DEPARTAMENTO DE COMPUTACION
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales - UBA

Trabajo practico LFAC

October 17, 2024 LFAC

Integrante	LU	Correo electrónico
Olmos, Francisco José	1101/23	francisco.olmos.99@gmail.com

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Universidad de Buenos Aires
Ciudad Universitaria - (Pabellón I/Planta Baja)
Intendente Güiraldes 2610 - C1428EGA
Ciudad Autónoma de Buenos Aires - Rep. Argentina
Tel/Fax: (++54 +11) 4576-3300
http://www.exactas.uba.ar

1 Ejercicio 4.1

Sea $L = \{ab^n c^m | n \geq 1 \wedge \ m \ no \ es \ multiplo \ de \ n\}$. Determinar si L es un lenguaje regular. En caso afirmativo, dar un autómata finito que lo reconozca, indicando si es determinístico. En caso contrario, demostrarlo.

Afirmo que el lenguaje L no es regular, para hacerlo voy a demostrar que L no cumple el *lema de pummping*, sabemos que si un lenguaje es regular, entonces cumple el lema, de esta forma usando la equivalencia del contrareciproco, si demostramos que no cumple pumping, entonces L no es regular.

Lema de pummping: Sea L un lenguaje regular. Existe entonces una longitud minima p tal que, todas las cadenas $\alpha \in L$ que superan o igualan dicha longitud, pueden ser escritas de la forma $\alpha = xyz$ donde

$$|xy| \leq p \ ; \ |y| \geq 1 \ ; \ \forall i \geq 0, xy^i z \in L$$

Proof. **Estructura de la demostracion:**
Para todo $p > 0$, Existe un α tal que $\alpha \in L$, $|\alpha| \geq p$
tal que para toda descomposicion $\alpha = xyz$ con $|xy| \leq p$ y $|y| \geq 1$, existe un $i \geq 0$ tal que $xy^i z \notin L$

Definicion: m no es **multiplo** de **n** significa que no existe un $n_0 \in \mathbb{Z}$ tal que $n * n_0 = m$.

Dado $p > 0$ tomo $\alpha = ab^p c^{p+1}$ con $\alpha \in L$ ya que para todo $p \geq 2$ se tiene que $p + 1$ no es un multiplo de p haciendo que $ab^p c^{p+1}$ y $|\alpha| \geq p$.

Observacion: pedimos que $p \geq 2$ pero si $p = 1$ nos quedaria abc^m pero no existe ningun $m \in \mathbb{N}$ que no sea multiplo de 1 lo cual ya no estaria dentro del lenguaje. O lo mismo que, $1 * n_0 = m, \forall n_0 \in \mathbb{N}$

Para toda descomposicion $\alpha = xyz$ tal que $|xy| \leq p$ y $|y| \geq 1$.
Tomamos $xy = ab^{p-1}$, asi $|xy| = p \leq p$ e $y = b$ pudiendo darnos $|y| = 1 \geq 1$ cumpliendo asi las hipotesis de la descomposicion α.
Nos quedaria $x = ab^{p-2}; y = b; z = c^{p+1}$.

De esta forma existe un $i \in N_0$ tal que $xy^i z \notin L$, tomando $i = 2$ tenemos que $\alpha = ab^{p-1}b^2c^{p+1} = ab^{p+1}c^{p+1}$ la cual no esta en el lenguaje dado que p+1 es mutiplo de si mismo.

Por lo tanto, concluimos que L no es regular.

□

2 Ejercicio 4.2

Sea L el lenguaje denotado por la expresión regular $(a(ab)^*)^*$. Dar una expresión regular para L^c (tomando el complemento sobre el alfabeto $\{a, b\}$)

Estrategia: Dado un ER puedo pasarlo a un AFD derivando la ER, luego tomar el complemneto del automata y utlimo pasar del automata a la expresion regular que denota obteniendo asi L^C

2.1 ER → AFD

$\Sigma = \{a, b\}; R_0 = (a.(a.b)^*)^*$

$$L_0 = L(R_0) = a.\partial a(L_0) \mid b.\partial b(L_0) \mid \epsilon(L_0)$$

$L_0 = a.\partial a(L_0) \mid b.\partial b(a.(a.b)^*).(a.(a.b)^*)^* \mid \lambda$
$L_0 = a.\partial a(L_0) \mid b.(\partial b(a).(a.b)^* \mid \epsilon(a).\partial b(ab)^*).(a.(a.b)^*)^* \mid \lambda$
$L_0 = a.\partial a(L_0) \mid b.(\emptyset.(a.b)^* \mid \emptyset.\partial b(ab)^*).(a.(a.b)^*)^* \mid \lambda$
$L_0 = a.\partial a(L_0) \mid b.(\emptyset|\emptyset).(a.(a.b)^*)^* \mid \lambda$
$L_0 = a.\partial a(L_0) \mid b.\emptyset.(a.(a.b)^*)^* \mid \lambda$
$L_0 = a.\partial a(L_0) \mid \emptyset \mid \lambda$
$L_0 = a.\partial a(L_0) \mid \lambda$

