

# 4. Sığa ve Dielektrikler

1. Sığanın Tanımı
2. Sığanın Hesaplanması
3. Kondansatörlerin Bağlanması
4. Yüklü Kondansatörde Depolanan Enerji
5. Dielektrikli Kondansatörler

Bu bölümde yük depolayan bir aygıt olan kondansatörlerin özelliklerini inceleyeceğiz. Kondansatörler bu özellikleri dolayısıyla çeşitli elektrik devrelerinde kullanılır (Radyo, televizyon gibi cihazların frekans ayarında, güç kaynaklarında filtre olarak, otomobil ateşleme sisteminde, ...).

## 4.1 Sığanın Tanımı

Şekilde görüldüğü gibi iki iletkenin eşit büyüklükte fakat zıt işaretli yük taşıdığını farz edelim. Buna **kondansatör** denir. Her bir iletkenede **plaka (levha)** denir. İletkenler arasındaki zıt yükler yüzünden potansiyel farkı oluşur, bu potansiyel farkına **voltaj** denir.

Herhangi bir voltaj farkında kondansatörün plakaları arasında ne kadarlık yük bulunduğunu **sığa** belirler. Yani belirli bir  $\Delta V$  potansiyelinde yük depolamak için sığa ne olmalıdır. Kondansatörde biriken yük, plakalar arasındaki voltaj farkı ile orantılıdır:

$$Q \propto \Delta V$$
$$Q = C \Delta V$$

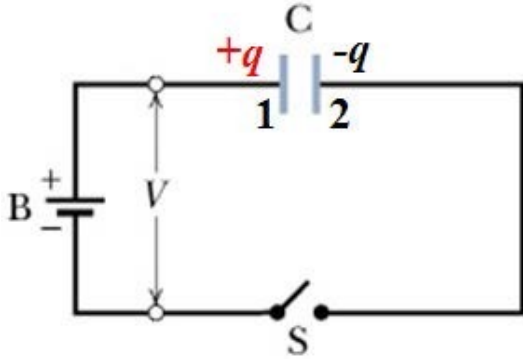
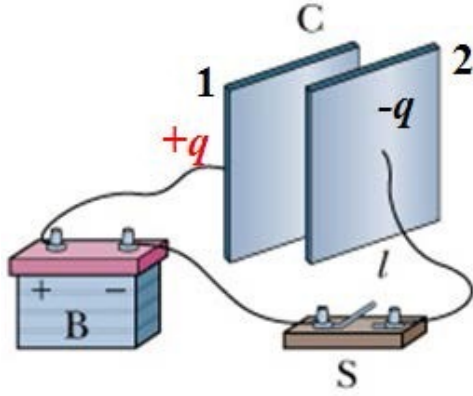
Bir kondansatörün **C** sığası iletkenlerden biri üzerindeki yükün büyüklüğünün bunlar arasındaki potansiyel farkının büyüklüğüne oran olarak tanımlanır:

$$C \equiv \frac{Q}{\Delta V}$$

Birimi:

$$1 \text{ F} = 1 \text{ C/V}$$

# Kapasitörün Yüklenmesi :



Yanda bir kapasitörün doldurulması için basit bir devre kurulmuştur. S anahtarı kapatıldığında, batarya negatif ucundan kapasitörün "2" nolu plakasına elektron sürer. Bataryanın pozitif ucu da, "1" nolu plakadan eşit sayıda elektronu toplar. Böylece, plakalardaki yük ve plakalar arasında başlangıçta sıfır olan potansiyel fark artmaya başlar. Sonuç olarak, bataryanın birim zamanda topladığı ve sürdüğü yük azalır. Yük akışı, kapasitörün plakaları arasındaki potansiyel fark bataryanın uçları arasındaki potansiyel farka eşit olana kadar devam eder ve sonra durur.

## 26.2 Sığa'nın Hesaplanması

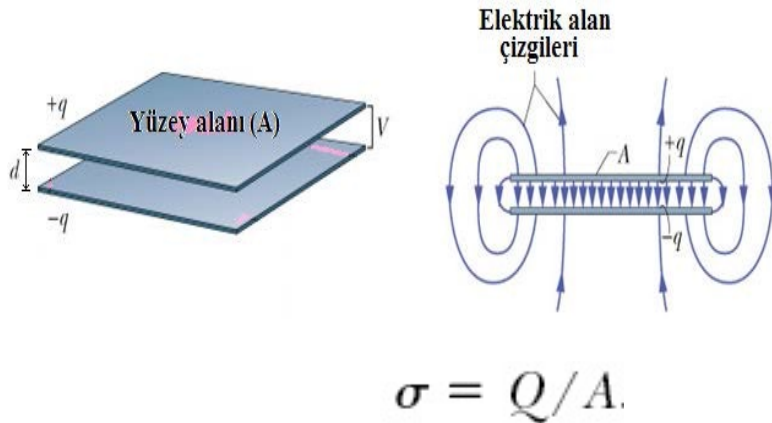
Yarıçapı  $R$  ve üzerindeki yükü  $Q$  olan yalıtılmış bir iletken kürenin sığasını hesaplayalım. İkinci iletkeni, aynı merkezli sonsuz yarıçaplı içi boş bir küre olarak alalım.)  $R$  yarıçaplı kürenin elektriksel potansiyeli basitçe  $k_e Q/R$  olduğundan (sonsuzda  $V = 0$ ) bu kürenin sığası

