{2}}{x+2} dx + \int \frac{\frac{1}{2}}{x-2} dx$$

$$= -\frac{1}{2} ln|x+2| + \frac{1}{2} ln|x-2| = \frac{1}{2} ln \left| \frac{x-2}{x+2} \right| + c$$

elde edilir.

Örnek 9.1.4.3. $\int \frac{xdx}{(x+1)(x^2+3)}$ integralini hesaplayınız.

$\frac{x}{(x+1)(x^2+3)}$ fonksiyonunu basit kesirlere ayıralım:

$$\frac{x}{(x+1)(x^2+3)} = \frac{A}{x+1} + \frac{Bx+C}{(x^2+3)} = \frac{A(x^2+3)+(Bx+C)(x+1)}{(x+1)(x^2+3)}$$

şeklinde yazılabilir. Buradan $A = -\frac{1}{4}$, $B = \frac{1}{4}$ ve $C = \frac{3}{4}$ elde edilir. Yani $\frac{x}{(x+1)(x^2+3)}$ fonksiyonunun yerine $\frac{-\frac{1}{4}}{x+1} + \frac{\frac{1}{4}x+\frac{3}{4}}{(x^2+3)}$ ifadesi kullanılabilir. Bu durumda

$$\int \frac{xdx}{(x+1)(x^2+16)} = \int \frac{-\frac{1}{4}}{x+1}dx + \int \frac{\frac{1}{4}x+\frac{3}{4}}{x^2+3}dx$$

$$= -\frac{1}{4}\int \frac{1}{x+1}dx + \frac{1}{4}\int \frac{x+3}{x^2+3}dx$$

$$= -\frac{1}{4}\int \frac{1}{x+1}dx + \frac{1}{4}\int (\frac{x}{x^2+3} + \frac{3}{x^2+3})dx$$

$$= -\frac{1}{4}\int \frac{1}{x+1}dx + \frac{1}{4}\int \frac{x}{x^2+3}dx + \frac{3}{4}\int \frac{1}{x^2+3}dx$$

$$= -\frac{1}{4}ln|x+1| + \frac{1}{8}ln|x^2+3| + \frac{\sqrt{3}}{4}arctan\left(\frac{\sqrt{3}}{3}x\right) + c$$ elde edilir.

Örnek 9.1.4.4. $\int \frac{x^2dx}{(x+2)^3}$ integralini hesaplayınız.

$\int \frac{x^2dx}{(x+2)^3}$ fonksiyonunu basit kesirlere ayıralım:

$$\frac{x^2dx}{(x+2)^3} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{(x+2)^2} + \frac{C}{(x+2)^3}$$

$$= \frac{A(x+2)^2+B(x+2)+C}{(x+2)^3}$$

şeklinde yazılabilir. Buradan $A = 1$, $B = -4$ ve $C = 4$ elde edilir.

Bu durumda

$$\int \frac{x^2dx}{(x+2)^3} = \int \left(\frac{1}{x+2} + \frac{-4}{(x+2)^2} + \frac{4}{(x+2)^3}\right)dx$$

$$= \int \frac{1}{x+2}dx + \int \frac{-4}{(x+2)^2}dx + \int \frac{4}{(x+2)^3}dx$$

$$= ln|x+2| + (-4)\frac{(x+2)^{-1}}{-1} + 4\frac{(x+2)^{-2}}{-2}$$

$$= ln|x+2| + \frac{4}{(x+2)} - \frac{2}{(x+2)^2} + c$$ elde edilir.

Örnek 9.1.4.5. $\int \frac{x^2 dx}{x^2-4x+3}$ integralini hesaplayınız.

