第二章作业

> 专业：计算机科学与技术
>
> 学号：17341178
>
> 姓名：薛伟豪

1. 实验要求

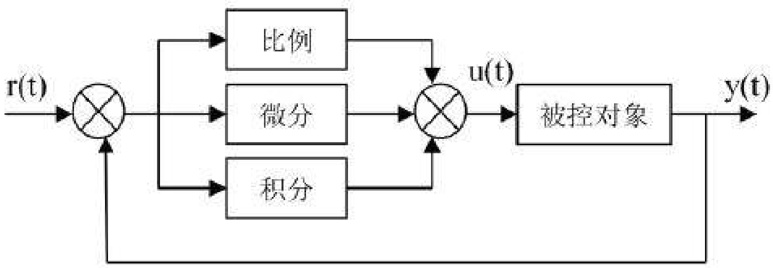
求二阶传递函数的阶跃响应

$$G_p(s) = \frac{133}{s^2 + 25s}$$

取采样时间为1ms进行离散化。参照程序chap2_1.m，设计专家PID控制器，并进行Matlab仿真。

2. 实验原理

2.1 专家PID调节器



如图所示，PID调节器是一种线性调节器，它将给定的$r(t)$的值与实际输出的$y(t)$的偏差的比例、积分、微分通过线性组合构成控制量，对控制对象进行控制。

$$u(t) = K_p[e(t) + \frac{1}{T_i}\int_0^t e(t)dt + T_d\frac{de(t)}{dt}] = K_p e(t) + K_i\int_0^t e(t)dt + K_d\frac{de(t)}{dt} \tag{1}$$

其中$e(t) = r(t) - y(t)$。

对$u(t)$和$e(t)$作拉普拉斯变换得到$U(s)$和$E(s)$，从而PID调节器的传递函数为：

$$G(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s) = K_p + K_i\frac{1}{s} + K_d s \tag{2}$$

2.2 从传递函数到差分方程

对给定的二阶传递函数采用Z变换进行离散化处理，如下所示：

$$G_p(s) = \frac{133}{s^2 + 25s} \tag{3}$$

根据拉普拉斯变换和Z变换的关系，我们容易找到(3)式对应的Z变换，其形式如下所示

$$G(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{num(2)z + num(3)}{den(1)z^2 + den(2)z + den(3)} \tag{4}$$

根据(4)式，我们可以得到

$$Y(z)[den(1)z^2 + den(2)z + den(3)] = U(z)[num(2)z + num(3)] \tag{5}$$

即

$$den(1)Y(z) + den(2)Y(z)z^{-1} + den(3)Y(z)z^{-2} = num(2)U(z)z^{-1} + num(3)U(z)z^{-2} \tag{6}$$

对方程两边作Z逆变换，有

$$den(1)y(k) + den(2)y(k-1) + den(3)y(k-2) = num(2)u(k-1) + num(3)u(k-2) \tag{7}$$

由于den(1)=1，所以

$$y(k) = -den(2)y(k-1) - den(3)y(k-2) + num(2)u(k-1) + num(3)u(k-2) \tag{8}$$

由此，我们便得到了该传递函数的差分方程。

2.3 专家PID控制器设计

对于典型二阶系统阶跃响应过程，作如下分析：

令$e(k)$表示离散化的当前采样时刻误差值，$e(k-1)$和$e(k-2)$分别表示前一个和前两个采样时刻误差值，则有：

$$\Delta e(k) = e(k) - e(k-1) \tag{9}$$

$$\Delta e(k-1) = e(k-1) - e(k-2) \tag{10}$$

令$u(k)$为控制器输出；M_1、M_2为设定的误差界限，$M_1 > M_2 > 0$；k为控制周期序号；ϵ任意小的正实数。根据误差及其变化，可设计专家PID控制器。该控制器可分为以下五种情况进行设计。

2.3.1 情况一

当$|e(k)| > M_1$时，说明误差的绝对值已经很大。不论误差变化趋势如何，都应使控制器的输出按最大或者最小（定值）输出，以迅速调整误差，使误差绝对值以最大速度减小。此时，它相当于实施开环控制。

$$u(k) = CONSTANT \tag{11}$$

2.3.2 情况二

当$e(k)\Delta e(k) > 0$或$\Delta e(k) = 0$时，说明误差在朝绝对值增大方向变化，或误差为某一常值，未发生变化。

如果$|e(k)| > M_2$，说明误差也很大，可考虑由控制器实施较强的控制作用，以达到扭转误差绝对值朝减小方向变化，并迅速减小误差的绝对值，控制器输出为：

$$u(k) = u(k-1) + k_1\{k_p\Delta e(k) + k_i e(k) + k_d[\Delta e(k) - \Delta e(k-1)]\} \tag{12}$$