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{k_e Q/R} = \frac{R}{k_e} = 4\pi\epsilon_0 R \quad (26.2)$$

Bir çift iletkenlerden oluşan kondansatörün sığası iletkenlerin geometrisine bağlıdır. Bunun için üç farklı geometriye sahip sistemi inceleyelim:

## 4.2 Sığa'nın Hesaplanması

Paralel plakalı kondansatörler:



Eşit **A** yüzey alanına sahip iki paralel plaka arasındaki uzaklık **d** olmak üzere şekildeki gibi olsun. Plakalardan birinin yükü **+Q** diğeri **-Q**'dür. Plakalar arasındaki potansiyel farkının büyüklüğü:

$$\Delta V = Ed$$

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 A}$$

$$\Delta V = Ed = \frac{Qd}{\epsilon_0 A}$$

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{Qd/\epsilon_0 A}$$

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

## 4.2 Sığa'nın Hesaplanması

**Örnek:** Paralel Plakalı Kondansatör

**$A=2 \times 10^{-4} \text{ m}^2$**  yüzeye sahip bir paralel plakalı kondansatörün plakaları arasındaki uzaklık  **$d=1 \text{ mm}$**  ise bu kondansatörün sığası nedir?

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d} = \frac{(8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2) (2.00 \times 10^{-4} \text{ m}^2)}{1.00 \times 10^{-3} \text{ m}}$$

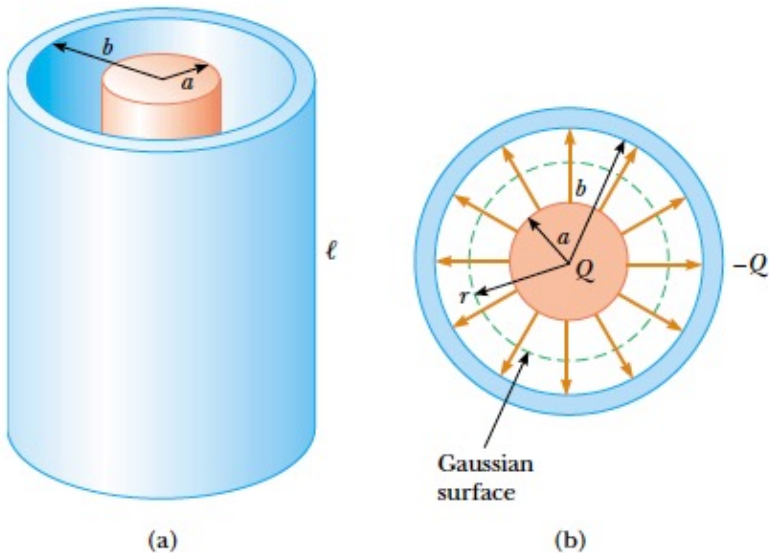
$$= 1.77 \times 10^{-12} \text{ F} = 1.77 \text{ pF}$$

**$d=3 \text{ mm}$**  ise bu kondansatörün sığası nedir? **0.59 pF**

## 4.2 Sığa'nın Hesaplanması

### Örnek: Silindirik Kondansatör

Dolu bir silindirik iletkenin yarıçapı  $a$  ve yükü  $+Q$  olsun. Aynı eksenli daha büyük ve ihmal edilebilecek kalınlıkta silindirik kabuğun yarıçapı  $b > a$  olmak üzere yükü  $-Q$  olsun.  $\ell$  uzunluklu silindirik kondansatörün sığası nedir?



$$V_b - V_a = - \int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} \quad E = 2k_e\lambda/r \quad \lambda = Q/\ell,$$

$$V_b - V_a = - \int_a^b E_r dr = -2k_e\lambda \int_a^b \frac{dr}{r} = -2k_e\lambda \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

