DOĞRUSAL MOMENTUM VE ÇARPIŞMALAR

1. Doğrusal Momentum ve Momentumun Korunumu
2. İmpuls ve Momentum
3. Çarpışmalar
4. Bir Boyutta Esnek ve Esnek Olmayan Çarpışmalar
5. İki Boyutlu Çarpışmalar
6. Kütle Merkezi

FİZİK – 1 MEKANİK (Doğrusal Momentum ve Çarpışmalar)

Şimdiye kadar tek bir parçacığın hareketini inceleyerek, bu hareketi tarif etmek için bazı büyüklükler tanımlandı ve kullanıldı. Bir parçacığın hareketinin çözülemeyecek kadar karmaşık olması durumunda korunum kavramından yararlanıldı. Enerjinin korunumunun doğa olaylarına açıklık getiren temel bir ilke olarak incelendi Bu bölümde parçacıklar sisteminin davranışı diğer bir temel korunum ilkesi olan momentumun korunumundan yararlanılarak inceleyecektir.

Uygulanan kuvvet momentumun değişimine neden olduğundan, momentumun korunumu Newton'un ikinci yasasının bir sonucudur. Yalıtılmış bir sistemin momentumu sabittir. Momentumun korunumu özellikle çarpışan parçacıklardan oluşan sistemlerin davranışlarının açıklanmasında önemli bir rol oynar. Sisteme uygulanan kuvvetlerin bilinmediği veya çok karmaşık olduğu durumlarda bile momentumun korunumu uygulanabilmektedir.

Bir sistemin momentumu incelenirken, sistemi oluşturan parçacıkların hareketlerinden daha basit bir hareket yapısına sahip olan özel bir nokta olan kütle merkezi tanımlanır. Sistemin kütle merkezi tüm hareket süresince sadece sisteme dışarıdan uygulanan kuvvetlerin etkisi ile Newton'un ikinci kanununa göre hareket eden bir nokta parçacık gibi davranır.

FİZİK – 1 MEKANİK (Doğrusal Momentum ve Çarpışmalar)

1. Doğrusal Momentum ve Momentumun Korunumu

Önceki iki bölümde Newton yasaları ile kolayca çözümlenemeyecek kadar karmaşık durumları incelemiştik. Aslında Newton da $\Sigma\vec{F} = m\vec{a}$ biçimindeki ikinci kanununu, karmaşık durumlarda kolayca uygulanabilecek az farklı olan bir biçimini kullandi. Fizikciler atomik büyüklükteki parçacıklardan roket problemine kadar her konuda bu bicimi kullanirlar. Bu durumu ifade eden yeni kavram momentumdur. v hızı ile hareket eden m kütleli parçacığın doğrusal (çizgisel) momentumu;

$$\vec{p} \equiv m\vec{v}$$

ile tanımlanır. Bir m skaleri ile $\vec{v}$ vektörünün çarpımı olduğundan, momentum, hız ile aynı yönde vektörel bir büyüklüktür ve [M][L]/[T] boyutundadır. SI sisteminde birimi kgm/s' dir.

İvme cismin hızındaki artışı gösterirken, enerji, iş yapabilmenin bir ölçüsü ve momentum ise bir cismin sahip olduğu hareket miktarının bir ölçüsüdür.

Momentum kavramını daha iyi anlamak için aynı hıza sahip olan bir kelebek ile bir kamyonu düşünülsün. Bu iki cisim aynı hıza sahip olmalarına karşın, karşılarına çıkabilecek herhangi bir cisme verebilecekleri zarar oldukça farklıdır. Bu farkın nedeni, kütlelerinden dolayı taşıdıkları hareket miktarının farklı oluşudur. Bundan dolayı, insan sağduyusal olarak her zaman hızı yavaş da olsa bir kamyonun üzerine gelmesini istemez; ama kelebek için bu fazla önemsemez.

FİZİK – 1 MEKANİK (Doğrusal Momentum ve Çarpışmalar)

Newton' un ikinci yasasını kullanarak parçacığın doğrusal momentumunu ona etki eden kuvvete bağlanabilir: $\Sigma\vec{F} = \dfrac{d\vec{p}}{dt} = \dfrac{d(m\vec{v})}{dt}$

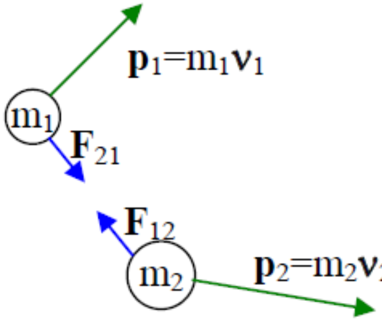
Parçacığın momentumunun zamana göre değişim hızı parçacığa etkiyen net kuvvete eşittir. Hız vektörünün zamanla değişmesine ek olarak, roket hareketinde olduğu gibi kütlenin de zamanla değişmesi durumunu bu eşitlik daha net ifade eder. Parçacığa etkiyen $\Sigma\vec{F} = 0$ olduğunda yani sistem yalıtılmış ise momentum sabit kalır, bu da momentumun korunduğu anlamına gelir.

