

MATEMATİK 1

*Konya Teknik Üniversitesi
Mühendislik ve Doğa Bilimleri Fakültesi
Mühendislik Temel Bilimleri Bölümü*

Prof. Dr. Abdullah Selçuk KURBANLI

2020

8. Aşağıda denklemleri verilen eğri ve doğrular arasında kalan bölgelerin Ox - eksenini etrafında döndürülmesiyle oluşan dönel cisimlerin hacmini bulunuz.

a. $y = x,$ $y = \sqrt{x}$

b. $y = 2x,$ $y = x,$ $x = 1$

c. $y = x^2 + 3,$ $y = 4,$

d. $y = x^2 + 1$ $y = x + 3$

e. $y = 4 - x^2,$ $y = 2 - x$

f. $y = \sec x,$ $y = \tan x,$ $x = 0,$ $x = 1$

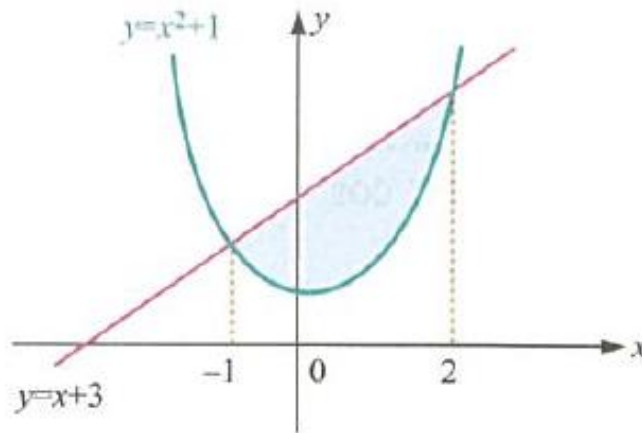
g. $y = 3x - x^2,$ $y = x$

h. $y^2 = 2px,$ $x = h$

i. $(y - a)^2 = ax,$ $x = 0,$ $y = 2a$

i. $y = x^2 + 2,$ $y = -x^2 + 10$

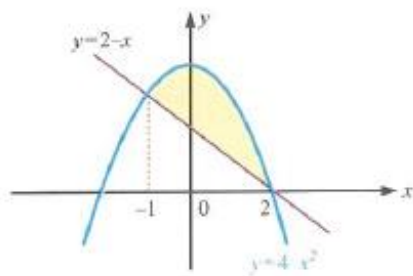
d.



$$\begin{aligned}x^2 + 1 &= x + 3 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \\&\Rightarrow x_1 = -1, x_2 = 2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}V &= \pi \int_{-1}^2 \left[(x+3)^2 - (x^2+1)^2 \right] dx \\&= \pi \int_{-1}^2 (-x^4 - x^2 + 6x + 8) dx \\&= \pi \left(-\frac{1}{5}x^5 - \frac{1}{3}x^3 + 3x^2 + 8x \right) \Big|_{-1}^2 = \frac{117}{5} \pi\end{aligned}$$

e.



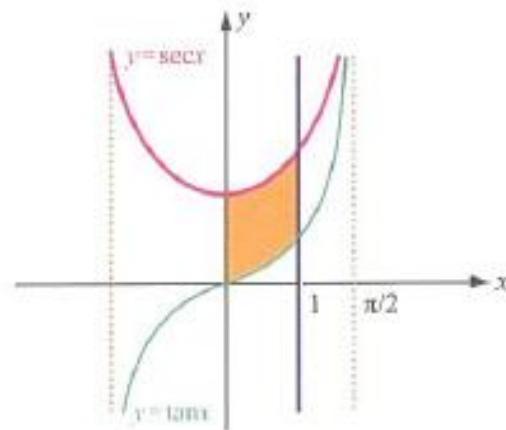
$$4 - x^2 = 2 - x \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0$$

$$(x - 2)(x + 1) = 0 \Rightarrow x_1 = -1, x_2 = 2$$

$$V = \pi \int_{-1}^2 [(4 - x^2)^2 - (2 - x)^2] dx = \pi \int_{-1}^2 (x^4 - 9x^2 + 4x + 12) dx$$

$$= \pi \left(\frac{x^5}{5} - 3x^3 + 2x^2 + 12x \right) \Big|_{-1}^2 = \frac{108}{5} \pi$$

f.

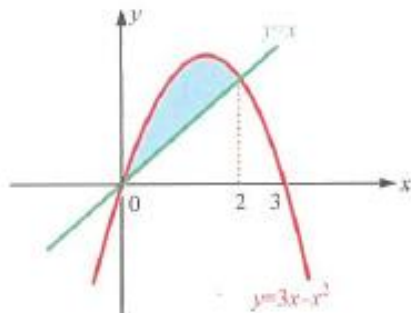


$$V = \pi \int_0^1 [(\sec x)^2 - (\tan x)^2] dx$$

$$= \pi \int_0^1 \left(\frac{1}{\cos^2 x} - \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} \right) dx = \pi \int_0^1 \frac{\cos^2 x}{\cos^2 x} dx$$

$$= \pi \int_0^1 1 \cdot dx = \pi x \Big|_0^1 = \pi$$

g.



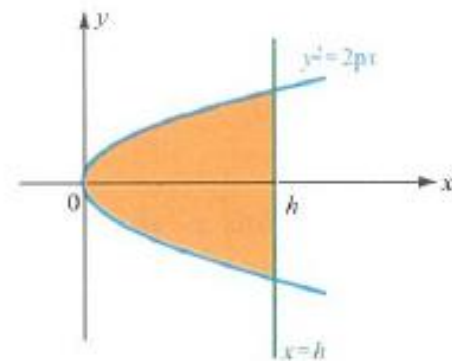
$$3x - x^2 = x \Rightarrow x^2 - 2x = 0$$

$$x(x-2) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, \quad x_2 = 2$$

$$V = \pi \int_0^2 [(3x - x^2)^2 - x^2] dx = \pi \int_0^2 (x^4 - 6x^3 + 8x^2) dx$$

$$= \pi \left(\frac{x^5}{5} - \frac{3}{2}x^4 + \frac{8}{3}x^3 \right) \Big|_0^2 = \frac{56}{15} \pi$$

h.



$$V = \pi \int_0^h y^2 dx = \pi \int_0^h 2px dx = 2\pi p \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_0^h = \pi p h^2$$

Aşağıdaki eğri ve doğrular tarafından sınırlanan bölgelerin Oy - eksenini etrafında döndürülmesiyle meydana gelen dönel cismin hacmini bulunuz.

a. $y = x^2,$ $x = 0,$ $y = 4$

b. $x = y(3 - y),$ $y = 0,$

c. $y = x^3,$ $x = -1,$ $x = 1,$ $y = 0$

d. $y = e^x,$ $x = 0,$ $x = 1,$ $y = 0$

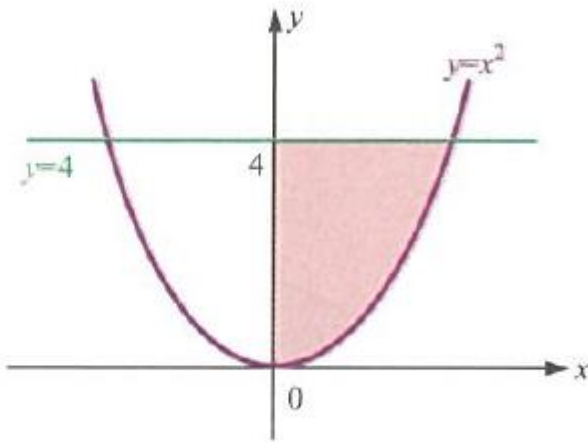
e. $x = \sqrt{4 - y},$ $x = 0$ $y = 0$

f. $x = 1 - y^2,$ $x = 0$

g. $x = y^{3/2},$ $x = 0,$ $y = 0$

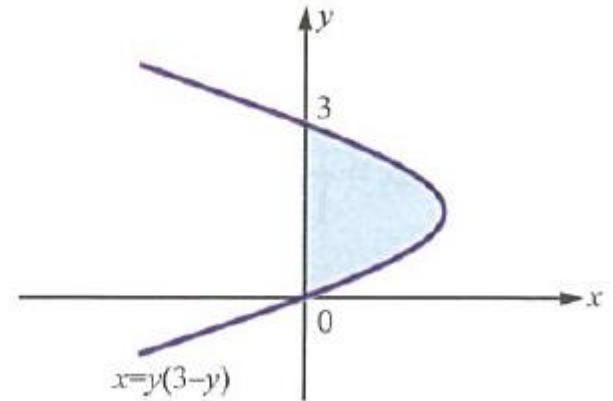
Çözüm

a.