其中，k_1为增益放大系数，$k_1 > 1$。

如果$|e(k)| < M_2$，说明尽管误差朝绝对值增大方向变化，但误差绝对值本身并不很大，可考虑控制器实施一般的控制作用，只要扭转误差的变化趋势，使其朝误差绝对值减小方向变化，控制器输出为：

$$u(k) = u(k-1) + k_p \Delta e(k) + k_i e(k) + k_d[\Delta e(k) - \Delta e(k-1)] \tag{13}$$

2.3.3 情况三

当$e(k)\Delta e(k) < 0$且$\Delta e(k)\Delta e(k-1) > 0$或者$\Delta e(k) = 0$时,说明误差的绝对值朝减小的方向变化，或者已经达到平衡状态。此时，可考虑采取保持控制器输出不变。

2.3.4 情况四

当$e(k)\Delta e(k) < 0$且$\Delta e(k)\Delta e(k-1) < 0$时，说明误差处于极值状态$e_m(k)$。

如果此时误差的绝对值较大，即$|e(k)| > M_2$，可考虑实施较强的控制作用，其中k_1为增益放大系数，$k_1 > 1$，$e_m(k)$为误差e的第k个极值，如下所示：

$$u(k) = u(k-1) + k_1 k_p e_m(k) \tag{14}$$

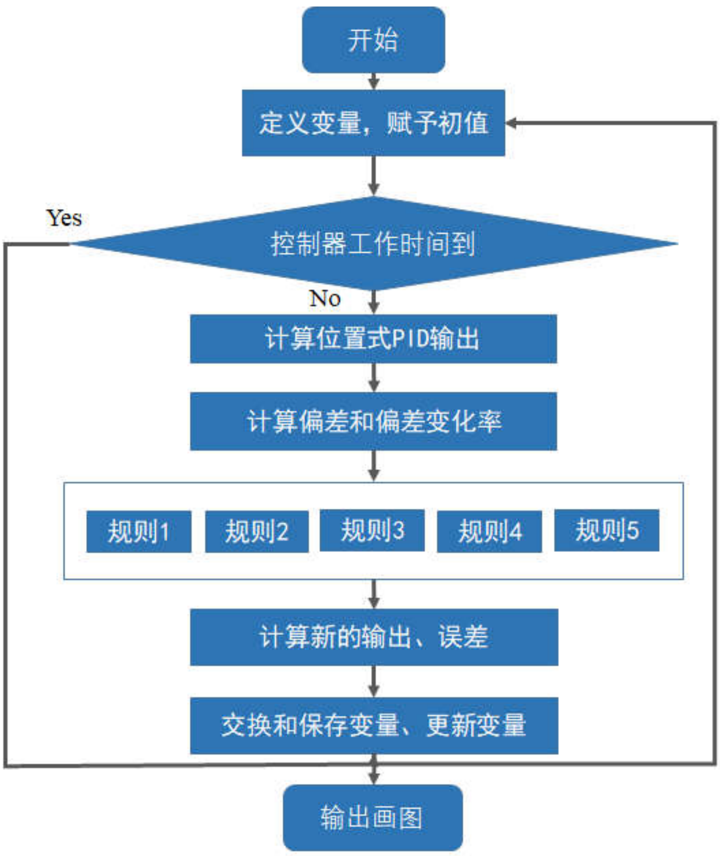
如果此时误差的绝对值较小，即$|e(k)| < M_2$，可考虑实施较弱的控制作用，其中k_2为抑制系数，$0 < k_2 < 1$，如下所示：

$$u(k) = u(k-1) + k_1 k_p e_m(k) \tag{15}$$

2.3.5 情况五

当$|e(k) \leq \epsilon|$时，说明误差的绝对值很小，这种偏差有可能是系统静差引起的，此时加入积分，减少稳态误差。

3. 流程图



4. MATLAB仿真&结果

根据实验要求，我们设定采样时间为0.001s。我们通过调用tf函数来建立被控对象传递函数。得到被控对象传递函数之后，再调用c2d函数采用Z变换对其进行离散化处理，并将离散化处理后的结果提取分子和分母。

