

# FİZİK – 1 MEKANİK (Hareket Kanunları)

## HAREKET KANUNLARI



- 1 Kuvvet Kavramı
- 2 Newton'un Birinci Yasası ve Eylemsiz Sistemler
- 3 Kütle
- 4 Newton'un İkinci Yasası
- 5 Kütle Çekim Kuvveti ve Ağırlık
- 6 Newton'un Üçüncü Yasası
- 7 Newton'un Yasalarının Bazı Uygulamaları
- 8 Sürtünme Kuvveti

# FİZİK – 1 MEKANİK (Hareket Kanunları)

## 1. Kuvvet Kavramı

Hepimiz günlük gözlemlerimizden bu kavram hakkında az çok bir fikre sahibizdir. Bir cisim itilip çekildiğinde, bir top vurulduğunda yada fırlatıldığında ona bir kuvvet uygulanır ve bu kas kuvveti olup nesnenin hareketinde değişime neden olur. Ancak; bir kitap okumak üzere oturulduğunda vücudumuza yerçekimi kuvveti etki etse dahi durgun kalınması, bir kaya parçasını itmeye rağmen hareket ettiremediğimiz, kuvvet uygulamalarında harekette değişime neden olunmayabilir.

Bir cisme aynı anda birden fazla kuvvet uygulanırsa, cisim net kuvvetin etkisi altında kalır. Net kuvvet (Bileşke Kuvvet) o cismin üzerine uygulanan kuvvetlerin tamamının vektörel toplamı olarak tanımlanır. **Net kuvvet sıfır ise ivme de sıfırdır ve cismin hızı değişmez.** Yani, net kuvvet sıfır ise cisim ya duracak yada sabit hızla hareket edecektir. Cismin hızı sabit veya cisim durgun halde iken, o cismin **dengede** olduğu söylenir.

Cisimler arasında oluşan kuvvetleri etkileşim şekline göre iki gruba ayırmak mümkündür. Bunlar sırası ile **Temas Kuvvetleri** ve **Alan Kuvvetleri**'dir.

**Temas Kuvvetleri :** İki cisim arasındaki fiziksel temas (değme) sonucu ortaya çıkan kuvvetlerdir. Örneğin; yay kuvveti, sürtünme kuvveti, bir topu hareket ettirmek için topa etki eden itme kuvveti, kapalı kaptaki gazın yada sıvının çeperlere uyguladığı kuvvetler, ayaklarımızla döşemeye uyguladığımız kuvvetler temas kuvvetlerinin tipik örnekleridir.

# FİZİK – 1 MEKANİK (Hareket Kanunları)

## Temas Kuvvetleri



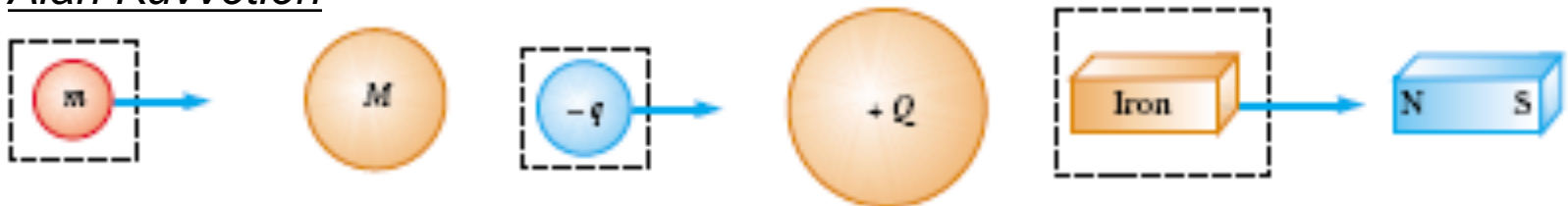
**Alan Kuvvetleri :** Cisimler arasında temas olmadan etkisini gösteren kuvvetlerdir. Yerçekimi kuvveti, kütle çekim kuvvetleri, elektrik ve manyetik kuvvetler gibi.

Isaac Newton, 1687 yılında yayımladığı *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* adlı eserinde kütle çekimi kuvvetini şöyle tanımlamıştır:

$$F_{m_1 m_2} = G \frac{m_1 m_2}{R^2}$$

Burada;  $m_1$  ve  $m_2$  cisimlerin kütleleri,  $R$  aralarındaki uzaklık,  $G$  ise  $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$  değerinde olan evrensel yer çekimi sabitidir.

## Alan Kuvvetleri



# FİZİK – 1 MEKANİK (Hareket Kanunları)

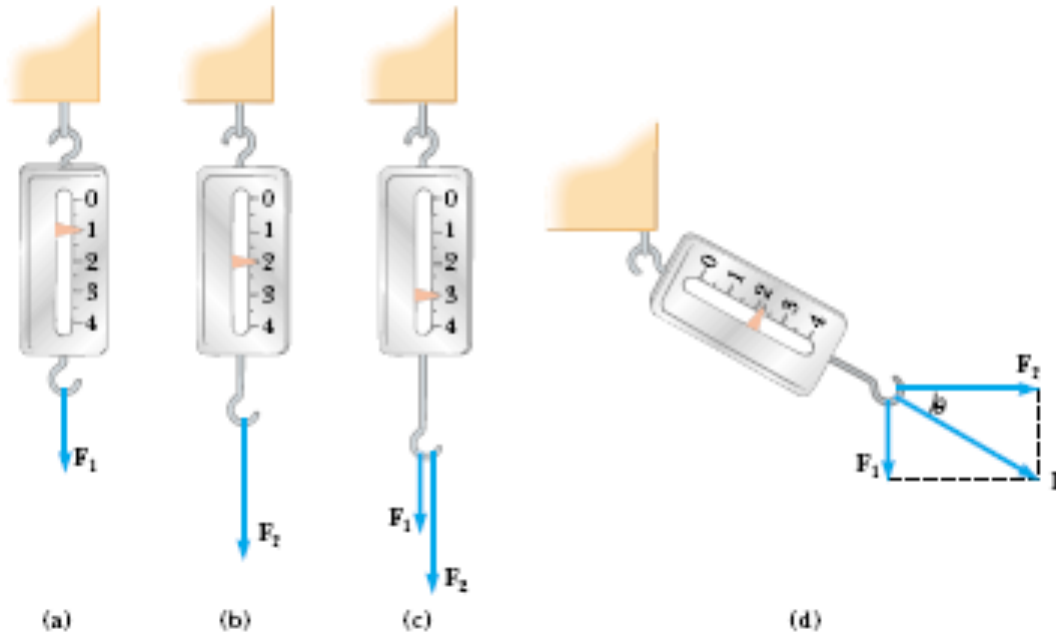
## Bir Kuvvetin Şiddetinin Ölçülmesi

Bir yayda gözlenen şekil değişimini, kuvvet ölçmek için kullanmak uygundur. Bir yaylı kantar ile bir kuvvetin vektörel özelliğini inceleyelim. Şeklin a kısmında aşağıya yönelmiş bir  $F_1$  kuvveti yayı 1 cm uzatıyor, b kısmında aşağıya yönelmiş  $F_2$  kuvveti yayı 2 cm uzatıyor, c kısmında  $F_1$  ve  $F_2$  kuvvetleri aynı anda aşağı yönde uygulandığında yayı 3 cm uzatıyor, d kısmında ise  $F_1$  kuvveti aşağı yönde,  $F_2$

$$F = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5} = 2,24 \text{ cm}$$

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$$

kuvveti yatay yönde uygulandığı zaman bu iki kuvvet yayı uzatır.



# FİZİK – 1 MEKANİK (Hareket Kanunları)

## 2. Newton'un Birinci Yasası ve Eylemsiz Sistemler

Newton'un birinci yasası duran veya hareket halindeki cisimlerin durumlarını koruma eğilimlerini ifade etmektedir

**Newton'un 1. Yasası:**

***Bir cisme dış kuvvet (bileşke kuvvet) etki etmedikçe cisim durgun ise durgun kalacak, hareketli ise sabit hızla doğrusal hareketine devam edecektir.***

Daha basit bir ifade ile, bir cisme etki eden net kuvvet (bileşke kuvvet) yok ise cismin ivmesi sıfırdır.  $F = 0$  ise  $a = 0$

Cismin hızında bir değişme (ivme) yaratılmak isteniyor ise cismin üzerine bir kuvvet etki ettirilmelidir, yani  $a \propto F$  şeklinde kuvvet ile ivme niceliğinin orantılı olduğunu söyleyebiliriz.

Bir cismin hızında meydana gelecek değişmeye direnme (karşı koyma) eğilimine o cismin **eylemsizliği** denir. İvme ile kütle arasındaki orantı sabiti, cismin eylemsizliğinin bir ölçüsüdür.

