INSTITUTO TECNOLÓGICO DE AERONÁUTICA

VESTIBULAR 2023

FORMULÁRIO DE QUESTÃO

PROVA DE FÍSICA

2ª FASE

Questão 1. Um bloco cúbico de aresta $l = 4{,}5$ cm desliza, sob o efeito da gravidade, sobre um plano inclinado de ângulo $\alpha = 60°$ relativamente à horizontal. O deslizamento acontece com as normais de duas de suas faces sempre paralelas à direção do movimento. Para estudar o movimento, um observador usa uma máquina fotográfica que captura em uma mesma imagem a posição do bloco em instantes diferentes. Para isso, a câmera é programada para abrir e fechar o diafragma periodicamente, a cada intervalo de tempo $\Delta t = 0{,}2$ s. O tempo de exposição δt, isto é, o tempo em que o diafragma permanece aberto, é tal que $\delta t \ll \Delta t$. O disparo da câmera é sincronizado com o movimento, de modo que a primeira exposição acontece no instante em que o bloco é solto. A foto registra quatro pontos, que correspondem à posição do objeto em diferentes instantes. O experimentador extrai da foto a distância entre pontos adjacentes, $\Delta x_n = x_n - x_{n-1}$, com $n = 1, 2$ e 3.

Considere que a foto capta o perfil lateral do plano inclinado sem distorções ópticas ou efeitos de paralaxe. Em seguida, faça o que se pede:

a) se $\Delta x_3 = 0{,}75$ m, determine os valores de Δx_2, Δx_1 e o deslocamento total do bloco;

b) estime o valor do coeficiente de atrito cinético entre a superfície do bloco e do plano inclinado;

c) considere agora que δt ainda é pequeno, mas seu efeito já não é mais desprezível. Determine o valor de δt para que, na quarta captura, a imagem seja um retângulo de dimensões l por $2l$.

Resolução:

Dados:

$v_0 = 0$; $\Delta t = 0{,}2$ s; $\Delta x_n = x_n - x_{n-1}$; $\Delta x_3 = 0{,}75m$

(a) (3 pontos) $\delta t \ll \Delta t$ (foto instantânea)

$$x_n - x_0 = \frac{a(n\Delta t)^2}{2} \text{ e } x_{n-1} - x_0 = \frac{a(n-1)^2\Delta t^2}{2}$$

Desta forma temos: $\Delta x_n = x_n - x_{n-1} = a\Delta t^2(2n-1)/2$

$\Delta x_3 = a\Delta t^2 5/2 \Rightarrow a = 7{,}5 m/s^2$ *(Observação da banca: o candidato que chegou apenas até este resultado recebeu 1,0 ponto.)*

Substituindo os valores, temos que: $\Delta x_2 = 0{,}45\, m$ (1 ponto) e $\Delta x_1 = 0{,}15\, m$ (1 ponto)

O deslocamento total do objeto é a soma de $\Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 = 1{,}35\, m^*$ (1 ponto)

**Observação da banca: nos casos em que o candidato calculou corretamente os valores de Δx_1 e Δx_2, mas não tenha somado o comprimento total, consideramos a questão correta.*

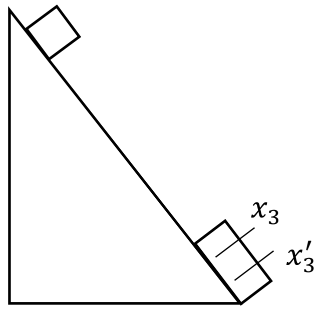
(b) (3 pontos) $\delta t \ll \Delta t$ (foto instantânea)

Do item anterior temos $a = 7{,}5 m/s^2$

Das equações $P cos\alpha = N$ e $P sen\alpha - \mu N = ma$ derivamos

$\mu = \frac{gsen\alpha - a}{gcos\alpha}$ (1 pontos) o que resulta em $\mu = \frac{2\sqrt{3}-3}{2} \approx 0{,}2$ (2 pontos)

(c) (4 pontos) δt é pequeno, mas não desprezível e na quarta captura a imagem seja um retângulo $\ell \times 2\ell$



$x_3 - x_0 = \frac{a(3\Delta t)^2}{2}$

$x_3' - x_0 = \frac{a(3\Delta t+\delta t)^2}{2}$

e $x_3' - x_3 = \ell$

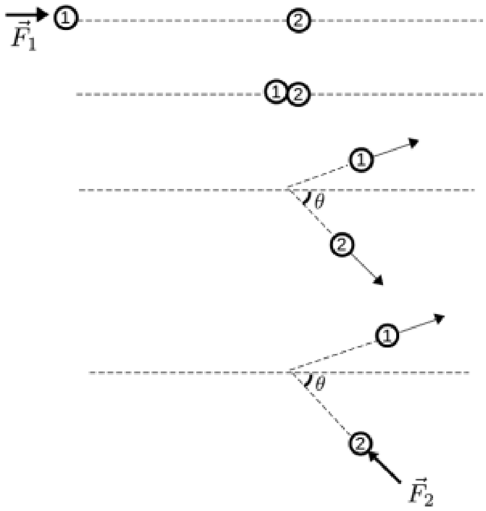
Desta forma temos: $\ell = a(3\Delta t)(\delta t) + a\delta t^2/2$