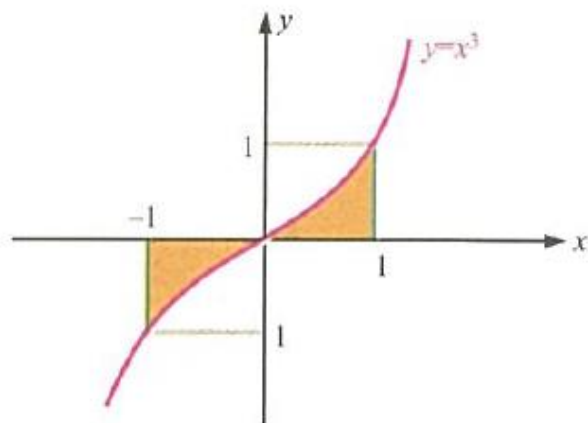
$$V = \pi \int_0^4 x^2 dy = \pi \int_0^4 y dy = \frac{\pi}{2} y^2 \Big|_0^4 = 8\pi$$

b.



$$\begin{aligned} V &= \pi \int_0^3 x^2 dy = \pi \int_0^3 y^2 (3-y)^2 dy \\ &= \pi \int_0^3 (9y^2 - 6y^3 + y^4) dy = \pi \left(3y^3 - \frac{3}{2}y^4 + \frac{1}{5}y^5 \right) \Big|_0^3 \\ &= \pi \left(81 - \frac{3}{2} \cdot 3^4 + \frac{1}{5} 3^5 \right) = \frac{81}{10} \pi \end{aligned}$$

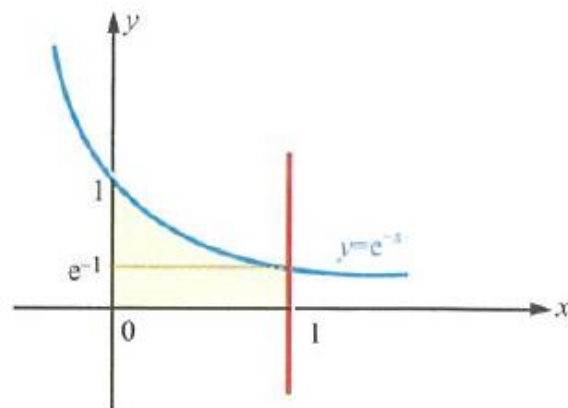
c.



$$V = 2\pi \int_0^1 (1^2 - x^2) dy = 2\pi \int_0^1 (1 - y^{2/3}) dy$$

$$= 2\pi \left(y - \frac{3}{5} y^{5/3} \right) \Big|_0^1 = 2\pi \left(1 - \frac{3}{5} \right) = \frac{4}{5} \pi$$

d.



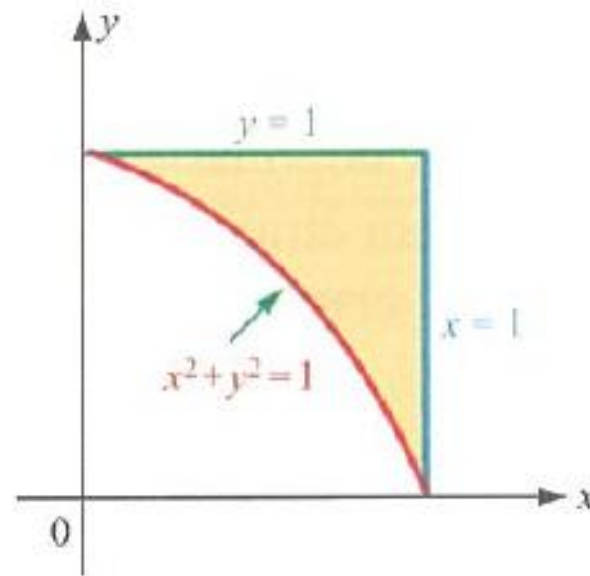
$$V = \pi \int_0^{e^{-1}} 1^2 dy + \pi \int_{e^{-1}}^1 x^2 dy = \pi y \Big|_0^{1/e} + \pi \int_{1/e}^1 (\ln y)^2 dy$$

$$= \frac{\pi}{e} + \pi \left[y \ln^2 y \Big|_{e^{-1}}^1 - \int_{e^{-1}}^1 2y \ln y \cdot \frac{1}{y} dy \right]$$

$$= \frac{\pi}{e} + \pi \left[-\frac{1}{e} - 2 \int_{e^{-1}}^1 \ln y dy \right]$$

$$= -2\pi (y \ln y - y) \Big|_{e^{-1}}^1 = 2\pi \frac{e-2}{e}$$

11.



Yukarıdaki taralı bölgenin Oy - eksenini etrafında döndürülmesiyle oluşan cismin hacmini bulunuz.

Çözüm

$$V = \pi \int_0^1 [1 - (1 - y^2)] dy = \pi \int_0^1 y^2 dy = \pi \frac{y^3}{3} \Big|_0^1 = \frac{\pi}{3}$$

13. $y = \sqrt{x}$, $y = 2$, $x = 0$

tarafından sınırlanan bölgenin

a. Ox - eksenini

b. Oy - eksenini

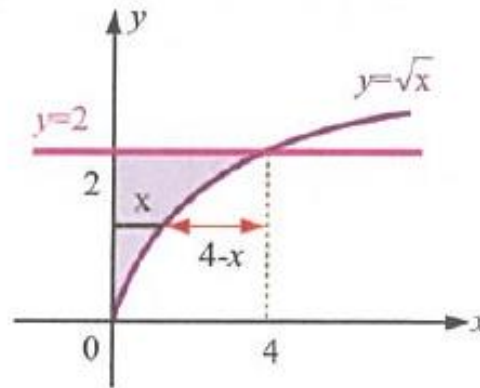
c. $y = 2$ doğrusu

d. $x = 4$ doğrusu

etrafında döndürülmesiyle meydana gelen cismin hacmini bulunuz.

Çözüm

a.



$$V_1 = \pi \int_0^4 (4 - x) dx = \pi \left(4x - \frac{1}{2}x^2 \right) \Big|_0^4 = \pi(16 - 8) = 8\pi$$

$$\text{b. } V_2 = \pi \int_0^2 (x^2) dy = \pi \int_0^2 y^4 dy = \pi \left(\frac{y^5}{5} \right) \Big|_0^2 = \frac{32}{5} \pi$$

$$\begin{aligned} \text{c. } V_3 &= \pi \int_0^4 (2 - \sqrt{x})^2 dx = \pi \int_0^4 (4 - 4x^{1/2} + x) dx \\ &= \pi \left(4x - \frac{8}{3} x^{3/2} + \frac{1}{2} x^2 \right) \Big|_0^4 = \pi \left(16 - \frac{64}{3} + 8 \right) = \frac{8}{3} \pi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d. } V_4 &= \pi \int_0^2 \left[4^2 - (4 - x)^2 \right] dy \\ &= \pi \int_0^2 \left[16 - (4 - y^2)^2 \right] dy = \pi \int_0^2 (8y^2 - y^4) dy \\ &= \pi \left(\frac{8}{3} y^3 - \frac{1}{5} y^5 \right) \Big|_0^2 = \frac{224}{15} \pi \end{aligned}$$

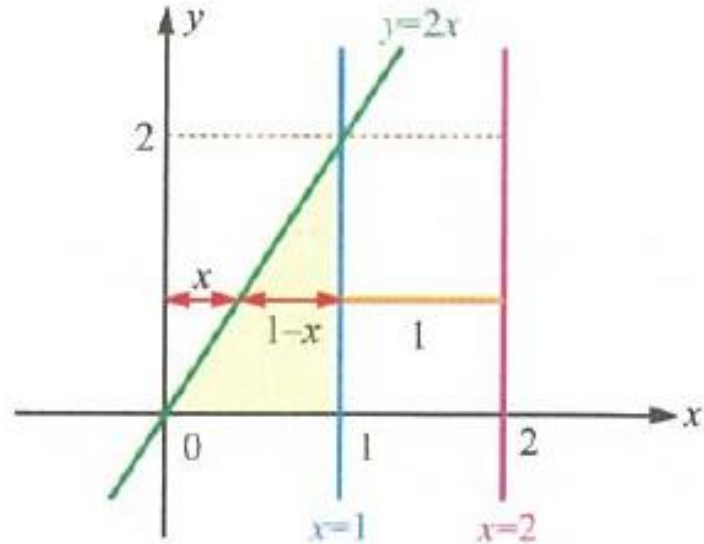
14. $y = 2x$, $y = 0$, $x = 1$ doğruları tarafından sınırlanan bölgenin

a. $x = 1$ doğrusu

b. $x = 2$ doğrusu

etrafında döndürülmesiyle meydana gelen dönel cismin hacmini bulunuz.