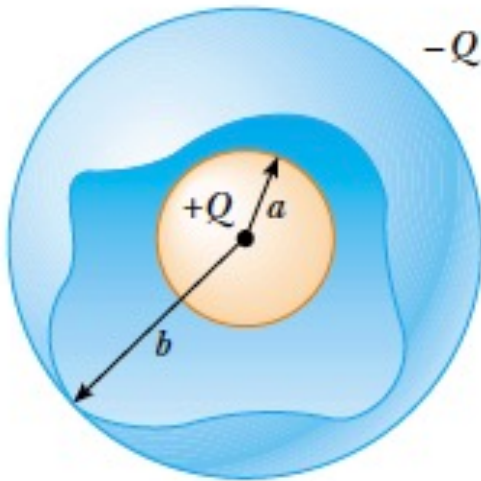
$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{(2k_e Q/\ell) \ln(b/a)} = \frac{\ell}{2k_e \ln(b/a)}$$

$$\frac{C}{\ell} = \frac{1}{2k_e \ln(b/a)}$$

## 4.2 Sığa'nın Hesaplanması

### Örnek: Küresel Kondansatör

Küresel kondansatör  $-Q$  yüklü  $b$  yarıçaplı küresel bir iletken ile aynı merkezli daha küçük  $a$  yarıçaplı  $+Q$  yüklü bir küre ile oluşturuluyor. Sığası nedir?



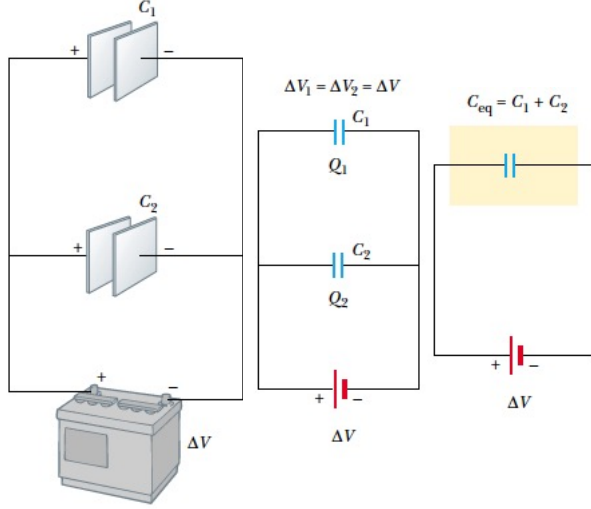
$$\begin{aligned} V_b - V_a &= - \int_a^b E_r dr = -k_e Q \int_a^b \frac{dr}{r^2} = k_e Q \left[ \frac{1}{r} \right]_a^b \\ &= k_e Q \left( \frac{1}{b} - \frac{1}{a} \right) \end{aligned}$$

$$\Delta V = |V_b - V_a| = k_e Q \frac{(b - a)}{ab}$$

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{ab}{k_e(b - a)}$$



# Paralel Bağlı Kapasitörler :



Şekil-a' da bir batarya ve birbirine paralel bağlı iki farklı kapasitörden oluşan bir devre verilmiştir. Paralel bağlı olmaları, herbirinin uçları arasındaki potansiyel fark ile bataryanın uçları arasındaki potansiyel farkın eşit olduğu anlamına gelir. Şekil-b' deki gibi, batarya aynı kalmak koşuluyla, birbirine paralel bağlı bu iki kapasitöre eşdeğer tek bir kapasitör bağlamak istiyoruz.

Her iki kapasitörün plakaları arasında **aynı  $V$  potansiyel farkı** vardır. Her biri üzerindeki yük, sırasıyla,  $q_1 = C_1 V$  ;  $q_2 = C_2 V$  olacaktır. Bu durumda, batarya tarafından devreye sürülen toplam yük ve eşdeğer sığa:

$$Q = Q_1 + Q_2$$

$$Q = C_{eq} \Delta V$$

$$C_{eq} \Delta V = C_1 \Delta V + C_2 \Delta V$$

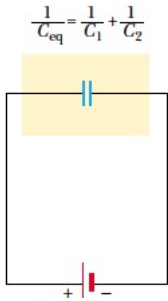
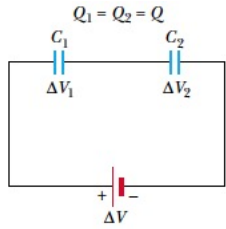
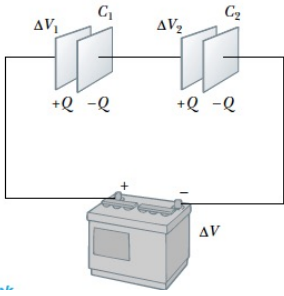
$$C_{eq} = C_1 + C_2 \quad (\text{parallel combination})$$

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3 + \dots$$

## Seri Bağlı Kapasitörler

Şekil-*a'* da bir batarya ve birbirine seri bağlı iki farklı kapasitörden oluşan bir devre verilmiştir. Bu, kapasitörlerin aynı hat üzerinde ard arda sıralandığı anlamına gelmektedir. Bu kombinasyonun iki ucuna bir batarya ile  $V$  gerilimi uygulanmıştır. Şekil-*b'* deki gibi, batarya aynı kalmak koşuluyla, birbirine seri bağlı bu iki kapasitöre eşdeğer tek bir kapasitör bağlamak istiyoruz.