Substituindo os valores chegamos em

$5\delta t^2 + 6\ \delta t - 0{,}06 = 0$ (2 pontos)

Como δt é pequeno podemos desprezar δt^2 e $\delta t \approx 0{,}01\ s$ (2 pontos)

Questão 2. Considere uma partícula P_1, de massa m_1, inicialmente em repouso. Em seguida, essa partícula é acelerada por uma força constante $\vec{F}_1$, durante um intervalo de tempo Δt_1. Após este intervalo de tempo, P_1 move-se livremente sem atrito por um plano, até colidir com uma partícula P_2, de massa $m_2 = 2m_1$. Após a colisão, P_2 sai em uma trajetória que faz um ângulo de $\theta = \frac{\pi}{6}$rad com relação à trajetória inicial (pré-colisão) de P_1. Após um breve deslocamento, uma força constante $\vec{F}_2$, com direção contrária à da velocidade da partícula P_2, atua durante um intervalo de tempo $\Delta t_2 = \sqrt{3}\Delta t_1$ até a parada total de P_2.
Sabendo que a colisão entre P_1 e P_2 é inelástica e resulta em uma perda de 25% da energia mecânica do sistema, determine a magnitude da força F_1 em termos da magnitude de F_2.



Resolução (10 pontos):

1) Impulso inicial → partícula P_1 antes da colisão
$F_1 \Delta t_1 = p_{1i}$
$v_{1_i} = \frac{F_1 \Delta t_1}{m_1}$ (eq. 1) (1 ponto)

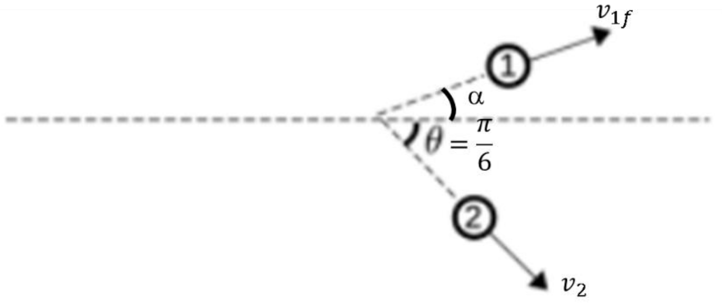
2) Impulso final → Partícula P_2 após colisão
$F_2 \Delta t_2 = -p_{2f}$
$v_2 = \frac{F_2 \Delta t_1}{m_1} \frac{\sqrt{3}}{2}$ (eq. 2) (1 ponto)

3) Conservação de quantidade de movimento (momento linear) antes e depois da colisão

-Vertical

$m_1 v_{1f} \sin\alpha = m_2 v_2 \sin\theta$

$\sin\alpha = \frac{v_2}{v_{1_f}}$ (eq. 3) (1 ponto)



-Horizontal

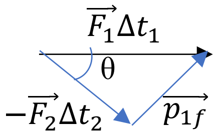
$m_1 v_{1i} = m_1 v_{1f} \cos\alpha + m_2 v_2 \cos\frac{\pi}{6}$

$\cos\alpha = \frac{v_{1i}}{v_{1f}} - \sqrt{3}\frac{v_2}{v_{1f}}$ (eq. 4) (1 ponto)

- Considerando $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$, temos

$v_{1f}^2 = 4v_2^2 + v_{1i}^2 - 2\sqrt{3}v_{1i}v_2$ (eq. 5) (1 ponto)

Alternativa → Lei dos Cossenos



$p_{1f}^2 = p_{2f}^2 + p_{1i}^2 - 2p_{2f}p_{1i}cos\theta$

$v_{1f}^2 = 4v_2^2 + v_{1i}^2 - 2\sqrt{3}v_{1i}v_2$ (eq. 5) (3 pontos)

4) Energia Final = 3/4 Energia Inicial

$\frac{1}{2}m_1v_{1f}^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{3}{4}\frac{1}{2}m_1v_{1i}^2$

$3v_{1i} = 4v_{1f}^2 + 8v_2^2$ (eq. 6) (1 ponto)

5) Substituindo a Eq. 5 na Eq. 6, obtemos:

$24v_2^2 - 8\sqrt{3}v_{1i}v_2 + v_{1i}^2 = 0$ (eq. 7)

* Nota da banca: nos casos em que o candidato chegou apenas na eq. 7, foi considerado 1,0 ponto.

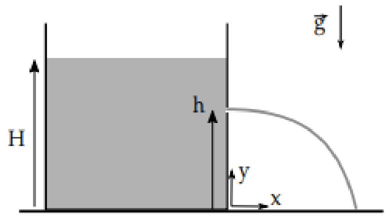
6) Substituindo as Eq. 1 e 2 na Eq. 7, obtemos:

$18F_2^2 - 12F_1F_2 + F_1^2 = 0$ (2 pontos)

$F_1 = 6F_2 \pm 3\sqrt{2}\mathrm{F}_2$* (2 pontoa)

** Observação da banca: também foram considerados corretos os casos em que o candidato expressou a resposta final na forma* $\mathrm{F}_2 = \frac{F_1}{6}\left(2 \pm \sqrt{2}\right)$.