İki-Parçacıklı bir Sistem için Momentumun Korunumu

Birbirleri ile etkileşen, çevrelerinden yalıtılmış iki parçacık ele alınıyor olsun. Böyle bir sistemde parçacıkların birbirlerine kuvvet uygulamaları mümkün olabilir, ancak parçacık sistemine etki eden herhangi bir dış kuvvet bulunmasın. Birinci parçacık ikinciye bir kuvvet uygularsa, Newton'un üçüncü kanunu gereğince, ikinci parçacık da birinciye aynı büyüklükte fakat zıt yönde bir kuvvet uygulayacaktır.

Bir t anı için Newton' un ikinci yasası uygulanırsa:

$$\Sigma\vec{F}_{21} = \frac{d\vec{p}_1}{dt}, \quad \Sigma\vec{F}_{12} = \frac{d\vec{p}_2}{dt}, \quad \vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \Rightarrow \vec{F}_{12} + \vec{F}_{21} = 0$$



$$\frac{d\vec{p}_1}{dt} + \frac{d\vec{p}_2}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2) = 0$$ yazılabilir.

Toplam momentumun zamana göre türevi sıfır olduğundan, sistemin toplam momentumunun sabit kaldığı sonucuna varılır. $\vec{p}_{top} = \sum_{sistem} \vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = sabit$

Başka bir ifade ile sistemin ilk ve son momentumu aynıdır: $\vec{p}_{1i} + \vec{p}_{2i} = \vec{p}_{1s} + \vec{p}_{2s}$

Momentum vektörel bir büyüklük olduğuna göre doğrusal momentumun x, y, z bileşenleri de ayrı ayrı korunur.

$$\sum_{sistem} \vec{p}_{ix} = \sum_{sistem} \vec{p}_{sx}, \quad \sum_{sistem} \vec{p}_{iy} = \sum_{sistem} \vec{p}_{sy}, \quad \sum_{sistem} \vec{p}_{iz} = \sum_{sistem} \vec{p}_{sz}$$

Yalıtılmış bir sistemde iki veya daha fazla parçacık etkileştiğinde sistemin toplam momentumu sabit kalır.

2. İmpuls ve Momentum

Bir cisme etkiyen kuvvet parçacığın momentumunu değiştirir. Bir parçacığın üzerine zamanla değişen bir kuvvet uygulanırsa, Newton' un ikinci yasasına göre $d\vec{p} = \vec{F}dt$ olur. Kuvvet belli bir zaman aralığında uygulanmış ise, momentum değişimi bu ifadenin integrali ile belirlenir.

$$\int d\vec{p} = \int_{t_i}^{t_s} \vec{F}dt$$

Parçacığın t_i anındaki momentumu p_i ve t_s anındaki momentumu p_s ise

$$\Delta\vec{p} = \vec{p}_s - \vec{p}_i = \int_{t_i}^{t_s} \vec{F}dt$$

Bu eşitliğin sağ tarafına $\Delta t = t_s - t_i$ zaman aralığında parçacığa etkiyen kuvvetin impulsu denir.

$$\vec{I} = \int_{t_i}^{t_s} \vec{F}dt = \Delta\vec{p}$$

İmpuls-Momentum Teoremi

İmpuls-momentum teoremi olarak bilinen bu ifade Newton' un ikinci yasasına eşdeğerdir. İmpuls vektörünün yönü momentum değişiminin yönü ile aynıdır ve momentum boyutundadır.

İmpuls parçacığın kendi başına bir özelliği değildir. Uygulanan dış kuvvetin parçacığın momentumunu değiştirmesi ile ilgili bir niceliktir.