Aynı hat üzerinde oldukları için her iki kapasitör de **aynı  $q$  yüküne** sahip olacaktır. Böylece kapasitörlerin uçları arasındaki gerilimler, sırasıyla,  $V_1 = q / C_1$ ,  $V_2 = q / C_2$  olacaktır. Kombinasyonun iki ucu arasındaki toplam potansiyel fark ve eşdeğer sığa:



$$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2$$

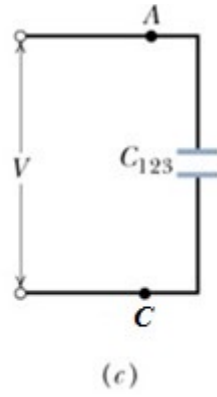
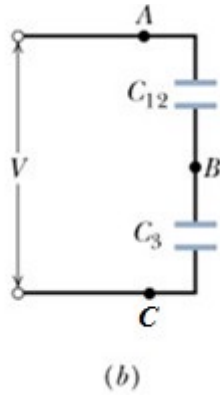
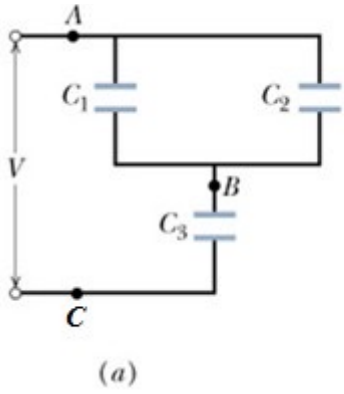
$$\frac{Q}{C_{eq}} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2}$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots$$

$$\Delta V = \frac{Q}{C_{eq}}$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

$$\Delta V_1 = \frac{Q}{C_1} \quad \Delta V_2 = \frac{Q}{C_2}$$



Genellikle, kapasitörlerden oluşan bir devre kendi içlerinde paralel ve seri bağlı küçük alt gruplar içerir. Böyle durumlarda, önce alt grupların eşdeğer sığaları bulunur ve sonra da ana gruba geçilir.

Yukarıda basit bir devre verilmiştir.  $A$  ve  $C$  uçları arasındaki eşdeğer sığayı bulmak isteyelim:

$$C_1 \text{ ve } C_2 \text{ paralel bağlıdır (şekil-a)} \rightarrow C_{12} = C_1 + C_2$$

$$C_{12} \text{ ve } C_3 \text{ seri bağlıdır (şekil-b)} \rightarrow \frac{1}{C_{123}} = \frac{1}{C_{12}} + \frac{1}{C_3}$$

$$C_{\text{eş}} = C_{123} = \frac{C_{12}C_3}{C_{12} + C_3} = \frac{(C_1 + C_2)C_3}{C_1 + C_2 + C_3}$$

sonucu elde edilir.

**Örnek :** Kapasitörlerden oluşan yandaki devrenin  $a$  ve  $b$  uçları arasındaki eşdeğer sığasını hesaplayınız.

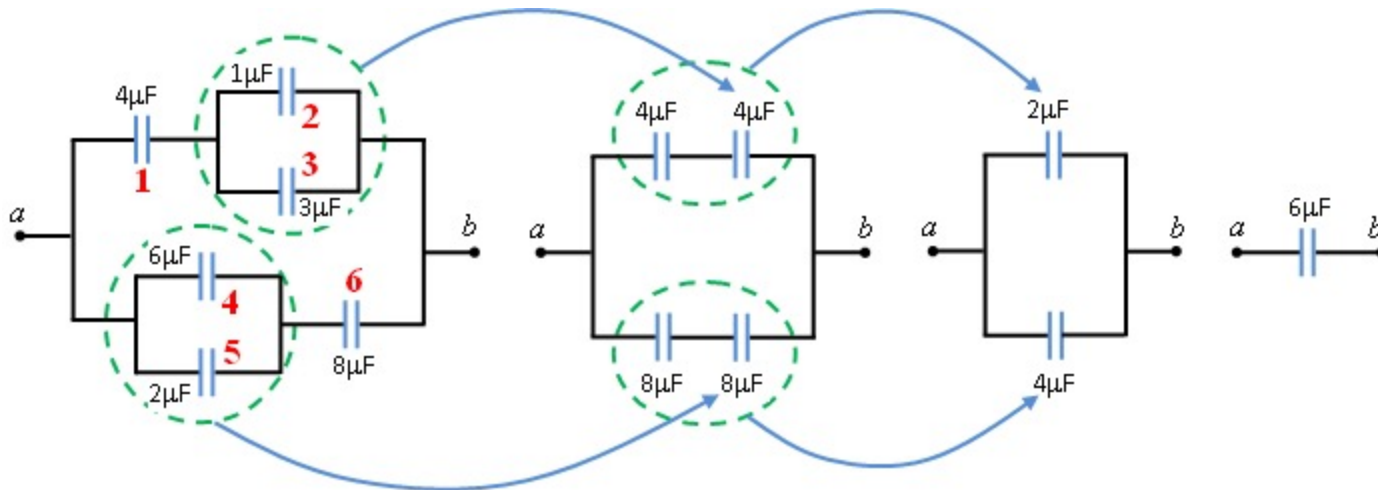
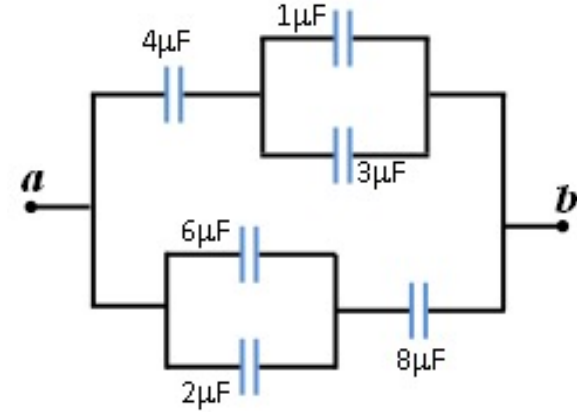
$$C_2 \text{ ile } C_3 \text{ paralel} \rightarrow C_{23} = 4 \mu\text{F}.$$