Questão 3. Considere um recipiente que contém uma coluna de água de altura H. Um pequeno furo é feito na parede a uma altura h, de tal forma que um filete de água é expelido horizontalmente, como na figura. Considere a água um fluido incompressível e de viscosidade desprezível. A aceleração local da gravidade vale g.
Determine:



a) a trajetória $y(x)$ do filete de água descrito;

b) o lugar geométrico dos pontos $P(x, y)$ que podem ser atingidos por um filete de água, considerando que a altura h possa ser escolhida entre 0 e H.

Resolução:

a) (5 pontos)

Equação de Bernouli: $\frac{1}{2}\varrho\, v^2 = \varrho\, g(H-h) \rightarrow v = \sqrt{2\, g\, (H-h)}$

Eqs. de Movimento: $x = v\, t \rightarrow t = \frac{x}{\sqrt{2g\, (H-h)}}$

$$y = h - \frac{x^2}{4(H-h)}$$

Pontuação:

- Obter a velocidade: (2 pontos)
- Composição de movimento: (1 ponto)
- Obter a trajetória: (2 pontos)

b) (5 pontos)

Da equação da trajetória, podemos escrever a seguinte equação do segundo grau:

$$h^2 - (y+H)\, h + H\, y + \frac{x^2}{4} = 0$$

Para que haja solução real, o discriminante deve ser maior ou igual a zero:

$$y^2 + H^2 - 2\, H\, y - x^2 \geq 0$$

$$(H - y - x)(H - y + x) \geq 0$$

O lugar geométrico é dado por:

$$x \geq 0\ e\ y \geq 0\ e\ y \leq H - x$$

Pontuação:

- Demonstrar conhecimento do significado do lugar geométrico: (1 ponto)
- Declarar que o discriminante é nulo: (1 pontos)
- Obter a equação do lugar geométrico: (2 pontos)
- Indicar corretamente o formato do lugar geométrico: (1 ponto)

Questão 4. Considere uma nave espacial esférica, de raio R, com paredes de espessura $h \ll R$. No espaço profundo, existe uma radiação cósmica de fundo de temperatura T_0 (aproximadamente 2,7 K). Seja a temperatura da parede interna da nave T_i, e a temperatura da parede externa T_e, com $T_i > T_e > T_0$. A condutividade térmica do material que compõe a parede da nave é κ; o seu calor específico é c e sua densidade de massa é ρ. A emissividade da nave é unitária e a constante de Stefan-Boltzmann é dada por σ. Quando ocorrem pequenas variações de temperatura na parede interna da nave, a condição de fluxo estacionário de calor é perturbada e o sistema tende a uma nova situação de fluxo estacionário de energia. A constante de tempo característica τ desse processo pode ser estimada apenas em termos das características do material que compõem o revestimento da nave – κ, c e ρ – bem como sua espessura h.
Faça o que se pede:

a) obtenha a equação polinomial cuja raiz forneça T_e com os coeficientes em termos de κ, σ, h, T_i e T_0, considerando a condição de fluxo de calor estacionário;

b) estime, por análise dimensional, uma expressão para τ.

Resolução:

a) (6 pontos)

Fluxo de calor por condução: $\phi_c = \frac{\kappa\, A\, \Delta T}{h}$

Fluxo de calor por irradiação: $\phi_i = \sigma\, A\, (T_e^4 - T_0^4)$

No regime estacionário:

$$\frac{\kappa A\ \Delta T}{h} = \sigma\, A\, (T_e^4 - T_0^4)$$

A equação polinomial é:

$$T_e^4 + \frac{T_e\, \kappa}{\sigma\, h} - \frac{\kappa\, T_i}{\sigma\, h} - T_0^4 = 0$$

$$\sigma\, h\, T_e^4 + T_e\, \kappa - \kappa\, T_i - \sigma\, h\, T_0^4 = 0$$

Pontuação:

- Obter o fluxo por condução: 1 ponto
- Obter o fluxo por irradiação: 2 ponto (1 ponto por cada sentido)
- Escrever a condição de regime estacionário: 1 pontos
- Obter a equação polinomial: 2 pontos

Observação da banca: respostas similares, mas com eventuais sinais errados receberam 4 pontos.

b) (4 pontos)

$\tau = a\, h^{\alpha} c^{\beta} \rho^{\gamma} \kappa^{\delta}$, onde a é uma constante adimensional.