Çözüm



$$\begin{aligned} \text{a.} \quad V &= \pi \int_0^2 \left(1 - \frac{y}{2} \right)^2 dy = \pi \int_0^2 \left(1 - y + \frac{1}{4} y^2 \right) dy \\ &= \pi \left(y - \frac{1}{2} y^2 + \frac{1}{12} y^3 \right) \Big|_0^2 = \frac{2}{3} \pi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b.} \quad V &= \pi \int_0^2 \left[(2 - x)^2 - 1^2 \right] dy = \pi \int_0^2 \left[\left(2 - \frac{y}{2} \right)^2 - 1 \right] dy \\ &= \pi \int_0^2 \left(3 - 2y + \frac{1}{4} y^2 \right) dy = \pi \left(3y - y^2 + \frac{1}{12} y^3 \right) \Big|_0^2 = \frac{8}{3} \pi \end{aligned}$$

16. $y = x^2 + 1$ eğrisi ile bu eğriye $x = 1$ apsisli noktadan çizilen teğet ve $x = 0$ doğrusu tarafından sınırlanan bölgenin

a. Ox - eksenini

b. Oy - eksenini

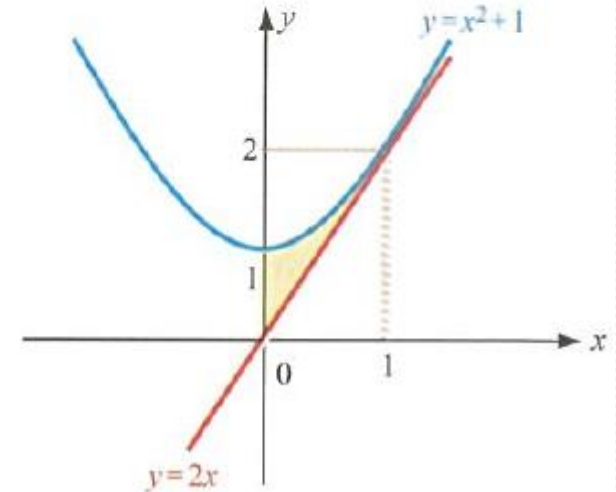
etrafında döndürülmesiyle meydana gelen cismin hacmini bulunuz.

Çözüm

Teğet denklemi

$$y' = 2x \Rightarrow m = 2 \Rightarrow$$

$$y - 2 = 2(x - 1) \Rightarrow y = 2x$$



$$\text{a. } V = \pi \int_0^1 \left[(x^2 + 1)^2 - (2x)^2 \right] dx$$

$$= \pi \int_0^1 (x^4 - 2x^2 + 1) dx = \pi \left(\frac{1}{5} x^5 - \frac{2}{3} x^3 + x \right) \Big|_0^1$$

$$= \frac{8\pi}{15}$$

$$V = \pi \int_0^1 \left(\frac{y}{2} \right)^2 dy + \pi \int_1^2 \left[\left(\frac{y}{2} \right)^2 - (y-1) \right] dy$$

$$= \pi \frac{y^3}{12} \Big|_0^1 + \pi \left(\frac{y^3}{12} - \frac{y^2}{2} + y \right) \Big|_1^2 = \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{6}$$

9.3. Problemler

1. $\int (2x + 5)(x^2 + 5x) dx$ (cevap: $\frac{1}{8}(x^2 + 5x)^8 + c$)

2. $\int \sqrt{7x + 9} dx$ (cevap: $\frac{2}{21}(7x + 9)^{\frac{3}{2}} + c$)

3. $\int \frac{x^3}{(1+x^4)^{\frac{1}{3}}} dx$ (cevap: $\frac{3}{8}(1 + x^4)^{\frac{2}{3}} + c$)

4. $\int \frac{\sin(\ln x)}{x} dx$ (cevap: $-\cos(\ln x) + c$)

5. $\int x 3^{x^2+1} dx$ (cevap: $\frac{1}{2\ln 3} 3^{x^2+1} + c$)

6. $\int \frac{\cos(5x)}{e^{\sin(5x)}} dx$ (cevap: $\frac{-1}{5} e^{-\sin(5x)} + c$)

7. $\int (x + 3)(x - 1)^5 dx$ (cevap: $\frac{1}{7}(x - 1)^7 + \frac{2}{3}(x - 1)^6 + c$)

8. $\int \frac{x+5}{2x+5} dx$ (cevap: $\frac{1}{4}(2x + 3)^7 + \frac{7}{4} \ln |2x + 3| + c$)

9. $\int \sin(x^7) x^6 dx$ (cevap: $\frac{-1}{7} \cos(x^7) + c$)

10. $\int \frac{3x}{x^4+2} dx$ (cevap: $\frac{3\sqrt{2}}{4} \arctan\left(\frac{\sqrt{2}}{2} x^2\right) + c$)

$$11. \int \frac{x}{\sqrt{x^4-4}} dx \text{ (cevap: } \frac{1}{4} \ln \left(\frac{x^2+\sqrt{x^4-4}}{x^2} \right) - \frac{1}{4} \ln \left(\frac{-x^2+\sqrt{x^4-4}}{x^2} \right) + c)$$

$$12. \int \sqrt{\cos(x)} \sin(x) dx \text{ (cevap: } \frac{-2}{3} \cos^{\frac{3}{2}}(x) + c)$$

$$13. \int \cos(\sqrt{x}) \frac{dx}{\sqrt{x}} \text{ (cevap: } 2 \sin(\sqrt{x}) + c)$$

$$14. \int \sin(e^{-x}) \frac{dx}{e^x} \text{ (cevap: } \cos \left(\frac{1}{e^x} \right) + c)$$

$$15. \int \frac{\sin(x) \ln(\cos(x))}{\cos(x)} dx \text{ (cevap: } -\frac{1}{2} \ln(\cos^2(x)) + c)$$

$$16. \int \frac{e^x \tan(e^x) dx}{\cos(e^x)} \text{ (cevap: } \frac{1}{\cos(e^x)} + c)$$

$$17. \int \frac{1}{x \ln(x^2)} dx \text{ (cevap: } \frac{1}{2} \ln(\ln(x^2)) + c)$$

$$18. \int \frac{\cos(\ln x)}{x} dx \text{ (cevap: } \sin(\ln x) + c)$$

$$19. \int \frac{(3+\ln x)^2(2-\ln x)}{4x} dx \text{ (cevap: } \frac{5}{12} (3 + \ln x)^3 - \frac{1}{16} (3 + \ln x)^4 + c)$$

$$20. \int \frac{1}{x^2-4} dx \text{ (cevap: } \frac{1}{4} \ln \left| \frac{x-2}{x+2} \right| + c)$$

$$21. \int \frac{2x+3}{x^2-4} dx \text{ (cevap: } \frac{2}{3} \ln|x+3| + \frac{3}{2} \ln|x-3| + c)$$

$$22. \int \frac{2x-x}{x^2+5x} dx \text{ (cevap: } \frac{2}{5} \ln|x| - \frac{7}{5} \ln|x+5| + c)$$

$$23. \int \frac{x^2-1}{x^2-16} dx \text{ (cevap: } x + \frac{15}{8} \ln \left| \frac{x-4}{x+4} \right| + c)$$

$$24. \int \frac{x^2+x-1}{x(x^2-1)} dx \text{ (cevap: } \ln x + \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x-1}{x+1} \right| + c)$$

$$25. \int \frac{x+3x^2}{x} dx \text{ (cevap: } 3 \ln|x| + \frac{x^2}{2} + c)$$

$$26. \int \frac{3dx}{x^2+4} \text{ (cevap: } \frac{3}{2} \arctan \frac{x}{2} + c)$$

$$27. \int \frac{x^3}{x+2} dx \text{ (cevap: } \frac{x^3}{3} - x^2 + 4x - 8 \ln|x+2| + c)$$

$$28. \int \frac{x^3+x^4}{x^2+1} dx \text{ (cevap: } \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - x + \arctan x - \frac{1}{2} \ln|x^2+1| + c)$$

$$29. \int \frac{\ln x}{x^5} dx \text{ (cevap: } \frac{-\ln x}{4x^4} - \frac{1}{16x^4} + c)$$

$$30. \int \arcsin(3x) dx \text{ (cevap: } x \arcsin(3x) + \frac{1}{3} \sqrt{1-9x^2} + c)$$

31. $\int (\ln x)^2 dx$ (cevap: $x(\ln x)^2 - 2x \ln x + 2x + c$)

32. $\int (\ln x)^3 dx$ (cevap: $x(\ln x)^3 - 3x(\ln x)^2 + 6x \ln x - 6x + c$)

33. $\int x\sqrt{x+3} dx$ (cevap: $\frac{2}{3}x(x+3)^{\frac{3}{2}} - \frac{4}{15}(x+3)^{\frac{5}{2}} + c$)

34. $\int \left(\frac{\ln x}{x}\right)^2 dx$ (cevap: $-\frac{(\ln x)^2}{x} - \frac{2 \ln x}{x} - \frac{2}{x} + c$)

35. $\int x^3 \cos(x^2) dx$ (cevap: $\frac{1}{2}x \sin(x^2) + \frac{1}{2} \sin(x^2) + c$)