**Eylemsiz Sistemler :**

Bir hareketli cisme çok sayıda gözlem çerçevesinden bakılabilir. Bazen **eylemsizlik yasası**'da denilen Newton'un birinci yasası *eylemsizlik sistemleri* de denilen belirli bir referans sistemi takımı tanımlar. **Bir eylemsiz gözlem çerçevesi ivmesiz bir referans sistemidir.** Çünkü Newton'un birinci yasası, yalnızca ivmelenmeyen, eylemsiz referans sistemindeki cisimler için geçerlidir.

# FİZİK – 1 MEKANİK (Hareket Kanunları)

## 3. Kütle

Kütle, bir cismin sahip olduğu eylemsizliğin bir ölçüsüdür. Cismin kütlesi ne kadar büyük ise uygulanan belli bir kuvvetin etkisi altında o kadar daha az ivme kazanır. Örnek olarak kütleleri farklı ( $m_1$  ve  $m_2$ ) olan iki cisme aynı  $F$  kuvvetini uyguladığımızı varsayalım.



Aynı  $F$  kuvveti,  $m_1$  ve  $m_2$  kütlelerine etki ediyor ve kütlelere sırası ile  $a_1$  ve  $a_2$  ivmesini kazandırıyor. Eğer  $m_1$  ve  $m_2$  cisimlerinin kütlelerini ivmelenmelerine oranlarsak bulacağımız sonuç:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{a_2}{a_1}$$

şeklinde olacaktır. Buna göre aynı kuvvet uyguladığımız bir bilye ile bir kamyonu kütleleri ile orantılı olarak ivmelendirebiliriz. Yani aynı kuvvet altında kütlesi daha az olan bilyenin hızında daha büyük bir değişiklik yapabiliriz.

*Kütle*, cismin değişmez bir özelliğidir ve cismin çevresinden bağımsızdır.

Kütlenin boyutu kütlelerdir  $[M]$ , SI birim sisteminde kilogram (kg) olarak ölçülür.

# FİZİK – 1 MEKANİK (Hareket Kanunları)

## 4. Newton'un İkinci Yasası

Newton'un ikinci yasası, bir cismin üzerine uygulanan kuvvet ile cismin kütlesi ve bu kuvvetin cisme kazandıracığı ivme arasındaki ilişkiyi vermektedir.

### **Newton'un 2. Yasası:**

**Bir cismin ivmesi, ona etki eden bileşke kuvvetle doğru orantılı, kütlesi ile ters orantılıdır.**  $\sum F = ma$

Burada  $\sum F$ , toplam (bileşke) kuvveti göstermektedir yani  $\sum F = F_1 + F_2 + \dots + F_n$   
SI birim sisteminde kuvvet birimi **Newton**'dur ve **N** harfi ile gösterilir.

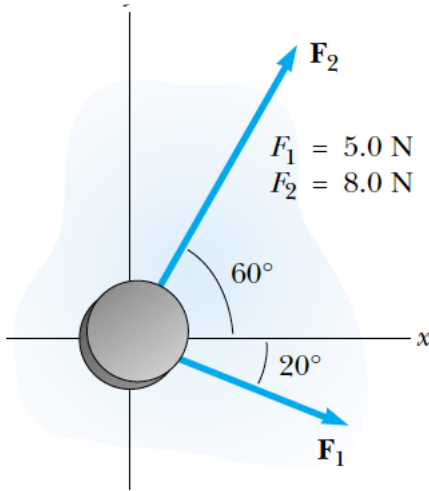
**1 kg kütleli bir cisim üzerine uygulandığında ona 1 m/sn<sup>2</sup>'lik ivme kazandıran kuvvet 1 Newton'dur.**

$$1 \text{ N} = (1 \text{ kg}) (1 \text{ m/sn}^2)$$

## Örnek 1:

0,30 kg kütleli bir hokey diski yatay, sürtünmesiz bir buz zemini üzerinde kaymaktadır. Diske şekilde görüldüğü gibi iki kuvvet etki eder.  $F_1$  kuvvetinin büyüklüğü 5 N,  $F_2$  kuvvetinin büyüklüğü ise 8 N'dur. Diskin ivmesinin büyüklüğünü ve yönünü bulunuz.

$$\begin{aligned}\Sigma F_x &= F_{1x} + F_{2x} = F_1 \cos(-20^\circ) + F_2 \cos 60^\circ \\ &= (5.0 \text{ N}) (0,940) + (8.0 \text{ N}) (0,500) = 8,7 \text{ N}\end{aligned}$$



y yönündeki bileşke kuvvet de aşağıdaki gibidir:

$$\begin{aligned}\Sigma F_y &= F_{1y} + F_{2y} = -F_1 \sin(-20^\circ) + F_2 \sin 60^\circ \\ &= -(5.0 \text{ N}) (0,342) + (8.0 \text{ N}) (0,866) = 5,2 \text{ N}\end{aligned}$$

Şimdi Newton'un ikinci yasasının bileşenlere ayrılmış şeklini, x ve y yönündeki ivme bileşenlerini bulmak için kullanabiliriz:

$$a_x = \frac{\Sigma F_x}{m} = \frac{8,70 \text{ N}}{0,3 \text{ kg}} = 29 \text{ m/s}^2$$

$$a_y = \frac{\Sigma F_y}{m} = \frac{5,22 \text{ N}}{0,3 \text{ kg}} = 17 \text{ m/s}^2$$

ivmenin büyüklüğü aşağıdaki gibi bulunur:

$$a = \sqrt{(29)^2 + (17)^2} \text{ m/s}^2 = 34 \text{ m/s}^2$$

İvmenin doğrultusu da pozitif x eksenine göre

$$\theta = \tan^{-1}(a_y/a_x) = \tan^{-1}(17/29) = 30^\circ$$

dir.

Cevabın mantıklı olup olmadığını kontrol etmek için Şekil 5.5 teki vektörleri çizimle toplayabiliriz. İvme vektörü bileşke kuvvetin yönünde olduğundan, bileşke kuvvetin çizimle bulunan yönü cevabın doğruluğunu kontrol etmemize yardımcı eder.

**Alıştırma** Eğer uygulansaydı ivmeyi sıfır yapan üçüncü kuvvetin bileşenleri ne olurdu?

**Cevap**  $F_{3x} = -8,7 \text{ N} ; F_{3y} = -5,2 \text{ N}$



# FİZİK – 1 MEKANİK (Hareket Kanunları)

## 5. Kütle Çekim Kuvveti ve Ağırlık

*Kütle ve ağırlık kavramları aynı şeyler değildir ve birbirlerine karıştırılmamalıdır. Kütlesi  $m$  olan bir cisme dünyanın uyguladığı kütleçekim kuvveti cismin *ağırlığı* olarak adlandırılır ve  $F_g$  ile gösterilir. Bu kuvvet, dünyanın merkezine doğru yönelmiştir ve kuvvetin büyüklüğü cismin ağırlığı olarak bilinir.*

***Kütle :  $m$***

***Ağırlık :  $F_g = mg$***

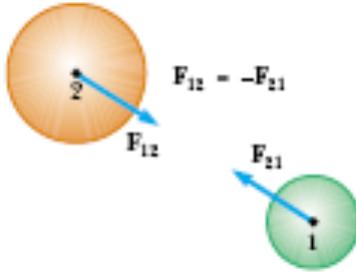
Newton'un 2. kanunundan  $\Sigma F = ma$ , yeryüzü üzerindeki ivmenin değeri  $a = -g$  olduğundan ağırlık kuvveti  $\Sigma F = mg$  şeklinde yazılır. Ağırlık,  $g$  ye bağlı olduğundan coğrafik konuma göre değişir. Bunun yanında kütle cismin değişmez bir özelliği olduğu için her yerde aynıdır.

## 6. Newton'un Üçüncü Yasası

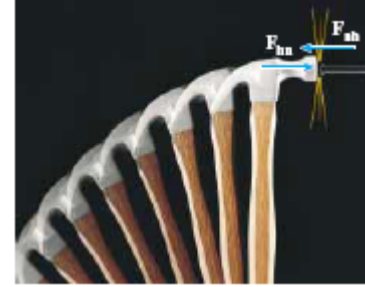
Newton'un üçüncü yasası, birbirleri ile etkileşmekte olan cisimler arasında oluşacak etki ve tepki kuvvetleri ile ilgilidir.