Dimensões:

$[h] = L$

$[\tau] = \mathrm{T}$

$$[\rho] = M\, L^{-3}$$

$$[c] = L^2\, T^{-2} \theta^{-1}$$

$$[\kappa] = M\, L\, T^{-3} \theta^{-1}$$

Igualando os expoentes do lado direito e esquerdo da equação para τ, temos:

$$\delta = -\beta = -1$$

$$\gamma = 1$$

$$\alpha - 3\gamma + 1 = 0$$

Obtemos:

$$\tau = a\, h^2 c\, \rho\, \kappa^{-1}$$

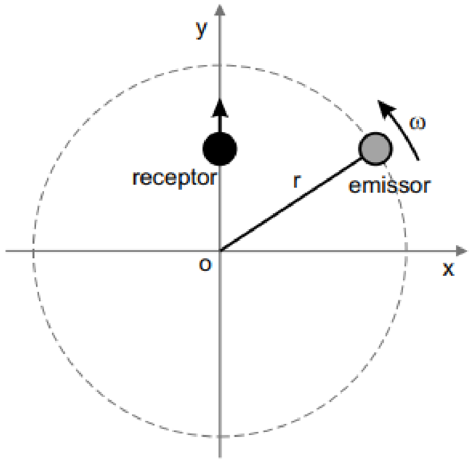
Pontuação:

- Escrever corretamente as dimensões: (2 pontos)
- Obter a expressão para τ: (2 pontos)

Questão 5. Um emissor de onda sonora esférica de frequência f_s executa um movimento circular uniforme com velocidade angular ω e raio r em torno da origem O do plano xy, de acordo com a figura. Ao mesmo tempo, um receptor sonoro executa um movimento no eixo y de forma que sua posição sempre coincida com a coordenada y do emissor. A velocidade do som é designada como v_{som}. Sabe-se que o gráfico da frequência da onda sonora detectada no receptor, f_{ob}, em função da coordenada x do emissor, aproxima-se de uma cônica para o caso em que $\omega r \ll v_{som}$. Determine:

a) a velocidade máxima alcançada pelo receptor;

b) a cônica e sua equação.



Resolução:

a) (2,0 pontos) A velocidade máxima alcançada pelo receptor será a mesma do emissor, ou seja,

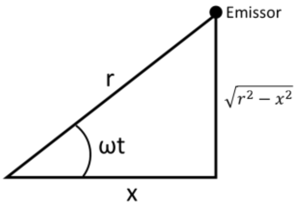
$$v = \omega r \quad \text{(2 pontos)}$$

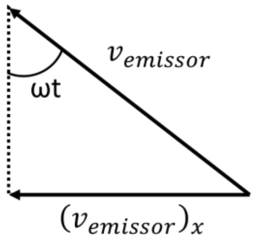
b) (8,0 pontos)

- Não há movimento relativo em y;
- Considerando o receptor estático, a velocidade do emissor em relação ao receptor (v_s) é igual à componente x da velocidade tangencial de seu movimento circular ($v_{emissor} = \omega r$):

$$v_s = (v_{emissor})_x = v_{emissor}.\sin(\omega t)$$

Geometricamente:





Por semelhança de triângulos, temos:

$$v_s = \pm\frac{\omega r\sqrt{r^2 - x^2}}{r} = \pm\omega\sqrt{r^2 - x^2}$$

Ainda podemos escrever: $v_s = \pm\omega r\sqrt{1 - \frac{x^2}{r^2}}$ (Eq. 1)

- A diferença entre as frequências no receptor e no emissor, pode ser escrita como:

$$f_{ob} - f_s = -f_s\frac{v_s}{v_{som} \mp v_s}$$

- Considerando $v_s \ll v_{som}$, podemos escrever

$$f_{ob} - f_s = -f_s\frac{v_s}{v_{som}} \quad \text{(2 pontos)}$$

- Substituindo v_s pela Eq. 1, temos:

$$\frac{f_{ob}-f_s}{\frac{f_s}{v_{som}}} = \mp\omega r\sqrt{1-\frac{x^2}{r^2}} \quad \text{(2 pontos)}$$

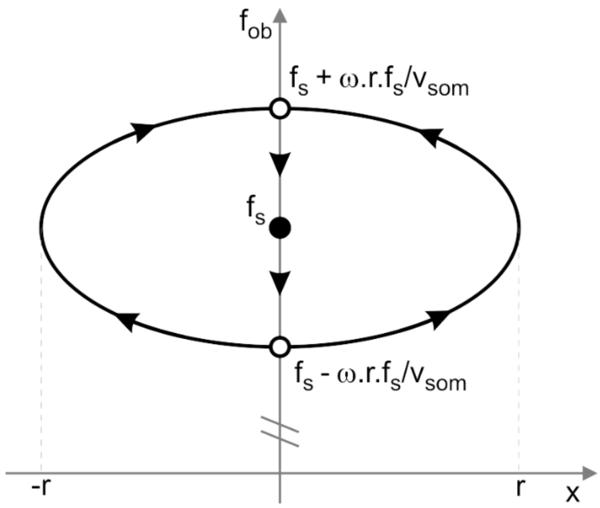
- Elevando os dois lados da equação ao quadrado, temos que:

$$\boxed{\frac{(f_{ob}-f_s)^2}{\left(\frac{\omega r f_s}{v_{som}}\right)^2} + \frac{x^2}{r^2} = 1 \text{ (2 pontos)}}$$