$\frac{x^2}{x^2-4x+3}$ fonksiyonunu basit kesirlere ayıralım, fonksiyonun pay ve paydasının derecesi eşit olduğundan $\frac{x^2}{x^2-4x+3} = 1 + \frac{4x-3}{x^2-4x+3}$ olarak yazılabilir. Bu durumda

$$\int \frac{x^2 dx}{x^2-4x+3} = \int \left(1 + \frac{4x-3}{x^2-4x+3}\right) dx = \int dx + \int \frac{4x-3}{x^2-4x+3} dx$$

$$= x + 2\, ln|x^2 - 4x + 3| + \frac{5}{2} ln|x-3| - \frac{5}{2} ln|x-1| + c$$

elde edilir.

Örnek 9.1.4.6. $\int \frac{x^4 dx}{x^2-16}$ integralini hesaplayınız.

$\frac{x^4}{x^2-16}$ fonksiyonunu basit kesirlere ayıralım, fonksiyonun payının derecesi paydasının derecesinden büyük olduğundan payı paydaya bölersek,

$$\frac{x^4}{x^2-16} = x^2 + 16 + \frac{256}{x^2-16}$$

olur. Bu durumda

$$\int \frac{x^4}{x^2-16} dx = \int (x^2 + 16 + \frac{256}{x^2-16}) dx = \int (x^2 + 16) dx + \int \frac{256}{x^2-16} dx$$

$$= \frac{x^3}{3} + 16x + 256 \int \frac{dx}{x^2-16}$$

$$= \frac{x^3}{3} + 16x + 256 \int \left(\frac{-1}{8x+32} + \frac{1}{8x-32}\right) dx$$

$$= \frac{x^3}{3} + 16x - 32\, ln|x+4| + 32\, ln|x-4| + c$$

$$= \frac{x^3}{3} + 16x + 32\, ln\frac{|x-4|}{|x+4|} + c$$ elde edilir.

Trigonometrik Fonksiyonların İntegrasyonu

Bazı özel durumlar için trigonometrik fonksiyonların integralini hesaplamak kolay olabilir. Bu tür integraller daha çok $k, t \in \mathbb{N}$ olmak üzere $\int sin^k(x).cos^t(x)dx$ şeklindedir. Bu integraller genel olarak değişken değiştirme ile çözülebilir.

Örnek 9.1.5.1. $\int cos^4(x)sin^3(x)dx$ integralini hesaplayınız.

$$\int cos^4(x)sin^3(x)dx = \int cos^4(x)\,sin(x)\,sin^2(x)dx$$

$$= \int cos^4(x)(1 - cos^2(x))sin(x)\,dx$$

olur. $u = \cos(x)$ ve $du = -sin(x)dx$ dönüşümü yapılırsa,

$$\int cos^4(x)sin^3(x)dx = \int u^4(1 - u^2)(-du)$$

$$= -\int(u^4 - u^6)du = \frac{-u^5}{5} + \frac{u^7}{7} + c$$

$$= -\frac{(cos(x))^5}{5} + \frac{(cos(x))^7}{7} + c$$ elde edilir.

Örnek 9.1.5.2. $\int cos^3(x)sin^3\,(x)dx$ integralini hesaplayınız.

$u = \cos(x)$ ve $du = -sin(x)dx$ dönüşümü yapılırsa,

$$\int cos^3(x)sin^3\,(x)dx = \int cos^3(x)\,sin(x)\,sin^2\,(x)dx$$

$$= \int cos^3(x)(1 - cos^2\,(x))\,sin(x)\,dx$$

$$= \int u^3(1 - u^2)(-du) = -\int(u^3 - u^5)du$$

$$= -\frac{u^4}{4} + \frac{u^6}{6} + c = -\frac{cos^4(x)}{4} + \frac{cos^6(x)}{6} + c$$

elde edilir.

Örnek 9.1.5.3. $\int cos^2(x)sin^2(x)dx$ integralini hesaplayınız.