36. $\int \frac{x^3}{(x^2+5)^2} dx$ (cevap: $\frac{-x^2}{2(x^2+5)} + \frac{1}{2} \ln|x^2+5| + c$)

37. $\int \frac{x^3 e^{x^2}}{(x^2+1)^2} dx$ (cevap: $\frac{x^2 e^{x^2}}{2(x^2+1)} + \frac{1}{2} e^{x^2} + c$)

38. $\int x \log(x) dx$ (cevap: $\frac{x^2}{4}(2 \log(x) - 1) + c$)

39. $\int \frac{dx}{x^2-9}$ (cevap: $\frac{1}{6} \ln \left| \frac{x-3}{x+3} \right| + c$)

40. $\int \frac{dx}{x(x^2-4)}$ (cevap: $\frac{1}{8} \ln(x^2-4) - \frac{1}{8} \ln(x^2) + c$)

$$41. \int \frac{dx}{(x-4)(x+1)} \text{ (cevap: } \frac{-1}{5} \ln(x+1) + \frac{1}{5} \ln(x-3) + c)$$

$$42. \int \frac{x dx}{(x-5)(x+1)} \text{ (cevap: } \frac{1}{6} \ln(x+1) + \frac{5}{6} \ln(x-5) + c)$$

$$43. \int \frac{x^2 dx}{(x-2)(x+7)} \text{ (cevap: } x + \frac{4}{9} \ln(x-2) - \frac{49}{9} \ln(x+7) + c)$$

$$44. \int \frac{x^3 dx}{(x+2)(x+7)} \text{ (cevap: } \frac{x^2}{2} - 9x + \frac{343}{5} \ln(x+7) - \frac{8}{5} \ln(x+2) + c)$$

$$45. \int \frac{x dx}{(x-1)(x-3)(x+2)} \text{ (cevap: } \frac{3}{10} \ln(x-3) - \frac{2}{15} \ln(x+2) - \frac{\ln(x-1)}{6} + c)$$

$$46. \int 4x \cos(7x) dx \text{ (cevap: } \frac{4}{7} \sin(7x) + \frac{4}{49} \cos(7x) + c)$$

$$47. \int x e^{11x} dx \text{ (cevap: } \frac{1}{11} x e^{11x} - \frac{1}{121} e^{11x} + c)$$

$$48. \int \frac{\sin(\frac{1}{x})}{x^2} dx \text{ (cevap: } \cos\left(\frac{1}{x}\right) + c)$$

$$49. \int \arctan(3x) dx \text{ (cevap: } x \arctan(3x) - \frac{1}{6} \ln(1+9x^2) + c)$$

$$50. \int x^2 e^{5x} dx \text{ (cevap: } \frac{1}{5} x^2 e^{5x} - \frac{2}{25} e^{5x} + \frac{2}{125} e^{5x} + c)$$

BİLGİSAYAR MÜHENDİSLİĞİ

FİNAL HAZIRLIK

$\lim_{x \rightarrow 2} (x^3 - 4x^2 + 5x + 1)$ değeri nedir?

A) -3 B) -2 C) 0 D) 2 E) 3

ÇÖZÜM

$$\lim_{x \rightarrow 2} (x^3 - 4x^2 + 5x + 1) = 2^3 - 4 \cdot 2^2 + 5 \cdot 2 + 1$$

$$= 8 - 16 + 10 + 1 = 3$$

YANIT "E"

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 4, & x < -1 \text{ ise} \\ 3, & x = -1 \text{ ise} \\ 2x + 1, & x > -1 \text{ ise} \end{cases}$$

biçiminde tanımlı f fonksiyonunun $x \rightarrow -1$ için soldan ve sağdan limitleri toplamı kaçtır?

A) -4 B) -3 C) -2 D) -1 E) 0

ÇÖZÜM

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - 4) = 1 - 4 = -3$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} (2x + 1) = -2 + 1 = -1$$

dir.

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = -3 - 1 = -4$$

bulunur.

YANIT "A"

$\lim_{x \rightarrow -2^+} (\lfloor x \rfloor - |x + 2|)$ değeri nedir?

- A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

ÇÖZÜM

$\lim_{x \rightarrow -2^+} \lfloor x \rfloor = -2$ dir.

$\lim_{x \rightarrow -2^+} |x + 2| = \lim_{x \rightarrow -2^+} (x + 2) = 0$ dir.

O halde;

$\lim_{x \rightarrow -2^+} (\lfloor x \rfloor - |x + 2|) = (-2 - 0) = -2$

bulunur.

YANIT "E"

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 + 3^{\frac{1}{x}}}{7 - 2^{\frac{1}{x}}}$ değeri nedir?

- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

ÇÖZÜM

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 + 3^{\frac{1}{x}}}{7 - 2^{\frac{1}{x}}} = \frac{2 + 3^{\frac{1}{\infty}}}{7 - 2^{\frac{1}{\infty}}} = \frac{2 + 3^0}{7 - 2^0} = \frac{2 + 1}{7 - 1}$$

$$= \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \text{ bulunur.}$$

YANIT "E"

$\lim_{x \rightarrow 3} [f(x) + x - 4] = 6$ ise

$\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ değeri nedir?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

ÖZÜM

$\lim_{x \rightarrow 3} [f(x) + x - 4] = 6$

$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) + \lim_{x \rightarrow 3} (x - 4) = 6$

$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) + 3 - 4 = 6$

$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 7$ bulunur.

YANIT "C"

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 5x + 7}{7x^2 + 8x + 1}$ değeri nedir?

- A) $-\frac{5}{8}$ B) $\frac{3}{7}$ C) 1 D) 7 E) ∞

ÖZÜM

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 5x + 7}{7x^2 + 8x + 1} = \frac{\infty}{\infty}$ belirsizliği vardır.

Pay ve paydanın dereceleri eşit olduğundan, limit en yüksek dereceli terimlerin katsayıları oranına eşittir.

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 5x + 7}{7x^2 + 8x + 1} = \frac{3}{7}$ bulunur.

YANIT "B"

$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x^2}\right)^x$ değeri nedir?

- A) e^{-2} B) e^{-1} C) e D) e^2 E) 1

ÖZÜM

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x^2}\right)^x = \lim_{x \rightarrow \infty} \left[\left(1 + \frac{1}{x^2}\right)^{x^2} \right]^{\frac{1}{x}}$$

yazılır.

$$x \rightarrow \infty \Rightarrow x^2 \rightarrow \infty \text{ dir.}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left[\left(1 + \frac{1}{x^2}\right)^{x^2} \right]^{\frac{1}{x}} = e^{\frac{1}{\infty}} = e^0 = 1$$

bulunur.

YANIT "E"

$$f(x) = \begin{cases} \llbracket x - 1 \rrbracket & , x < -2 \text{ ise} \\ a & , x = -2 \text{ ise} \\ b + \text{sgn}(x + 1) & , x > -2 \text{ ise} \end{cases}$$

biçiminde tanımlı f fonksiyonu

$x = -2$ de süreklili ise, $a + b$ kaçtır?

- A) -7 B) -6 C) -5 D) -4 E) -3

ÖZÜM

$$\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = f(-2) \text{ olmalıdır.}$$

$$f(-2) = a$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^-} \llbracket x - 1 \rrbracket = -4$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^+} [b + \text{sgn}(x + 1)] = b - 1$$

O halde; $a = -4 = b - 1$ olmalıdır.

Buradan $a = -4$ ve

$b = -3$ bulunur. $a + b = -7$ dir.

YANIT "A"

$\lim_{x \rightarrow \infty} 4x \cdot \sin \frac{7}{x}$ değeri nedir?

- A) 14 B) 21 C) 28 D) $\frac{1}{14}$ E) $\frac{1}{28}$

ÖZÜM

$$\lim_{x \rightarrow \infty} 4x \cdot \sin \frac{7}{x} = \infty \cdot 0 = 0 \cdot \infty$$

belirsizliği vardır.