$$C_4 \text{ ile } C_5 \text{ paralel} \rightarrow C_{45} = 8 \mu\text{F}.$$

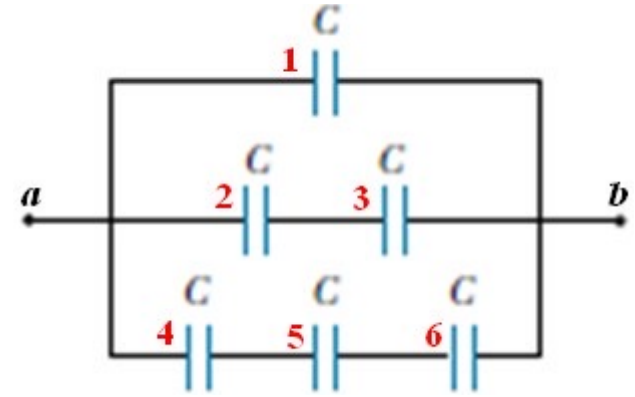
$$C_1 \text{ ile } C_{23} \text{ seri} \rightarrow \frac{1}{C_{123}} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \rightarrow C_{123} = 2 \mu\text{F}.$$

$$C_{45} \text{ ile } C_6 \text{ seri} \rightarrow \frac{1}{C_{456}} = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{4} \rightarrow C_{456} = 4 \mu\text{F}.$$

$$C_{123} \text{ ile } C_{456} \text{ paralel} \rightarrow C_{\text{eş}} = 6 \mu\text{F}.$$



**Örnek :** Kapasitörlerden oluşan yandaki devrenin  $a$  ve  $b$  uçları arasındaki eşdeğer sığasını bulunuz.

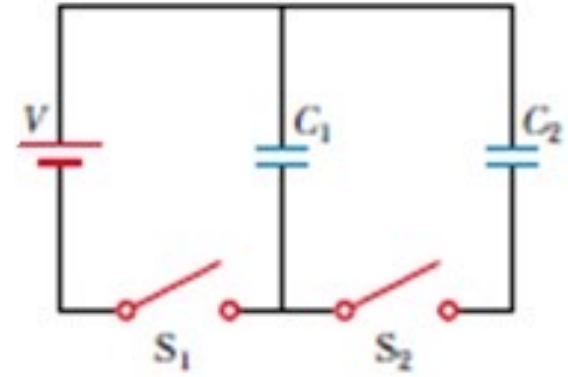


$$C_4, C_5 \text{ ve } C_6 \text{ seri} \rightarrow \frac{1}{C_{456}} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C} + \frac{1}{C} = \frac{3}{C} \rightarrow C_{456} = \frac{C}{3}$$

$$C_2 \text{ ve } C_3 \text{ seri} \rightarrow \frac{1}{C_{23}} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C} = \frac{2}{C} \rightarrow C_{23} = \frac{C}{2}$$

$$C_1, C_{23} \text{ ve } C_{456} \text{ paralel} \rightarrow C_{\text{eş}} = C + \frac{C}{2} + \frac{C}{3} = \frac{11}{6}C$$

**Örnek :** Şekildeki devrede  $C_1 = 6 \mu\text{F}$ ,  $C_2 = 3 \mu\text{F}$  ve  $V = 20 \text{ V}$  tur. Önce  $S_1$  anahtarı kapatılarak  $C_1$  kapasitörü dolduruluyor. Daha sonra  $S_1$  anahtarı açılıp,  $S_2$  anahtarı kapatılıyor.  $C_1$  sığasının ilk yükünü ve denge kurulduktan sonra sığaların yüklerini bulunuz.