FİZİK – 1 MEKANİK (Doğrusal Momentum ve Çarpışmalar)

Kuvvet genelde zamanla değişebildiğinden, bir ortalama kuvvet tanımlamak daha uygun olur. Ortalama kuvvet, parçacığa Δt zaman aralığında değişen gerçek kuvvetin impulsuna eşit İmpuls veren sabit bir kuvvettir ve ortalama değer teoremi ile kolaylıkla bulunabilir:

$$\vec{F}_{ort} = \frac{1}{\Delta t}\int_{t_i}^{t_s} \vec{F}dt, \quad \vec{I} = \vec{F}_{ort}\Delta t$$

Örnek 2: Topa Vuruş

50 gr kütleli bir golf topuna golf sopası ile vurulmaktadır. Top üzerindeki kuvvet, sıfırdan, topun şeklinin bozulduğu andaki maksimim değere çıkar. Topun 200 m gittiğini göz önüne alarak, çarpışmanın neden olduğu itmenin (impuls) büyüklüğünü bulunuz. Sopanın topa temasının ilk anlarında, top momentum kazanır ve golf sopası da aynı miktarda momentum kaybeder.

FİZİK – 1 MEKANİK (Doğrusal Momentum ve Çarpışmalar)

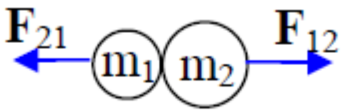
Örnek 3: Tamponlar Ne Kadar Sağlamdır ?

Özel bir çarpışma deneyinde, 1500 kg kütleli bir otomobil bir duvara çarpar. Otomobilin ilk ve son hızları v_i = -15**i** m/sn ve v_s = 2,6**i** m/sn dir. Çarpışma 0,15 sn sürerse, çarpışmayla ilgili itmeyi ve otomobile uygulanan ortalama kuvveti bulunuz.

3. Çarpışmalar

Pek çok fiziksel durumda İmpuls yaklaşımı ifadesi kullanılır. Bu yaklaşımda bir parçacık üzerine uygulanan kuvvetlerden birinin kısa bir süre etki ettiği, fakat mevcut diğer kuvvetlerden daha büyük olduğu varsayılır. Bu yaklaşım, özellikle çarpışma gibi çok kısa süren olayları açıklamakta kullanışlıdır. Burada kuvvete, impulsif kuvvet denir. Ayrıca, $\mathbf{P}_i$ ve $\mathbf{P}_s$ nin çarpışmadan hemen önce ve sonraki momentumlar olduğuna dikkat etmek gerekir. Çarpışmadaki impulsif kuvvetin, mevcut dış kuvvetlerden daha büyük olduğu kabul edilecektir.

FİZİK – 1 MEKANİK (Doğrusal Momentum ve Çarpışmalar)



m_1 ve m_2 kütleli iki cisim göz önüne alınırsa; bu iki cisim çarpıştığında m_2'nin m_1 üzerine uyguladığı F_{21} kuvvetinin m_1 'in momentumunda yol açacağı değişim;

$$\Delta\vec{p}_1 = \int_{t_i}^{t_s} \vec{F}_{21} dt$$ olarak yazılabilir

benzer şekilde m_1'nin m_2 üzerine uyguladığı F_{12} kuvvetinin m_2'in momentumunda yol açacağı değişim

$$\Delta\vec{p}_2 = \int_{t_i}^{t_s} \vec{F}_{12} dt$$

ile verilir ve Newton' un üçüncü yasasına göre $\Delta\vec{p}_1 = -\Delta\vec{p}_2$ $\quad \Delta\vec{p}_1 + \Delta\vec{p}_2 = 0$ yazılabilir.

Bu sonuç sistemin momentumunda bir değişim olmadığını, yani momentumun korunduğunu gösterir. F_{12} ve F_{21} yani itme kuvvetleri iç kuvvetlerdir ve bu parçacık sistemine etkiyen bir dış kuvvet olmaması durumunda momentum korunacaktır. Bu işlemlerin çarpışmadan hemen önce ve sonrasındaki çok küçük bir zaman aralığında yapıldığı unutulmamalıdır.

Örnek 4: İki Arabanın Çarpışması

Trafik ışığında durmakta olan 1800 kg kütleli bir arabaya 900 kg kütleli küçük bir araba arkadan çarpar ve iki araba birlikte sürüklenir.ç Çarpışmadan önce küçük arabanın hızı 20 m/sn ise, çarpışmadan sonra birleşik kütlenin (arabaların) sürüklenme hızı ne olur?

4. Bir Boyutta Esnek ve Esnek Olmayan Çarpışmalar

Dış kuvvetlerin dikkate alınmadığı bir çarpışmada momentumun korunur; fakat çarpışmanın oluşuna bağlı olarak kinetik enerji korunmayabilir. Bu nedenle çarpışmalar, esnek çarpışma ve esnek olmayan çarpışma yani, kinetik enerjinin korunduğu ve korunmadığı çarpışmalar olarak ele alınırlar.