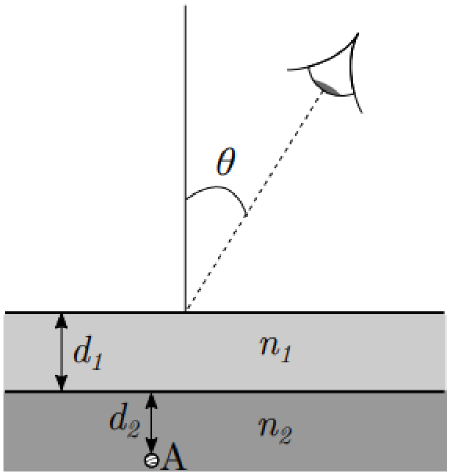
Logo, se trata de uma elipse no plano $f_{ob}\ vs.x$, com centro em $(0, f_s)$ e semi-eixos $(r, \frac{\omega r f_s}{v_{som}})$. (2 pontos)

Observação da banca:

Geometricamente a elipse formada no plano $f_{ob}\ vs.x$ se apresenta como na representação abaixo. O sentido com que f_{ob} se altera com ωt está representado em cada trecho por setas. Em $x = 0$ existe uma mudança abrupta em f_{ob} (passando do extremo superior para o extremo inferior de frequências observadas) devido ao fato de o emissor passar pela posição do receptor, o que muda o sinal da velocidade relativa de negativo (se aproximando) para positivo (se afastando):

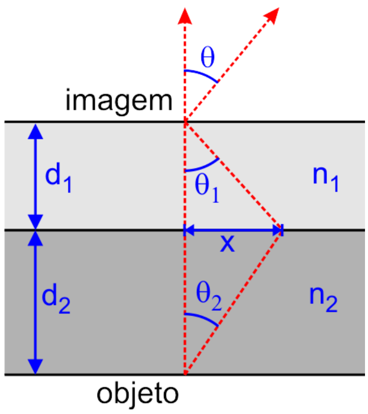


Questão 6. Considere um metamaterial, de índice de refração $n_1 < 0$ e espessura d_1, depositado sobre um meio de índice de refração $n_2 > 0$. Nesse meio, um objeto A dista d_2 da interface com o metamaterial, como na figura. Considere pequeno o ângulo θ que se forma entre o raio óptico que vai do objeto ao observador e a normal da interface entre o metamaterial e o ar. Nesse caso, vale a aproximação $\text{tg}\theta \approx \text{sen}\theta$. Determine n_1 em função de n_2, d_1 e d_2 para que a imagem final do objeto se forme na interface entre o ar e o metamaterial.



Resolução (10 pontos)

Temos a seguinte situação geométrica para o caso de $n_1 < 0$:



Sabemos que:

$$|n_1| \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2 \text{ (1 pontos)}$$

Com a aproximação $\sin\theta \cong \tan\theta$, temos que:

$$\sin\theta_1 \cong \tan\theta_1 = \frac{x}{d_1}$$

(3 pontos)

$$\sin\theta_2 \cong \tan\theta_2 = \frac{x}{d_2}$$

Portanto,

$$\frac{d_2}{n_2} = \frac{d_1}{|n_1|}$$

Isolando n_1, finalmente temos

$$|n_1| = \frac{n_2 d_1}{d_2} \quad \text{(6 pontos)}$$

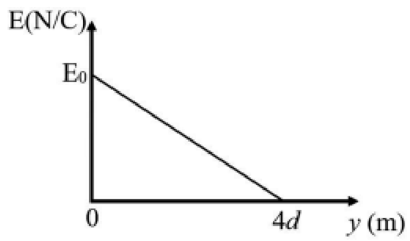
**Observações da banca:*

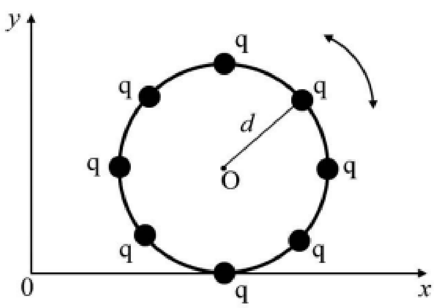
- *A resposta* $n_1 = -\frac{n_2 d_1}{d_2}$ *também foi considerada válida.*
- *A falta do módulo em* n_1 *ou do sinal negativo na resposta, resultou em um desconto de 2 pontos.*

Questão 7. Uma roda de raio d pode girar livremente com relação ao seu centro O, a partir de $t = 0$, partindo do repouso. Na roda, são fixadas oito cargas elétricas de magnitude q ($q > 0$), equiespaçadas, como na figura da direita. Na região, há um campo elétrico não uniforme no sentido positivo do eixo x. A magnitude desse campo é dada pelo gráfico à esquerda, sendo $y = 0$ a extremidade inferior da roda, como na figura da direita.
A respeito do movimento, determine:

a) o sentido de rotação da roda imediatamente após o início do movimento, justificando sua resposta;

b) o módulo do torque por causa da força elétrica, em $t = 0$, relativamente ao centro da roda.





Resolução:

a) (3 pontos) O campo elétrico é mais intenso na região das cargas inferiores. Dessa forma, o torque resultante, com respeito ao centro da roda, é no sentido anti-horário.