Verilen integralde,

$$cos^2(x) = \frac{1+cos(2x)}{2} \text{ ve } sin^2(x) = \frac{1-cos(2x)}{2}$$

eşitlikleri kullanılırsa

$$\int cos^2(x)sin^2(x)dx = \int \left(\frac{1+cos(2x)}{2}\right)\left(\frac{1-cos(2x)}{2}\right)dx$$

$$= \frac{1}{4}\int (1 + cos(2x))\,(1 - cos(2x))dx = \frac{1}{4}\int \left(1 - cos^2(2x)\right)dx$$

$$= \frac{1}{4}\int dx - \frac{1}{4}\int cos^2(2x) = \frac{x}{4} - \frac{1}{4}\int \left(\frac{1+cos(4x)}{2}\right)dx$$

$$= \frac{x}{4} - \frac{1}{8}\int (1 + cos(4x))\,dx = \frac{x}{4} - \frac{x}{8} - \frac{sin(4x)}{32} + c$$

$$= \frac{x}{8} - \frac{sin(4x)}{32} + c$$

elde edilir.

Uyarı 9.1.5.1. Trigonometrik integrallerde sık tercih edilen metotlardan biri de $u = tan\left(\frac{x}{2}\right)$, $sin(x) = \frac{2u}{1+u^2}$, $cos(x) = \frac{1-u^2}{1+u^2}$ ve $dx = \frac{2du}{1+u^2}$ değişken değiştirme metodudur.

Örnek 9.1.5.4. $\int \frac{dx}{cosx}$ integralini hesaplayınız.

$$\int \frac{dx}{cosx} = \int \frac{\frac{2du}{1+u^2}}{\frac{1-u^2}{1+u^2}} = \int \frac{1+u^2}{1-u^2}\frac{2du}{1+u^2} = \int \frac{2du}{1-u^2} = \int \left(\frac{1}{1-u} + \frac{1}{1+u}\right) du$$

$$= -\,ln|1-u| + ln|1+u| + c$$

$$= ln\left|\frac{1+u}{1-u}\right| + c = ln\left|\frac{1+tan\left(\frac{x}{2}\right)}{1-tan\left(\frac{x}{2}\right)}\right| + c$$

elde edilir.

Örnek 9.1.5.5.** $\int \frac{dx}{\sin x}$ integralini hesaplayınız.

Çözüm:

$$\int \frac{dx}{\sin x} = \left\{ u = tg\left(\frac{x}{2}\right),\ \sin x = \frac{2u}{1+u^2},\ dx = \frac{2du}{1+u^2} \right\} =$$

$$= \int \frac{\frac{2du}{1+u^2}}{\frac{2u}{1+u^2}} = \int \frac{du}{u} = \ln(u) + c = \ln\left(tg\left(\frac{x}{2}\right)\right) + c$$

Şimdi de aynı örneği farklı bir yaklaşımla çözelim.

$$\int \frac{dx}{\sin x} = \int \frac{1}{\sin x}\,dx = \int \frac{\cos^2\left(\frac{x}{2}\right) + \sin^2\left(\frac{x}{2}\right)}{2\cos\left(\frac{x}{2}\right)\sin\left(\frac{x}{2}\right)}\,dx$$

$$= \int \frac{\cos^2\left(\frac{x}{2}\right)}{2\cos\left(\frac{x}{2}\right)\sin\left(\frac{x}{2}\right)}\,dx + \frac{\sin^2\left(\frac{x}{2}\right)}{2\cos\left(\frac{x}{2}\right)\sin\left(\frac{x}{2}\right)}\,dx$$

$$=\int \frac{\cos\left(\frac{x}{2}\right)}{\sin\left(\frac{x}{2}\right)} d\left(\frac{x}{2}\right)+\int \frac{\sin\left(\frac{x}{2}\right)}{\cos\left(\frac{x}{2}\right)} d\left(\frac{x}{2}\right)$$

$$=\left\{\begin{array}{l} \sin\left(\frac{x}{2}\right)=u,\ \ \cos\left(\frac{x}{2}\right)d\left(\frac{x}{2}\right)=du \\ \cos\left(\frac{x}{2}\right)=v,\ \ -\sin\left(\frac{x}{2}\right)d\left(\frac{x}{2}\right)=dv \end{array}\right\}$$

$$=\int \frac{du}{u}-\int \frac{dv}{v}=\ln(u)-\ln(v)+c$$

$$=\ln\left(\sin\left(\frac{x}{2}\right)\right)-\ln\left(\cos\left(\frac{x}{2}\right)\right)+c=\ln\left(tg\left(\frac{x}{2}\right)\right)+c$$