该部分代码如下：

```
ts=0.001;                  %设定采样时间为1ms
sys=tf(133,[1,25,0]);      %建立被控对象传递函数
dsys=c2d(sys,ts,'z');      %对传递函数进行离散化处理
[num,den]=tfdata(dsys,'v'); %对离散化处理结果提取分子和分母
```

运行结果如下：

sys	dsys	num	den
>> sys sys = 133 ---------- s^2 + 25 s Continuous-time transfer function.	>> dsys dsys = 6.595e-05 z + 6.54e-05 ---------------------- z^2 - 1.975 z + 0.9753 Sample time: 0.001 seconds Discrete-time transfer function.	>> num num = 1.0e-04 * 0 0.6595 0.6540	>> den den = 1.0000 -1.9753 0.9753

由于进行了离散化处理，比例积分微分的模拟形式与离散形式对应如下，我们将三个部分用一个向量x表示，初始化为零向量，同时对其他参数进行初始化。为了求取函数的阶跃响应，我们对其迭代一定的次数。更新的具体规则见2.3，这里不再赘述。同时不断调整PID参数，来观察响应曲线的变化。

模拟形式	**离散形式**	**MATLAB对应变量**
$e(t)=r(t)-y(t)$	$e(k)=r(k)-y(k)$	$x(1)$
$\frac{de(t)}{dT}$	$\frac{e(k)-e(k-1)}{dT}$	$x(2)$
$\int_0^t e(t)dt$	$\sum_{i=0}^n e(i)T=T\sum_{i=0}^n e(i)$	$x(3)$

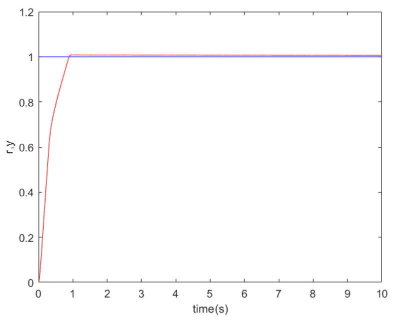
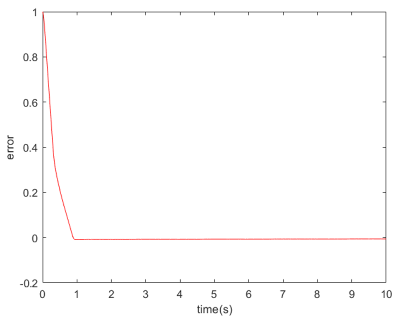
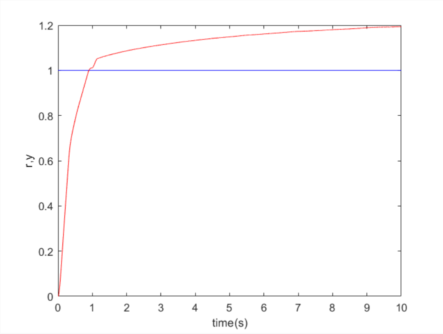
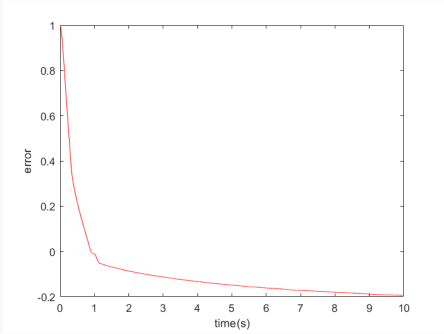
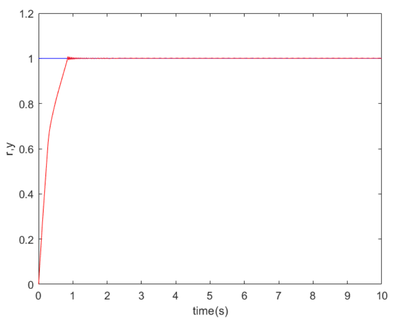
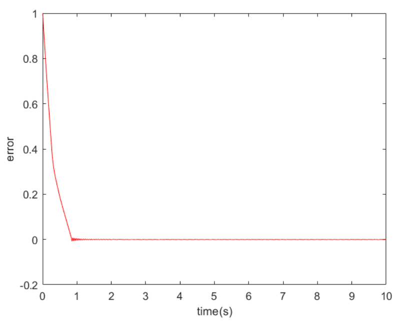
该部分代码如下所示：

```
u_1=0;u_2=0;     %u_1为被控对象初始输入值，u_2为u_1在下一个ts内的值
y_1=0;y_2=0;     %y_1输出的初始状态,y_2为下一个ts的输出状态
x=[0,0,0]';      %x(1)表示k时刻误差，x(2)表示k时刻对应微分，x(3）表示k时刻对应积分
x2_1=0;

%对kp，ki，kd进行初始化
kp=0.6;
ki=0.03;
kd=0.01;

error_1=0;  %初始误差为0
%迭代10000次
```