$a.\partial a(L_0) = a.\partial a(a.(a.b)^*).(a.((a.b)^*)^*$
$a.\partial a(L_0) = a.(\partial a(a).(a.b)^* \mid \epsilon(a).\partial a((a.b)^*)).(a.((a.b)^*)^*$
$a.\partial a(L_0) = a.(\lambda.(a.b)^* \mid \emptyset.\partial a((a.b)^*)).(a.((a.b)^*)^*$
$a.\partial a(L_0) = a.((a.b)^* \mid \emptyset).(a.((a.b)^*)^*$
$a.\partial a(L_0) = a.(a.b)^*.(a.((a.b)^*)^*$

$$L_1 = (a.b)^*.(a.((a.b)^*)^* = (a.b)^*.L_0$$

$L_1 = a.\partial a(L_1) \mid b.\partial b(L_1) \mid \epsilon(L_1)$
$L_1 = a.\partial a(L_1) \mid b.\partial b((a.b)^*.L_0) \mid \lambda$
$L_1 = a.\partial a(L_1) \mid b.(\partial b((a.b)^*).L_0|\epsilon((a.b)^*).\partial b(L_0)) \mid \lambda$
$L_1 = a.\partial a(L_1) \mid b.(\partial b(a.b).(a.b)^*.L_0|\lambda.\emptyset \mid \lambda$
$L_1 = a.\partial a(L_1) \mid b.((\partial b(a).b|\epsilon(a).\partial b(b)).(a.b)^*.L_0| \lambda$
$L_1 = a.\partial a(L_1) \mid b.((\emptyset.b|\emptyset.\partial b(b)).(a.b)^*.L_0| \lambda$
$L_1 = a.\partial a(L_1) \mid b.\emptyset.(a.b)^*.L_0 \mid \lambda$
$L_1 = a.\partial a(L_1) \mid \lambda$

$a.\partial a((a.b)^*.L_0)) = a.(\partial a((a.b)^*).L_0 \mid \epsilon((a.b)^*).\partial a(L_0))$
$a.\partial a((a.b)^*.L_0)) = a.(\partial a(a.b).(a.b)^*.L_0 \mid \lambda.L_1)$
$a.\partial a((a.b)^*.L_0)) = a.(\partial a(a.b).(a.b)^*.L_0 \mid L_1)$
$a.\partial a((a.b)^*.L_0)) = a.((\partial a(a).b|\epsilon(a)\partial a(b)).(a.b)^*.L_0 \mid L_1)$
$a.\partial a((a.b)^*.L_0)) = a.((\lambda.b|\emptyset\lambda).(a.b)^*.L_0 \mid L_1)$
$a.\partial a((a.b)^*.L_0)) = a.(b.(a.b)^*.L_0 \mid L_1)$

$$L_2 = b.L_1 = b.(a.b)^*.L_0$$

$L_2 = a.\partial a(L_2) \mid b.\partial b(L_2) \mid \epsilon(L_2)$

$L_2 = a.\partial a(b.L_1) \mid b.\partial b(b.L_1) \mid \epsilon(b.L_1)$
$L_2 = a.(\partial a(b).L_1|\epsilon(b).\partial a(L_1)) \mid b.(\partial b(b).L_1|\epsilon(b).\partial b(L_1) \mid \emptyset$
$L_2 = a.(\emptyset.L_1|\emptyset.\partial a(L_1)) \mid b.\lambda.L_1|\emptyset.\partial b(L_1)$
$L_2 = \emptyset \mid b.L_1|\emptyset$
$L_2 = \ b.L_1$
$L_2 = b.\partial b(L_2)$

L_i	$=$	∂a	∂b
L_0	$(a.(a.b)^*)^*$	L_1	$\emptyset$
L_1	$(a.b)^*.L_0$	$L_2\|L_1$	$\emptyset$
L_2	$b.L_1$	$\emptyset$	L_1

Nos quedaria configurado el siguiente Automata M_{ND} que es **no determinisitco**

$$M_{ND} = \langle \{L_0, L_1, L_2\}, \{a, b\}, \delta, L_0, \{L_0, L_1\} \rangle$$

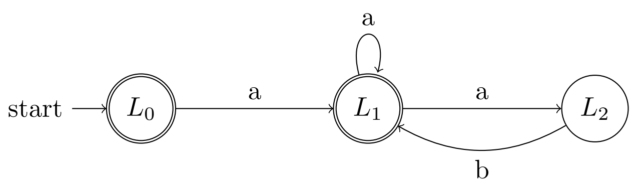

Figure 1: Automata AFND

Volvamos el automata deterministico, haciendo que L_2 se vuelva un estado final, aceptando indeterminadas a y haciendo que L_1 no pueda consumir mas a. Notese que los lengujaes que aceptan son el mismo.