Örnek 9.1.5.4 deki $\int \frac{dx}{\cos x}$ integralini **Örnek 9.1.5.5.** den yararlanarak çözünüz.**

$\int \frac{dx}{\cos x}$ integralinde $\cos x = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$ olduğu göz önüne alınarak Örnek **9.1.5.5.**** örneğine dönüştürmek mümkündür.

Örnek 9.1.5.5. $\int \frac{dx}{1+sinx+cosx}$ integralini hesaplayınız.

$$\int \frac{dx}{1+sinx+cosx} = \int \frac{\frac{2du}{1+u^2}}{1+\frac{2u}{1+u^2}+\frac{1-u^2}{1+u^2}} = \int \frac{\frac{2du}{1+u^2}}{\frac{2(1+u)}{1+u^2}}$$

$$= \int \frac{du}{1+u} = ln|1+u| + c = ln\left|1+tan\left(\frac{x}{2}\right)\right| + c$$ elde edilir.

Örnek 9.1.5.6. $\int \frac{dx}{3-5sinx}$ integralini hesaplayınız.

$$\int \frac{dx}{3-5sinx} = \int \frac{\frac{2du}{1+u^2}}{3-5\left(\frac{2u}{1+u^2}\right)}$$

$$= \int \frac{2du}{3(1+u^2)-5.2u} = \int \frac{2du}{3u^2-10u+3}$$

$$= \int \frac{2du}{(3u-1)(u-3)} = \int \left(\frac{-\frac{3}{4}}{3u-1} + \frac{\frac{1}{4}}{u-3}\right) du$$

$$= -\frac{3}{4} ln|3u-1| + \frac{1}{4} ln|u-3| + c$$

$$= \frac{1}{4} ln\left|\frac{u-3}{(3u-1)^3}\right| + c = \frac{1}{4} ln\left|\frac{tan\left(\frac{x}{2}\right)-3}{\left(3\,tan\left(\frac{x}{2}\right)-1\right)^3}\right| + c$$ elde edilir.

9.3. Problemler

1. $\int (2x+5)(x^2+5x)dx$ (cevap: $\frac{1}{8}(x^2+5x)^8+c$)

2. $\int \sqrt{7x+9}\,dx$ (cevap: $\frac{2}{21}(7x+9)^{\frac{3}{2}}+c$)

3. $\int \frac{x^3}{(1+x^4)^{\frac{1}{3}}}dx$ (cevap: $\frac{3}{8}(1+x^4)^{\frac{2}{3}}+c$)

4. $\int \frac{\sin(\ln x)}{x}dx$ (cevap: $-\cos(\ln x)+c$)

5. $\int x3^{x^2+1}\,dx$ (cevap: $\frac{1}{2\ln 3}3^{x^2+1}+c$)

6. $\int \frac{\cos(5x)}{e^{\sin(5x)}}dx$ (cevap: $\frac{-1}{5}e^{-\sin(5x)}+c$)

7. $\int (x+3)(x-1)^5dx$ (cevap: $\frac{1}{7}(x-1)^7+\frac{2}{3}(x-1)^6+c$)

8. $\int \frac{x+5}{2x+5}dx$ (cevap: $\frac{1}{4}(2x+3)^7+\frac{7}{4}\ln|2x+3|+c$)

9. $\int \sin(x^7)x^6\,dx$ (cevap: $\frac{-1}{7}\cos(x^7)+c$)

