

## Práctica 9 – Derivación numérica

### Ejercicio 1

Calcular numéricamente la derivada primera (atrás, adelante y centrada) y la derivada segunda de una función en un punto  $x$  determinado para un paso  $h$  dado. Para ello se pide:

1. Construir un programa (principal) Fortran en un fichero que:
  - A) Pida por pantalla y lea por teclado para cada función de trabajo: el punto  $x$  en donde se quiere obtener las derivadas primeras y segunda, y el paso  $h$  a aplicar.
  - B) Use una función vectorial que aplique las expresiones de la derivación numérica a la función de trabajo 1.
  - C) Use la misma función vectorial para la función de trabajo 2.
  - D) Proporcione por pantalla para cada función de trabajo el valor de la derivada primera numérica (atrás, adelante y centrada) y la derivada segunda numérica.
  - E) Proporcione por pantalla para cada función de trabajo el error relativo cometido por cada derivación numérica respecto a su valor exacto analítico.
2. Construir un fichero (método) Fortran que codifique mediante una función vectorial las ecuaciones que determinan la derivada primera numérica (atrás, adelante y centrada) y la derivada segunda numérica. Esta función debe tener como argumento de entrada la función de trabajo, y como salida (en su nombre) un vector de 4 posiciones en el que se almacenen las primeras derivadas (atrás, adelante y centrada) y la segunda derivada.
3. Construir un fichero (trabajo) Fortran que codifique mediante funciones vectoriales las expresiones analíticas de cada función de trabajo, su derivada primera y segunda.

Nota: a modo de prueba usad:

*Función trabajo 1:*  $f(x)=x^2- e^x$ . Punto  $x=2$ , Paso  $h=0.2$

*Función trabajo 2:*  $f(x)=x+\ln(x)$ . Punto  $x=3$ , Paso  $h=0.3$

*Sol.:*

*Función trabajo 1:* deriv. delante=-3.979 (17%), deri. atrás=-2.897 (14%), deriv. centrada=-3.438 (1.4%), deriv. segunda=-5.413 (0.45%)

*Función trabajo 2:* deriv. delante=1.317 (1.17%), deri. atrás=1.351 (1.34%), deriv. centrada=1.334 (0.083%), deriv. segunda=-0.111 (0.5%)

## Ejercicio 2

Dada una serie de nodos  $(x_1, \dots, x_n)$  y sus correspondientes imágenes  $(y_1, \dots, y_n)$  se desea obtener numéricamente la derivada primera (centrada) y la derivada segunda en varios puntos  $x$  (entre  $x_1$  y  $x_n$ ) para un paso  $h$  dado mediante el método de derivación del polinomio interpolante obtenido con el método directo. Para ello se pide:

1. Construir un programa (principal) Fortran en un fichero que:
  - A) Dimensione dinámicamente el vector de nodos y el vector de imágenes, construyendo ambos mediante la lectura de sus valores de un fichero *nodos\_imagenes.txt* en donde en la primera columna están los nodos y en la segunda sus respectivas imágenes
  - B) Dimensione dinámicamente un vector de puntos  $x$  en los que se desea hacer la interpolación, y se construya leyendo un fichero *puntos.txt* en donde están sus valores en una columna.
  - C) Pida por pantalla el paso  $h$  a aplicar en la derivación, y se lea por teclado.
  - D) Llame a una subrutina que aplique el método de derivación del polinomio interpolante obtenido con el método directo.
  - E) Proporcione por pantalla el resultado de la derivada primera (centrada) y derivada segunda en cada punto  $x$ .
2. Construir un fichero (método) Fortran que codifique mediante una subrutina el método de derivación del polinomio interpolante obtenido con el método directo, usando de forma supuesta las variables de entrada. La subrutina tiene como variables de salida dos vectores: uno con la primera derivada (centrada) en cada punto  $x$  y otro con la segunda derivada en cada punto  $x$ . Además, esta subrutina debe llamar a la subrutina que aplica el método directo de interpolación, el cual proporciona los coeficientes del polinomio interpolador (ejercicio 3-Práctica 7).

Nota: a modo de prueba usad:

*Nodos:* -2, 0, 1, 2. *Imágenes:* 3.864665, -1.0, -1.718282, -3.389056

*Puntos  $x$  en donde hacer la derivación:* -0.7, 0.4, 1.8.

*Paso  $h$ :* 0.2

*Sol.: La derivada primera centrada en cada punto es:* -1.5945, -0.6544, -2.2079

*La derivada segunda en cada punto es:* 1.7188, -0.009652, -2.2096

### Ejercicio 3

Calcular numéricamente la derivada primera (centrada) de una función en un punto  $x$  determinado para un paso  $h$  inicial dado mediante el método de extrapolación de Richardson. Para ello se pide:

1. Construir un programa (principal) Fortran en un fichero que:
  - A) Pida por pantalla y lea por teclado para cada función de trabajo: el punto  $x$  en donde se quiere obtener la derivada primera, el paso  $h$  inicial a aplicar, y el número de iteraciones  $n$  a aplicar al método (el orden de derivación conseguido será  $2*(n+1)$ ).
  - B) Use una función escalar que aplique el método de extrapolación de Richardson a la función de trabajo 1.
  - C) Use la misma función escalar para la función de trabajo 2.
  - D) Proporcione por pantalla para cada función de trabajo el valor de la derivada primera numérica (centrada) y el error relativo cometido respecto a su valor exacto analítico.
2. Construir un fichero (método) Fortran que codifique mediante una función escalar el método de extrapolación de Richardson para el cálculo numérico de la derivada primera (centrada). Esta función escalar debe tener como argumento de entrada la función de trabajo.
3. Construir un fichero (trabajo) Fortran que codifique mediante funciones vectoriales las expresiones analíticas de cada función de trabajo, su derivada primera y segunda (igual que el Ejercicio 1).

Nota: a modo de prueba usad:

Función trabajo 1:  $f(x)=x^2 - e^x$ . Punto  $x=10$ , Paso  $h=2$ , numero iteraciones=3

Función trabajo 2:  $f(x)=x+\ln(x)$ . Punto  $x=10$ , Paso  $h=2$ , numero de iteraciones=3

Sol.:

Función trabajo 1: deriv. centrada= -22006.4590 ( $2.6*10^{-5}$  %)

Función trabajo 2: deriv. centrada= 1.10000086 ( $7.5*10^{-5}$  %)