Nos quedaria configurado el siguiente Automata M_D que es **determinisitco**

$$M_D = \langle \{L_0, L_1, L_2, T\}, \{a, b\}, \delta, L_0, \{L_0, L_1, L_2\} \rangle$$

L_i	$=$	∂a	∂b
L_0	$(a.(a.b)^*)^*$	L_1	T
L_1	$(a.b)^*.L_0$	L_2	T
L_2	$b.L_1$	L_2	L_1
T	$(a\|b)^*$	T	T

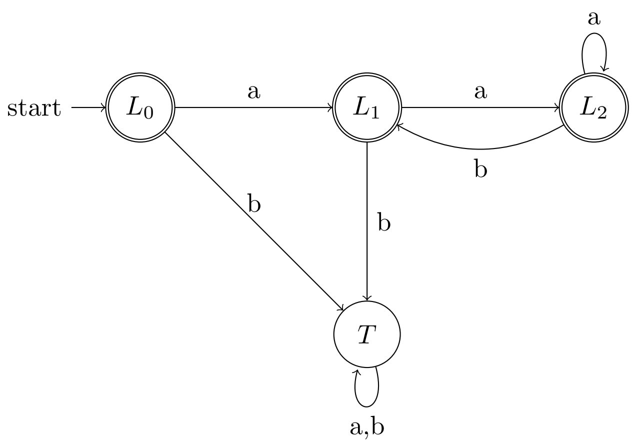

Figure 2: Automata AFD

2.2 Complemento del AFD

Nos quedaria configurado el siguiente Automata M_C que es **el complemento del** M_D, simplemente por haberlo determinizado podemos hacer que los estados que no eran finales transofrmarlos en finales y viceversa, los que eran finales transformarlos en no finales.

$$M_C = \langle \{L_0, L_1, L_2, T\}, \{a, b\}, \delta, L_0, \{T\} \rangle$$

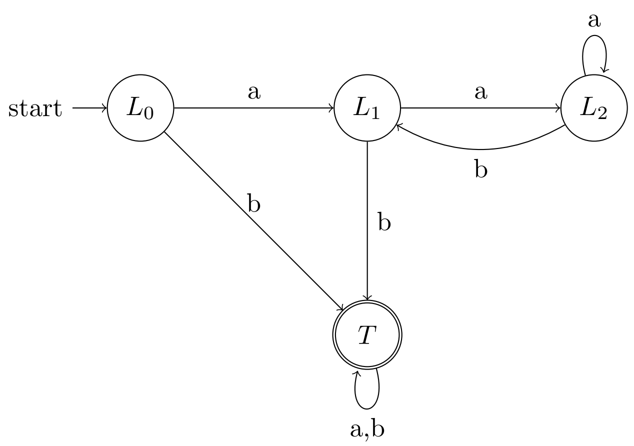

Figure 3: Complemento Automata AFD

2.3 AFD $\rightarrow$ ER

Tomando L_0, como el conjunto de cadenas aceptadas partiendo de q_0 (el estado inicial). Vamos a obtener cada L_j tal que sea el lenguaje aceptado partiendo de cada q_j correspondiente. Asi podemos denotar cada lenguaje con una *expresion* *regular*. Por ultimo la *expresion regular* que denote $L_0 = L(M_C)$ va a denotar el lenguaje que acepta el automata

Lema de Arden: Sea R un lenguaje, α, β expresiones regulares sobre Σ
Si $R = \alpha.R \mid \beta$ y $\lambda \notin L(\alpha)^a$, entonces $R = \alpha^*.\beta$

$$L_0 = a.\partial a(L_0) \mid b.\partial b(L_0) \mid \epsilon(L_0) = a.L_1 \mid b.T \mid \emptyset$$
$$L_1 = a.\partial a(L_1) \mid b.\partial b(L_1) \mid \epsilon(L_1) = a.L_2 \mid b.T \mid \emptyset$$
$$L_2 = a.\partial a(L_2) \mid b.\partial b(L_2) \mid \epsilon(L_2) = a.L_2 \mid b.L_1 \mid \emptyset$$
$$T = a.\partial a(T) \mid b.\partial b(T) \mid \epsilon(T) = a.T \mid b.T \mid \lambda$$

Vamos a usar un simbolo ! cuando estemos usando **lema de Arden**
$T = a.T \mid b.T \mid \lambda$ (distributividad de . sobre |)
$T = (a|b).T|\lambda = (a|b)^*$!
$L_0 = a.L_2|b.(a|b)^*$
$L_1 = a.L_2|b.(a|b)^*$
$L_2 = a.L_2|b.L_1|\emptyset = a.L_2|b.L_1$ ($\emptyset$ es el elem. neutro de |)
$L_2 = a^*.b.L_1$!
$L_1 = a.(a^*.b.L_1)|b.(a|b)^*$ (asociatividad de .)
$L_1 = (a^+.b).L_1|b.(a|b)^*$
$L_1 = (a^+.b)^*.b.(a|b)^*$!
$L_0 = a.(a^+.b)^*.b.(a|b)^*|b.(a|b)^*$
$L_0 = (a.(a^+.b)^*|\lambda).b.(a|b)^*$ (distributividad de . sobre |)

Concluyendo, la expresion regular que denota L^c seria:

$$L^c = (a.(a^+.b)^*|\lambda).b.(a|b)^*$$