10. $\int \frac{3x}{x^4+2}dx$ (cevap: $\frac{3\sqrt{2}}{4}\arctan\left(\frac{\sqrt{2}}{2}x^2\right)+c$)

11. $\int \frac{x}{\sqrt{x^4-4}}dx$ (cevap: $\frac{1}{4}ln\left(\frac{x^2+\sqrt{x^4-4}}{x^2}\right)-\frac{1}{4}ln\left(\frac{-x^2+\sqrt{x^4-4}}{x^2}\right)+c$)

12. $\int \sqrt{cos(x)}\sin(x)dx$ (cevap: $\frac{-2}{3}cos^{\frac{3}{2}}(x)+c$)

13. $\int cos(\sqrt{x})\frac{dx}{\sqrt{x}}$ (cevap: $2\sin(\sqrt{x})+c$)

14. $\int sin(e^{-x})\frac{dx}{e^x}$ (cevap: $cos\left(\frac{1}{e^x}\right)+c$)

15. $\int \frac{sin(x)ln(cos(x))}{cos(x)}dx$ (cevap: $-\frac{1}{2}\ln\left(cos^2(x)\right)+c$)

16. $\int \frac{e^x tan(e^x)dx}{cos(e^x)}$ (cevap: $\frac{1}{cos(e^x)}+c$)

17. $\int \frac{1}{xln(x^2)}dx$ (cevap: $\frac{1}{2}ln(ln(x^2))+c$)

18. $\int \frac{cos(lnx)}{x}dx$ (cevap: $sin(lnx)+c$)

19. $\int \frac{(3+lnx)^2(2-lnx)}{4x}dx$ (cevap: $\frac{5}{12}(3+lnx)^3-\frac{1}{16}(3+lnx)^4+c$)

20. $\int \frac{1}{x^2-4}dx$ (cevap: $\frac{1}{4}ln\left|\frac{x-2}{x+2}\right|+c$)

21. $\int \frac{2x+3}{x^2-4}dx$ (cevap: $\frac{2}{3}ln|x+3| + \frac{3}{2}ln|x-3| + c$)

22. $\int \frac{2x-x}{x^2+5x}dx$ (cevap: $\frac{2}{5}ln|x| - \frac{7}{5}ln|x+5| + c$)

23. $\int \frac{x^2-1}{x^2-16}dx$ (cevap: $x + \frac{15}{8}ln\left|\frac{x-4}{x+4}\right| + c$)

24. $\int \frac{x^2+x-1}{x(x^2-1)}dx$ (cevap: $lnx + \frac{1}{2}ln\left|\frac{x-1}{x+1}\right| + c$)

25. $\int \frac{x+3x^2}{x}dx$ (cevap: $3ln\,|x| + \frac{x^2}{2} + c$)

26. $\int \frac{3dx}{x^2+4}$ (cevap: $\frac{3}{2}arctan\frac{x}{2} + c$)

27. $\int \frac{x^3}{x+2}dx$ (cevap: $\frac{x^3}{3} - x^2 + 4x - 8\,ln|x+2| + c$)

28. $\int \frac{x^3+x^4}{x^2+1}dx$ (cevap: $\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - x + arctanx - \frac{1}{2}ln\,|x^2+1| + c$)

29. $\int \frac{lnx}{x^5}dx$ (cevap: $\frac{-lnx}{4x^4} - \frac{1}{16x^4} + c$)

30. $\int arcsin(3x)dx$ (cevap: $xarcsin(3x) + \frac{1}{3}\sqrt{1-9x^2} + c$)

31. $\int (lnx)^2 dx$ (cevap: $x(lnx)^2 - 2xlnx + 2x + c$)

32. $\int (lnx)^3 dx$ (cevap: $x(lnx)^3 - 3x(lnx)^2 + 6xlnx - 6x + c$)

33. $\int x\sqrt{x+3}\, dx$ (cevap: $\frac{2}{3}x(x+3)^{\frac{3}{2}} - \frac{4}{15}(x+3)^{\frac{5}{2}} + c$)

34. $\int (\frac{lnx}{x})^2\, dx$ (cevap: $-\frac{(lnx)^2}{x} - \frac{2lnx}{x} - \frac{2}{x} + c$)

35. $\int x^3 \cos(x^2)\, dx$ (cevap: $\frac{1}{2}x\sin(x^2) + \frac{1}{2}\sin(x^2) + c$)

36. $\int \frac{x^3}{(x^2+5)^2} dx$ (cevap: $\frac{-x^2}{2(x^2+5)} + \frac{1}{2}ln|x^2+5| + c$)

37. $\int \frac{x^3 e^{x^2}}{(x^2+1)^2} dx$ (cevap: $\frac{x^2 e^{x^2}}{2(x^2+1)} + \frac{1}{2}e^{x^2} + c$)

38. $\int x\log(x)\, dx$ (cevap: $\frac{x^2}{4}(2\log(x) - 1) + c$)

39. $\int \frac{dx}{x^2-9}$ (cevap: $\frac{1}{6}ln\left|\frac{x-3}{x+3}\right| + c$)

40. $\int \frac{dx}{x(x^2-4)}$ (cevap: $\frac{1}{8}ln(x^2-4) - \frac{1}{8}ln(x^2) + c$)

41. $\int \frac{dx}{(x-4)(x+1)}$ (cevap: $\frac{-1}{5}\ln(x+1) + \frac{1}{5}\ln(x-3) + c$)

42. $\int \frac{xdx}{(x-5)(x+1)}$ (cevap: $\frac{1}{6}\ln(x+1) + \frac{5}{6}\ln(x-5) + c$)

43. $\int \frac{x^2dx}{(x-2)(x+7)}$ (cevap: $x + \frac{4}{9}\ln(x-2) - \frac{49}{9}\ln(x+7) + c$)

44. $\int \frac{x^3dx}{(x+2)(x+7)}$ (cevap: $\frac{x^2}{2} - 9x + \frac{343}{5}\ln(x+7) - \frac{8}{5}\ln(x+2) + c$)

45. $\int \frac{xdx}{(x-1)(x-3(x+2)}$ (cevap: $\frac{3}{10}\ln(x-3) - \frac{2}{15}\ln(x+2) - \frac{\ln(x-1)}{6} + c$)

46. $\int 4x\cos(7x)dx$ (cevap: $\frac{4}{7}\sin(7x) + \frac{4}{49}\cos(7x) + c$)

47. $\int xe^{11x}dx$ (cevap: $\frac{1}{11}xe^{11x} - \frac{1}{121}e^{11x} + c$)

48. $\int \frac{\sin(\frac{1}{x})}{x^2}dx$ (cevap: $\cos\left(\frac{1}{x}\right) + c$)

49. $\int \arctan(3x)\,dx$ (cevap: $x\arctan(3x) - \frac{1}{6}\ln(1+9x^2) + c$)

50. $\int x^2e^{5x}dx$ (cevap: $\frac{1}{5}x^2e^{5x} - \frac{2}{25}e^{5x} + \frac{2}{125}e^{5x} + c$)

Kaynaklar:

1. G. B. Thomas ve Ark., **Thomas Calculus I**, Çeviri: R. Korkmaz, Beta Yayıncılık, İstanbul, 2009.
2. Prof. Dr. C. Çinar, Prof. Dr. İ. Yalçınkaya, Prof. Dr. A. S. Kurbanlı, Prof. Dr. D. Şimşek, **Genel Matematik**, Dizgi Ofset, 2013.
3. Prof. Dr. İ. Yalçınkaya, **Analiz III Diziler ve Seriler,** Dizgi Ofset, 2017.
4. H. İ. Karakaş, **Matematiğin Temelleri, Sayı Sistemleri ve Cebirsel Yapılar,** ODTÜ yayınları, 2011.