**Newton'un 3. Yasası:**

**İki cisim etkileşiyor ise, 2. cismin 1. cisim üzerine uyguladığı  $F_{21}$  kuvveti, 1. cismin 2. cisim üzerine uyguladığı  $F_{12}$  kuvvetine eşit ve zıt yönlüdür.**



$$|\mathbf{F}_{12}| = |\mathbf{F}_{21}|$$

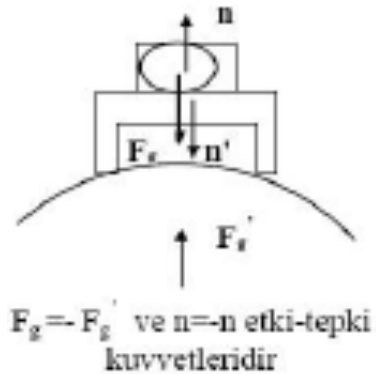


Etki kuvveti büyüklükçe tepki kuvvetine eşit ve onunla zıt yönlüdür. *Etki – Tepki çiftindeki iki kuvvet daima farklı cisimler üzerine uygulanır.*

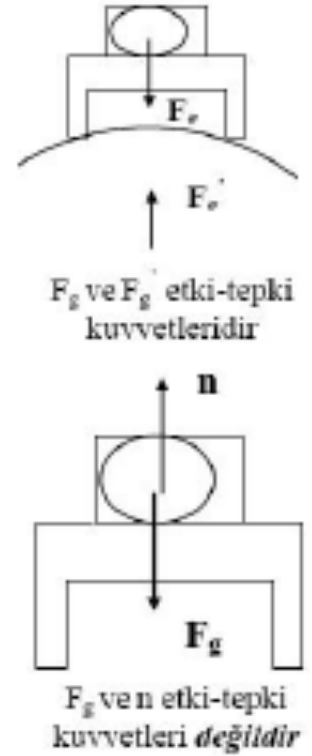
# FİZİK – 1 MEKANİK (Hareket Kanunları)

Bir cismin  $F_g$  ağırlığı, o cismin üzerine dünyanın uyguladığı çekim kuvvetidir. Masanın üzerinde duran televizyon örneğini göz önüne alalım, dünya televizyona kütesinden ( $m$ ) dolayı bir  $F_g$  kuvveti uygular. Aynı zamanda televizyon da dünyanın bu etkisine karşı dünyaya  $F_g'$  tepki kuvveti uygular. Burada  $F_g$  ve  $F_g'$  etki – tepki kuvvetleridir.

Televizyon masa tarafından tutulduğu için  $F_g$  yönünde ivmelenmez. Masa, aşağıdan yukarıya doğru TV üzerine  $n$  ile gösterilen bir etki kuvveti uygular. Bu kuvvet normal (dik) kuvvet olarak adlandırılır. Normal kuvvet ( $n$ ) bir temas kuvvetidir ve TV'nin masayı delip geçmesini önler ve aşağıya yönelen  $F_g$  kuvvetini dengelemek için gereken büyüklüğe sahip olur ki masa kırılıncaya kadarki değerini alır.



Burada  $F_g$  ve  $n$  etki – tepki çifti değildir, çünkü bunların her ikisi de cisme, yani TV'ye etki ederler.  $n$  normal kuvvetinin tepki kuvveti  $n'$  kuvvetidir ve  $n$  kuvvetine karşı TV tarafından masaya uygulanan kuvvettir.  $F_g$  dünyanın TV'ye uyguladığı *etki*,  $F_g'$  TV'nin dünyaya uyguladığı *tepki*,  $n$  masanın TV'ye uyguladığı *etki* ve  $n'$  TV'nin masaya uyguladığı *tepki* kuvvetleri olup;  $F_g = -F_g'$  ve  $n = -n'$  etki – tepki çiftleridir.

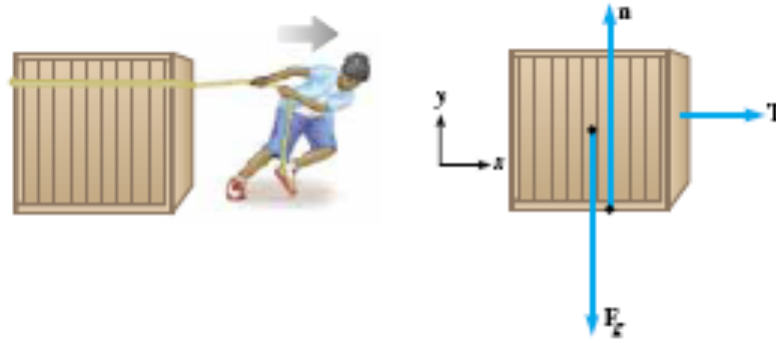


# FİZİK – 1 MEKANİK (Hareket Kanunları)

## 7. Newton'un Yasalarının Bazı Uygulamaları

Dengede ( $a=0$ ) veya sabit bir dış kuvvet etkisi altında ivmeli doğrusal hareket yapan bir cisim için Newton yasalarının bazı uygulamaları;

**Gerilme** : Bir cisim bir sicim ile çekildiği zaman cisme bir  $T$  kuvveti uygular ve bu kuvvetin büyüklüğüne gerilme denir. Bloğa etki eden kuvvetler, serbest cisim diyagramı aşağıdaki şekilde görülmektedir.



x-yönünde etki eden net kuvvet

$$\sum F_x = ma_x \text{ burdan x-yönündeki ivme } a_x = T/m$$

y-yönünde etki eden net kuvvet

$$\sum F_y = ma_y$$

y yönünde ivme sıfırdır, dolayısı ile

$$\sum F_y = ma_y = 0 \Rightarrow n + (-F_g) = 0 \quad \text{Burdan } n = F_g \text{ bulunur.}$$

Normal kuvvet, ağırlıkça eşit ve onunla zıt yönlüdür.

$T$  sabit bir kuvvet ise  $a_x = T/m$  ivmesi de sabittir.

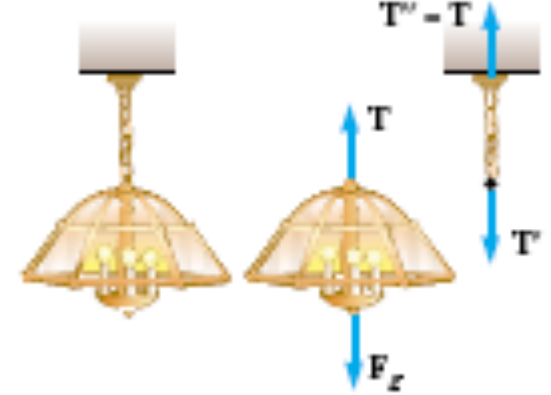
# FİZİK – 1 MEKANİK (Hareket Kanunları)

*Tavanda Asılı Lamba* : Tavana ağırlıksız bir iple bağlanan tavan lambasını göz önüne alalım. Lamba durgun olduğundan ( $a=0$ ) Newton'un birinci yasasına göre;

$$\sum F_x = 0$$

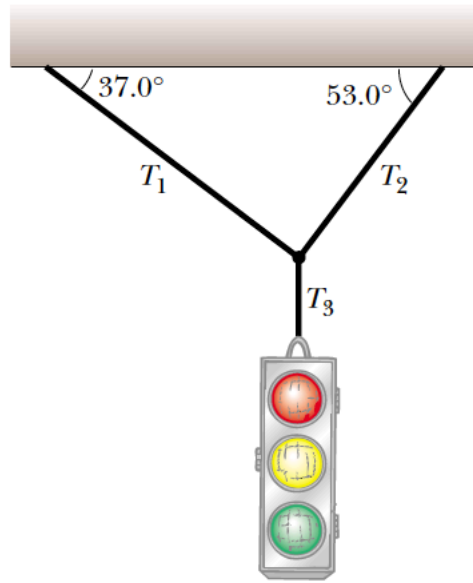
$$\sum F_y = ma_y = 0 = T - F_g \Rightarrow T = F_g$$

*Not:* Burada  $F_g$  ve  $T$  etki – tepki çifti değildir.

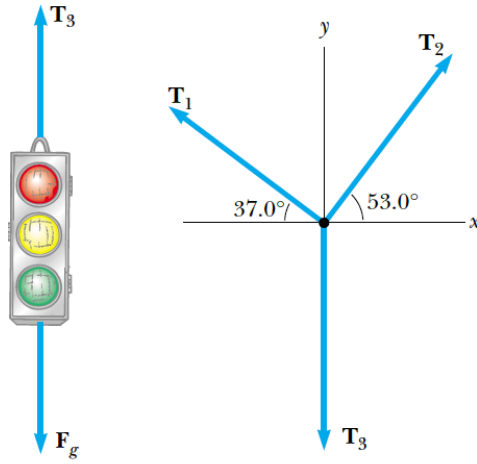


## Örnek 2:

Bir trafik lambası şekilde görüldüğü gibi kablolarla bir desteğe asılmıştır. Üst taraftaki kablolar yatayla  $37^\circ$  ve  $53^\circ$  'lik açılar yapmaktadır ve lambanın ağırlığı 125 Newton'dur. Her üç kablodaki gerilmeyi bulunuz.



(a)



Şekil 5.11b’de lambayı tutan düşey kabloun uyguladığı  $T_3$  kuvveti için  $T_3 = F_g = 125 \text{ N}$  yazılabilir. Koordinat eksenleri Şek. 5.11c’deki gibi seçilip, düğüm noktasına etkiyen kuvvet bileşenleri cinsinden,

Kuvvetler	x Bileşeni	y Bileşeni
$T_1$	$-T_1 \cos 37^\circ$	$T_1 \sin 37^\circ$
$T_2$	$T_2 \cos 53^\circ$	$T_2 \sin 53^\circ$
$T_3$	0	$-125 \text{ N}$

Dengenin ilk şartları aşağıdaki denklemleri verir.

$$(1) \quad \sum F_x = -T_1 \cos 37^\circ + T_2 \cos 53^\circ = 0$$

$$(2) \quad \sum F_y = T_1 \sin 37^\circ + T_2 \sin 53^\circ + (-125 \text{ N}) = 0$$

olarak yazılabilir. (1) Eşitliğinden  $T_1$  ve  $T_2$  gerilmelerinin yatay bileşenlerinin büyüklükçe eşit olduğu görülür. (2) Eşitliğinden de  $T_1$  ve  $T_2$  gerilmelerinin düşey bileşenlerinin toplamının, ağırlığı dengelemesi gerektiği görülür. (1) denklemden,  $T_2$  yı  $T_1$  cinsinden çözebiliriz:

$$T_2 = T_1 \left( \frac{\cos 37^\circ}{\cos 53^\circ} \right) = 1,33 T_1$$

Bu  $T_2$  değerini, (2) denkleminde yerine koyarsak

$$T_1 \sin 37^\circ + (1,33 T_1) (\sin 53^\circ) - 125 \text{ N} = 0$$

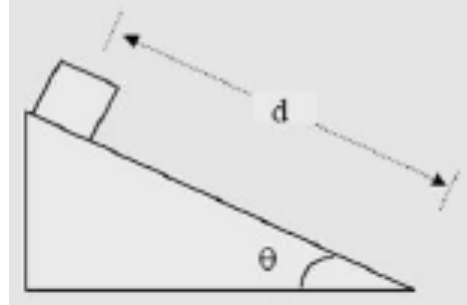
$$T_1 = 75,1 \text{ N}$$

$$T_2 = 1,33 T_1 = 99,9 \text{ N}$$

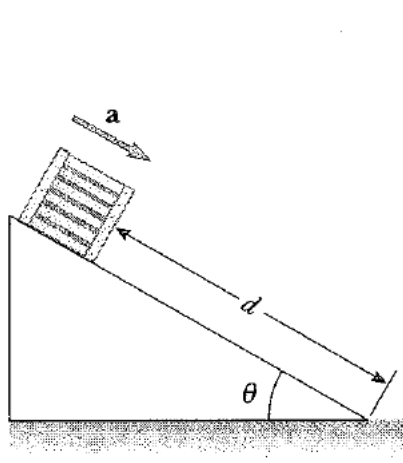
bulunur.

### Örnek 3:

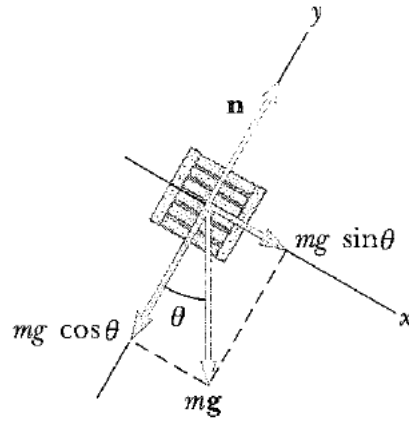
*Sürtünmesiz eğik düzlem:* Şekilde görülen sürtünmesiz,  $\theta$  eğim açılı bir eğik düzlem üzerine  $m$  kütleli bir sandık konulmuştur. A) sandık serbest bırakılınca sahip olacağı ivmeyi bulunuz. B) Sandığın eğik düzlemin tepesinden serbest bırakıldığını varsayalım. Tepeden itibaren alt uca kadar olan uzaklık  $d$  olsun. Bloğun alt uca varması için geçen zaman nedir ve tam alt uçta sandığın hızı ne olacaktır?







(a)



(b)

$$(4) \quad t = \sqrt{\frac{2d}{a_x}} = \sqrt{\frac{2d}{g \sin \theta}}$$

ayrıca  $v_{xs}^2 = v_{xi}^2 + 2a_x(x_s - x_i)$  olduğundan  $v_{xi} = 0$ , ise

$$v_{xs}^2 = 2a_x d$$

Buradan,

$$(5) \quad v_s = \sqrt{2a_x d} = \sqrt{2gd \sin \theta}$$

olur. Yine, (4) ve (5) ifadelerinden  $t$  ve  $v_{xs}$  in sandığın kütesinden bağımsız olduğu açıkça görülür. Bu özellik, düzgün bir eğik düzlem yardımıyla  $g$  nin ölçülmesini mümkün kılar. Basitçe eğim açısı, sandığın kaydığı mesafe ve geçen zaman ölçülerek  $g$  değeri (4) eşitliğinden bulunur.

Cisme Newton'un ikinci yasasını,  $a_y = 0$  olduğunu dik-kate olarak uygulayalım:

$$(1) \quad \sum F_x = mg \sin \theta = ma_x$$

$$(2) \quad \sum F_y = n - mg \cos \theta = 0$$

(1) Eşitliğinden, eğik düzlem boyunca ivmeyi, ağırlığın  $x$  bileşeninin meydana getirdiği açıkça görülmektedir:

$$(3) \quad a_x = g \sin \theta$$

(3) Eşitliği ile verilen ivmenin kütleden bağımsız olduğu bulunur. İvme yalnız eğim açısı  $\theta$  ya ve  $g$  ye bağlıdır.

$F_g$  kuvvetinin eğik düzleme dik bileşeninin normal kuvvet ( $n$ ) tarafından dengelendiği 2 eşitliğinden görülebilir. Yani,  $n = mg \cos \theta$  olur. Bu Eşitlik aynı zamanda normal kuvvetin cismin ağırlığına eşit olmadığı duruma bir örnektir.

**Özel Durumlar** Sonuçlar incelendiğinde  $\theta = 90^\circ$  olunca  $a_x = g$  ve  $n = 0$  olur. Bu da sandığın serbest düşme yapması ile aynıdır. Ayrıca  $\theta = 0^\circ$  için  $a_x = 0$ ,  $n = mg$  (maksimum değeri) olur. Bu da sandığın düzlemde durması halidir.

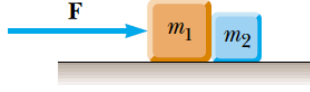
(b) Sandığın eğik düzlemin tepesinden serbest bırakıldığını varsayalım ve tepeden itibaren alt uca kadar olan uzaklık  $d$  olsun. Bloğun alt uca varması için geçen zaman nedir ve tam alt uçta sandığın hızı ne olacaktır?

## Çözüm

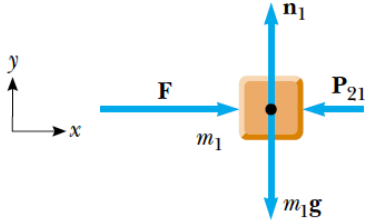
$a_x$  = sabit olduğundan, sandığa kinematikte görülen  $x_s - x_i = v_{xi}t + \frac{1}{2}a_x t^2$  eşitliği uygulanabilir. Yerdeğiştirme  $x_s - x_i = d$ , ilk hız  $v_{xi} = 0$  olduğundan  $d = \frac{1}{2}a_x t^2$  olduğu bulunur ve  $t$  zamanı çözülür:

## Örnek 4: Bir Bloğun Ötekini İtmesi

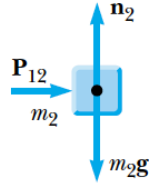
$m_1$  ve  $m_2$  kütleli iki blok, yatay düzgün ve sürtünmesiz bir yüzey üzerinde birbirine değecek şekilde yerleştirilmiştir. Yatay, sabit bir  $F$  kuvveti  $m_1$  kütleline uygulanıyor. İki bloklu sistemin ivmesini ve her iki blok arasındaki temas kuvvetini bulunuz.



(a)



(b)



(c)

$$\Sigma F_x (\text{sistem}) = F = (m_1 + m_2) a_x$$

$$(1) \quad a_x = \frac{F}{m_1 + m_2}$$

$$P = F - m_1 a_x = F - \frac{m_1 F}{m_1 + m_2} = \left( \frac{m_2}{m_1 + m_2} \right) F$$

Bu sonuç, beklendiği gibi (3) ile uyuyor.

(b) Her iki blok arasındaki temas kuvvetini bulunuz.

### Çözüm

Problemin bu kısmını çözmek için her bir blok için Şekil 5.13b ve Şekil 5.13c de gösterilen serbest cisim diyagramlarını çizmek gerekir. Burada temas kuvveti  $P$  dir. Şekil 5.13c ye göre  $m_2$  kütleline yatay olarak etkiyen tek kuvvet  $P$  kuvvetidir. Bu  $P$  kuvveti,  $m_1$  kütleline  $m_2$  üzerine sağa doğru uyguladığı kuvvettir. Newton'un ikinci yasası  $m_2$  ye uygulanırsa

$$(2) \quad \Sigma F_x = P = m_2 a_x$$

yazılabilir. (1) eşitliğinden elde edilen  $a_x$  ivmesi (2) de yerine konulursa

$$(3) \quad P = m_2 a_x = \left( \frac{m_2}{m_1 + m_2} \right) F$$

elde edilir. Bu sonuçtan,  $P$  temas kuvvetinin, uygulanan  $F$  kuvvetinden küçük olduğuna dikkat edilmelidir. Bu sonuç,  $m_2$  kütlesi yalnız başına iken bu ivme ile hareket ettirmek için gereken kuvvet, iki bloktan oluşan sistemi aynı ivme ile hareket ettirmek için gereken kuvvetten daha azdır gerçeği ile uyuyor.

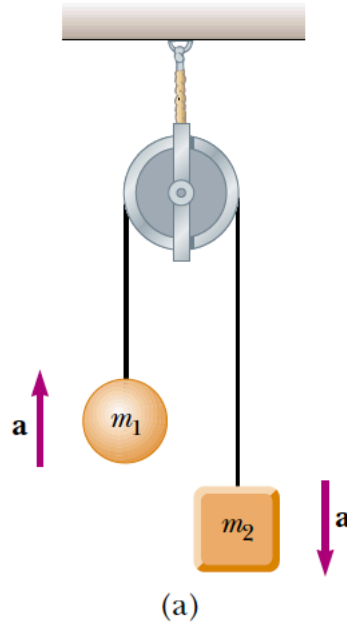
Şekil 5.13b de görülen  $m_1$  kütleline etki eden kuvvetlere dikkat ederek,  $P$  temas kuvveti ifadesini kontrol etmek öğretici olur. Bu durumda  $m_1$  kütleline etki eden kuvvetlerden  $F$  sağa doğru,  $m_2$  kütleline  $m_1$ 'e uyguladığı  $P'$  değme kuvveti de sola doğru yönelmiştir. Newton'un üçüncü yasasından,  $P'$ ,  $P$  ye tepki olarak doğmuştur ve  $|P'| = |P|$  dir. Newton'un ikinci yasası  $m_1$  kütleline uygulanırsa

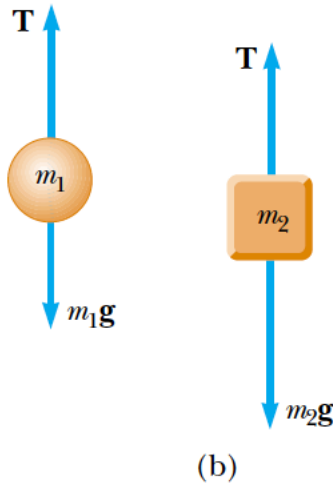
$$(4) \quad \Sigma F_x = F - P' = F - P = m_1 a_x$$

olduğu bulunur. (1) Eşitliğinden elde edilen  $a_x$  değeri (4) Eşitliğinde yerine konursa  $P$  kuvveti elde edilir:

### Örnek 5: Atwood Makinası

Eşit olmayan iki kütle sürtünmesiz bir makaradan geçirilip asılırsa elde edilen düzenek **Atwood Makinası** olarak adlandırılır. Her iki kütlenin ivmesini ve ipteki gerilmeyi bulunuz.





Eğer  $m_2 > m_1$  olduğunu kabul edersek o zaman, 1 cismi yukarı doğru ivmelenir, 2 cismi aşağı doğru ivmelenir.

Newton'un ikinci yasası, 1. cisme uygulanınca

$$(1) \quad \Sigma F_y = T - m_1 g = m_1 a_y$$

yazılabilir. Benzer şekilde 2 cisminin uygulanınca,

$$(2) \quad \Sigma F_y = m_2 g - T = m_2 a_y$$

**Şekil 5.15** Atwood Makinası (a) iki kütleli ( $m_2 > m_1$ ) sürtünmesiz bir makaradan geçirilen kütlesi ihmal edilen bir ip ile birbirlerine bağlanmış hali (b)  $m_1$  ve  $m_2$  kütlelerine ait serbest cisim diyagramları ( $m_2 > m_1$ ).

olur. (2) Eşitliği (1) Eşitliğine eklenince  $T$  yok edilir ve

$$-m_1 g + m_2 g = m_1 a_y + m_2 a_y$$

yazılabilir. Buradan da

$$(3) \quad a_y = \left( \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \right) g$$

bulunur. (3) Eşitliği, (1) de yerine konursa,

$$(4) \quad T = \left( \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} \right) g$$

olur. İvme için (3) Eşitliğinden bulunan sonuç, sisteme etki eden dengelenmemiş kuvvetin ( $m_2 g - m_1 g$ ) harekete işti-

rak eden toplam kütleyle ( $m_1 + m_2$ ) oranı olarak yorumlanabilir, bu Newton'un ikinci kanunundan beklenen sonuçtur.

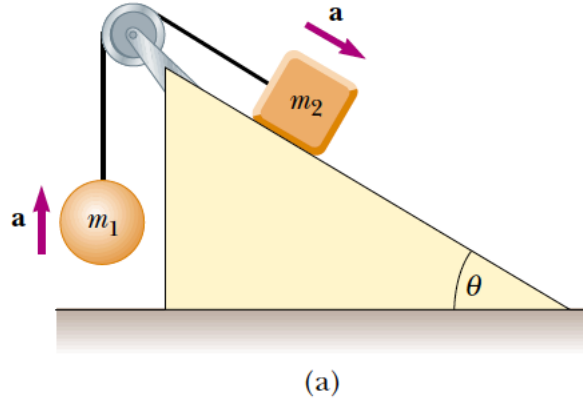
**Özel Durumlar**  $m_1 = m_2$  ise  $a = 0$  ve  $T = m_1 g$  olduğunu ve denge halinin gerçekleştiğini;  $m_2 \gg m_1$  ise  $a_y \approx g$  (serbest düşme),  $T \approx 2m_1 g$  olduğunu görürüz.

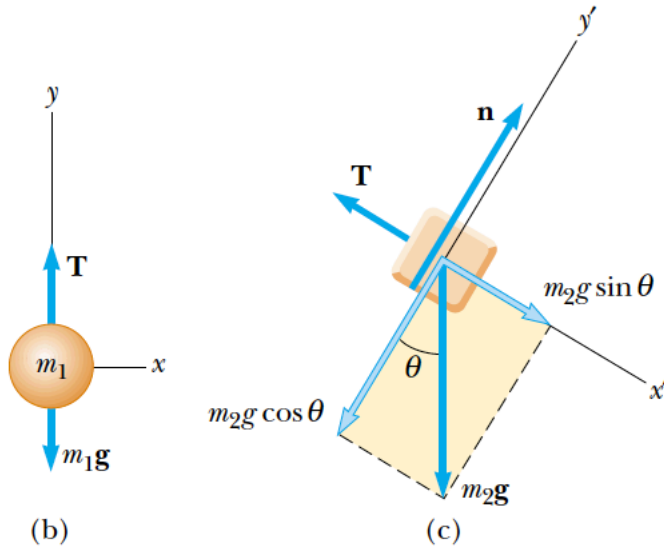
**Alıştırma**  $m_1 = 2$  kg ve  $m_2 = 4$  kg olan bir Atwood makinasında ivmeyi ve gerilmeyi bulunuz.

**Cevap**  $a = 3,27 \text{ m/s}^2$   $T = 26,1 \text{ N}$

## Örnek 6: Birbirine Bağlı İki Cismin İvmesi

Farklı kütleli iki cismin, hafif bir iple birbirine bağlandıktan sonra sürtünmesiz bir makaradan geçirilerek, eğik düzlem üzerinde hareketi sağlanmıştır. Cisim,  $\theta$  açılı eğik düzlem üzerinden kaymaktadır. Her iki cismin ivmesini ve ipteki gerilmeyi bulunuz.





**Çözüm** İki kütle birbirine bağlı olduğundan (ip esnemiyo) aynı büyüklükte ivmeye sahip olurlar. Her iki kütlenin serbest cisim diyagramı Şekil 5.16b ve Şekil 5.16c de gösterilmiştir. Yukarı yönü pozitif alarak,  $m_1$  kütesine bileşenler formundaki Newtonun ikinci kanununu uygulayarak aşağıdaki hareket denklemleri elde edilir:

$$(1) \quad \Sigma F_x = 0,$$

$$(2) \quad \Sigma F_y = T - m_1 g = m_1 a_y = m_1 a$$

Topun ( $m_1$  kütesinin) yukarı doğru ivmelenmesi için,  $T > m_1 g$  olması gerekir. ivmenin sadece  $y$  bileşeni olduğu için (2) denklemindeki  $a_y$ ,  $a$  ile yer değiştirdi.

Şimdi  $m_2$  kütlesi için, eğik düzlem boyunca şekil 5.16c deki gibi aşağıya doğru pozitif yönü olan bir  $x'$  eksenini seç-

mek uygundur.  $m_2$  ye Newton'un ikinci yasasının bileşenler biçimi uygulanırsa,  $m_2$  kütlesi için aşağıdaki hareket denklemleri elde edilir:

$$(3) \quad \Sigma F_{x'} = m_2 g \sin \theta - T = m_2 a_{x'} = m_2 a$$

$$(4) \quad \Sigma F_{y'} = n - m_2 g \cos \theta = 0$$

Yine ivme tek bileşene sahip olduğu için (3) Denklemindeki  $a_{x'}$ ,  $a$  ile değiştirildi. Diğer bir deyişle her iki cisim de aynı büyüklükte  $a$  ivmesine sahiptir ve hesaplanmaya çalışılan  $a$  dır. (1) Denklemiyle (4) Denklemi, ivme ile ilgili hiç bir bilgi sağlamaz. Fakat (2) ile (3) eşitlikleri birlikte çözülerek  $a$  ve  $T$  değerleri bulunur:

$$(5) \quad a = \frac{m_2 g \sin \theta - m_1 g}{m_1 + m_2}$$

Bu değer (2) Denkleminde yerine konulduğunda da  $T$  bulunur:

$$(6) \quad T = \frac{m_1 m_2 g (\sin \theta + 1)}{m_1 + m_2}$$

**Alıştırma**  $m_1 = 10 \text{ kg}$ ,  $m_2 = 5 \text{ kg}$  ve  $\theta = 45^\circ$  ise ivme nedir?

**Cevap**  $a = -4,22 \text{ m/s}^2$ . Burada negatif işaret  $m_2$  nin eğik düzlemde yukarı doğru,  $m_1$  kütesinin aşağı doğru hareket ettiğini gösterir.

# FİZİK – 1 MEKANİK (Hareket Kanunları)

## Örnek 8: Bir Asansör İçinde Tartılan Balık

Bir asansörün tavanına asılan yaylı kantar ile bir balık tartılıyor. Asansör hızlanırken veya yavaşlarken yaylı kantarın balığın gerçek ağırlığını ölçmediğini gösterelim.

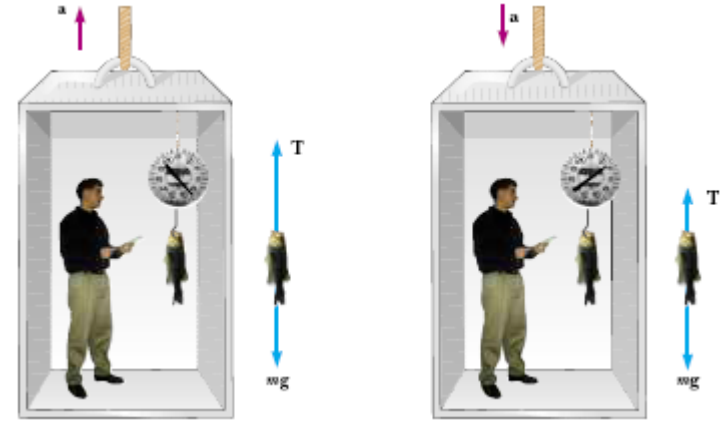
**Çözüm** Balığa etki eden dış kuvvetler  $F_g = mg$  ağırlığı ile yaydaki yukarı yönlü gerilme kuvvetidir. Newton'un üçüncü yasasına göre  $T$ , yaylı kantarın ölçeceğinden okunan kuvvettir. Asansör durgun ise veya sabit hızla hareket ediyorsa balık ivmelenmez ve  $\Sigma F_y = T - mg = 0$  veya  $T = mg$  ( $mg$ 'nin balığın ağırlığı olduğunu hatırlayınız).

Asansör Şekil 5.14a da görüldüğü gibi dışarıdaki bir eylemsiz referans sistemine göre bir  $a$  ivmesi ile yukarı doğru ivmelenirse Newton'un 2. yasası net kuvvet, yukarı yön pozitif olarak verildiğinde:

$$(1) \quad \Sigma F_y = T - mg = ma_y$$

yazılabilir. O halde,  $a$  yukarı yönlü ise, (1) den, kantarın okuduğu  $T$  nin  $mg$  'den daha büyük olduğunu düşünürüz, bu durumda  $a_y$  pozitif olur.  $a$  aşağı yönlü ise kantardan okunan  $mg$  den daha az ve  $a_y$  negatif olur.

Örneğin, balığın ağırlığı 40 N ve  $a$  yukarı yönlü ise  $a_y = +2 \text{ m/s}^2$  olacak ve (1)'e göre kantardan okunan gerileme,



$$(2) \quad T = ma_y + mg = mg \left( \frac{a_y}{g} + 1 \right) \\ = (40 \text{ N}) \left( \frac{2 \text{ m/s}^2}{9,80 \text{ m/s}^2} + 1 \right) \\ = 48,2 \text{ N}$$

$a$ ,  $a_y = -2 \text{ m/s}^2$  olacak şekilde aşağı yönlü olursa, o zaman (2) den

$$T = mg \left( \frac{a_y}{g} + 1 \right) = (40 \text{ N}) \left( \frac{-2 \text{ m/s}^2}{9,80 \text{ m/s}^2} + 1 \right) \\ = 31,8 \text{ N}$$

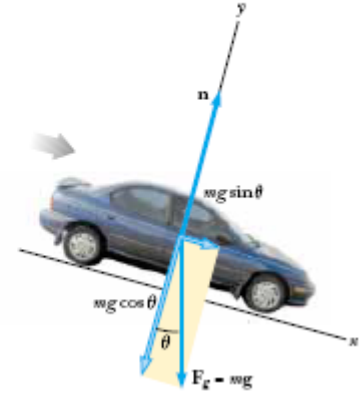
bulunur.

# FİZİK – 1 MEKANİK (Hareket Kanunları)

## Örnek 7:

Sürtünmesiz,  $\theta$  eğim açılı buzlu bir yolda yokuş aşağı kayan  $m$  kütleli arabanın;

- Kayma hareketi sürecinde sahip olacağı ivmeyi,
- Arabanın bu ivmeyle kayarak  $d$  kadar bir uzaklığa gidebilmesi için geçen süreyi ve bu noktada ulaşacağı hızı bulunuz.





# FİZİK – 1 MEKANİK (Hareket Kanunları)

## 8. Sürtünme Kuvvetleri

Bir cisim, pürüzlü bir yüzeyde yahut hava veya su gibi viskoz bir ortam içinde hareket ediyorsa, çevresi ile arasındaki etkileşmeden dolayı harekete karşı doğan direnme yada çevre faktörlerinden dolayı (hava, yüzeyin pürüzlülüğü vs.) cismin hareketine karşı koyan direnmelere *sürtünme kuvveti* denir.

İki yüzey arasında oluşacak olan sürtünme kuvvetini ikiye ayırabiliriz. Bunlar;

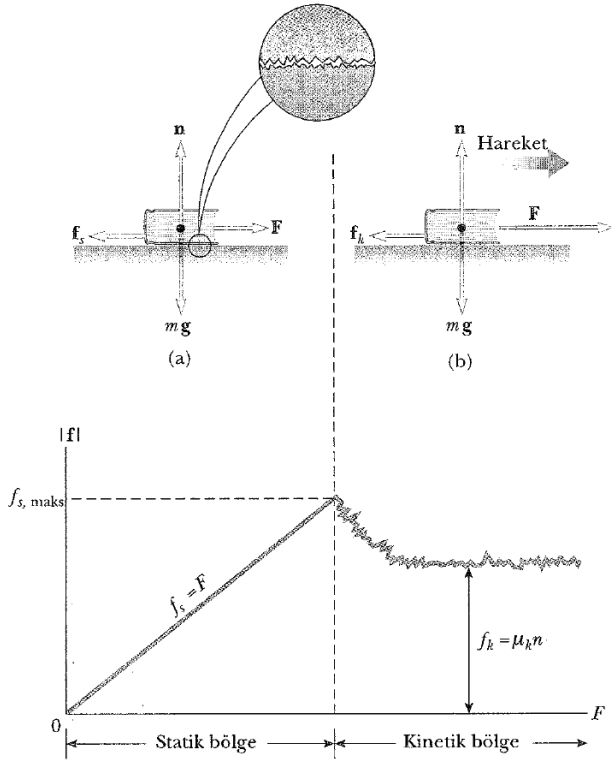
Sürtünme Kuvveti



Statik Sürtünme Kuvvet ( $f_s$ )

Dinamik (Kinetik) Sürtünme Kuvveti ( $f_k$ )

Sürtünme kuvveti ( $f$ ), genel olarak iki yüzey arasının pürüzlülüğünü gösteren sürtünme katsayısı ( $\mu$ ) ve normal kuvvete ( $n$ ) bağlıdır.



Kitap hareket etmediği sürece  $f = F$  dir. Kitap durgun olduğundan bu sürtünme kuvvetine statik sürtünme kuvveti denir ve  $f$  ile gösterilir. Deneyle bu kuvvetin temas eden yüzeylerin, hatta şekil 5.17a da büyütülmüş görüntüde görüldüğü gibi çok düzgün yüzeylerde bile, değme noktalarının genel seviye üzerindeki çıkıntılarından ortaya çıktığını göstermektedir. (Atomik seviyede eğer yüzeyler temiz ve düzgün iseler temas olduğunda kaynak olmuş gibidirler). Sürtünme kuvvetleri kısmen bir yüzeydeki tepenin diğer yüzeydeki tepe tarafından fiziksel olarak engellenmesinden, kısmen temas eden yüzeylerdeki kimyasal bağlardan ortaya çıkarlar. Eğer yüzeyler kaba ise sektirmeye benzer olayların ortaya çıkmasıyla analiz daha da karmaşıktır. Atomik seviyelerde sürtünmenin detayları oldukça karışık olmasına rağmen sonuç olarak bu kuvvet atom ve moleküller arasında elektriksel etkileşimleri içerir.

Şekil 5.17b deki gibi  $F$  kuvvetinin büyüklüğü artırılırsa, sonunda kitap kaymaya başlayacaktır. Kitap tam kayma sınırında iken  $f_s$  statik sürtünme, Şekil 5.17c de görüldüğü gibi maksimum değerine sahip olur.  $F$  kuvveti,  $f_{s, maks}$  değerini aştığı zaman, kitap sağa doğru hareket edecek ve ivmeleneyecektir. Kitap harekete koyulduktan sonra, sürtünme kuvveti Şekil 5.17c de görüldüğü gibi  $f_{s, maks}$  değerinden daha küçük değere düşer. Bu düşük değerdeki sürtünme kuvveti  $f_k$  ile gösterilir ve buna **kinetik sürtünme kuvveti** denir.  $F > f_k$  ise,  $x$  doğrultusundaki dengelenmemiş  $F - f_k$  kuvveti sağ tarafa doğru bir ivme oluşturur.  $F = f_k$  ise kitap sağ tarafa doğru sabit hızlı hareket yapar. Uygulanan kuvvet kaldırılırsa, kitaba sola doğru etki eden sürtünme kuvveti yavaşlatıcı bir ivme oluşturarak sonunda cismi durdurur.

$f_{s, maks}$  ve  $f_k$  sürtünme kuvvetlerinin her ikisi de kitap üzerine uygulanan normal kuvvetle orantılıdır. Deneysel gözlem sonuçları aşağıda belirtilen sürtünme yasaları ile özetlenebilir:

# FİZİK – 1 MEKANİK (Hareket Kanunları)

## Sürtünme Temel Yasaları

- ➡ Birbiriyle temas halinde olan iki yüzey arasındaki statik sürtünme kuvveti uygulanan kuvvetle zıt yönlüdür ve değeri  $f_s \leq \mu_s n$  dir. Burada  $\mu_s$  ile gösterilen boyutsuz katsayı **statik sürtünme katsayısı**,  $n$  ise normal kuvvetin büyüklüğüdür. Denklemdaki eşitlik durumu, blok tam kayma sınırında olduğu zaman gerçekleşir. O anda,  $f_s = f_{s,\max} \equiv \mu_s n$  olduğunda gerçekleşir.
- ➡ Hareket eden bir cisme etki eden kinetik sürtünme kuvveti, daima cismin hareketinin zıt yönündedir ve değeri  $f_k = \mu_k n$  dir. Burada  $\mu_k$  ile gösterilen boyutsuz katsayı **kinetik sürtünme katsayısı** dir.
- ➡ Sürtünme katsayıları temas eden yüzeylerin alanından hemen hemen bağımsızdır.
- ➡  $\mu_s$  ile  $\mu_k$  değerleri yüzey özelliklerine bağlıdır, fakat  $\mu_k$  genellikle  $\mu_s$  den küçüktür.  $\mu$  nün tipik değerleri yaklaşık olarak 0,03 değeri ile, 1 değerleri arasında değişir. Bazı  $\mu$  değerleri tablo'da verilmiştir.

# FİZİK – 1 MEKANİK (Hareket Kanunları)

## Sürtünme Katsayıları

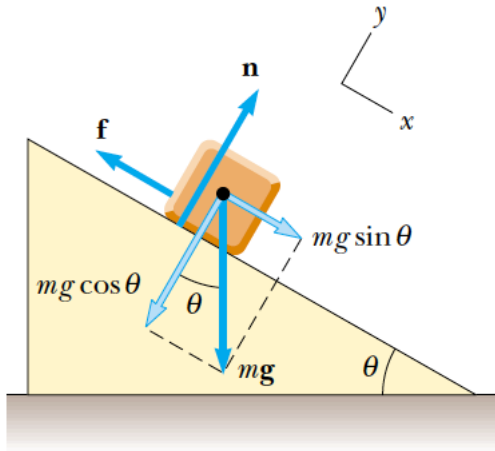
	$\mu_s$	$\mu_k$
Çelik üzerinde Çelik	0,74	0,57
Çelik üzerinde aliminyum	0,61	0,47
Çelik üzerinde bakır	0,53	0,36
Beton üzerinde lastik	1	0,8
Tahta üzerinde tahta	0,25 – 0,5	0,2
Cam üzerinde cam	0,94	0,4
Islak kar üzerinde cilalı tahta	0,14	0,1
Kuru kar üzerinde cilalı tahta	—	0,04
Metal üzerinde metal (yağlanmış)	0,15	0,06
Buz üzerinde buz	0,1	0,03
Teflon üzerinde teflon	0,04	0,04
İnsanda eklem bağlantıları	0,01	0,003

<sup>a</sup> Hepsi yaklaşık değerlerdir. Bazı hallerde sürtünme katsayısı 1 den büyük olabilir.

# FİZİK – 1 MEKANİK (Hareket Kanunları)

## Örnek 10: $\mu_k$ ve $\mu_s$ 'in Deneysel Olarak Belirlenmesi

Küçük bir cisim, bir eğik düzlem üzerine yerleştirilmiştir. Eğik düzlemin eğim açısı, blok kaymaya başlayıncaya kadar arttırılıyor. Tam kaymanın başladığı  $\theta_c$  kritik açısı ölçülerek  $\mu_s$  doğrudan bulunabilir.



**Çözüm** Eğik düzlemin üzerindeki bloğa etki eden kuvvetler  $mg$  çekim kuvveti,  $n$  normal kuvveti ve  $f_s$  statik sürtünme kuvvetidir. Blok tam hareket etmek üzere iken, (henüz hareketsiz) bu kuvvetler dengelenmiş haldedirler.  $x$  eksenini düzleme paralel,  $y$  eksenini dik olarak seçip New-

ton'un ikinci yasasını bloğa uygularsak, denge halinde aşağıdaki eşitlikler elde edilir:

$$\text{Statik durum: } (1) \sum F_x = mg \sin \theta - f_s = ma_x = 0$$

$$(2) \sum F_y = n - mg \cos \theta = ma_y = 0$$

(2) den  $mg = n / \cos \theta$  yı çekip, (1) de yerine koyarak  $f_s$  yi elde ederiz:

$$(3) f_s = mg \sin \theta = \left( \frac{n}{\cos \theta} \right) \sin \theta = n \tan \theta$$

Eğik düzlem  $\theta_c$  kritik açı değerini alınca  $f_s = f_{s, \max} = \mu_s n$  olur. Bu da (3) eşitliğinde yerine konursa

$$\mu_s n = n \tan \theta_c$$

bulunur.

$$\text{Statik durum: } \mu_s = \tan \theta_c$$

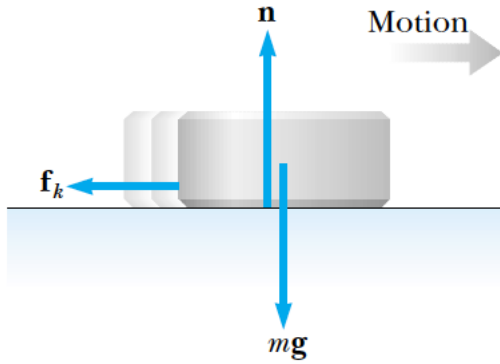
Örneğin, blok tam  $\theta_c = 20^\circ$  de kaymaya başlarsa o zaman  $\mu_s = \tan 20^\circ = 0,364$  bulunur. Blok birkez  $\theta \geq \theta_c$  de hareket etmeye başlarsa, eğik düzlem üzerinde aşağı doğru ivmelenir ve  $f_k = \mu_k n$  değerinde bir sürtünme kuvveti etkisinde kalır. Böyle olmakla birlikte eğer  $\theta$ ,  $\theta_c$  nin altında bir  $\theta'$  değerine kadar azaltılırsa, bloğun ( $a_x = 0$ ) sabit hızla gidebileceği bir açı bulunabilir. Bu halde (1) ve (2) eşitliklerini  $f_s$  yerine  $f_k$  yazarak çözersek kinetik sürtünme katsayısını elde ederiz:

$$\text{Kinetik durum } \mu_k = \tan \theta'_c$$

Burada  $\theta'_c < \theta_c$  dir.

## Örnek 11: Kayan Buz Hokeyi Diski

Donmuş bir havuzda bir hokey diskine vurulsun ve ona 20 m/sn'lik bir ilk hız kazandırılmış olsun Disk, buz yüzeyi üzerinde durmadan önce 115 m kayarsa, disk ile buz yüzeyi arasındaki kinetik sürtünme katsayısını bulunuz.



**Çözüm** Harekete geçtikten sonra diske etki eden kuvvetler Şekil 5.20'de gösterilmiştir.  $f_k$  kinetik sürtünme kuvvetinin sabit kaldığını varsayarsak, bu kuvvet diske sabit ve negatif bir ivme kazandırır. İlk önce Newton'un ikinci kanununu kullanarak ivmeyi kinetik sürtünme katsayısı cinsinden buluruz. Uzaklığı ve ivmeyi kullanarak kinetik sürtünme katsayısını buluruz.

Sağa ve yukarıya doğru olan yönleri pozitif alarak diske, bileşenler cinsinden Newton'un ikinci yasasını uygulayarak aşağıdaki eşitlikler elde edilir:

$$(1) \quad \sum F_x = -f_k = ma$$

$$(2) \quad \sum F_y = n - mg = 0 \quad (a_y = 0)$$

Fakat  $f_k = \mu_k n$  dir ve (2) eşitliğinden  $n = mg$  dir. Böylece (1) eşitliğinden  $a$  ivmesi aşağıdaki gibi elde edilir:

$$-\mu_k n = -\mu_k mg = ma_x$$

$$a_x = -\mu_k g$$

İvmenin negatif işaretli olması, onun sola yöneldiğini gösterir. Disk negatif ivme ile ivmelenir yavaşlar. Ayrıca, ivme diskin kütesinden bağımsız ve sabittir. Çünkü,  $\mu_k$  nın sabit kaldığını kabul ediyoruz.

İvme sabit olduğundan, 2.12 Eşitliğini, yani,  $v_{xs}^2 = v_{xi}^2 + 2a_x(x_s - x_i)$  kullanabiliriz.  $x_i = 0$  ve  $v_{xs} = 0$  alınarak,

$$v_{xi}^2 + 2a_{xs} = v_{xs}^2 - 2\mu_k g x_s = 0$$

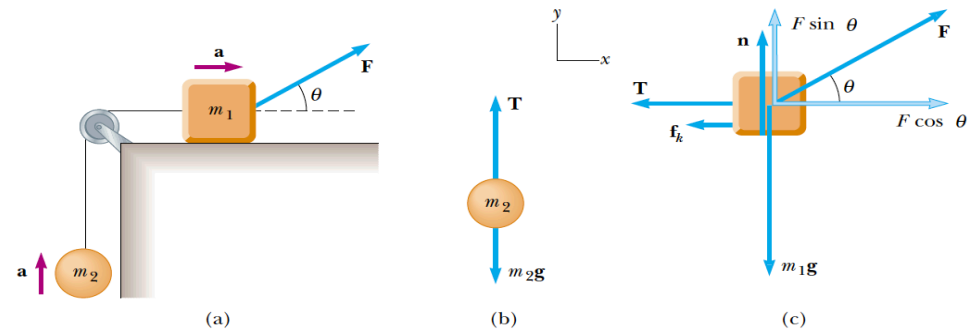
$$\mu_k = \frac{v_{xi}^2}{2 g x_s}$$

$$\mu_k = \frac{(20 \text{ m/s})^2}{2 (9,80 \text{ m/s}^2) (115 \text{ m})} = 0,117$$

bulunur.  $\mu_k$  nın boyutsuz olduğuna dikkat ediniz.

# Örnek 12: Sürtünmeli Ortamlarda İki bağlı Cismın İvmesi

$m_1$  kütleli bir blok, yatay pürüzlü bir masa üzerinde ağırlıksız bir ipe sürtünmesiz bir makaradan geçirildikten sonra  $m_2$  kütlesine bağlanmıştır.  $F$  büyüklüğünde bir kuvvet şekildeki gibi  $m_1$  kütlesine uygulanmıştır.  $m_1$  ile yüzey arasındaki kinetik sürtünme katsayısı  $\mu_k$  dir. Her iki cismin ivmesinin büyüklüğünü bulunuz.



Bloğun hareket denklemi: (1)  $\Sigma F_x = F \cos \theta - f_k - T = m_1 a_x$   
 $= m_1 a$   
(2)  $\Sigma F_y = n + F \sin \theta - m_1 g$   
 $= m_1 a_y = 0$

Kürenin hareket denklemi de:  $\Sigma F_x = m_2 a_x = 0$   
(3)  $\Sigma F_y = T - m_2 g = m_2 a_y = m_2 a$

Cisimler birbiri ile bağlı olduğundan,  $m_1$  kütleli bloğun ivmesinin  $x$  bileşeninin,  $m_2$  kütleli cismin ivmesinin  $y$  bileşenine eşitleyebildiğimize dikkat ediniz.  $\theta$  dan  $f_k = \mu_k n$  ve (2) Eşitliğinden  $n = m_1 g - F \sin \theta$  olup, ( $n$ 'nin  $m_1 g$  ye eşit olmadığına dikkat ediniz). Böylece,

(4)  $f_k = \mu_k (m_1 g - F \sin \theta)$

olduğu bulunur. Bunun anlamı,  $F$  kuvvetinin  $F_y$  bileşeninin pozitif olmasından dolayı, sürtünme kuvvetinin azalmış ol-

masıdır. (4) Eşitliğini ve (3) Eşitliğinden bulunan  $T$  değerini (1) Eşitliğinde yerine koyarsak,

$F \cos \theta - \mu_k (m_1 g - F \sin \theta) - m_2 (a + g) = m_1 a$

veya

(5)  $a = \frac{F (\cos \theta + \mu_k \sin \theta) - g (m_2 + \mu_k m_1)}{m_1 + m_2}$

**Örnek 13:** Havaalanında bir bayan, 20 kg 'lık valizini yatayla  $\theta$  açısı yapan bir kuvvet ve sabit hızla çekiyor. Kadının valize uyguladığı kuvvet 35 N ve valiz ile zemin arasındaki sürtünme kuvveti 20 N 'dur.

- a) Çekme ipi yatayla kaç derecelik açı yapar
- b) Zemin valize ne kadar normal kuvvet uygular?