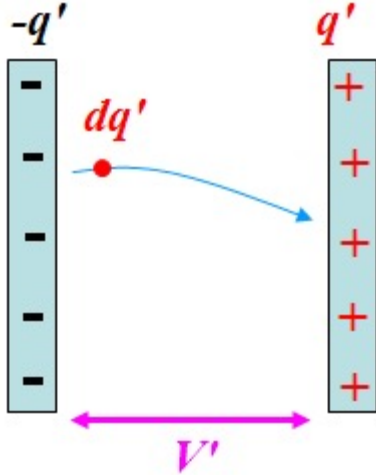


$$S_1 \text{ anahtarı kapatılırsa: } C_1 = \frac{Q_0}{V} \rightarrow Q_0 = C_1 V = 120 \mu\text{C}$$

$$S_1 \text{ açılıp, } S_2 \text{ kapatılırsa: } V_{C_1} = V_{C_2} \rightarrow \frac{Q_1}{C_1} = \frac{Q_2}{C_2}$$

$$\left. \begin{array}{l} Q_0 = Q_1 + Q_2 \\ \frac{Q_1}{C_1} = \frac{Q_2}{C_2} \end{array} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} Q_1 = 80 \mu\text{C} \\ Q_2 = 40 \mu\text{C} \end{array}$$

# Yüklü Kondansatörde Depolanan Enerji



Sığası  $C$  olan bir kapasitörü yüklemek için yapılması gereken iş ne kadardır? Bunu hesaplamamanın yolu da, dolan kapasitörün herhangi bir andaki resmini çekmektir. Plakaları arasındaki gerilimin  $V'$  ve yükünün de  $q'$  olduğu bir an düşünelim. Plakaların yükünü  $dq'$  kadar artırmak için yapılması gereken iş,

$$dW = dq'V' = \frac{q'}{C}dq'$$

ile verilir. Kapasitörü toplam  $q$  yükü ile yüklemek için yapılması gereken toplam iş:

$$W = \int V'dq' = \frac{1}{C} \int_0^q q'dq' = W \quad \frac{1}{C} \left[ \frac{q'^2}{2} \right]_0^q = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$$

bulunur.

$$q = CV \rightarrow W = \frac{1}{2} CV^2 \quad \text{veya} \quad W = \frac{1}{2} qV$$

# Yüklü Kondansatörde Depolanan Enerji

$$dW = \Delta V dq = \frac{q}{C} dq$$

$$W = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{1}{C} \int_0^Q q dq = \frac{Q^2}{2C}$$

Kondansatörün yüklenmesinde yapılan iş, kondansatörde depolanan potansiyel enerji olarak alınabilir.

$$U = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}Q \Delta V = \frac{1}{2}C(\Delta V)^2$$

$$\Delta V = Ed, \quad C = \epsilon_0 A/d, \quad U = \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0 A}{d} (E^2 d^2) = \frac{1}{2}(\epsilon_0 A d) E^2$$

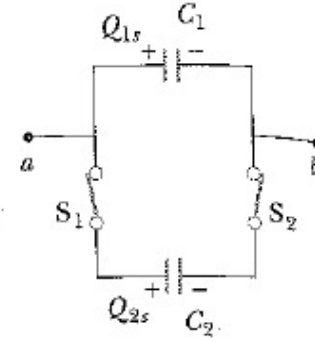
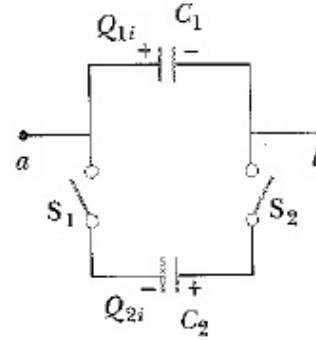
$$u_E = U/Ad,$$

$$u_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$



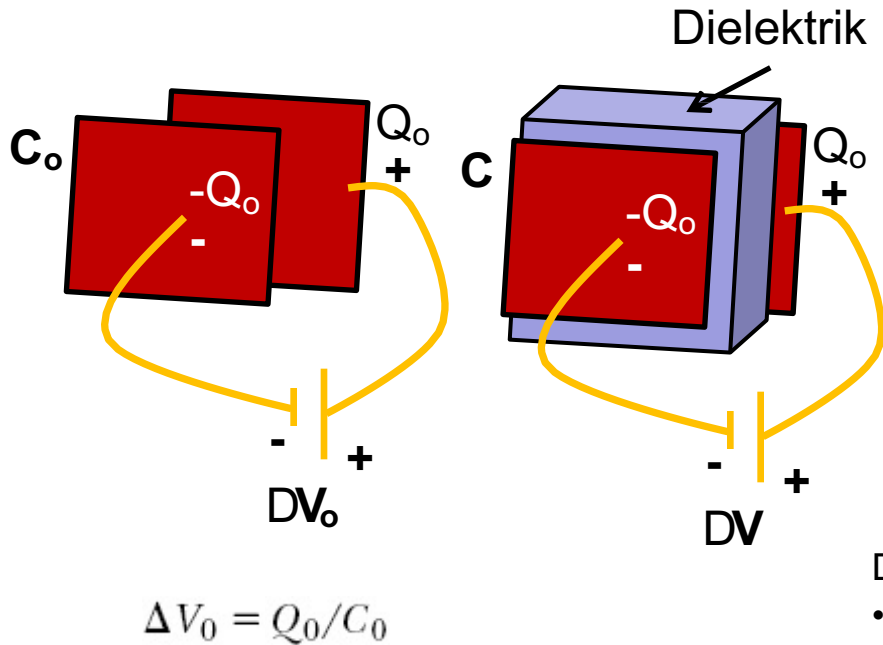
## ÖRNEK 26.5 İki Yüklü Kondansatörün Yeniden Bağlanması