Pontuação:

- Ter indicado o sentido de rotação correto (1 ponto).
- Justificativa correta (2 pontos).

b) (7 pontos) A partir do gráfico, a expressão do campo elétrico E(y) é dada por $E(y) = E_0\left(1 - \frac{y}{4d}\right)$.

A força elétrica em cada carga é a superposição da força devido ao campo elétrico externo e da força de interação entre as cargas. Por simetria, pode-se concluir que, em cada carga, a força de interação que as outras imprimem nela é radial e, portanto, o torque devido às forças de interação é nulo.

Assim, para a solução do problema é necessário levar em consideração apenas a força elétrica em cada carga devida ao campo elétrico externo: $\vec{F_e} = qE(y)\hat{x}$. Numerando as cargas de 1 a 8 no sentido anti-horário, onde 1 é a carga localizada na extremidade inferior da roda, temos:

- Componente vertical da posição das cargas:

$$y_1 = 0, y_2 = y_8 = d\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right), y_3 = y_7 = d\,, y_4 = y_6 = d\left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right), y_5 = 2d$$

- Módulo de F_e:

$$F_1 = q\,E_0, F_2 = F_8 = \frac{q\,E_0}{8}\left(6 + \sqrt{2}\right), F_3 = F_7 = \frac{3q\,E_0}{4}, F_4 = F_6 = \frac{q\,E_0}{8}\left(6 - \sqrt{2}\right), F_5 = \frac{q\,E_0}{2}$$

O módulo do torque em cada carga é $F_e\, d\, sen\, \theta$, onde θ é o ângulo entre a direção da força elétrica e a direção radial. Assumindo o torque anti-horário como positivo, o torque de cada carga é:

$$\tau_1 = q\, E_0\, d, \tau_2 = \tau_8 = \frac{q\, E_0\, d}{8}\left(1 + 3\sqrt{2}\right), \tau_3 = \tau_7 = 0, \tau_4 = \tau_6 = -\frac{q\, E_0\, d}{8}\left(-1 + 3\sqrt{2}\right), \tau_5 = -\frac{q\, E_0\, d}{2}$$

O torque resultante (sentido anti-horário) vale:

$$\tau = q\, E_0\, d.$$

Pontuação:

- Obtenção da expressão do campo elétrico no espaço (1 ponto).
- Cálculo das forças elétricas (2 pontos)
- Cálculo dos torques em torno do centro da roda (2 pontos)
- Resposta final correta (2 pontos)

Questão 8. Um laboratório de paredes adiabáticas possui N computadores de alta performance que precisam ser mantidos a uma temperatura T. Para isso, é instalado um ar-condicionado que atua como uma máquina térmica de máxima eficiência possível, operando entre a temperatura do laboratório e a temperatura do meio externo T_e. Cada computador possui n_c circuitos. A Figura 1 é o esquema de um circuito. Cada resistor de cada circuito é formado por um fio de cobre de diâmetro ϵ, com n_v voltas por unidade de comprimento, enrolado em um cilindro de cerâmica de raio r e comprimento l, como na Figura 2. Determine:

a) a potência dissipada pelos computadores, considerando ρ_0 a resistividade do cobre a uma temperatura padrão T_0 e α o seu coeficiente de temperatura;

b) a energia consumida pelo ar-condicionado em 1 dia.

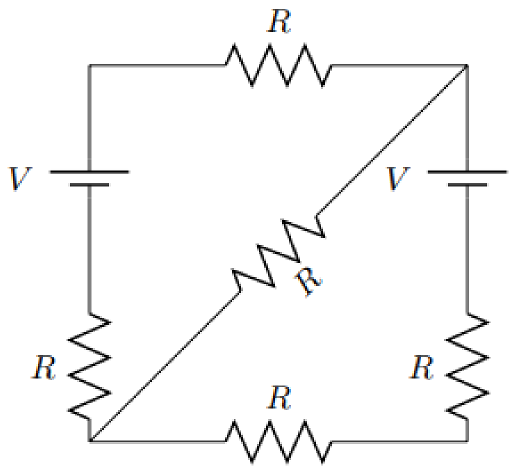


Figura 1

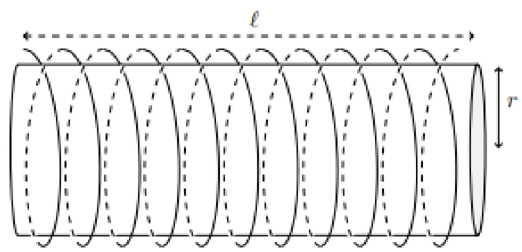


Figura 2

Resolução:

a) (5 pontos) O circuito fornecido pode ser substituído por um circuito equivalente composto por uma fonte de tensão de força eletromotriz V e resistência equivalente 2R. Assim, a potência dissipada por ele é de

$$P = \frac{V^2}{2R}.$$

A potência total é dada pela potência de um circuito individual multiplicado pelo número de computadores e pelo número de circuitos por computador

$$P_{tot} = N n_c \frac{V^2}{2R}.$$

O valor de R pode ser calculado mediante a 2ª lei de Ohm

$$R = \frac{\rho\, L}{A} = \rho \frac{n_v\, l\, 2\pi r}{\pi\, \varepsilon^2/4},$$

em que o parâmetro ρ é obtido por meio da dependência da resistividade do material com respeito à temperatura

$$R = 8\rho_0 \frac{n_v\, l\, r}{\varepsilon^2}\big(1 + \alpha(T - T_0)\big).$$

Finalmente, a potência solicitada é dada portanto por

$$P_{tot} = Nn_c \frac{V^2\varepsilon^2}{16\rho_0 n_v\, l\, r\,\left(1+\alpha(T-T_0)\right)}.$$

Pontuação:

- Cálculo da potência gerada por um circuito (1 ponto).
- Aplicação correta da 2ª lei de Ohm (2 pontos).
- Indicação de como a resistividade depende da temperatura (1 pontos).
- Resposta final correta (1 ponto).

Observação da banca: Também foi considerada correta a seguinte expressão para o comprimento do fio:

$$L = l\sqrt{1 + 2\,\pi\, r\, n_v}$$

b) (5 pontos) O refrigerador opera conforme uma máquina de máxima eficiência. Ele deve, portanto, operar segundo o ciclo de Carnot entre as temperaturas T e T_e. A relação entre a energia consumida pela máquina refrigeradora e o calor removido da sala é dada por

$$W = Q_F\left(\frac{T_e - T}{T}\right)$$

Deve-se levar em conta o fator associado a 1 dia = 24 h= 6400 s para a conversão de potência em energia $Q_F = P_{tot}\,\Delta t$.

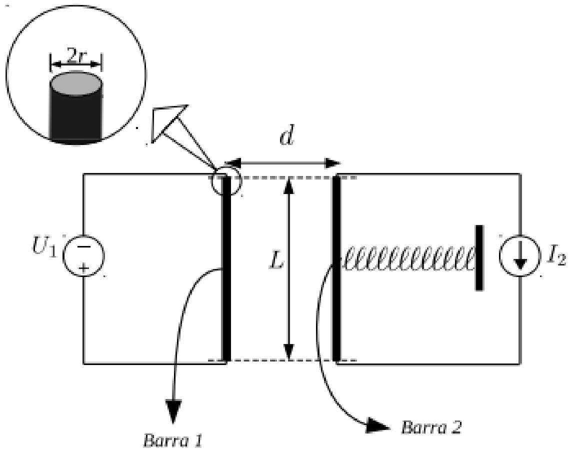
Assim, a resposta final esperada é:

$$W = 5{,}4.10^3 Nn_c \frac{V^2\varepsilon^2}{\rho_0 n_v l r\left(1+\alpha(T-T_0)\right)}\left(\frac{T_e - T}{T}\right).$$

Pontuação:

- Cálculo da relação entre W e Q_f (2 pontos).
- Relação entre potência e energia (1 ponto).
- Resposta final correta (2 pontos).

Questão 9. Considere duas barras metálicas longas, 1 e 2, dispostas paralelamente uma à outra, em um plano horizontal sem atrito. Seja L o comprimento das barras; $2r$, o diâmetro da seção transversal circular; ρ, a densidade volumétrica de massa; e σ, a condutividade elétrica. A barra 1 está conectada a uma fonte de tensão contínua U_1. A barra 2 é presa em seu centro de massa por uma mola de constante elástica k. Inicialmente, a barra 2 está conectada a uma fonte de corrente I_2 e encontra-se em equilíbrio estático a uma distância d da barra 1. No instante t_1, a fonte de corrente é desconectada da barra 2, a qual passa a mover-se livremente no plano.
Calcule a velocidade máxima adquirida pela barra 2.



Resolução (10 pontos):

O primeiro passo para a resolução do exercício era identificar a situação de equilíbrio da barra 2, equacionando as forças em equilíbrio, a fim de calcular o desvio Δx da mola com relação ao seu comprimento natural.

No equilíbrio, $F_{el} = F_{mag}$, onde F_{el} é o módulo da força elástica,

sendo $F_{el} = k\Delta x$, e F_{mag} a força magnética, sendo $F_{mag} = B\, i_2 L = {\mu_0 I_1 I_2 L}/{2\pi d}$.

Portanto, $\Delta x = {\mu_0 I_1 I_2 L}/{2\pi d k}$ (3 pontos)

Em posse do desvio Δx da mola, a energia cinética máxima pode ser calculada por conservação de energia, considerando-se que a energia cinética alcança seu valor máximo quando a mola volta ao seu comprimento natural.

Por conservação de energia, $E_0 = E_f$,

onde $E_0 = k(\Delta x)^2/2$ é a energia mecânica total inicial,

e $E_f = mv^2/2$ é a energia mecânica total final.

Portanto, $v = \Delta x\sqrt{k/m} = {\mu_0 I_1 I_2 L\sqrt{k/m}}/{2\pi d k}$ (4 pontos)

Por fim, é necessário expressar a velocidade em termos dos parâmetros físicos fornecidos.

A massa deve ser substituída na expressão de v por $m = \rho\pi L r^2$, a corrente I_1 por $I_1 = U_1/R$ $e\ R\ por\ R = L/\sigma\pi r^2$.

Portanto, v = ${\mu_0 U_1 I_2 r\sigma\sqrt{1/k\rho L\pi}}\big/{2d}$ (3 pontos)

Questão 10. Feixes de luz de comprimentos de onda 590 nm, 450 nm e 380 nm incidem sobre uma superfície metálica. Com um aparato experimental, são medidas as velocidades dos fotoelétrons ejetados. Sabendo que a maior velocidade detectada foi de 640 km/s, faça o que se pede:

a) determine a função trabalho do material;

b) determine a frequência de corte;

c) justifique se é possível que um elétron livre absorva um fóton, tal como ocorre no efeito fotoelétrico em um material. Um elétron livre é um elétron sem interações com outros corpos, além do referido fóton.

Resolução:

a) (3 pontos) Para resolver este item, é fundamental perceber que a radiação de maior energia (menor comprimento de onda, 380 nm) produz o fotoelétron de maior energia. Dada a velocidade do fotoelétron e o comprimento de onda do fóton, calcula-se então a energia cinética do fotoelétron e a energia do fóton. Subtraindo-se a energia cinética do fotoelétron da energia do fóton, determina-se a função trabalho do material.

A energia cinética do fotoelétron é $E_c(eV) = {}^{m_e v^2}/_{2e} = 1{,}2\ eV$, onde foram usados os seguintes valores numéricos para a massa do elétron, a carga elementar e velocidade:
$m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ kg , $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C e $v = 340$ m/s .
A energia total do fóton é $E_f = hc/\lambda = 3{,}3$ eV, onde $hc = 1240$ eV nm e $\lambda = 380$ nm .
Portanto, a função trabalho será W $= E_f - E_c = 2{,}1\ eV$. (3 pontos)

Observação da banca: Na questão 10 foram atribuídos 03 pontos para o item a), sendo que foi dado 1 ponto para a montagem da expressão correta. Só pontuaram totalmente as resoluções que encontraram e identificaram o valor numérico correto ou aproximado da função trabalho do material, como sugere a instrução na contracapa do caderno de soluções (o candidato deve proceder o desenvolvimento completo da solução).

b) (2 pontos) A frequência de corte é a frequência mínima que o fóton deve ter para que este seja capaz de produzir um fotoelétron. Neste limite, a energia do fóton deve ser no mínimo igual à função trabalho.

Temos que $W = E_f = hc\ {}^{\upsilon}/_{c}$, logo $\upsilon = {}^{cE_f}/_{hc} = \dfrac{\left(3 \cdot \frac{10^{17}\,\text{nm}}{\text{s}}\right)(2{,}1\ \text{eV})}{1240\ \text{eV nm}} = 5 \cdot 10^{14}$Hz.
(2 pontos)

Observação da banca: Foram atribuídos 02 pontos para o item b), sendo que foi dado 1 ponto para a montagem da expressão correta. Só pontuaram totalmente as resoluções que encontraram e identificaram o valor numérico correto ou aproximado da frequência de corte, como sugere a instrução na contracapa do caderno de soluções (o candidato deve proceder o desenvolvimento completo da solução).

c) (5 pontos) Para que a situação física descrita seja possível, é necessário que a conservação de energia e a conservação de momento do sistema, no caso relativístico, sejam simultaneamente satisfeitos. O problema consiste em demonstrar que as duas leis de conservação não podem ser satisfeitas simultaneamente nunca.

Conversação da energia: $E_f + E = E' \Rightarrow h\nu + \sqrt{p^2c^2 + m_0^2c^4} = \sqrt{p'^2c^2 + m_0^2c^4}$.

Conservação do momento: $\overrightarrow{p_f} + \vec{p} = \overrightarrow{p'}$

Para provar que a conservação de energia e a conservação de momento não podem ser simultaneamente satisfeitas neste caso, vamos comparar o momento final ao quadrado que se calcula de cada uma das leis: (solução na página a seguir)

Da conservação da energia, temos:

$p'^2c^2 = (h\nu)^2 + 2h\nu\sqrt{p^2c^2 + m_0^2c^4} + p^2c^2$.

Escrevendo a conservação do momento como $c\overrightarrow{p_f} + c\vec{p} = c\overrightarrow{p'}$, e elevando ao quadrado os dois lados da equação vetorial usando o produto escalar, temos:

$p'^2c^2 = (h\nu)^2 + 2h\nu c p_z + p^2c^2$, onde p_z é a projeção do momento inicial do elétron na direção do fóton.

As duas equações nunca se igualam, pois $cp_z < \sqrt{p^2c^2 + m_0^2c^4}$ qualquer que seja $\vec{p}$.

(5 pontos)

Observação da banca: Foram atribuídos 05 pontos para o item c), sendo que não foram consideradas corretas a simples negativa que consta da resposta correta (solução sem justificativa). A pontuação total foi atribuída apenas para respostas corretas e justificadas.