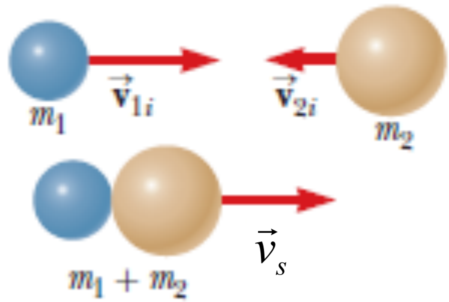
Esnek Çarpışma: Toplam momentum ve toplam kinetik enerjinin çarpışmadan önce ve sonra sabit kaldığı çarpışmadır.
Esnek Olmayan Çarpışma: Momentumun korunduğu halde toplam kinetik enerjinin çarpışmadan önce ve sonra aynı olmadığı çarpışmadır.
Tamamen Esnek Olmayan Çarpışmalar: Çarpışma sonrasında çarpışan kütlelerin birbirlerine yapışarak ortak bir v hızı ile hareket ettikleri çarpışmadır.

Tamamen Esnek Olmayan Çarpışmalar

Sistemin sadece momentumu korunur, bu nedenle çarpışmadan önceki toplam momentum, çarpışmadan sonraki toplam momentuma eşittir.

Çarpışmadan önce

Çarpışmadan sonra



$$\Delta\vec{p} = 0 \rightarrow \vec{p}_i = \vec{p}_s$$

$$m_1\vec{v}_{1i} + m_2\vec{v}_{2i} = (m_1 + m_2)v_s$$

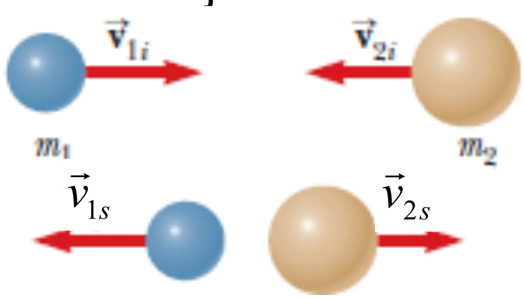
$$v_s = \frac{m_1\vec{v}_{1i} + m_2\vec{v}_{2i}}{(m_1 + m_2)}$$

Esnek Çarpışmalar

Momentum ve kinetik enerji birlikte korunumlu olduğundan

Çarpışmadan önce

Çarpışmadan sonra



$$m_1v_{1i} + m_2v_{2i} = m_1v_{1s} + m_2v_{2s}$$

$$\frac{1}{2}m_1v_{1i}^2 + \frac{1}{2}m_2v_{2i}^2 = \frac{1}{2}m_1v_{1s}^2 + \frac{1}{2}m_2v_{2s}^2$$

Kinetik enerji korunumu denklemi tekrar düzenlenirse

$$\frac{1}{2}m_1v_{1i}^2 + \frac{1}{2}m_2v_{2i}^2 = \frac{1}{2}m_1v_{1s}^2 + \frac{1}{2}m_2v_{2s}^2$$

$$m_1(v_{1i}^2 - v_{1s}^2) = m_2(v_{2s}^2 - v_{2i}^2)$$

FİZİK – 1 MEKANİK (Doğrusal Momentum ve Çarpışmalar)

$$m_1(v_{1i}-v_{1s})(v_{1i}+v_{1s})=m_2(v_{2s}-v_{2i})(v_{2s}+v_{2i}) \quad \cdots \quad (1)$$

Momentumun korunumu kanunundan $m_1v_{1i}+m_2v_{2i}=m_1v_{1s}+m_2v_{2s} \quad \cdots \quad (2)$

$$m_1(v_{1i}-v_{1s})=m_2(v_{2s}-v_{2i}) \quad \cdots \quad (3)$$

Yukarıdaki (1) ve (3) eşitlikleri taraf tarafa bölünür ve yeniden düzenlenirse

$$(v_{1i}+v_{1s})=(v_{2s}+v_{2i})$$

$v_{1i}-v_{2i}=-(v_{1s}-v_{2s}) \quad \cdots \quad (4)$ elde edilir. Bu eşitliğe göre iki cismin çarpışma öncesi bağıl hızları $v_{1i}-v_{2i}$, çarpışma sonrası bağıl hızlarının negatifine $-(v_{1s}-v_{2s})$, eşittir.

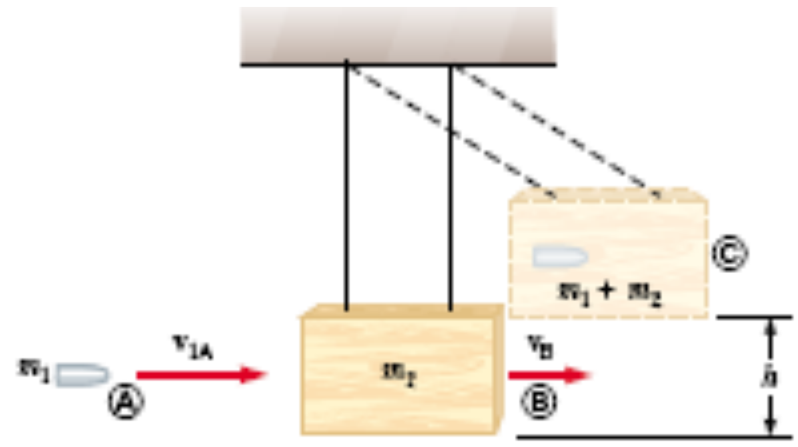
Parçacıkların kütleleri ve ilk hızlarının bilinmesi halinde, iki eşitlik ve iki bilinmeyen olduğundan, (2) ve (4) eşitlikleri ilk hızlar cinsinden son hızların bulunmasına imkan verir. Böylece ;

$$v_{1s}=\left(\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\right)v_{1i}+\left(\frac{2m_2}{m_1+m_2}\right)v_{2i}$$

$$v_{2s}=\left(\frac{2m_1}{m_1+m_2}\right)v_{1i}+\left(\frac{m_2-m_1}{m_1+m_2}\right)v_{2i}$$

Örnek 5: Balistik Sarkaç

Balistik sarkaç, mermi gibi hızlı hareket eden cisimlerin hızını ölçmek için kullanılan bir sistemdir.Çarpışma tam esnek olmayan türden bir çarpışmadır.



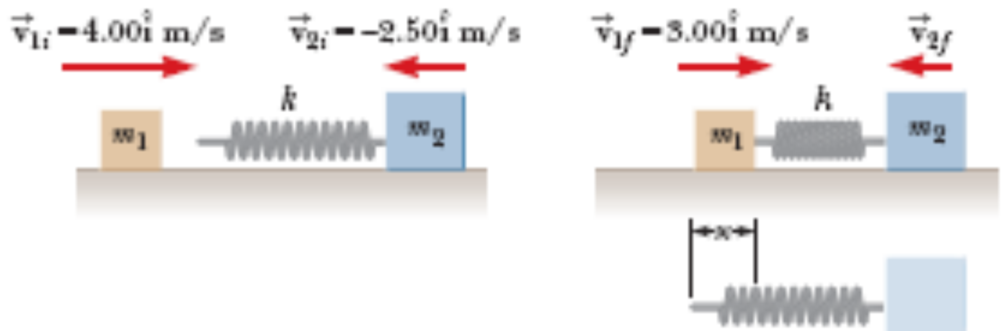
FİZİK – 1 MEKANİK (Doğrusal Momentum ve Çarpışmalar)

Örnek 6: Yaylı İki Cisim Çarpışması

4 m/sn hızla sağa hareket eden m_1 = 1,6 kg kütleli bir blok, sürtünmesiz yatay bir düzlem üzerinde 2,5 m/sn hızla sola hareket eden m_2 = 2,1 kg kütleli ikinci bir bloğa tutturulmuş bir yayla çarpışıyor. Yayın kuvvet sabiti 600 N/m dir.

a) m_1 kütlesinin sağa 3 m/sn hızla hareket ettiği anda 2. bloğun hızını,

b) Yaydaki sıkışma miktarını bulunuz.

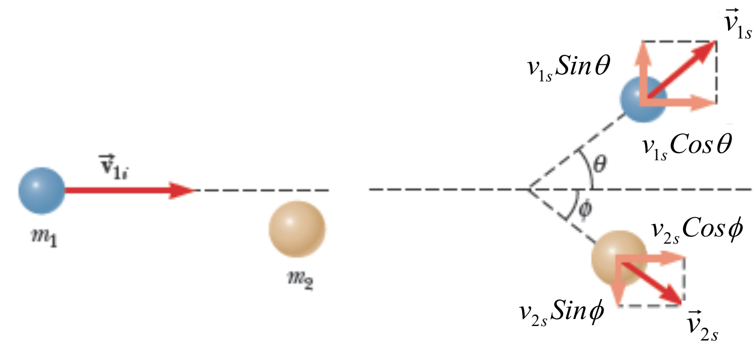


Örnek 7: Yaylı İki Cisim Çarpışması

Alıştırma m_2 durgun olduğu anda, m_1'in hızını ve yaydaki sıkışmayı bulunuz.

5. İki Boyutlu Çarpışmalar

Daha önce yalıtılmış iki parçacıklı sistemde momentumun korunduğunu gösterilmişti. Bu sonuç iki parçacığın herhangi bir çarpışması için x, y, z doğrultularının her birinde momentumun korunacağını ifade eder. Çarpışmaların büyük bir kısmı düzlemde gerçekleşir.



$$m_1 v_{1ix} + m_2 v_{2ix} = m_1 v_{1sx} + m_2 v_{2sx}$$

$$m_1 v_{1iy} + m_2 v_{2iy} = m_1 v_{1sy} + m_2 v_{2sy}$$

Her iki parçacığın momentumlarının başlangıçtaki y bileşenleri sıfır olduğundan;

$$m_1 v_{1i} = m_1 v_{1s} Cos\theta + m_2 v_{2s} Cos\phi \quad \cdots\cdots (1)$$

$$0 = m_1 v_{1s} Sin\theta - m_2 v_{2s} Sin\phi \quad \cdots\cdots (2)$$

Bu iki denklemdeki yedi nicelikten sadece ikisi bilinmiyorsa problem çözülebilir. Çarpışma esnek ise Kinetik Enerjinin Korunumu eşitliğini $v_{2i} = 0$ değerini de dikkate alarak

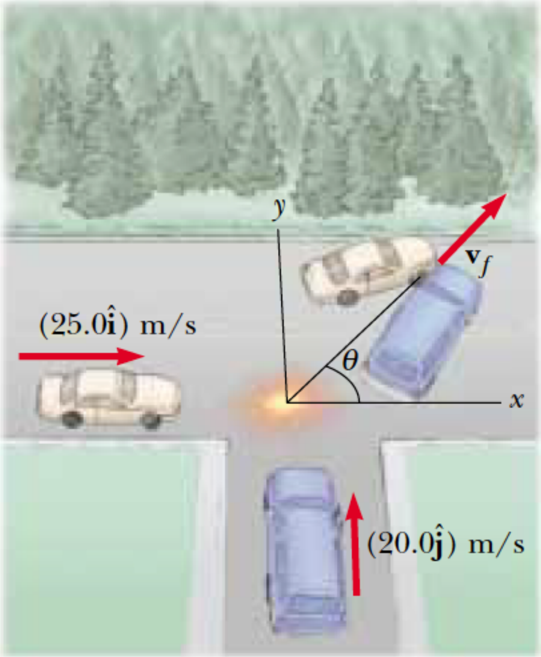
$$\frac{1}{2}m_1 v_{1i}^2 = \frac{1}{2}m_1 v_{1s}^2 + \frac{1}{2}m_2 v_{2s}^2 \quad \cdots\cdots (3)$$

yazabiliriz. Eğer ilk hız v_{1i} ve kütleler bilinirse geriye dört bilinmeyen kalır. Elimizde üç eşitlik bulunduğundan çözüm için kalan dört bilinmeyenden biri verilmiş olmalıdır.

FİZİK – 1 MEKANİK (Doğrusal Momentum ve Çarpışmalar)

ÖRNEK 9.9 Bir Kavşakta Çarpışma

25 m/s hızla doğuya doğru giden 1500 kg'lık bir araba, şekil 9.15'te görüldüğü gibi 20 m/s hızla kuzeye giden 2500 kg'lık büyük bir yük kamyonu ile kavşakta çarpışıyor. Araçların tam esnek olmayan çarpışma yaptıklarını (birlikte hareket ettiklerini) gözönüne alarak, çarpışmadan sonra enkazın hızının büyüklüğünü ve yönünü bulunuz.

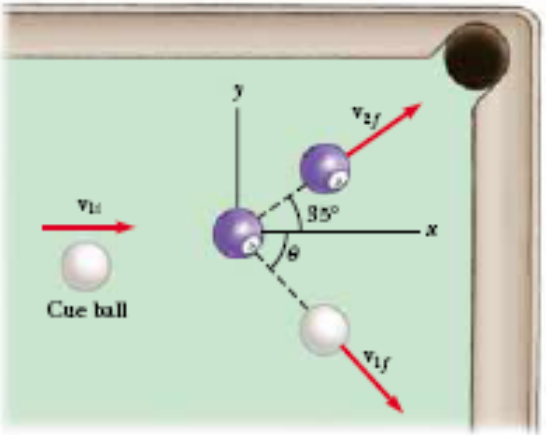


ÖRNEK 9.10 Proton–Proton Çarpışması

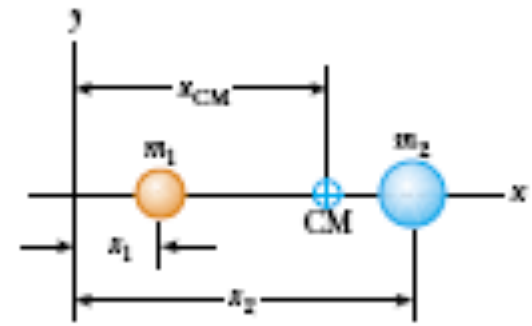
Bir proton, başlangıçta duran diğer bir protonla tam esnek olarak çarpışıyor. Gelen protonun ilk hızı $3{,}5 \times 10^5$ m/s dir ve ikinci protonla Şekil 9.14'teki gibi kafa kafaya olmayan bir çarpışma yapıyor. Çarpışmadan sonra, bunlardan biri ilk geliş doğrultusu ile 37° açı yaparak, diğeri de bir ϕ açısı ile saçılır. İki protonun son hızlarını ve ϕ açısını bulunuz.

Örnek 8: Bilardo Topu Çarpışması

Bir bilardo oyuncusu hedefteki topu köşedeki deliğe düşürmek ister. Köşe deliğinin, geliş doğrultusuna göre açısı 35^0 ise, gelen top hangi açı ile sapar? Sürtünme ve dönme hareketinin önemli olmadığı ve çarpışmanın esnek olduğunu varsayınız.



6. Kütle Merkezi



x ekseni üzerinde x_1 ve x_2 noktalarında bulunan sırasıyla, m_1 ve m_2 kütlelerine sahip iki noktasal cismin kütle merkezi, $x_{km} = \dfrac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$ bağıntısı ile verilir.

x-ekseni üzerine yerleştirilmiş n tane parçacık durumunda bu bağıntı:

$$x_{km} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \cdots\cdots + m_n x_n}{m_1 + m_2 + \cdots\cdots + m_n} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \cdots\cdots + m_n x_n}{M} = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{n} m_i x_i$$

olur. Burada M sistemdeki parçacıkların toplam kütlesidir.

Üç boyutlu uzayda (xyz koordinat sistemi) parçacık sisteminin kütle merkezi de, kütlesi m_i olan parçacığın konum vektörü $\vec{r}_i$ olmak üzere, daha genel bir ifade olan

$$\vec{r}_{km} = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{r}_i$$ bağıntısına sahiptir.

Konum vektörü $\vec{r}_{km} = x_{km}\hat{i} + y_{km}\hat{j} + z_{km}\hat{k}$ biçiminde de yazılabileceğinden, kütle merkezinin koordinatları

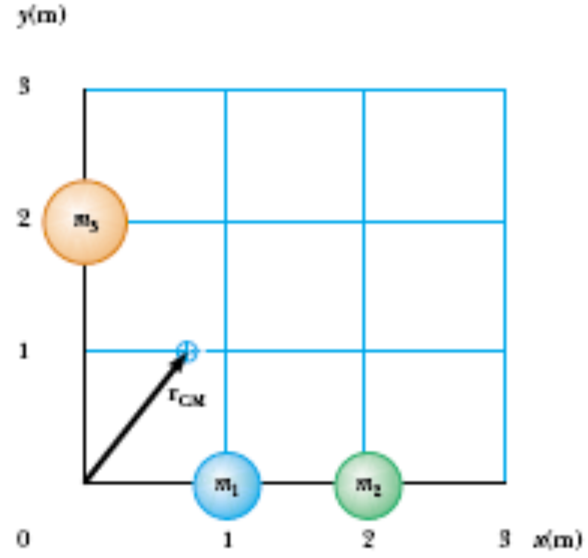
$$x_{km} = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{n} m_i x_i, \quad y_{km} = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{n} m_i y_i, \quad z_{km} = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{n} m_i z_i$$ ile verilebilir.

Bir parçacık sisteminin kütle merkezi, sistemdeki tüm parçacıkların toplandığı bir nokta ve sistem üzerine etki eden tüm dış kuvvetler o noktaya etkiyormuş gibi düşünülebilir.

Bir beyzbol sopasının şekildeki gibi havaya fırlatıldığını ve yer-çekimi kuvvetinin etkisi altındaki hareketini düşünelim. Sopanın kütle merkezi siyah bir nokta ile işaretlenmiştir. Kütle merkezinin hareketine bakıldığında, bunun bir eğik atış hareketi olduğu kolayca görülür. Ancak, kütle merkezi dışındaki noktaların hareketleri oldukça karmaşıktır.

Örnek 9: Üç Parçacığın Kütle Merkezi

Konumları şekilde verilen $m_1 = m_2 = 1$ kg ve $m_3 = 2$ kg kütleli üç parçacıktan oluşan sistemin kütle merkezini bulunuz.



Katı Cisimlerin Kütle Merkezi :

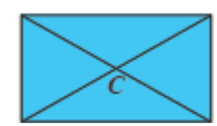
Maddenin, içinde homojen bir şekilde dağıldığı sistemlere katı cisimler diyebiliriz. Böyle cisimlerin kütle merkezlerini bulmak için, kesikli toplama işlemi yerine sürekli toplama işlemi olan integrali kullanacağız:

$$x_{km} = \frac{1}{M}\int x dm, \qquad y_{km} = \frac{1}{M}\int y dm, \qquad z_{km} = \frac{1}{M}\int z dm$$

Cisimlerin simetrisi (simetri noktası, simetri ekseni, simetri düzlemi) uygun ise integral alma işlemine gerek kalmayabilir. Kütle merkezi simetri elemanı üzerinde olacaktır.

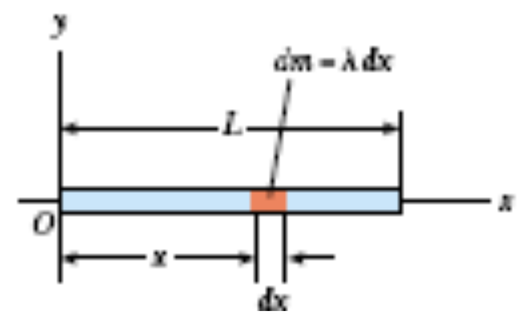
Örneğin bir kürenin kütle merkezi, kürenin merkezidir.

Bir dikdörtgenin kütle merkezi, karşılıklı köşegenleri birleştiren doğruların kesişim noktasıdır.



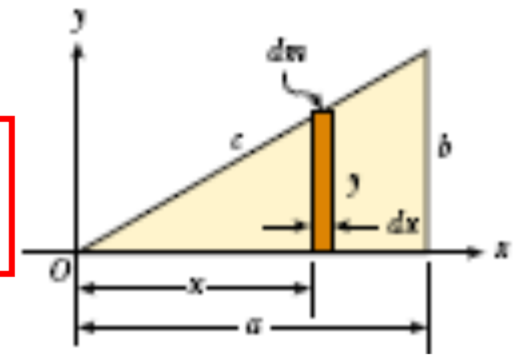
Katı cisim, L uzunluğuna ve M kütlesine sahip bir ***çubuk*** ise, kütle yoğunluğu ***çizgiseldir:***

$$\boxed{\lambda = \frac{dm}{dl} = \frac{M}{L} \quad \Rightarrow \quad x_{km} = \frac{1}{M}\int x\lambda dx}$$



Katı cisim, A yüzey alanına ve M kütlesine sahip ince bir ***plaka*** ise, kütle yoğunluğu ***yüzeyseldir***:

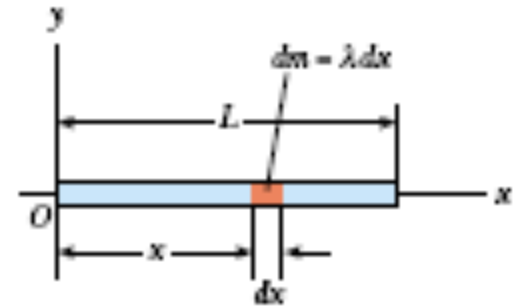
$$\sigma = \frac{dm}{dA} = \frac{M}{A} \Rightarrow x_{km} = \frac{1}{M}\int x\sigma dA, \;\; y_{km} = \frac{1}{M}\int y\sigma dA$$



Katı cisim, V hacmine ve M kütlesine sahip bir cisim ise, kütle yoğunluğu ***hacimseldir***:

$$\rho = \frac{dm}{dV} = \frac{M}{V} \Rightarrow x_{km} = \frac{1}{M}\int x\rho dV, \;\; y_{km} = \frac{1}{M}\int y\rho dV, \;\; z_{km} = \frac{1}{M}\int z\rho dV$$

FİZİK – 1 MEKANİK (Doğrusal Momentum ve Çarpışmalar)



Örnek 10: Bir Çubuğun Kütle Merkezi

a) Kütlesi M ve boyu L olan düzgün bir çubuğun kütle merkezinin, çubuğun orta noktasında olduğunu gösteriniz.

b) Çubuğun düzgün olmadığını ve α bir sabit olmak üzere, çizgisel kütle yoğunluğunun $\lambda = \alpha x$ şeklinde, x'e doğrusal bağlı olduğu kabulü ile kütle merkezinin x koordinatını L cinsinden bulunuz.

Örnek 11: Bir Dik Üçgenin Kütle Merkezi

Kütlesi M ve boyutları şekilde verilen dik üçgen biçimindeki plakanın kütle merkezini bulunuz.