$C_1$  ve  $C_2$  (Burada  $C_1 > C_2$ ) gibi iki kondansatör aynı  $\Delta V_i$  potansiyel farkında fakat zıt işaretli yükleniyorlar. Yüklü kondansatörler bataryadan ayrılarak, bunların plakaları Şekil 26.12a'da gösterildiği gibi birbirlerine bağlanıyor. Sonra  $S_1$  ve  $S_2$  anahtarları Şekil 26.12b deki gibi kapatılıyor. (a) Anahtarlar kapatıldıktan sonra  $a$  ve  $b$  noktaları arasındaki  $\Delta V_s$  son potansiyel farkını bulunuz.



## 4.5 Dielektrikli Kondansatörler

Dielektrik, lastik, cam veya mumlu kağıt gibi iletken olmayan malzemelerdir. Bir dielektrik malzeme, kondansatörün sığaları arasına konduğundan sığa artar. Dielektrik kondansatörün plakaları arasını tam doldurursa sığa  $\kappa$  çarpanı kadar artar. Bu çarpana **dielektrik sabiti** denir. Dielektrik sabiti maddenin doğal özelliğidir ve maddeden maddeye göre değişir.



$$\Delta V = \frac{\Delta V_0}{\kappa}$$
$$\Delta V < \Delta V_0 \quad \kappa > 1$$
$$C = \frac{Q_0}{\Delta V} = \frac{Q_0}{\Delta V_0/\kappa} = \kappa \frac{Q_0}{\Delta V_0}$$
$$C = \kappa C_0$$
$$C = \kappa \frac{\epsilon_0 A}{d}$$
$$C_0 = \epsilon_0 A/d$$

Dielektrik malzemenin avantajları:

- Kondansatörün sığasını artırır.
- Kondansatörün maksimum çalışma voljajını artırır.
- İletken plakalar arasında mekanik bir destek sağlar.

# Bazı maddelerin Dielektrik sabiti

**TABLO 26.1 Oda Sıcaklığında Çeşitlik Madde-  
lerin Dielektrik Sabiti ve Dielektrik Şiddeti**

Madde	Dielektrik Sabiti $\kappa$	Dielektrik Sertlik* (V/m)
Hava (kuru)	1,00059	$3 \times 10^6$
Bakalit	4,9	$24 \times 10^6$
Eritilmiş kuartz	3,78	$8 \times 10^6$
Neoprene lastik	6,7	$12 \times 10^6$
Naylon	3,4	$14 \times 10^6$
Kağıt	3,7	$16 \times 10^6$
Polystyrene	2,56	$24 \times 10^6$
Porselen	6	$12 \times 10^6$
Polyvinyl klorür	3,4	$40 \times 10^6$
Pyrex Cam	5,6	$14 \times 10^6$
Silikon yağı	2,5	$15 \times 10^6$
Stronsium titanate	233	$8 \times 10^6$
Teflon	2,1	$60 \times 10^6$
Boşluk	1,00000	—
Su	80	—

\*Dielektrik şiddet (sertlik), elektriksel bozulma olmadan dielektrikte bulunabilecek maksimum elektrik alanıdır. Bu değerlerin madde içindeki kusur ve kirliliklere sıkıca bağlı olduğuna dikkat ediniz.

## 4.5 Dielektrikli Kondansatörler

**Örnek:** Kağıtla Doldurulmuş Kondansatör

$$\kappa = 3.7 \quad C = \kappa \frac{\epsilon_0 A}{d} = 3.7 \left( \frac{(8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2) (6.0 \times 10^{-4} \text{ m}^2)}{1.0 \times 10^{-3} \text{ m}} \right)$$
$$= 20 \times 10^{-12} \text{ F} = 20 \text{ pF}$$