$\frac{7}{x} = t$ olsun. $x \rightarrow \infty$ için $t \rightarrow 0$ olur.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} 4x \cdot \sin \frac{7}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin \frac{7}{x}}{\frac{1}{4x}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin \frac{7}{x}}{\frac{1}{4} \cdot \frac{7}{x} \cdot \frac{1}{7}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin \frac{7}{x}}{\frac{1}{28} \cdot \frac{7}{x}}$$

$$= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin t}{\frac{1}{28} \cdot t} = \frac{1}{\frac{1}{28}} = 28 \text{ bulunur.}$$

YANIT "C"

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2 - 3x + 2)^4}{(2x^3 + x - 3)^3}$ değeri nedir?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

2. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{\ln(x + 4)}$ ifadesi neye eşittir?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

3. $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x \lfloor x \rfloor - 2 \operatorname{Sgn}(x-2)}{x}$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

4. $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{|4 - x^2|}{x \lfloor x \rfloor - 4}$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -2 B) $-\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 2 E) 4

5. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{e^{2x} - 1}{e^x + 1}$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) e B) 2e C) $\frac{1-e}{e}$
D) $\frac{2}{e}$ E) $\frac{1-e^2}{e^2}$

6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x^2 + 4x + 1} - x \right)$ ifadesi

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

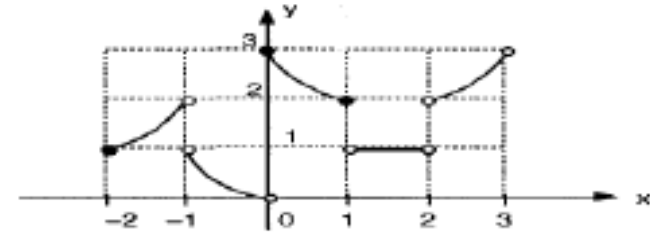
- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) -2

7. $\lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^-} \left(\lfloor \sin x \rfloor + \frac{\left| x - \frac{\pi}{2} \right|}{x - \frac{\pi}{2}} \right)$

aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 0 B) -4 C) -3 D) -2 E) -1

8.



f fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre,

$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

9.

$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos 3x + \cos x}{\cos 3x - \cos x}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 0 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{4}$ E) 2

1. A
2. B
3. D
4. D
5. E
6. C
7. E
8. D
9. B

$f(x) = x^3 + 2x - 1$ olmak üzere;

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{1 - x}$ in değeri nedir?

- A) -5 B) -3 C) 3 D) 5 E) 6

ÇÖZÜM

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{1 - x} = -\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = -f'(1) \text{ dir.}$$

$$f'(x) = 3x^2 + 2 \Rightarrow f'(1) = 3 + 2 = 5$$

Buna göre;

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{1 - x} = -f'(1) = -5 \text{ dir.}$$

YANIT "A"

4. $f(x) = (x^2 + 1)^3 \cdot (\sqrt{x} + x)^2$ fonksiyonunun $x = 1$ deki türevinin değeri kaçtır?

- A) 36 B) 48 C) 72 D) 144 E) 168

ÇÖZÜM

$$f'(x) = 3 \cdot 2x(x^2 + 1)^2 \cdot (\sqrt{x} + x)^2 + 2 \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} + 1 \right) \cdot (\sqrt{x} + x) \cdot (x^2 + 1)^3$$

$$f'(1) = 3 \cdot 2^2 \cdot 2^2 + 2 \left(\frac{1}{2} + 1 \right) \cdot 2 \cdot 2^3 = 96 + 48 = 144$$

YANIT "D"

$f(x) = \sqrt{x + \sqrt{x}}$ ise

$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}} \frac{f(x) - f\left(\frac{1}{4}\right)}{x - \frac{1}{4}}$ kaçtır?

- A) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ B) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ C) $\frac{3}{\sqrt{3}}$
D) $\frac{4}{\sqrt{3}}$ E) $\frac{5}{\sqrt{3}}$

ÇÖZÜM

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}} \frac{f(x) - f\left(\frac{1}{4}\right)}{x - \frac{1}{4}} = f'\left(\frac{1}{4}\right) \text{ dür.}$$

$$f'(x) = \left(\sqrt{x + \sqrt{x}} \right)'$$

$$f'(x) = \frac{1 + \frac{1}{2\sqrt{x}}}{2\sqrt{x + \sqrt{x}}}$$

$$\begin{aligned} f'\left(\frac{1}{4}\right) &= \frac{1 + \frac{1}{2\sqrt{\frac{1}{4}}}}{2\sqrt{\frac{1}{4} + \sqrt{\frac{1}{4}}}} = \frac{1 + 1}{2\sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{2}}} \\ &= \frac{2}{2 \cdot \sqrt{\frac{3}{4}}} = \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \end{aligned}$$

YANIT "B"

3. $f(x) = x^2(1+x)^3 \cdot (2-x)^2$ ise $f'(2)$ kaçtır?
- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

ÇÖZÜM

$$f(x) = x^2 (2-x)^2 \cdot (1+x)^3$$

$$f(x) = [x(2-x)]^2 \cdot (1+x)^3 \text{ biçiminde yazılır.}$$

$$f'(x) = [x(2-x)^2]' \cdot (1+x)^3 + [(1+x)^3]' \cdot [x(2-x)]^2$$

$$f'(x) = [(2-x)^2 + 2(2-x)(-1) \cdot x](1+x)^3 + 3(1+x)^2(1)[x(2-x)]^2$$

$$f'(2) = 0 \text{ olur.}$$

YANIT "A"

$$f(x) = x^3 \cdot \ln x \text{ ise } f'(1) \text{ kaçtır?}$$

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

ÇÖZÜM

$$f'(x) = 3x^2 \cdot \ln x + \frac{1}{x} \cdot x^3$$

$$f'(1) = 3 \cdot 1^2 \ln 1 + \frac{1}{1} \cdot 1^3$$

$$f'(1) = 0 + 1 = 1 \text{ bulunur.}$$

YANIT "C"

$$f(x) = \sin 2x + \cos 2x \text{ ise } f''(x) \text{ in } f(x) \text{ cinsinden eđiti nedir?}$$

- A) $6f(x)$ B) $4f(x)$ C) $-6f(x)$
D) $-4f(x)$ E) $-2f(x)$

ÇÖZÜM

$$f'(x) = 2 \cdot \cos 2x - 2 \sin 2x$$

$$f''(x) = -4 \sin 2x - 4 \cos 2x$$

$$= -4(\sin 2x + \cos 2x)$$

$$= -4f(x) \text{ olur.}$$

YANIT "D"

$$f(x) = (1 + \sin^2 x)^4 \text{ ise } \frac{dy}{dx} \text{ nedir?}$$

- A) $4(1 + \sin^2 x)^3 \cdot \sin 2x$ B) $4(1 + \sin^3 x) \cdot \sin x$
C) $2(1 + \sin^3 x) \cdot \cos x$ D) $4(1 + \sin^2 x)^3$
E) $4(1 + \sin^2 x) \cos^2 x$

ÇÖZÜM

$$f'(x) = \frac{dy}{dx} = 4 \cdot (1 + \sin^2 x)^3 \cdot (1 + \sin^2 x)'$$

$$= 4 \cdot (1 + \sin^2 x)^3 \cdot (2 \sin x) \cdot \cos x$$

$$= 4 \cdot (1 + \sin^2 x)^3 \cdot \sin 2x$$

YANIT "A"

$f(x) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - 1 + \tan 2x\right)$ ise $f'\left(\frac{\pi}{8}\right)$ kaçtır?

- A) 4 B) 3 C) 0 D) -1 E) -4

ÇÖZÜM

$$f'(x) = -\left(\frac{\pi}{2} - 1 + \tan 2x\right)' \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - 1 + \tan 2x\right)$$

$$= -2(1 + \tan^2 2x) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - 1 + \tan \frac{\pi}{4}\right) \text{ olur.}$$

$$f'\left(\frac{\pi}{8}\right) = -2\left(1 + \tan^2 \frac{\pi}{4}\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - 1 + \tan \frac{\pi}{4}\right)$$

$$= -2 \cdot (2) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - 1 + 1\right)$$

$$= -2 \cdot 2 \cdot \sin \frac{\pi}{2}$$

$$= -4 \text{ bulunur}$$

YANIT "E"

$y = \ln \arccos x$ ise $\frac{dy}{dx}$ in $x = 0$ için değeri nedir?

- A) $-\frac{2}{\pi}$ B) $\frac{\pi}{2}$ C) $\frac{\pi}{4}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) 4

ÇÖZÜM

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(\arccos x)'}{\arccos x} = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2} \arccos x}$$

$x = 0$ için

$$= \frac{-1}{\sqrt{1-0} \arccos 0} = \frac{-1}{\frac{\pi}{2}} = -\frac{2}{\pi} \text{ bulunur.}$$

YANIT "A"

ÖRNEK

$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^x$ limitini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^x = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x-1}\right)^x = 1^\infty \text{ belirsizliği vardır.}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + f(x))^{g(x)} = e^{\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) \cdot g(x)} \text{ kuralını uygulayabiliriz.}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x-1}\right)^x = e^{\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x}{x-1}} = e^2 \text{ bulunur.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 3x - 4}{x^2 - 1} \text{ kaçtır?}$$

- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

ÇÖZÜM

$x \rightarrow 1$ için $\frac{0}{0}$ belirsizliği olduğundan L'Hospital teoremi uygulanır.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2 + 3x - 4)'}{(x^2 - 1)'} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x + 3}{2x} = \frac{2 \cdot 1 + 3}{2 \cdot 1} = \frac{5}{2}$$

bulunur.

YANIT "E"

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \sin 2x}{x - \sin 2x} \text{ kaçtır?}$$

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 3

ÇÖZÜM

$x \rightarrow 0$ için $\frac{0}{0}$ dir. L'Hospital kuralı uygulanır.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x + \sin 2x)'}{(x - \sin 2x)'} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + 2 \cos 2x}{1 - 2 \cos 2x} \\ &= \frac{1 + 2}{1 - 2} = -3 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

YANIT "A"

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - x - 6}{x^2 - 4} \text{ kaçtır?}$$

- A) $\frac{11}{4}$ B) 4 C) $\frac{15}{4}$ D) 6 E) 7

ÇÖZÜM

$\lim_{x \rightarrow 2}$ için $\frac{0}{0}$ belirsizliği olduğundan L'Hospital teoremi uygulanır.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^3 - x - 6)'}{(x^2 - 4)'} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 1}{2x}$$

$$\frac{3 \cdot 2^2 - 1}{2 \cdot 2} = \frac{11}{4} \text{ bulunur.}$$

YANIT "A"

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x + \sin 3x}{\sin 2x + \sin 4x} \text{ kaçtır?}$$

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{5}{4}$

ÇÖZÜM-1

$x \rightarrow 0$ için $\frac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

L'Hospital teoremi uygulanırsa

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sin x + \sin 3x)'}{(\sin 2x + \sin 4x)'} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x + 3 \cos 3x}{2 \cos 2x + 4 \cos 4x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 0 + 3 \cdot \cos 0}{2 \cos 0 + 4 \cos 0} = \frac{1 + 3}{2 + 4} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \text{ olur.} \end{aligned}$$

YANIT "B"

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln \sin x}{\ln \tan x} \text{ kaçtır?}$$

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) e

ÇÖZÜM

$x \rightarrow 0^+$ için $\frac{\infty}{\infty}$ olur.

L'Hospital teoremi uygulanırsa

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(\ln \sin x)'}{(\ln \tan x)'} &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{\cos x}{\sin x}}{\frac{\sec^2 x}{\tan x}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \cos^2 x = 1 \text{ olur.} \end{aligned}$$

YANIT "D"

$$\lim_{x \rightarrow 0} (\operatorname{cosec} x - \cot x) \text{ kaçtır?}$$

- A) $-\infty$ B) 0 C) 1 D) π E) ∞

ÇÖZÜM

$x \rightarrow 0$ için $\infty - \infty$ olur.

$\operatorname{cosec} x = \frac{1}{\sin x}$ ve $\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$ olduğundan verilen limit ifadesi

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{\cos x}{\sin x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\sin x} \text{ şekline dönüşür.}$$

$x \rightarrow 0$ için $\frac{0}{0}$ dır.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos x)'}{(\sin x)'} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\cos x} = 0 \text{ olur.}$$

YANIT "B"

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{e^{3x}} \text{ kaçtır?}$$

- A) $-\infty$ B) -1 C) 0 D) 1 E) ∞

ÇÖZÜM

$x \rightarrow \infty$ için $\frac{\infty}{\infty}$ olur. L'Hospital teoremi uygulanırsa,

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x)'}{(e^{3x})'} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{3e^{3x}} = \frac{1}{3 \cdot \infty} = \frac{1}{\infty} = 0 \text{ olur.}$$

YANIT "C"

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+1}{3x-2} \right)^{5x+4} \text{ kaçtır?}$$

- A) 1 B) 2 C) e D) e^3 E) e^5

ÇÖZÜM

$x \rightarrow \infty$ için 1^∞ olduğundan

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + f(x))^{g(x)} = e^{\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) \cdot g(x)} \text{ uygulanabilir.}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+1}{3x-2} \right)^{5x+4} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{3x-2} \right)^{5x+4} \text{ olur.}$$

$$f(x) = \frac{3}{3x-2} \quad g(x) = 5x+4 \text{ alınacak.}$$

$$= e^{\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3}{3x-2} \right) \cdot (5x+4)}$$

$$= e^{\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{15x+12}{3x-2}} = e^5 \text{ olur.}$$

YANIT "E"

$f(x) = 2^{(2^x)}$ ise $f'(1)$ kaçtır?

- A) $\ln 4$ B) $2\ln 4$ C) $3\ln 4$
D) $8(\ln 2)^2$ E) $8\ln 5$

ÇÖZÜM

$$f(x) = a^{u(x)} \Rightarrow f'(x) = u'(x) \cdot a^{u(x)} \cdot \ln a$$

$$f(x) = 2^{2^x} \Rightarrow f'(x) = (2^x)' \cdot 2^{2^x} \cdot \ln 2$$

$$(2^x)' = 1 \cdot 2^x \cdot \ln 2$$

$$\Rightarrow f'(x) = 2^x \cdot \ln 2 \cdot 2^{(2^x)} \cdot \ln 2$$

$$\Rightarrow f'(x) = 2^x \cdot 2^{(2^x)} \cdot (\ln 2)^2$$

$$\Rightarrow f'(1) = 8 \cdot (\ln 2)^2 \text{ olur.}$$

YANIT "D"

$$x^2y^2 - 3x^3 + 5y^2 + 4x - 7 = 0$$

fonksiyonu için $\frac{dy}{dx}$ in $(1, 1)$ noktasındaki teğetinin eğimi kaçtır?

- A) $-\frac{5}{12}$ B) $\frac{1}{12}$ C) $\frac{1}{4}$
D) $\frac{5}{12}$ E) $\frac{7}{12}$

ÇÖZÜM

$$f'_{(x,y)} = -\frac{f'(x)}{f'(y)}$$

$$f'_{(x,y)} = -\frac{2xy^2 - 9x^2 + 4}{2x^2y + 10y}$$

$$f'_{(1,1)} = -\frac{2 \cdot 1 \cdot 1^2 - 9 \cdot 1^2 + 4}{2 \cdot 1^2 \cdot 1 + 10 \cdot 1}$$

$$f'_{(1,1)} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4} \text{ bulunur.}$$

YANIT "C"

$f(x) = a \cos x + b \sin x$ ise $f''(\pi)$ kaçtır?

- A) $a - b$ B) $-a + b$ C) $-a$
D) a E) b

ÇÖZÜM

$$f'(x) = -a \sin x + b \cos x$$

$$f''(x) = -a \cos x - b \sin x$$

$$f''(\pi) = -a \cos \pi - b \sin \pi$$

$$f''(\pi) = -a \cdot (-1) - b \cdot 0 = a \text{ bulunur.}$$

YANIT "D"

$\int_1^2 \frac{dx}{x^2+x}$ ifadesi neye eşittir?

- A) $\ln \frac{3}{2}$ B) $\ln \frac{4}{3}$ C) $\ln \frac{5}{2}$ D) $\ln 3$ E) $\ln 4$

ÇÖZÜM

$$\frac{1}{x^2+x} = \frac{1}{x(x+1)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1}$$

$$1 = A(x+1) + Bx$$

$$x=0 \text{ için } A=1$$

$$x=-1 \text{ için } B=-1 \text{ bulunur.}$$

$$\int_1^2 \frac{dx}{x^2+x} = \int_1^2 \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} \right) dx = (\ln|x| - \ln|x+1|) \Big|_1^2$$

$$= \ln \left| \frac{x}{x+1} \right| \Big|_1^2 = \ln \frac{2}{3} - \ln \frac{1}{2}$$

$$= \ln \frac{4}{3}$$

YANIT "B"

$\int -\frac{\tan x}{\ln(\cos x)} dx$ ifadesi neye eşittir?

- A) $\ln |\sin x| + C$ B) $\ln |\cos x| + C$
C) $\ln |\tan x| + C$ D) $\ln |\cot x| + C$
E) $\ln |\ln \cos x| + C$

ÇÖZÜM

$\ln(\cos x) = t$ değişken değiştirmesi yapılırsa

$$-\frac{\sin x}{\cos x} dx = dt \Rightarrow dx = -\frac{1}{\tan x} dt$$

$$\int -\frac{\tan x}{\ln(\cos x)} dx = \int -\frac{\tan x}{t} \left(-\frac{1}{\tan x} \right) dt$$
$$= \int \frac{1}{t} dt$$

$$t = \ln(\cos x)$$

olduğundan

$$= \ln|t| + C$$

$$= \ln|\ln \cos x| + C \text{ bulunur.}$$

YANIT "E"

$\int \sin x 2^{-\cos x} dx$ ifadesi neye eşittir?

- A) $\frac{2^{\cos x}}{\ln 2} + C$ B) $\frac{2^{-\cos x}}{\ln 2} + C$
C) $\frac{2^{\sin x}}{\ln 2} + C$ D) $\frac{2^{-\sin x}}{\ln 2} + C$
E) $2^{\cos x} + C$

ÇÖZÜM

$-\cos x = t$ değişken değiştirmesi yapılırsa,

$$\sin x dx = dt \Rightarrow dx = \frac{dt}{\sin x} \text{ bulunur.}$$

$$\int \sin x 2^{-\cos x} dx = \int \sin x 2^t \frac{dt}{\sin x}$$
$$= \int 2^t dt$$

$$t = -\cos x$$

olduğundan

$$= \frac{2^t}{\ln 2} + C$$

$$= \frac{2^{-\cos x}}{\ln 2} + C$$

YANIT "B"

$\int 3x^2 \sin x^3 e^{\cos x^3} dx$ ifadesi neye eşittir?

- A) $e^{\cos x^3} + C$ B) $e^{\sin x^3} + C$
 C) $\frac{1}{3} e^{\cos x^3} + C$ D) $-e^{\sin x^3} + C$
 E) $-e^{\cos x^3} + C$

ÇÖZÜM

$\cos x^3 = t$ denirse,

$$\begin{aligned} -3x^2 \cdot \sin x^3 dx &= dt \Rightarrow dx = -\frac{dt}{3x^2 \sin x^3} \\ &= \int 3x^2 \sin x^3 e^t \left(-\frac{dt}{3x^2 \sin x^3} \right) \\ &= -\int e^t dt \end{aligned}$$

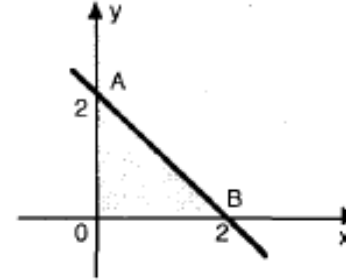
$$\begin{aligned} t = \cos x^3 &= -e^t + C \\ \text{olduğundan} &= -e^{\cos x^3} + C \end{aligned}$$

YANIT "E"

$x + y - 2 = 0$ doğrusu ile x ve y eksenlerinin sınırladığı bölgenin alanını bulunuz.

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

ÇÖZÜM-1



$$\widehat{(AOB)} = \frac{2 \cdot 2}{2} = 2 \text{ br}^2$$

ÇÖZÜM-2

$$x + y - 2 = 0 \Rightarrow y = 2 - x$$

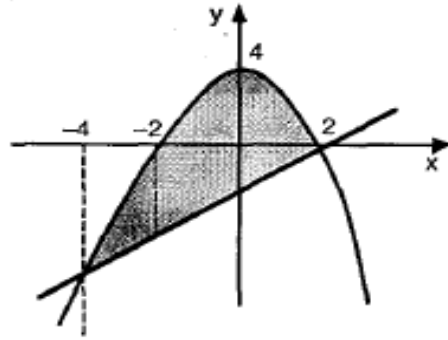
$$\begin{aligned} A(\widehat{AOB}) &= \int_0^2 (2 - x) dx \\ &= \int_0^2 (2 - x) dx = \left(2x - \frac{x^2}{2} \right) \Big|_0^2 \\ &= 4 - 2 = 2 \text{ br}^2 \end{aligned}$$

YANIT "A"

$y = 4 - x^2$ parabolü ile $2x - y - 4 = 0$ doğrusu arasında kalan bölgenin alanı kaç birim karedir?

- A) 18 B) 24 C) 36 D) 40 E) 48

ÇÖZÜM



Eğrilerin kesim noktası

$$y = 2x - 4, y = 4 - x^2 \text{ ise}$$

$$4 - x^2 = 2x - 4 \Rightarrow x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$x = 2 \quad x = -4 \text{ bulunur.}$$

$$A = \int_{-4}^2 [(4 - x^2) - (2x - 4)] dx$$

$$= \int_{-4}^2 (-x^2 - 2x + 8) dx$$

$$= \left(-\frac{x^3}{3} - x^2 + 8x \right) \Big|_{-4}^2$$

$$= 36 \text{ br}^2 \text{ bulunur.}$$

YANIT "C"

27. $y = x^2$, $y = \frac{8}{x}$ eğrileri ve $x = 10$, $y = 0$ doğruları arasında kalan bölgenin alanı kaç birim karedir?

- A) $\frac{1}{2} + \ln 5$ B) $\frac{1}{3} + \ln 6$ C) $\frac{5}{3} + \ln 5$
D) $\frac{\ln 5}{2}$ E) $\frac{8}{3} + 8 \ln 5$

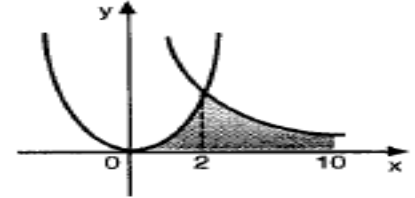
ÇÖZÜM

$$y = x^2 \text{ ve } y = \frac{8}{x}$$

eğrilerinin kesim noktası

$$x^2 = \frac{8}{x} \Rightarrow x^3 = 8$$

$$x = 2 \text{ bulunur.}$$



$$A = \int_0^2 x^2 dx + \int_2^{10} \frac{8}{x} dx = \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^2 + 8 \ln x \Big|_2^{10}$$

$$= \frac{8}{3} + 8(\ln 10 - \ln 2) = \frac{8}{3} + 8 \ln 5 \text{ bulunur.}$$

YANIT "E"

$\int_0^2 \frac{x^2}{\sqrt{x^3 + 1}} dx$ integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{4}{3}$ B) $\frac{7}{3}$ C) 3 D) $\frac{11}{3}$ E) 4

ÇÖZÜM

$$x^3 + 1 = u$$

$$3x^2 dx = du$$

$$x^2 dx = \frac{du}{3}$$

$$\int_0^2 \frac{x^2}{\sqrt{x^3 + 1}} dx = \int_0^2 \frac{du}{3\sqrt{u}} = \frac{1}{3} 2\sqrt{u} \Big|_0^2$$

$$= \frac{2}{3} \sqrt{x^3 + 1} \Big|_0^2 = \frac{2}{3} (\sqrt{9} - \sqrt{1})$$

$$= \frac{2}{3} \cdot 2 = \frac{4}{3} \text{ bulunur.}$$

YANIT "A"

5. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x e^{\cos x} dx$ belirli integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $e-2$ B) $e-1$ C) $1+e$
D) e^2 E) e^3

ÇÖZÜM

$$\cos x = u$$

$$-\sin x dx = du$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x e^{\cos x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} -e^u du$$

$$= -e^{\cos x} \Big|_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= -e^{\cos \frac{\pi}{2}} - (-e^{\cos 0})$$

$$= -1 + e = e - 1 \text{ bulunur.}$$

YANIT "B"

6. $\int_e^{e^2} \frac{dx}{x \ln x}$ integralinin değeri nedir?

A) 1 B) 2 C) $\ln 2$ D) 4 E) $\ln 4$

ÇÖZÜM

$$u = \ln x$$

$$du = \frac{1}{x} dx$$

$$\int_e^{e^2} \frac{dx}{x \ln x} = \int_e^{e^2} \frac{du}{u} = \ln|u| \Big|_e^{e^2}$$

$$= \ln|\ln x| \Big|_e^{e^2} = \ln|\ln e^2| - \ln|\ln e|$$

$$= \ln|2| - \ln|1| = \ln\left|\frac{2}{1}\right| = \ln 2$$

YANIT "C"

- $\int_0^1 \sin\left(\frac{\pi}{2}(x+3)\right) dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) $-\frac{4}{\pi}$ B) $-\frac{3}{\pi}$ C) $-\frac{2}{\pi}$ D) $\frac{2}{\pi}$ E) π

ÇÖZÜM

$$t = \frac{\pi}{2}(x+3)$$

$$dt = \frac{\pi}{2} dx \Rightarrow dx = \frac{2dt}{\pi}$$

$$\int_0^1 \sin\left(\frac{\pi}{2}(x+3)\right) dx = \int_0^1 \sin t \cdot \frac{2}{\pi} dt$$

$$= -\frac{2}{\pi} \cos t \Big|_0^1 = -\frac{2}{\pi} \left(\cos \frac{\pi}{2}(x+3) \right) \Big|_0^1$$

$$= -\frac{2}{\pi} \left(\underbrace{\cos 2\pi}_1 - \underbrace{\cos \frac{3\pi}{2}}_0 \right) = -\frac{2}{\pi} \text{ bulunur.}$$

YANIT "C"

7. $\int_1^e \frac{(\ln x)^3}{x} dx$ integralinin değeri nedir?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) 1 D) 3 E) 4

ÇÖZÜM

$$t = \ln x$$

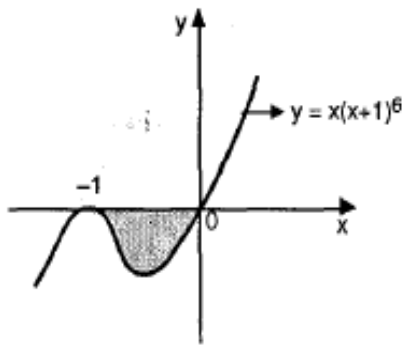
$$dt = \frac{1}{x} dx \Rightarrow dx = x \cdot dt$$

$$\int_1^e \frac{(\ln x)^3}{x} dx = \int_1^e \frac{t^3}{x} \cdot x dt$$

$$= \int_1^e t^3 dt = \frac{t^4}{4} \Big|_1^e = \frac{(\ln x)^4}{4} \Big|_1^e$$

$$= \frac{1}{4} \left[(\ln e)^4 - (\ln 1)^4 \right] = \frac{1}{4} \text{ bulunur.}$$

YANIT "A"



Şekilde verilenlere göre taralı bölgenin alanı kaç br² dir?

- A) $\frac{2}{23}$ B) $\frac{1}{56}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{1}{7}$ E) $\frac{1}{112}$

ÇÖZÜM

$$\int_{-1}^0 |x(x+1)^6| dx = -\int_{-1}^0 x(x+1)^6 dx$$

$$x+1 = u \Rightarrow x = u-1 \text{ ve } dx = du$$

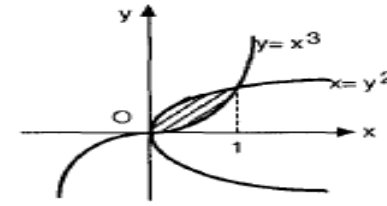
$$\begin{aligned} -\int (u-1) \cdot u^6 &= -\int (u^7 - u^6) = -\frac{u^8}{8} + \frac{u^7}{7} \\ &= \frac{-(x+1)^8}{8} \Big|_{-1}^0 + \frac{(x+1)^7}{7} \Big|_{-1}^0 \\ &= -\frac{1}{8} + 0 + \frac{1}{7} + 0 \\ &= \frac{1}{56} \end{aligned}$$

YANIT "B"

$x = y^2$ ve $y = x^3$ eğrileriyle sınırlı bölgenin alanı kaç br² dir?

- A) $\frac{5}{12}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{2}{3}$ D) 1 E) $\frac{3}{5}$

ÇÖZÜM

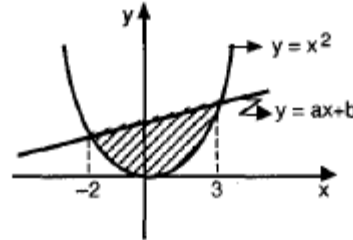


$$x = x^6 \Rightarrow x^6 - x = 0 \Rightarrow x(x^5 - 1) = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ veya}$$

$$x^5 = 1 \Rightarrow x = 1$$

$$\begin{aligned} \text{Taralı Alan} &= \int_0^1 (\sqrt{x} - x^3) dx = \left[\frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} - \frac{x^4}{4} \right]_0^1 \\ &= \frac{2}{3} - \frac{1}{4} = \frac{5}{12} \end{aligned}$$

YANIT "A"



Şekilde verilenlere göre taralı alan kaç br² dir?

- A) $\frac{37}{6}$ B) $\frac{115}{6}$ C) $\frac{119}{6}$ D) $\frac{125}{6}$ E) $\frac{49}{6}$

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} x = -2 &\Rightarrow y = 4 & (-2, 4) \\ x = 3 &\Rightarrow y = 9 & (3, 9) \end{aligned} \quad \text{Eğim} = \frac{5}{5} = 1$$

$$\text{Doğru denklemi } y - 4 = 1(x + 2) \Rightarrow y = x + 6$$

$$\begin{aligned} \text{Taralı Alan} &= \int_{-2}^3 (x + 6 - x^2) dx \\ &= \left[\frac{x^2}{2} + 6x - \frac{x^3}{3} \right]_{-2}^3 \\ &= \left(\frac{9}{2} + 18 - 9 \right) - \left(2 - 12 + \frac{8}{3} \right) \\ &= \frac{125}{6} \end{aligned}$$

YANIT "D"

10. $\int_0^{\sqrt{3}} x\sqrt{x^2+1} dx$ integralin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{7}{3}$

11. $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sqrt{2} \sin x \sqrt{1+\cos 2x} dx$ integralin değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

12. $\int \left(\frac{3(\ln x)^2 + 1}{x} \right) dx$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $(\ln x)^3 + \ln x + C$ B) $(\ln x)^2 + x + C$
C) $(\ln x)^4 + \ln x + C$ D) $(\ln x)^3 + x + C$
E) $\frac{(\ln x)^2}{x} + C$

13. $\int (e^{ax} + e)^2 e^{ax} dx$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{1}{2a} (e^{ax} + e)^3 + C$
B) $3a(e^{ax} + e)^3 + C$
C) $\frac{1}{3a} (e^{ax} + e)^3 + C$
D) $3a(e^{ax} + e) + C$
E) $3a(e^{ax} + e)^2 + C$

14. $\int \frac{\sin 2x}{\sin^2 x + 2} dx$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\ln(\sin^2 x + 2) + C$ B) $\ln \sin x + C$
C) $\ln(\sin^3 x + 2) + C$ D) $\ln(\sin x + 2) + C$
E) $2 \ln x + \sin x + C$

15. $\int \frac{x-1}{\sqrt{1-x^2}} dx$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-\sqrt{1-x} + C$
B) $\sqrt{1-x^2} + x + C$
C) $-\sqrt{1-x^2} - \arcsin x + C$
D) $\sqrt{1-x^2} + \sin x + C$
E) $\arcsin x + x + C$

16. $\int \frac{dx}{\sin^2(2-x)}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\sin(2-x) + C$ B) $\cos(2-x) + C$
C) $\sec(2-x) + C$ D) $\tan(2-x) + C$
E) $\cot(2-x) + C$

17. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{1+\cos x + \sin x}{1+\cos x} \right) dx$ integralinin değeri kaçtır?

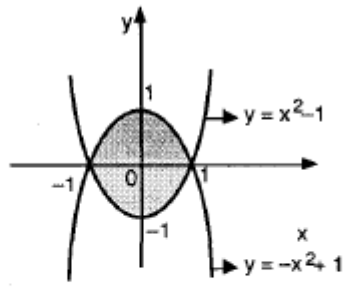
- A) $\frac{\pi}{2} - \ln 2$ B) $\frac{\pi}{2} + \ln 2$ C) $\ln 2$
D) $\frac{\pi}{2}$ E) $2 + \ln \frac{\pi}{2}$

18. $\int_1^e \frac{\sqrt{\ln x}}{x} dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 2

10. E
11. D
12. A
13. C
14. A
15. C
16. E
17. B
18. B

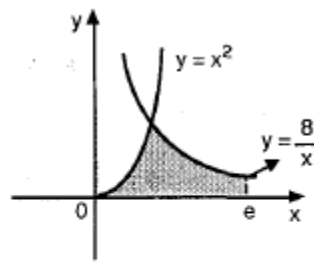
16.



Şekle göre taralı alan kaç br^2 dir?

- A) $\frac{5}{3}$ B) $\frac{7}{3}$ C) $\frac{8}{3}$ D) $\frac{11}{3}$ E) $\frac{13}{3}$

17.



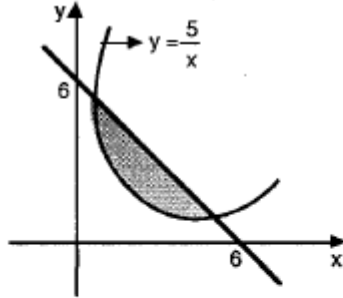
Şekle göre taralı alan kaç br^2 dir?

- A) $\frac{24\ln 2 - 16}{3}$ B) $\frac{32 - 24\ln 2}{3}$
 C) $\frac{8}{3} - \ln 2$ D) $\ln 2 - \frac{8}{3}$
 E) $\ln 256$

16. C

17. B

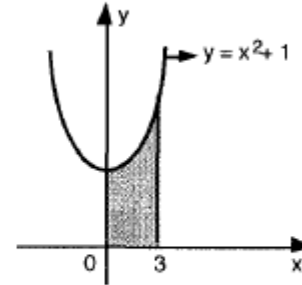
21.



Verilenlere göre taralı alanın değeri nedir?

- A) $13 - 5\ln 5$ B) $6 + 5\ln 5$
 C) $10 - \ln 5$ D) $3 + 2\ln 5$
 E) $12 - 5\ln 5$

26. $y = x^2 + 1$, $y = 0$,
 $x = 0$ ve $x = 3$ ile
 sınırlı bölgenin
 alanı kaç birim ka-
 redir?



- A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) 15

21. E

26. D

Kaynaklar:

1. G. B. Thomas ve Ark., **Thomas Calculus I**, Çeviri: R. Korkmaz, Beta Yayıncılık, İstanbul, 2009.
2. Prof. Dr. C. Çinar, Prof. Dr. İ. Yalçınkaya, Prof. Dr. A. S. Kurbanlı, Prof. Dr. D. Şimşek, **Genel Matematik**, Dizgi Ofset, 2013.
3. Prof. Dr. İ. Yalçınkaya, **Analiz III Diziler ve Seriler**, Dizgi Ofset, 2017.
4. M. Balcı, **Çözümlü Matematik Analiz Problemleri 1**, Sürat Üniversite yayınları, 2011.