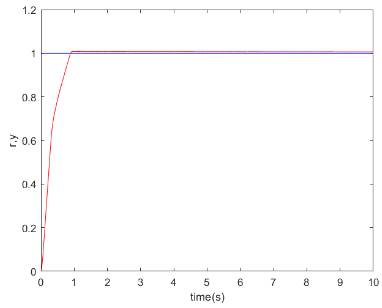
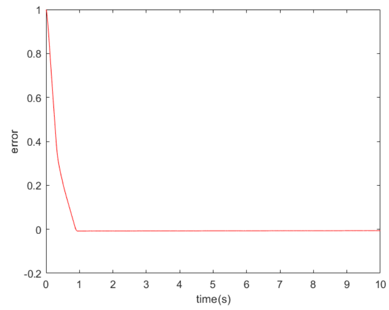
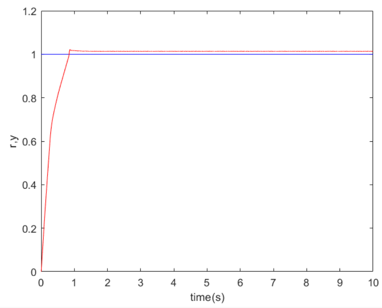
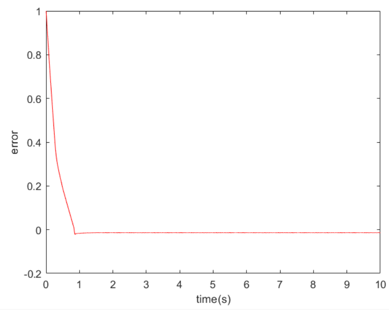
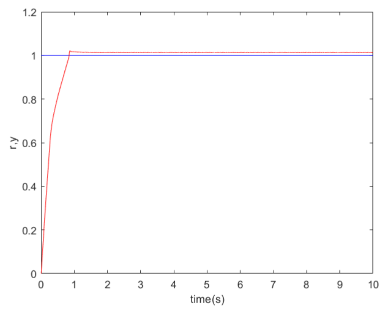
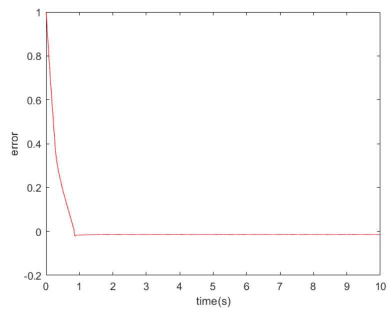
```
for k=1:1:10000
    time(k)=k*ts;
    r(k)=1;                          %Tracing Step Signal
    u(k)=kp*x(1)+kd*x(2)+ki*x(3); %PID控制器

    %专家控制规则
    %Rule1:Unclosed control rule
    if abs(x(1))>0.8
       u(k)=0.45;
    elseif abs(x(1))>0.40
       u(k)=0.40;
    elseif abs(x(1))>0.20
       u(k)=0.12;
    elseif abs(x(1))>0.01
       u(k)=0.10;
    end

    %Rule2
    if x(1)*x(2)>0|(x(2)==0)
       if abs(x(1))>=0.05
          u(k)=u_1+2*kp*x(1);
       else
          u(k)=u_1+0.4*kp*x(1);
       end
    end

    %Rule3
    if (x(1)*x(2)<0&x(2)*x2_1>0)|(x(1)==0)
        u(k)=u(k);
    end

    %Rule4
    if x(1)*x(2)<0&x(2)*x2_1<0
       if abs(x(1))>=0.05
          u(k)=u_1+2*kp*error_1;
       else
          u(k)=u_1+0.6*kp*error_1;
       end
    end

    %Rule5:Integration separation PI control
    if abs(x(1))<=0.001
       u(k)=0.5*x(1)+0.010*x(3);
    end

    %Restricting the output of controller
    if u(k)>=10
       u(k)=10;
    end
    if u(k)<=-10
       u(k)=-10;
    end

    %Linear model
    y(k)=-den(2)*y_1-den(3)*y_2+num(1)*u(k)+num(2)*u_1+num(3)*u_2;
    error(k)=r(k)-y(k);

    %----------Return of parameters------------%
```

```
    u_3=u_2;u_2=u_1;u_1=u(k);
    y_3=y_2;y_2=y_1;y_1=y(k);

    x(1)=error(k);              % Calculating P
    x2_1=x(2);
    x(2)=(error(k)-error_1)/ts;  % Calculating D
    x(3)=x(3)+error(k)*ts;       % Calculating I

    error_1=error(k);
end
```

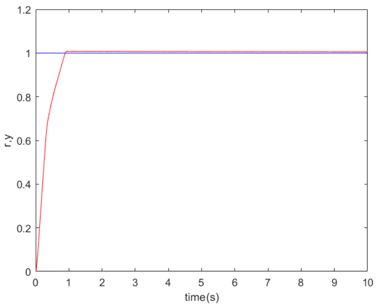
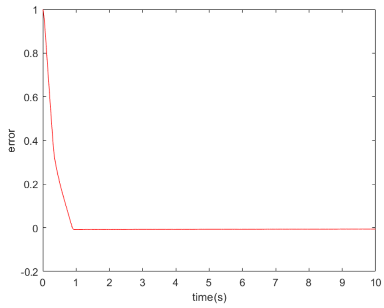
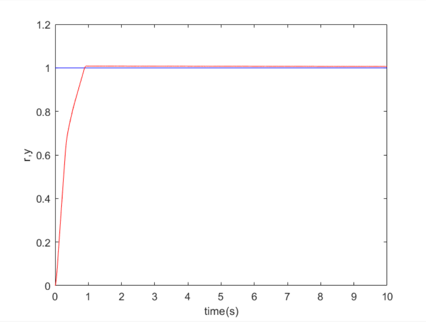
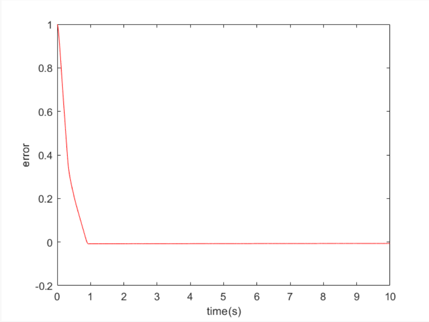
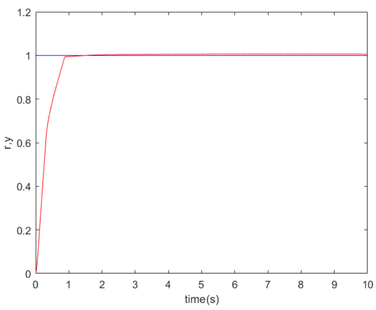
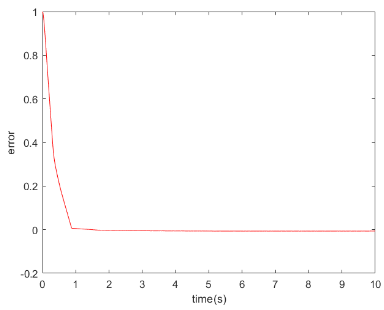
- 固定$K_i K_d$，改变K_p，运行结果如下所示：

PID参数	专家PID控制阶跃响应曲线	专家PID控制误差响应曲线
$K_p = 0.6$ $K_i = 0.03$ $K_d = 0.01$		
$K_p = 0.06$ $K_i = 0.03$ $K_d = 0.01$		
$K_p = 60$ $K_i = 0.03$ $K_d = 0.01$		

- 固定$K_p K_d$，改变K_i，运行结果如下所示：

PID参数	专家PID控制阶跃响应曲线	专家PID控制误差响应曲线
$K_p = 0.6$ $K_i = 0.03$ $K_d = 0.01$		
$K_p = 0.6$ $K_i = 0.0003$ $K_d = 0.01$		
$K_p = 2$ $K_i = 3$ $K_d = 0.01$		

- 固定$K_p K_i$，改变K_d，运行结果如下所示：

PID参数	专家PID控制阶跃响应曲线	专家PID控制误差响应曲线
$K_p = 0.6$ $K_i = 0.03$ $K_d = 0.01$		
$K_p = 0.1$ $K_i = 0.03$ $K_d = 0.0001$		
$K_p = 2$ $K_i = 0.03$ $K_d = 1$		

可以看到，调整K_p参数对PID控制器影响较大：当K_p过小，响应曲线难以收敛；当K_p过大，响应曲线易发生振荡。而调整K_i和K_d参数对PID控制器影响不大。