$$\Delta V_{\max} = E_{\max} d$$

$$= (16 \times 10^6 \text{ V/m}) (1.0 \times 10^{-3} \text{ m})$$

$$= 16 \times 10^3 \text{ V}$$

**Alıştırma** Kondansatörde biriktirilebilecek maksimum enerji nedir?

**Cevap**  $2,6 \times 10^{-3} \text{ J}$

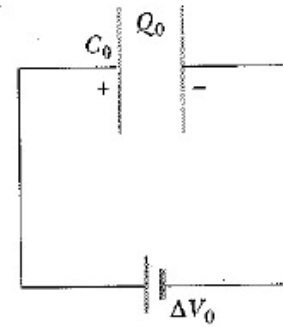
$$Q_{\max} = C \Delta V_{\max} = (20 \times 10^{-12} \text{ F}) (16 \times 10^3 \text{ V})$$

$$= 0.32 \text{ } \mu\text{C}$$

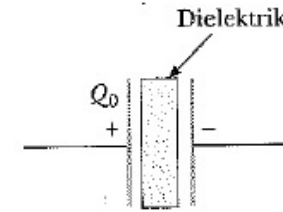
## ÖRNEK 26.7 Önce ve Sonra Depolanan Enerji

Bir paralel plakalı kondansatör, Şekil 26.17a daki gibi, bir batarya ile  $Q_0$  yüküne kadar yükleniyor. Sonra batarya kondansatörden ayrılarak, plakalar arasına dielektrik sabiti  $\kappa$  olan kalın bir dilim Şekil 26.17b deki gibi yerleştiriliyor. Dielektrik konulmadan önce ve konulduktan sonra kondansatörde biriken enerjiyi bulunuz.

**Alıştırma** Farzedelim ki dielektrik yokken sığa  $8,50 \text{ pF}$  ve bu kondansatör  $12,0 \text{ V}$ 'luk potansiyel farkında yüklenmiştir. Kondansatör bataryadan ayrılıp levhaları arasında Polystyrene ( $\kappa = 2,56$ ) dilimi yerleştirilirse  $U - U_0$  enerji farkı ne olur?



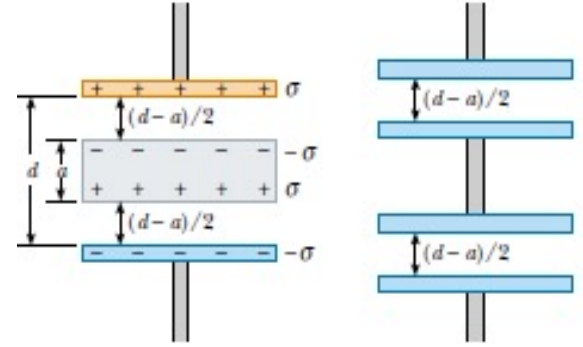
(a)



(b)

**Örnek :** Plaka alanı  $A$  ve plakaları arası uzaklığı  $d$  olan paralel plakalı bir kapasitörün tam ortasına, plakalarla aynı yüzey alanına sahip, kalınlığı  $a$  olan yüksüz metal bir dilim konuyor.

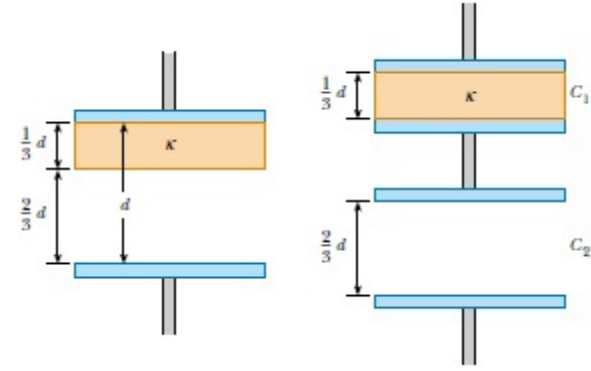
Kapasitörün yeni sığasını bulunuz.



Dilim iletken olduğu için içindeki elektrik alan sıfırdır. Dolayısıyla, iletken dilim eş-potansiyel yüzeydir. Dilimin dışında kalan bölgeler birbirine seri bağlı iki kapasitör gibi düşünülebilir:

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= \frac{\epsilon_0 A}{(d-a)/2} \\ C_2 &= \frac{\epsilon_0 A}{(d-a)/2} \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{1}{C_{eş}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{d-a}{2\epsilon_0 A} + \frac{d-a}{2\epsilon_0 A} = \frac{d-a}{\epsilon_0 A} \rightarrow C_{eş} = \frac{\epsilon_0 A}{d-a}$$

**Örnek :** Alanı  $A$  ve aralarındaki mesafe  $d$  olan paralel iki metal plaka arasına, şekilde gösterildiği gibi, dielektrik sabiti  $\kappa$ , kalınlığı  $d/3$  ve plakalarla aynı yüzey alanına sahip olan dielektrik bir malzeme yerleştirilmiştir. Bu şekilde oluşan kapasitörün sığasını, dielektrik malzeme konulmadan önceki sığa ( $C_0$ ) cinsinden bulunuz.



Plakalar arasında dielektrikle dolu olan kısım ile boş olan kısım, birbirine seri bağlı iki kapasitör gibi düşünülebilir: